

【整番】SE-31-TM-052	【標題】配管スパンワイズの固有振動数算定とその運用		
分類：構造(機械振動)／種別：技術メモ	作成年月：H25.09／改訂：Ver0.0 (H25. 10)	作成者：N.Miyamoto	

全 11 枚

耐震強度、脈動流あるいは流体振動問題など動的問題を検討するとき、配管の固有振動数が必要になることが多い。コンピュータによる解析は容易で、かなり複雑な系であっても配管形状/拘束条件/質量/打切次数を与えれば、固有振動数が得られる。ただこれは系全体に与えられるもので、局所的に発生したり局所的に増幅する配管振動に関しては必ずしもマッチするとは限らないようだ。TS 作成者は、配管固有値解析では殆ど無視されるような 4 次モードの振動が管路の Z 形状の部分で激しくなっていたのを憶えている。配管のような非自立の長い構造物において局所性を考慮せずモデル解析結果だけで設計することには疑問が残る。そこで本 TS では米国 SWRI (South-west Research Institute) のスタディから派生したと思われる配管スパンの固有振動数の簡易算定法⁽¹⁾⁽²⁾を紹介してみたい。

簡易的で精度は劣るが、設計時のマイナーな当り計算には向いている。コンピュータソフトが手元にないとか、コンピュータ入力には不馴れとかいう場合にも、ある程度役立つのではないと思う。

1. 固有振動数の算定—集中荷重のない配管スパンの場合⁽¹⁾⁽²⁾

(1) 図 1 に示すような配管スパンの i 次固有振動数 f_{oi} は、次式で計算できる。

$$f_{oi} = \{1/(2\pi)\}(\lambda_i/L^2)(EIg/w)^{0.5} \quad (\text{Hz}) \quad \text{-----}(1)$$

ここで $\lambda_i = i$ 次の振動数係数(表 1 または表 2 による)、 L = 配管スパン長(m)、

E = 管材の縦弾性係数(kg f/m²)、 I = 管断面 2 次モーメント(m⁴)、

w = 単位長さ当りの全配管重量(kg/m)(ラギング材重量/流体重量などを含む)

g = 重力加速度(=9.807m/s²)、サフィックス $i=1,2 \rightarrow$ 振動モード 1 次, 2 次を示す。

表 1. 振動数係数 (理想的な拘束条件の場合)

スパンタイプ	スパンのパターン (端の境界条件)		振動数係数(λ_i)	
			1 次モード λ_1	2 次モード λ_2
真直スパン	固定－固定 [図 1(A)]		22.4	61.7
	固定－支持 [図 1(B)]		15.4	50.0
	支持－支持 [図 1(C)]		9.87	39.5
	固定－自由 [図 1(D)]		3.52	22.4
曲がりスパン	L 型：固定－固定 [図 1(F ₁)]	面外	(図 2)	(注記参照)
		面内	(図 2)	
	門型：固定－固定 [図(G ₁)]	面外	(図 3)	
		面内	(図 4)	
	Z 型：固定－固定 [図 1(H ₁)]	面外	(図 5)	
		面内	(図 6)	
	3D 型：固定－固定 [図 1(I ₁)]		(図 7)	(図 8)
	注記： 2 次モードについてはデータがないが、下記の数値を λ_1 値に乗じて、ある程度 近似できるのでは？と思われる。 L 型(面外)→4.0, L 型(面内)→1.3, 門型(面外)→1.9, 門型(面内)→4.0, Z 型(面外)→1.5, Z 型(面内)→4.3			

表 2. 振動数係数 (理想から外れた拘束条件の場合)

スパンタイプ	スパンのパターン (端の境界条件)	振動数係数(λ)	
		1 次モード λ_1	2 次モード λ_2
真直スパン	固定－固定 〔図 1(A)〕	20.1～22.4	55.5～61.7
	固定－支持 〔図 1(B)〕	17.9	49.4
	支持－支持 〔図 1(C)〕	15.7	43.2
	固定－自由 〔図 1(D)〕	1.76～3.52	11.2～22.4
	支持－自由 〔図 1(E)〕	1.06～2.46	6.72～15.7
曲がりスパン L 型, 門型, Z 型, 3D 型 (共通)	固定－固定 〔図 1(F ₁), (G ₁), (H ₁), (I ₁)〕	(図 2～図 8) (＊1)	(＊4)
	固定－支持 〔図 1(F ₂), (G ₂), (H ₂), (I ₂)〕	0.8x(図 2～図 8) (＊2)	
	支持－支持 〔図 1(F ₃), (G ₃), (H ₃), (I ₃)〕	0.7x(図 2～図 8) (＊3)	
注記：(＊1) 各スパンパターンについて該当するグラフを用いる(表 1 に同じ) (＊2) 各スパンパターンにつき該当するグラフの値に 0.8 を乗じた値を λ_1 とする。 (＊3) 各スパンパターンにつき該当するグラフの値に 0.7 を乗じた値を λ_1 とする。 (＊4) 表 1 の注記と同じく、 λ_1 に表 1 と同じ比例定数を乗じて λ_2 とする (？)。			

図1 配管スパンのパターン

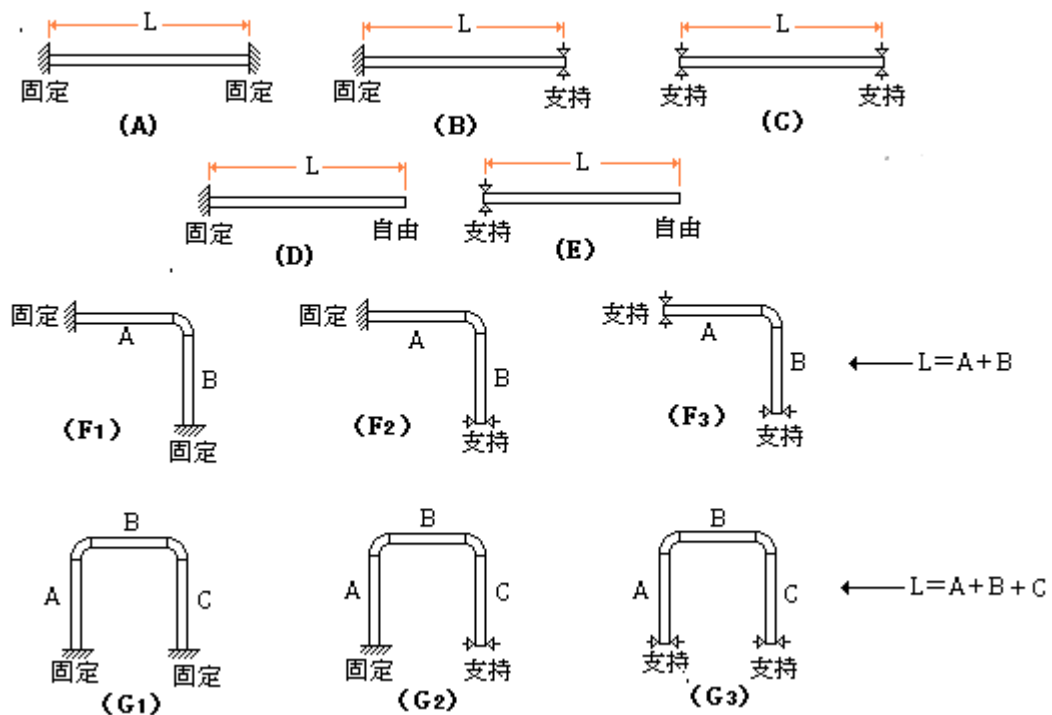


図1 配管スパンのパターン 続き

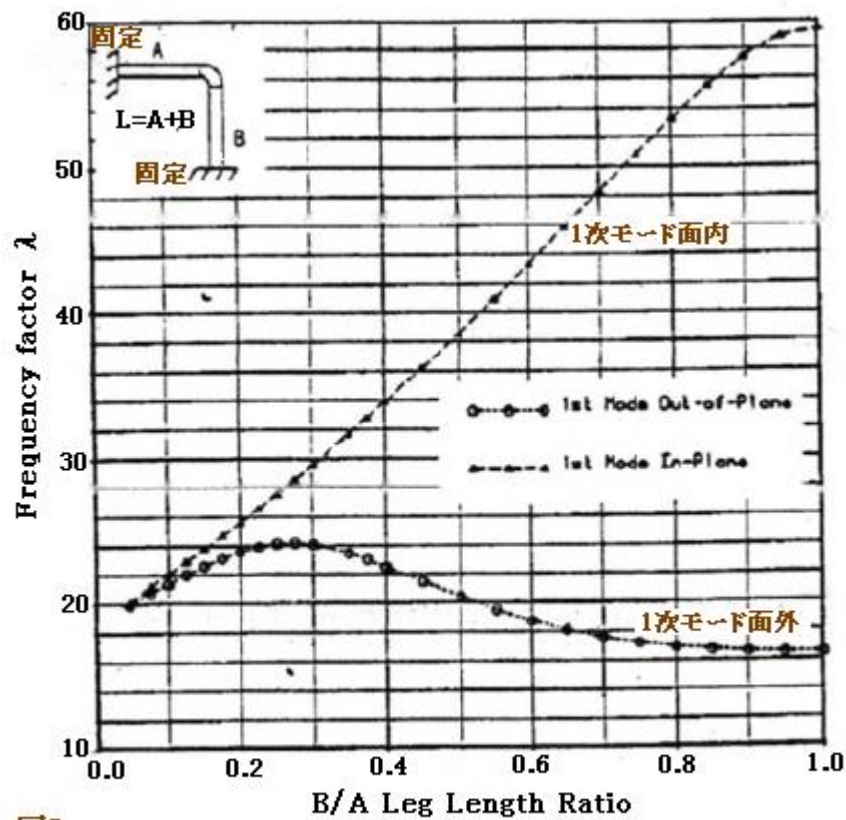
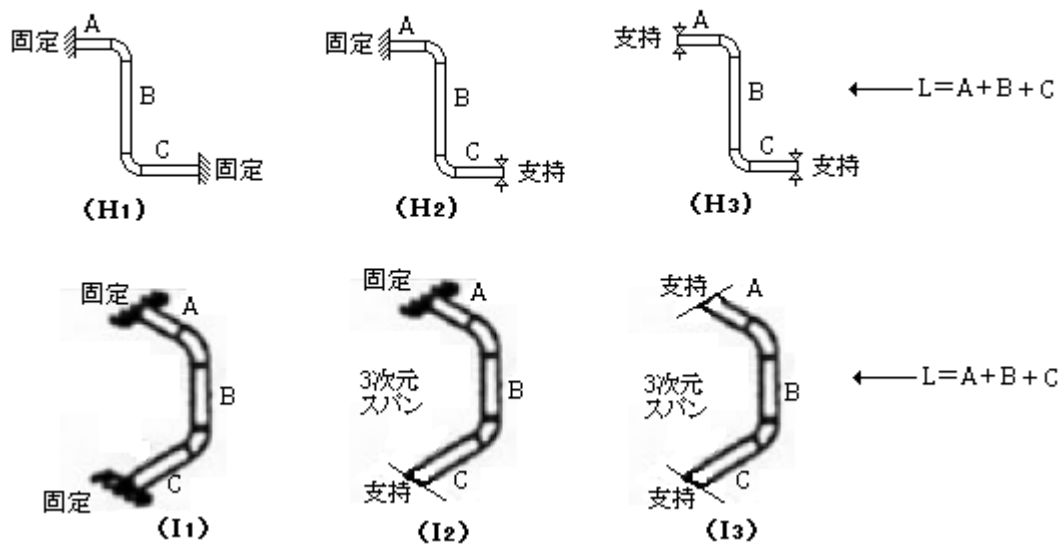


図2 Figure 2. Frequency Factors for Uniform L-Bend Piping Configurations. 一様なL型配管の振動数係数

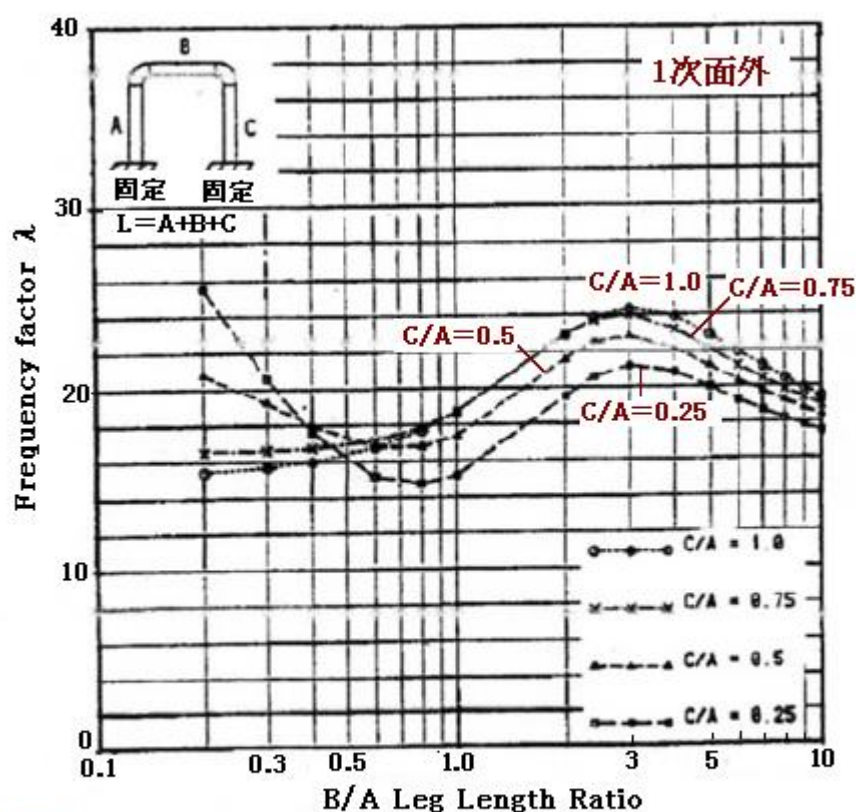


図3 Figure 3. Frequency Factors for Uniform U-Bend Piping Configurations for First Out-of-Plane Mode.

一様な門型配管の1次面外モードの振動数係数

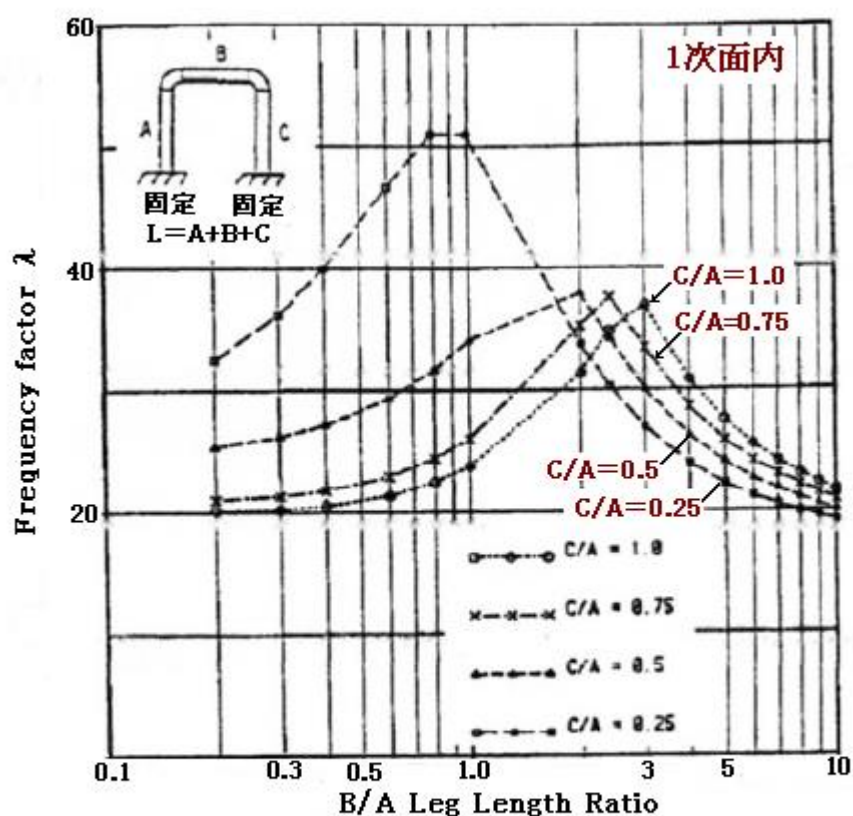


図4 Figure 4. Frequency Factors for Uniform U-Bend Piping Configurations for First In-Plane Mode.

一様な門型配管の1次面内モードの振動数係数

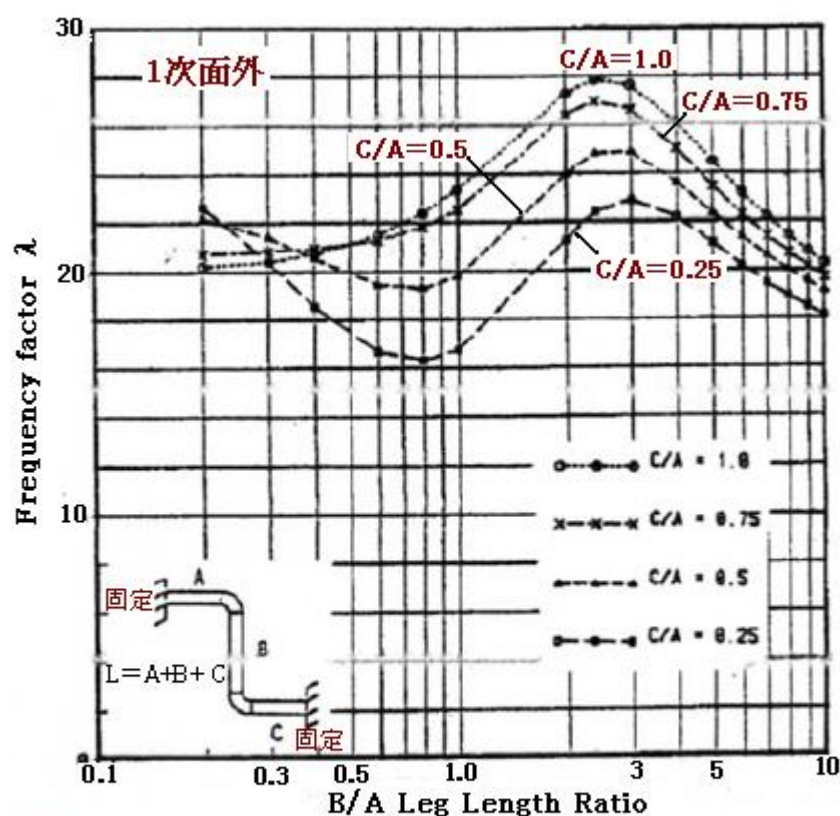


図5 Figure 5. Frequency Factors for Uniform Z-Bend Piping Configurations for First Out-of-Plane Mode.

一様なZ型配管の1次面外モードの振動数係数

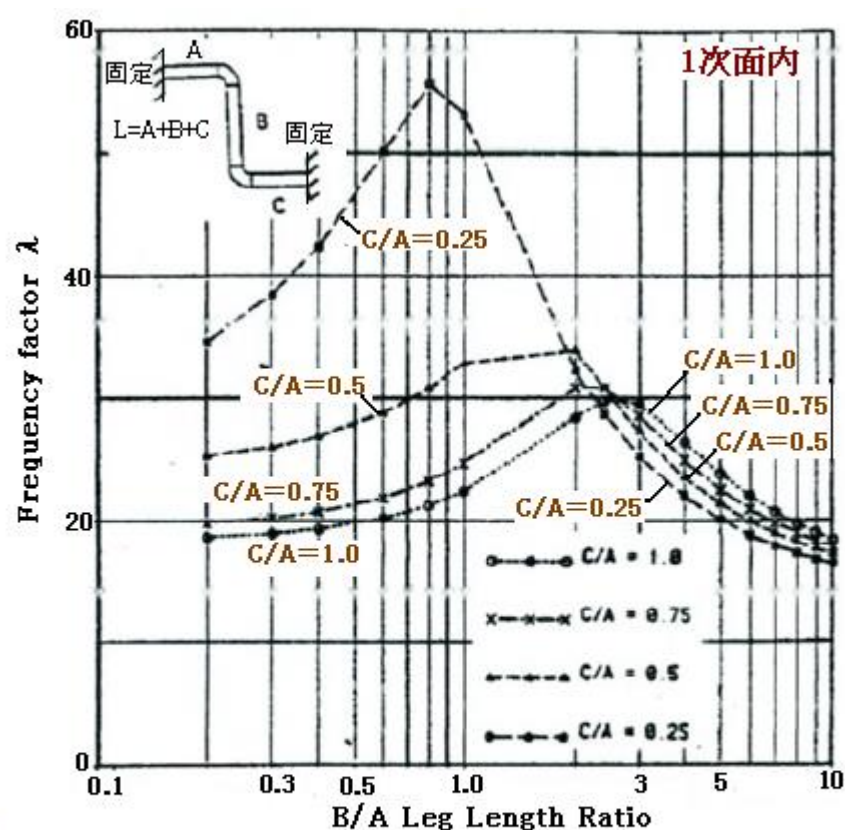


図6 Figure 6. Frequency Factors for Uniform Z-Bend Piping Configurations for First In-Plane Mode.

一様なZ型配管の1次面内モードの振動数係数

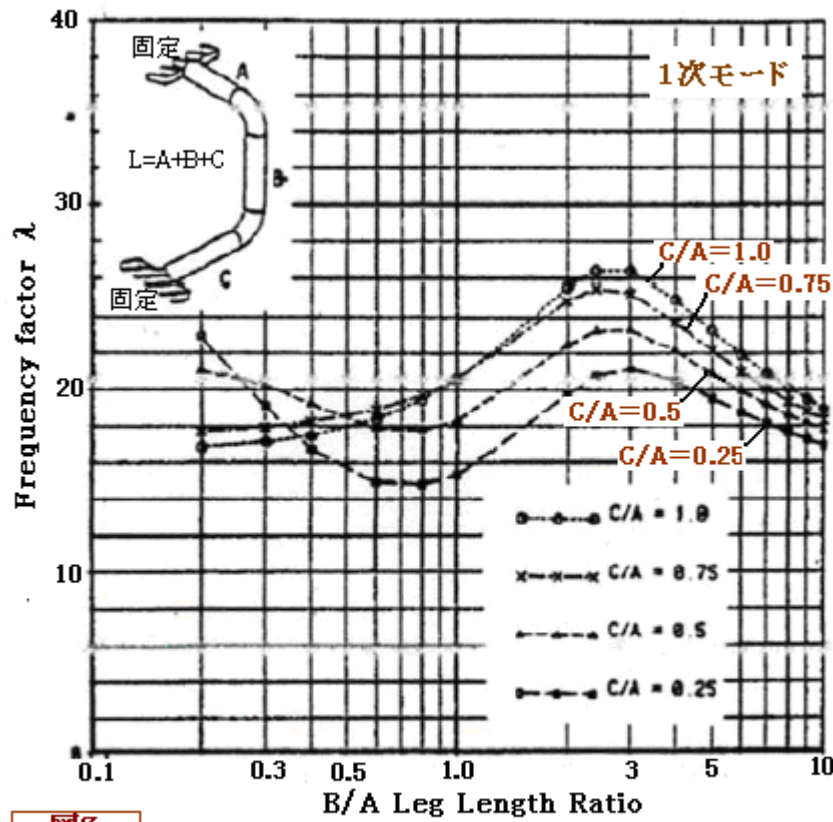


図7 Figure 7. Frequency Factors for Uniform 3D-Bend Piping Configurations for First Mode. 一様な3D配管の1次モードの振動数係数

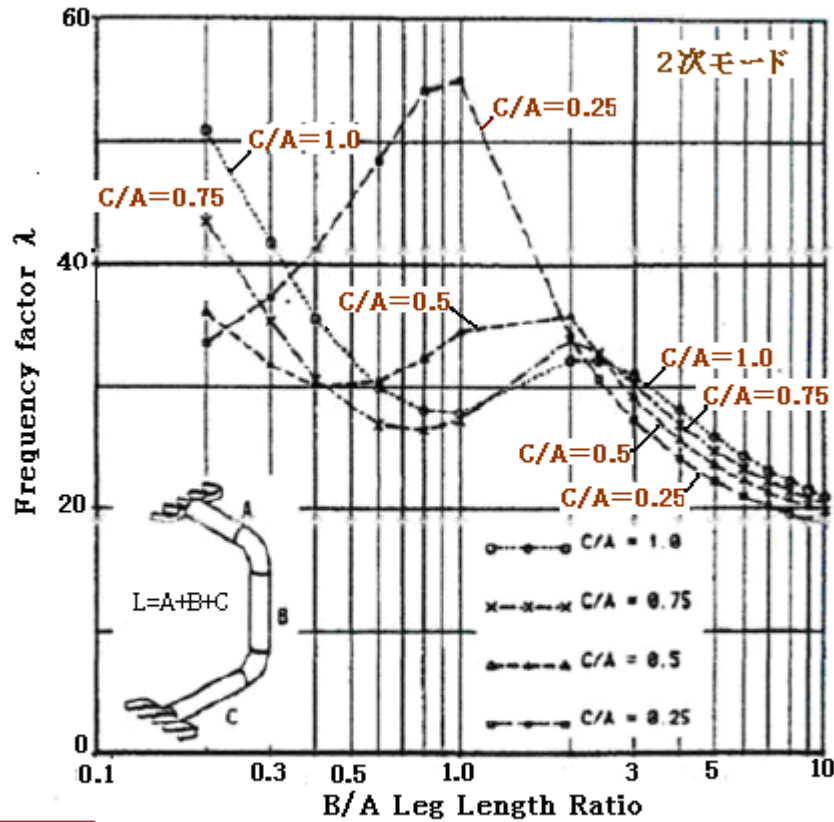


図8 Figure 8. Frequency Factors for Uniform 3D-Bend Piping Configurations for Second Mode. 一様な3D配管の2次モードの振動数係数

(2) 以下、(1)式の内容について説明しておく。(1)式は梁としての曲げ固有振動数を求めるもので、真直梁のそれと同じフォームになっている。配管仕様【管材料(E)/管断面性能(I)/単位質量(w)】が同じであれば、固有振動数はスパン長 L と振動数係数(frequency factor) λ によって決まる。

配管スパンのタイプとしては真直スパンと曲がりスパンの2つ。真直スパンでは片持ち梁状のものと両持ち梁状のものが扱える。曲がりスパンではL型、門型(逆U型)、Z型および3D型の4タイプを扱っている。3D型は3次元形状の意。

配管によくある分岐形状はここでは扱えない。分岐径が主管径と余り変わらなければこの部分は剛(即ち固定)で扱ってもいいのかもしれないが、分岐側を集中質量と見なして近似的に扱うことも考えられる(これについては他にいい情報があるような気がする、要調査)。

スパン端の拘束条件としては次の3つを扱っている。

固定(rigid)→配管アンカあるいは剛な接続機器など

支持(simple support) → Uボルト、クランプ、スライドシューなど

自由(free) → ヘッダ端、ドレン端など拘束なし

スパンは端部の拘束条件によって図1のように17種類に分かれ、拘束条件によって振動数係数 λ が決まる。

さて(1)式において重要なのは、次の2つのケースが含まれていることである。

① 理想的な拘束条件の場合 → 表1の λ を適用

② 理想から外れた拘束条件の場合 → 表2の λ を適用

「理想的な拘束条件」とは理論上のものである。例えば、固定－固定、固定－支持、支持－支持のときの λ_1 値 22.4、15.4、9.87 は他の便覧と全く同じである。一方、「理想から外れた拘束条件」とは実際配管の拘束状態を云う。この場合、**支持金具としてはクランプ**が使用されている。

固定－固定については理論値との差異は殆どないが、両持ち真直スパン、曲がりスパンとも

固定－支持 → $0.8 \times$ [固定－固定の λ 値]

支持－支持 → $0.7 \times$ [固定－固定の λ 値]

になっている。即ち理想的な拘束条件の場合よりも高い λ 値すなわち高い固有振動数をカウントすることになる。この背景として次の2つが考えられる。

- ・理論では軸方向や回転方向の拘束あるいは軸力を考慮されていないが、実際の配管ではこれらの影響がかなり強まる傾向があること、また
- ・クランプは、ピン支持に近いUボルトなどに比べると支持点の曲げ拘束度が強くなる傾向があること。

要は**実際配管の方が曲げ拘束が強くなっている**。ただ片持ち真直スパンでは、実際の固定拘束が緩む傾向があるのか、実際配管の方が曲げ拘束が弱まって固有振動数がダウンしている。

表1、表2のいずれを選択するか？ TS作成者の直感から云えば、下記のように使い分けが妥当のような気がする。

- ・軸方向拘束が弱くUボルトやストラップなどピン支持のサポートを使用した時 → 表1
- ・クランプやサドル/シューなど曲げ拘束性の高いサポートを使用した時 → 表2

なお、ベースになった実際配管はクランプが使用されているが、これは SWRI が旧来よりかなり脈動配管に堅牢なクランプを推奨していることと符合している。クランプの使用は、本来、配管の固有振動数のアップというより、減衰能のアップ狙ったものではないかと思われる。

2. 固有振動数の算定—弁など集中質量のある配管スパンの場合⁽¹⁾⁽²⁾

(1) 集中質量が単一の場合： $f_{ci} = f_{oi} / \{1 + B(P/W)\}^{0.5}$ -----(2)

$$f_{oi} = \{1/(2\pi)\}(\lambda_i/L^*) (EIg/w)^{0.5} \text{ -----(3)}$$

ここで f_{ci} = 集中質量を持った配管スパンの i 次の固有振動数(Hz)、

$f_{oi}, E, I, g, w, \lambda_i$ = (1)式に定義されるものに同じ

L^* = 理想的な拘束条件の時 → 配管スパン長 L に同じ。

理想から外れた拘束条件の時 → 配管スパン長 L から集中質量部分の長さを引いた長さ(m)

P = 集中質量(kg)、 W = 配管スパン(集中質量除く)の質量(kg)

B = 質量集中係数(表 3)

(2) 集中質量が複数の場合： $f_{ci} = [1/(1/f_{1i}^2 + 1/f_{2i}^2 - 1/f_{oi}^2)]^{0.5}$ -----(4)

$$f_{1i} = f_{oi} / \{1 + B_1(P_1/W)\}^{0.5} \text{ -----(5)}$$

$$f_{2i} = f_{oi} / \{1 + B_2(P_2/W)\}^{0.5} \text{ -----(6)}$$

ここで f_{ci} = 2 つの集中質量を持った配管スパンの i 次の固有振動数(Hz)、

f_{1i}, f_{2i} = 各集中荷重に対する固有振動数(Hz)、 f_{oi} = 上記(3)式から計算される振動数(Hz)、

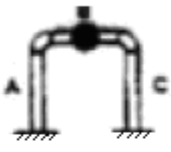
P_1, P_2 = 各集中質量(kg)、 W = 配管スパン(集中質量除く)の質量(kg)

B_1, B_2 = 各集中質量に対する質量集中係数(表 3)

表3 各スパンパターンにおける質量集中係数 (1/2)

	スパンパターン	集中質量位置	質量集中係数 (B)	
	固定-自由 支持-自由	L 3L/4	3.9 1.7	
	支持-支持	L/2 L/4	2.0 1.1	
	固定-支持	L/2 3L/4	2.3 1.6	
	固定-固定	L/2 L/4	2.7 0.9	
	L型 固定-固定		1次モード B/A=0.5 B/A=1.0 ↓ ↓ A/2 1.24 0.63 A 2.69 3.25 B/2 0.39 0.63	

表3 各スパンパターンにおける質量集中係数(2/2)

	スパンパターン	集中質量位置	質量集中係数(B)
 A = B = C	門型 固定-固定	A/2 → A → B/2 →	1次モード B/A=1.0 ↓ 0.26 2.24 2.31
 A = B = C	Z型 固定-固定	A/2 → A → B/2 →	1次モード B/A=1.0 ↓ 0.29 1.77 2.09
 A = B = C	3D型 固定-固定	A/2 → A → B/2 →	1次モード B/A=1.0 ↓ 0.29 1.77 2.09

- (3) 上記の(2)式についても「理想的な拘束条件」と「理想から外れた拘束条件」で運用を変えている。すなわち(2)式の分子の f_{0i} は(1)式によって算出するが、 λ に加えてスパン長 L についても、拘束条件によって、定義を変えている。即ち、実際配管ではスパン長から集中質量部分の長さを削除している。この措置で例えば弁付き配管の固有振動数は理論ベースより高くなる。

「理想的な拘束条件」と「理想から外れた拘束条件」に関しては、マイナーな検討を前提においてTS作成者の判断で、原典⁽¹⁾の記述をかなり拡大解釈しているので注意してほしい。原典の記述は

Straight Pipe with valve → Fixed-Fixed → with span length-valve length
 になる。即ち原典では集中質量区間長 L^* の短縮は、[真直スパン & 固定-固定]に限られるが、これを固定-支持や支持-支持あるいは曲がりスパンに拡大している。なお原典では、曲がりスパンの質量集中係数 B は[固定-固定]スパンに適用されているが、これはそのままとしている(これも[固定-支持],[支持-支持]に適用拡大してもいいのかもしれないが…)。もちろん、適用拡大には裏付けのためのスタディが必要であるが、多分それには手間がかかり過ぎる。

3. 運用上の留意点

- (1) 表2の実際配管の振動数係数データは非常にあり難い情報であるが、表1とかなり差異がある。例えば、真直スパンの[支持-支持]については

$$\text{理論ベース } \lambda_1 = 9.87 \text{ に対して、実際ベース } \lambda_1 = 0.7 \times 22.4 = 15.7$$

であるから、+60%の開きがあり、判断が難しくなる。この開きを単にサポート金具のせいにしてしまうのは無理で、実際の配管が連続スパンになっていることも原因していると思われる。

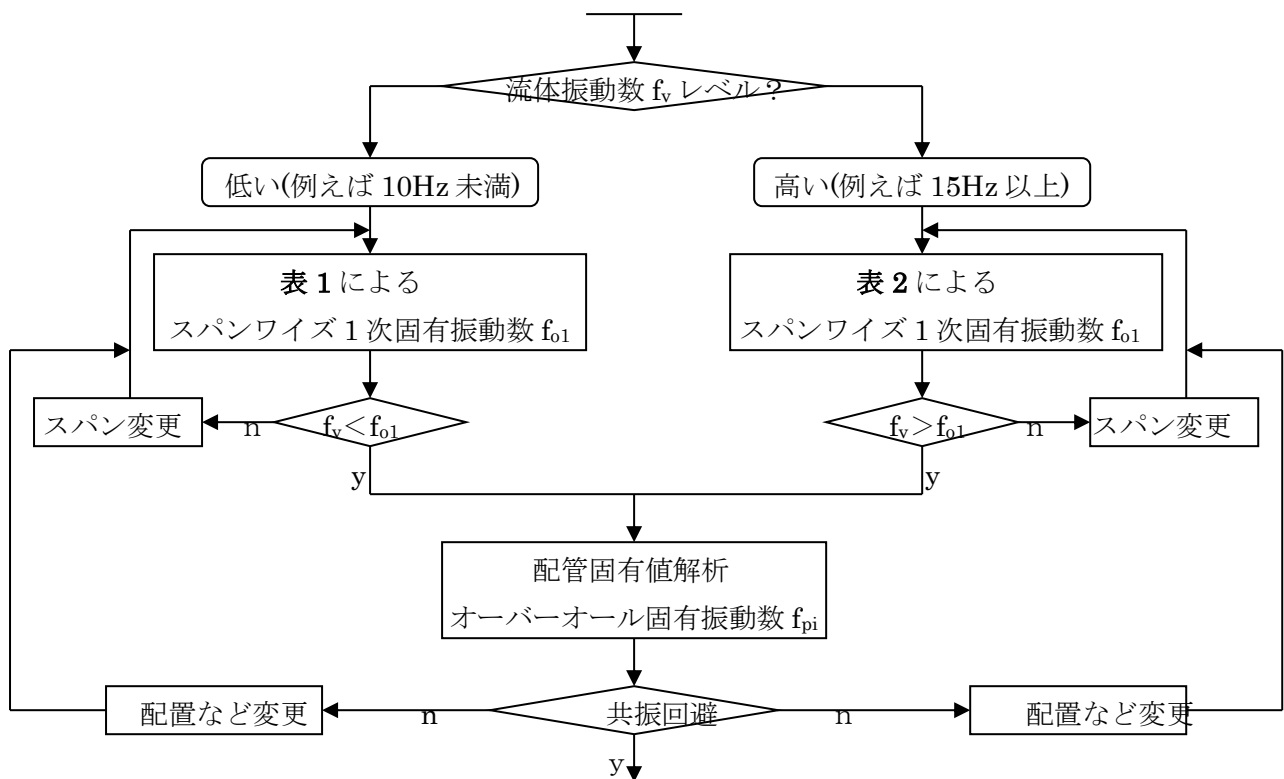
もともと表1の λ は低すぎるような気がする。実際のところ、表1と表2をどう使い分けるは難儀である。これについてTS作成者の運用案を次に述べてみたい。

標準的な配管スパン使用の場合、配管固有振動数は5～15Hz程度になるが、問題は下記にある。

想定される流体振動数(加振振動数)が 配管固有振動数より高いか低いかな？

もし流体振動数が総じて低ければ、配管スパン長を多少切り詰め、配管固有振動数が流体振動数より高くなるようにすれば共振は回避できる。この場合、比較に用いる配管固有振動数は低目の見積値を用いるのが安全側になる。即ち表1の λ で計算された配管固有振動数を使うのがよい

一方、流体振動数が総じて高ければ、配管スパン長を長めにとり、配管固有振動数が流体振動数より低くなるようにすれば共振は回避できる。この場合、比較に用いる配管固有振動数は高目の見積値を用いるのが安全側になる。即ち表2の λ で計算された配管固有振動数を使うのがよい。
(なお、2次の固有振動数が流体振動数に漸近する可能性があるが、もろの共振をかわす程度の措置に留める。2次共振は1次共振ほどインパクトがないので破損につながる確率は低い。)



以上の議論は 1.(2)項の議論とカチあっているので、適宜調整する必要がある。なお、共振度のチェックでは適当にレンジをとって共振領域を設定する必要がある(念為)。

- (2) 全体モデルと局所モデルの固有振動数の関係に関する情報は今のところ得ていない。共振を回避する目的で配管レイアウトを行う場合は、全体モデルによる固有値解析とここで示した配管スパンワイズの簡易計算を併せて実施し、両者の固有値を確認してから、配管レイアウトとそのスパン割りを決めるのがベターと思われる。

- (3) 全体モデルと局所モデルの関係は、連続スパンの数や軸力の強さに影響される。これらの影響については、次の TS が参考になると思う。

[SE-31-TM-051 チューブ類の固有振動に関する情報]

また、梁の固有振動数全般については次のテキストなどが参考になる。

小堀「実用振動計算法」 工学図書(株)

引用文献)

- (1) 「Piping Vibration Analysis」by J. C. Wachel et.al

Proceedings of 19th Turbo-machinery Symposium

- (2) 「Controlling the Effects of Pulsations and Fluid Transients in Piping Systems - Work shop」

by SWRI Applied Physics Division Staff (San Antonio, Texas)