

【整番 SE-20-TM-001】	【標題】埋設配管の熱応力解析（B31.1 Appendix ベース）について	
分類：構造(埋設管)／種別：技術メモ	作成年月：H28.5／改訂：Ver.0.0 (H28.5)	作成者：N. Miyamoto

全 21 枚

1. はじめに

直に埋め戻された埋設配管は通常、高温/低温流体を輸送することは少ないので、熱膨張/熱収縮による熱応力(→2次応力)が問題にされることは少ないと思われる。しかしエルボやティ部分に直線部分の伸縮量が集中すると同時に変形が周辺地盤のバネ反力によって拘束されて、少ない温度差でも比較的高い熱応力を発生する傾向があるので、決してこれを無視するわけにはいかない場合もある。

埋設配管の応力解析は地上配管と同じく FEM によっているがその特異性から幾つかの方法がある(ようだ)。そのひとつに土中における配管挙動を見越してモデル化し、地上配管で汎用されるような線形構造解析プログラムを用いて解析する方法がある。この方法はかつて Bechtel 社辺りで議論されたもので、その手順が下記に詳しく公開されている。

ASME B31.1 Power Piping— Appendix VII
Non-mandatory Procedures for the Design of Restrained Underground Piping

多分、解析テクニックとしては古くトピック性は薄いですが、特に熱伸縮による埋設配管の挙動を理解するうえで有効であるし、熱伸縮を地震による地盤ひずみに置き換えれば埋設管の地震挙動の理解にも有効である。またソフトに埋設配管専用の機能がなくても通常機能を用いて解析できるメリットがある。以下、Appendix VIIの内容を紹介してみたい。

(埋設管解析機能をもったソフトを使えば特に知らなくても済むのかも知れないが、Appendix VIIの内容と背景は大変、気懸りである。これが本 TS 作成の動機でもある。)

2. モデル化の手順⁽¹⁾

Appendix VIIは主に、汎用線形解析プログラムの運用を前提にしたモデリング(モデル化)の手順が示されている。その手順は次の5つのステップからなっている。

- ステップ 1) モデル化のためのデータの準備
- ステップ 2) 中間パラメータの計算
- ステップ 3) 各ランのカテゴリ分類
- ステップ 4) レグの長短と影響長さ/滑り長さの算定
- ステップ 5) 解析モデルの設定

ステップ 1,2 はステップ 3~5 の前準備になる。ステップ 1 では解析対象の配管を直交レグ(Tレグ)と長手レグ(Pレグ)からなるラン(仮称)に区分する(配管は複数のランの集合体)。そしてステップ 2 では解析モデルに用いるパラメータを算出するため、予め中間パラメータを計算しておく。

ステップ 3~5 では、まずステップ 3 で Pレグの両端に接続する要素(エルボ、バンド、ティ、ブランチあるいはアンカーや伸縮継手など)によって各ランのカテゴリ分類を行う。この場合、

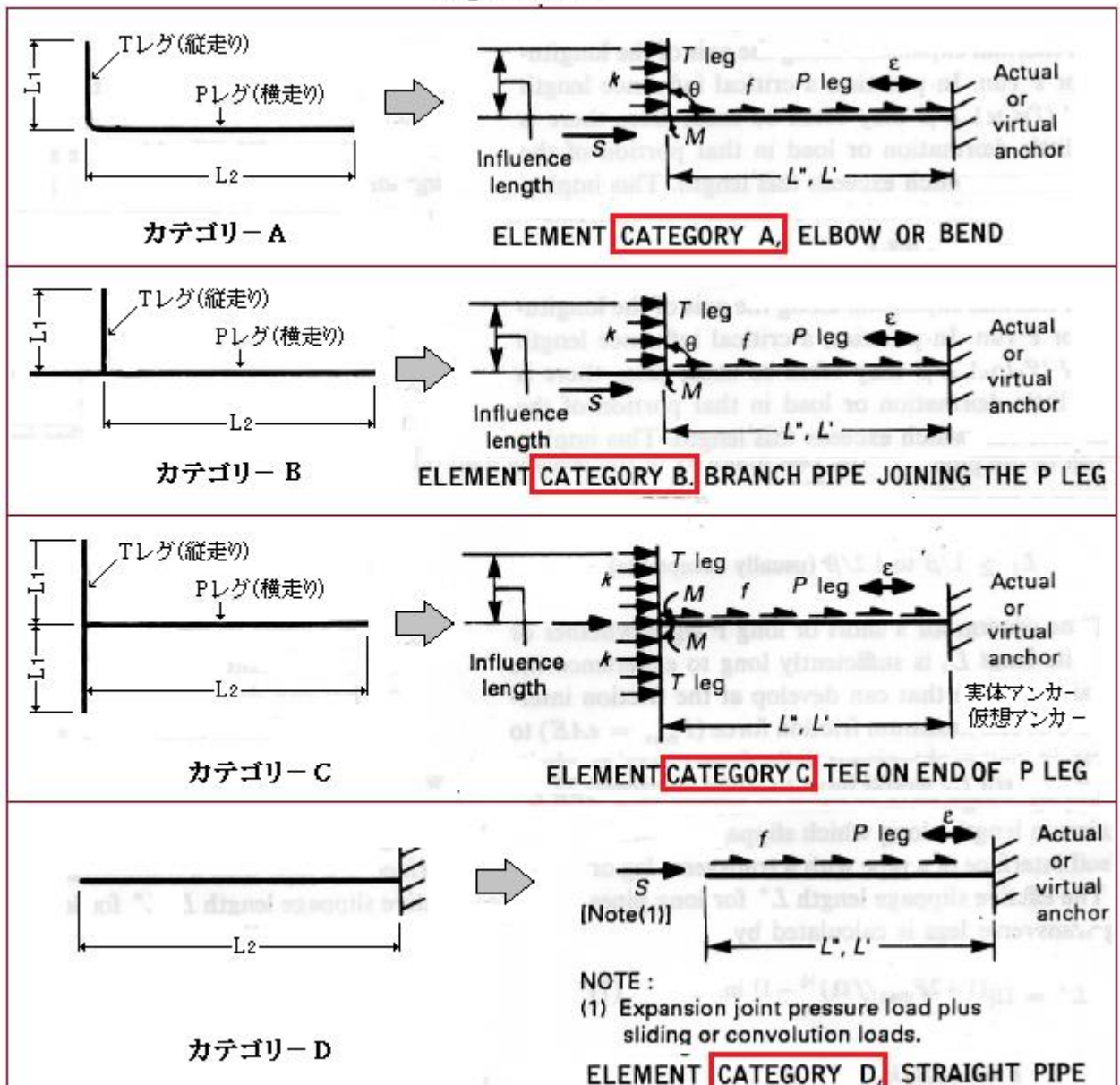
- ① まず Tレグ側にある要素のタイプに拠って Fig.VII-3.3.2 のカテゴリ-A,B,C,D に分類する。
- ② 次いでカテゴリ-A,B,C を反 Tレグ側にある要素タイプに拠って以下のように分類する。

- ・反レグ側がフリーあるいは伸縮継手類に繋がる場合 → サブカテゴリ-A₁,B₁,C₁
- ・反レグ側がエルボ,ベンドあるいはティ類に繋がる場合 → サブカテゴリ-A₂,B₂,C₂
- ・反レグ側がアンカに繋がる場合 → サブカテゴリ-A₃,B₃,C₃

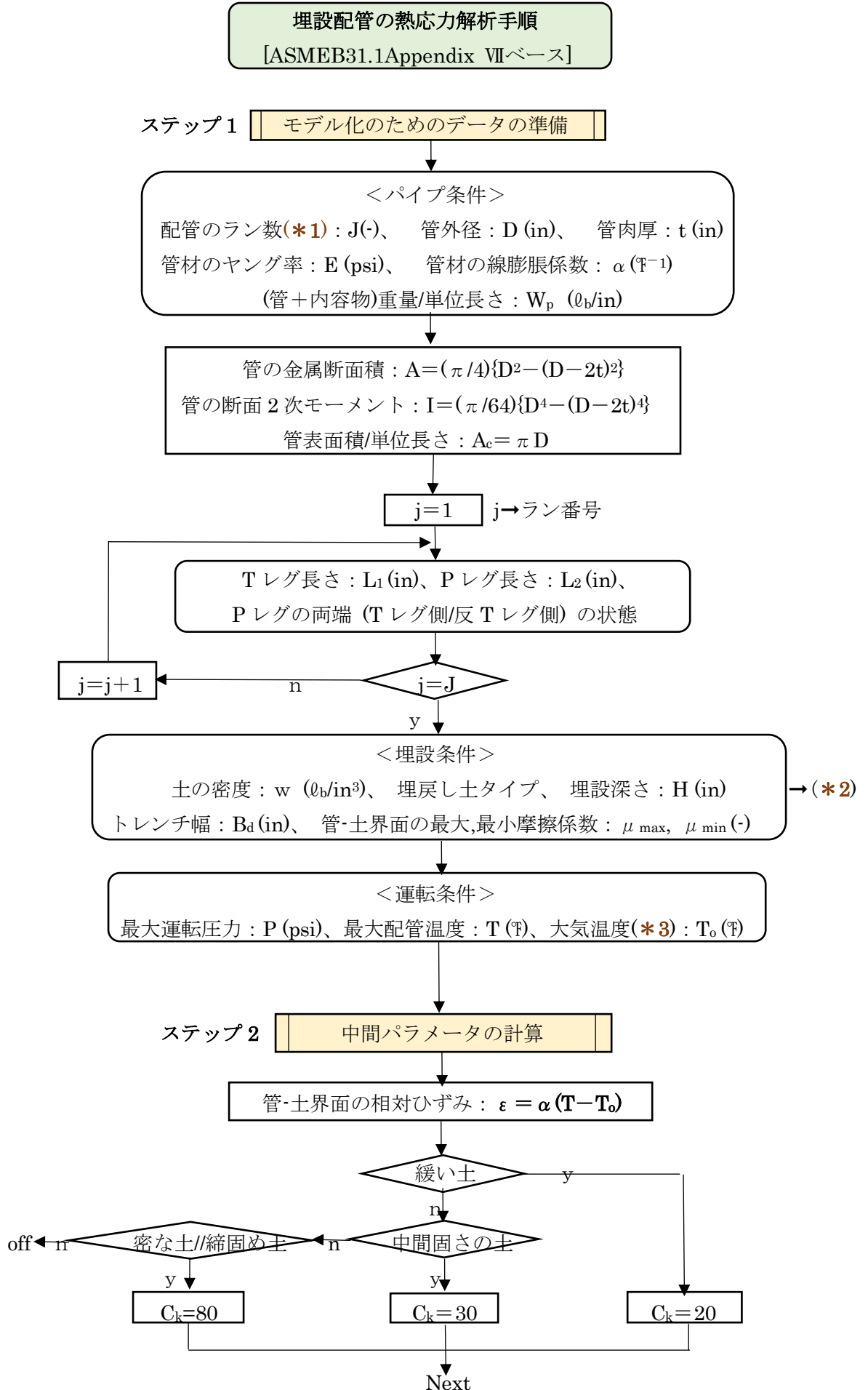
ステップ4では、カテゴリ分類に応じて各レグの長短を判定するとともにモデル用のパラメータ(影響長さ/滑り長さ)を算出する。更にステップ5では影響長さ区間の分割や要素バネ定数あるいは管の伸縮に伴う摩擦力を算出しモデル上のアンカー点を確認する。そしてステップ4,5の結果を用いて解析モデルを具体化する。なお滑り長さの算出法は Table VII-6.3 に要約されているので参照のこと。

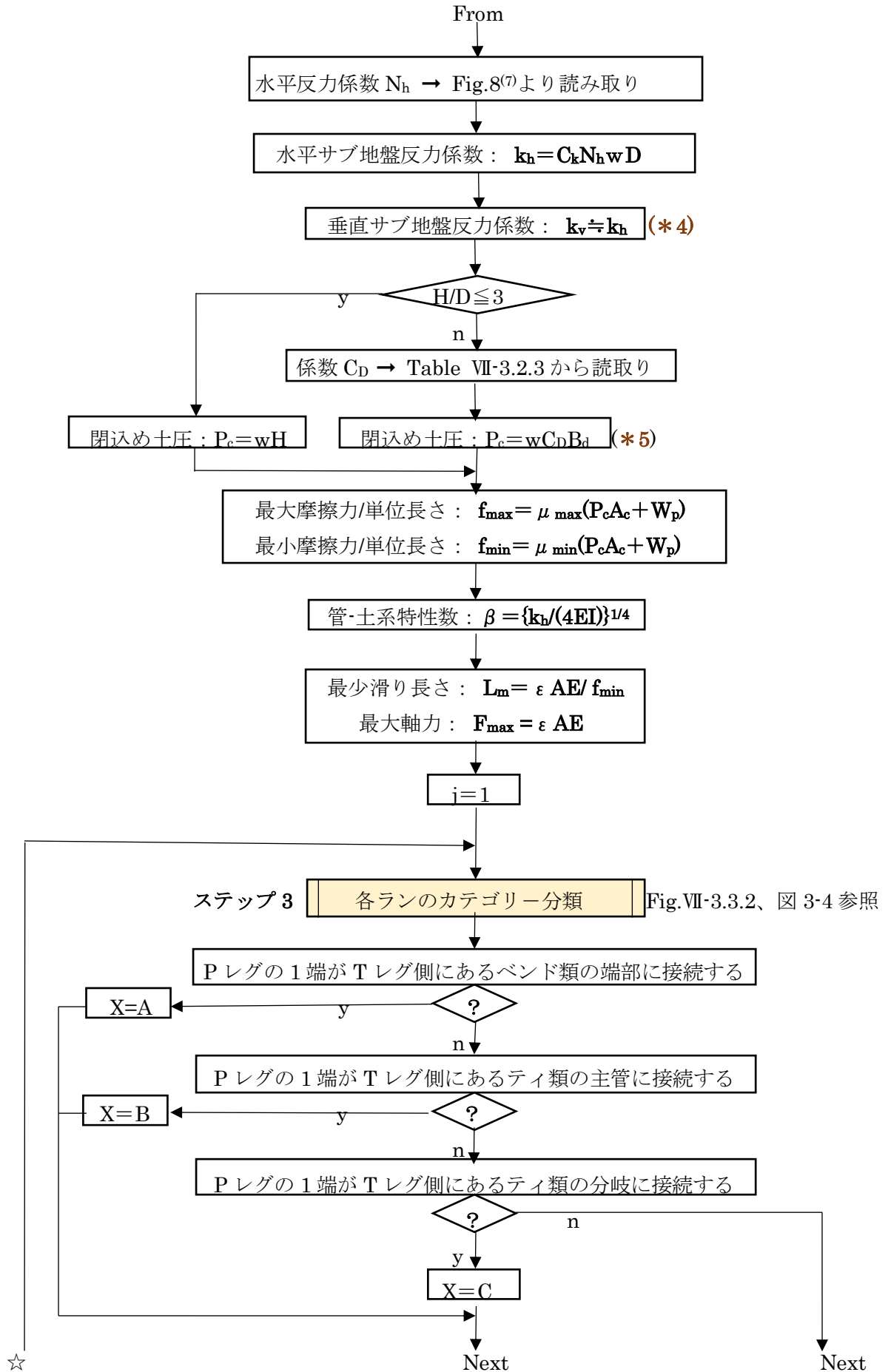
以上、ステップ1~5の手順を流れ図にしてチャート1に示す(ただチャートだけではわかりにくいと思う。次項のサンプル計算と照合して欲しい)。なおチャートは煩雑になるのを避けて全管路を通して同一サイズ/同一材質の鋼管とし、管路は同一平面に拡がり高低差がなく、同一の深さで埋設されているものとする。なお少々わかりにくい単位系は inch-pound (in-lb) とする。

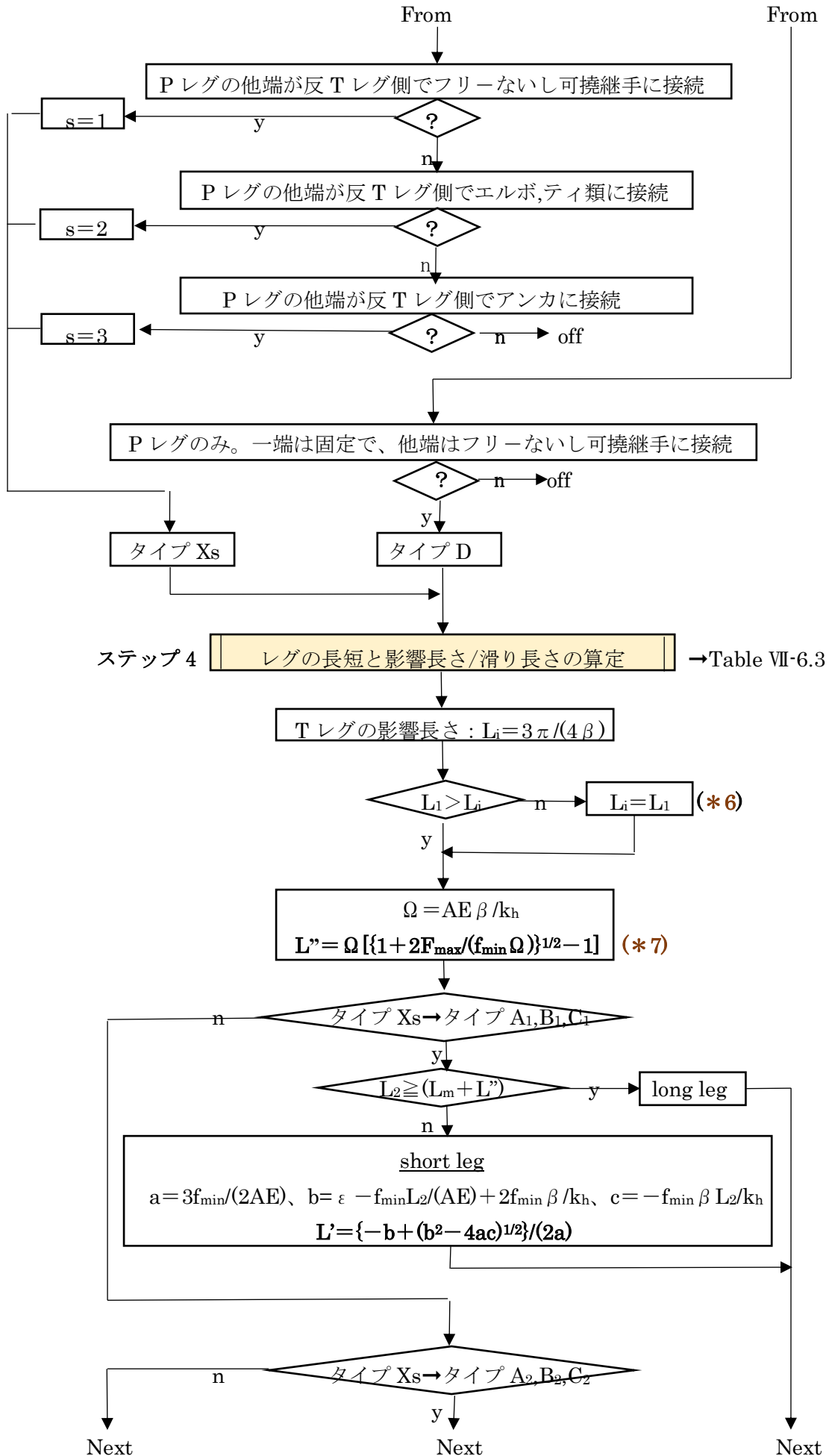
Fig. VII-3.3.2

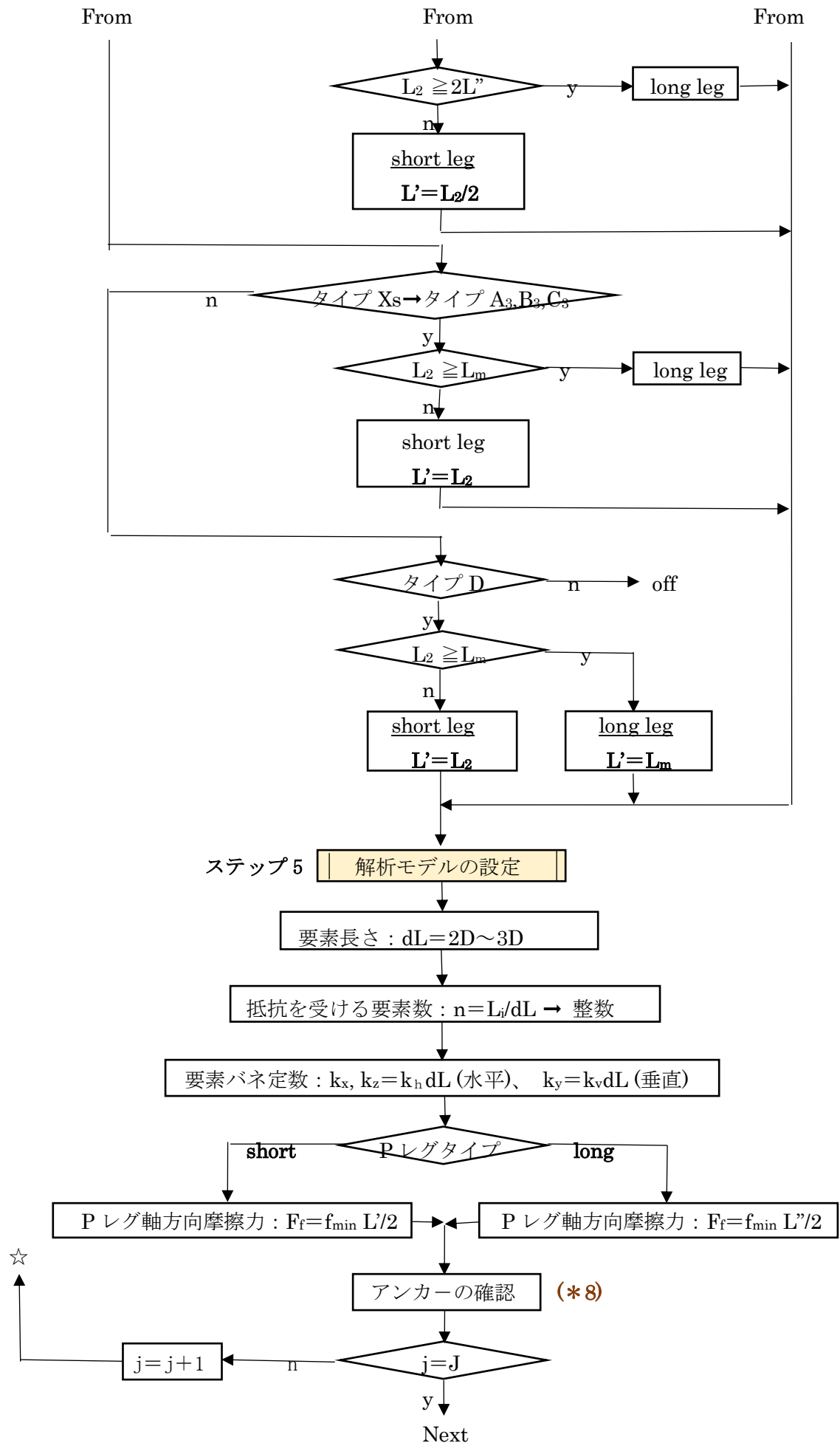


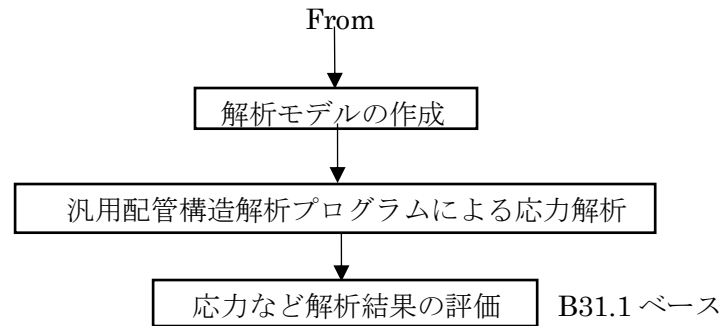
(注) 上図は Appendix VII のオリジナルを多少補足したもの









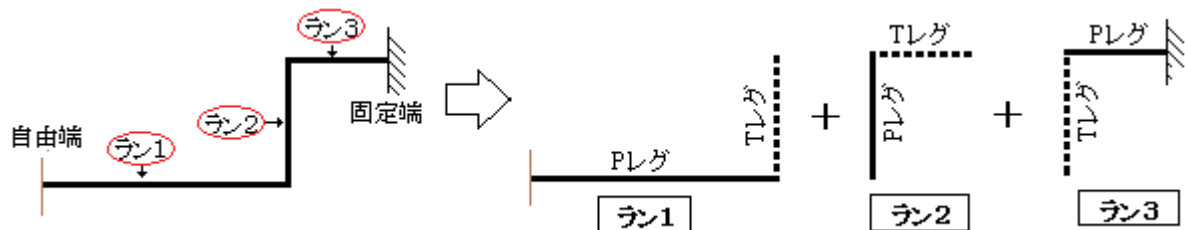


【 記号説明 】

P = 最大運転圧力(psi)、 T = 最大管温度($^{\circ}\text{F}$)、 T_0 = 大気温度($^{\circ}\text{F}$)、 j = ラン番号、 J = ラン総数(-)、
 D = 管外径(in)、 t = 管肉厚(in)、 A = 管の金属断面積(in²)、 A_e = 管表面積/単長(in²)、
 I = 管の断面 2 次モーメント(in⁴)、 L_1 = T レグの長さ(in)、 L_2 = P レグの長さ(in)、
 H = (地表～管中心)深さ(in)、 B_d = トレンチ幅($\leq D+24$ in)(in)、 ϵ = 管・土界面の相対ひずみ(-)
 L_m = 最小滑り長さ(in)、 L_i = 影響長さ(in)、 L' , L'' = 有効滑り長さ(in)、 dL = 要素長さ(in)
 E = 管材のヤング率(psi)、 α = 管材の線膨脹率(in/in/ $^{\circ}\text{F}$)、 W_p = (管+内容物)重量/単長(l_b /in)、
 n = 管の要素数(-)、 μ_{\max}, μ_{\min} = 管・土界面の最大,最小摩擦係数(-)、 w = 土の比重量(l_b /in³)、
 C_k = 水平土剛性の評価係数(-)、 N_h = 水平反力係数(-)、 k_h = 水平サブ地盤反力係数(psi)
 K_v = 垂直サブ地盤反力係数(psi)、 k_x, k_z = 水平要素バネ定数(l_b /in)、 k_y = 垂直要素バネ定数(l_b /in)
 C_D = 係数(-)、 P_c = 閉込め土圧(psi)、 f_{\max}, f_{\min} = 最大,最小摩擦力/単長(l_b /in)、 F_{\max} = 最大軸力(l_b)
 β = 管・土系の特性数(in⁻¹)、 Ω = 係数(in)、 F_f = P レグに沿った摩擦力(l_b)

【 注記－補足説明 】

- (*1) ここで云うラン(走り)は埋設配管を構成する要素で、配管はランの集まりになる。各ランは配管のストレート部分毎に割り当てられる(下図の例では3つのラン①②③になる)。ストレート部分を**長手レグ(Pレグ)**といい、その一端で方向転換する部分を**直交レグ(Tレグ)**という。ランの実質はPレグであって、Tレグは下図のように隣接するランのPレグとダブっているが多い。なおPレグの長さは L_2 、Tレグの長さは L_1 である。具体的にはサンプル計算参照。



- (*2) 土の密度(\rightarrow 比重量) w は湿潤密度を採った方が安全側と思われる。埋め戻し土のタイプはサブ地盤反力計算に必要で、loose / medium / dense or compacted の3つがある。また埋設深さ H は地表面から管中心位置までをいう。

- (*3) ここでは、大気温度 T_0 を埋設管据付け時の温度に比定している。安全側にはサイトにおける

最低気温をもって T_0 にするのがいいと思う。最低流体温度が最低気温を下回るときはこれを T_0 にすべき。

- (*4) 多くの埋設管は平面拡がりで高低が少なく熱膨張変形における垂直変位は有意でないので、ここでは $k_h \doteq k_v$ にしている。実際には k_v は k_h と同じではない。また上向きと下向きで異なっている。ASCE の埋設管設計ガイドライン⁽⁶⁾ を参照されたし。
- (*5) 閉込め土圧 P_c は管位置での平均土圧を云う。埋設深さ比 H/D が 3 を越えるような深い埋設管では、修正 Marston の式を用いる。なおトレンチ幅 B_d は $[D+24 \text{ in}]$ を上限にする。
- (*6) T レグの実際長さ L_1 が影響長さ L_i より少ない時について、Appendix ではふれていない。埋設配管ではエルボ返しのような狭隘なレイアウトは例外的なので、然りなのかも知れないが、ここでは一応、 L_i に L_1 を引き当てておく。
- (*7) エルボ前後の影響長さ L_i 内で変位が線形分布するとして求めている。4.(3)項を参照のこと。
- (*8) アンカには実体アンカと仮想アンカの 2 つがある。解析モデル上どう仮想アンカを扱うかは次節のサンプル計算を参考にすること。

TABLE VII-3.2.3
APPROXIMATE SAFE WORKING VALUES OF C_n
FOR USE IN MODIFIED MARSTON FORMULA

Ratio H/B_D	Damp Top Soil and Dry and Wet Sand	Saturated Top Soil	Damp Yellow Clay	Saturated Yellow Clay
0.5	0.46	0.47	0.47	0.48
1.0	0.85	0.86	0.88	0.90
1.5	1.18	1.21	1.25	1.27
2.0	1.47	1.51	1.56	1.62
2.5	1.70	1.77	1.83	1.91
3.0	1.90	1.99	2.08	2.19
3.5	2.08	2.18	2.28	2.43
4.0	2.22	2.35	2.47	2.65
4.5	2.34	2.49	2.53	2.85
5.0	2.45	2.61	2.19	3.02
5.5	2.54	2.72	2.90	3.18
6.0	2.61	2.91	3.01	3.32
6.5	2.68	2.89	3.11	3.44
7.0	2.73	2.95	3.19	3.55
7.5	2.78	3.01	3.27	3.65
8.0	2.82	3.06	3.53	3.74
9.0	2.88	3.14	3.44	3.89
10.0	2.92	3.20	3.52	4.01
11.0	2.95	3.25	3.59	4.11
12.0	2.97	3.28	3.63	4.19
13.0	2.99	3.31	3.67	4.25
14.0	3.00	3.33	3.70	4.30
15.0	3.01	3.34	3.72	4.34
∞	3.03	3.38	3.79	4.50

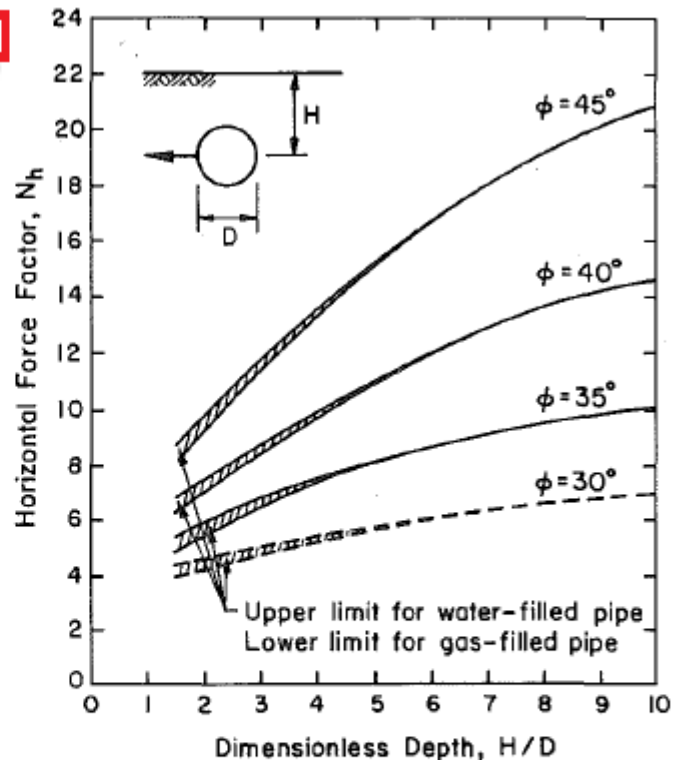


FIG. 8.—Plot of N_h versus H/D
for Pipeline Design

文献(7)から抜粋

TABLE VII-6.3
EQUATIONS FOR CALCULATING EFFECTIVE LENGTH L' OR L''

Element Category	Equations for L' or L''	
	Short P Leg (L')	Long P Leg (L'')
A1, B1, C1	If $L_2 < L_m + L''$, $L' = [-b + (b^2 - 4ac)^{1/2}]/2a$ (8) where $a = 3f/(2AE)$ $b = \epsilon - fL_2/(AE) + 2f\beta/k$ $c = -f\beta L_2/k$	If $L_2 \geq L_m + L''$, $L'' = \Omega[(1 + 2F_{\max}/f_{\min}\Omega)^{1/2} - 1]$ (7)
A2, B2, C2	If $L_2 < 2L''$, $L' = L_2/2$ (9)	If $L_2 \geq 2L''$, $L'' = \Omega[(1 + 2F_{\max}/f_{\min}\Omega)^{1/2} - 1]$ (7)
A3, B3, C3	If $L_2 < L''$, $L' = L_2$ (10)	If $L_2 \geq L''$, $L'' = \Omega[(1 + 2F_{\max}/f_{\min}\Omega)^{1/2} - 1]$ (7)
D	If $L_2 < L_m$, $L' = L_2$ (10)	If $L_2 \geq L_m$, $L'' = L_m = \epsilon AE/f$ (5)

3. サンプル計算⁽¹⁾

3.1 3つのランからなる埋設配管 (→Fig.VII-5.0)

(1) 計算条件：

- ① パイプ条件
- ・管材質 → SA-106 Gr.B
 - ・外径 $D=12.75\text{in}(324\text{mm})$ 、肉厚 $t=0.375\text{in}(9.6\text{mm})$
 - ・ラン 1 → $L_1=100\text{ ft}(30.5\text{m})$ 、 $L_2=400\text{ ft}(122\text{m})$
 - ・ラン 2 → $L_1=20\text{ ft}(6.1\text{m})$ 、 $L_2=100\text{ ft}(30.5\text{m})$
 - ・ラン 3 → $L_1=100\text{ ft}(30.5\text{m})$ 、 $L_2=20\text{ ft}(6.1\text{m})$
 - ・ヤング率 $E=27.9 \times 10^6\text{ psi}(19530\text{kg/mm}^2)$
 - ・慣性モーメント(断面 2 次モーメント) $I=279.3\text{ in}^4(1.1625 \times 10^8\text{mm}^4)$
 - ・金属断面積 $A=14.57\text{ in}^2$
 - ・線膨脹係数 $\alpha = 6.057 \times 10^{-6}\text{ in/in/}^\circ\text{F}$
- ② 埋設の条件
- ・土密度 $w = 130\text{ lb/ft}^3(2080\text{ kg/m}^3)$
 - ・埋設深さ $H = 12\text{ ft}(3.66\text{m})$
 - ・埋め戻し土 → dense sand
 - ・トレンチ幅 $B_d = 3\text{ ft}(0.915\text{m})$
 - ・摩擦係数 $\mu = 0.3 \sim 0.5$
 - ・水平土剛性係数 $C_k = 80$
- ③ 運転の条件
- ・内圧 $P = 100\text{ psig}(7\text{kg/cm}^2)$
 - ・管温度(T) = $140\text{ }^\circ\text{F}(60^\circ\text{C})$ 、大気温度 $T_o = 70\text{ }^\circ\text{F}(21^\circ\text{C})$
- ④ 配管形状 → 下図(Fig.VII-5.0)参照

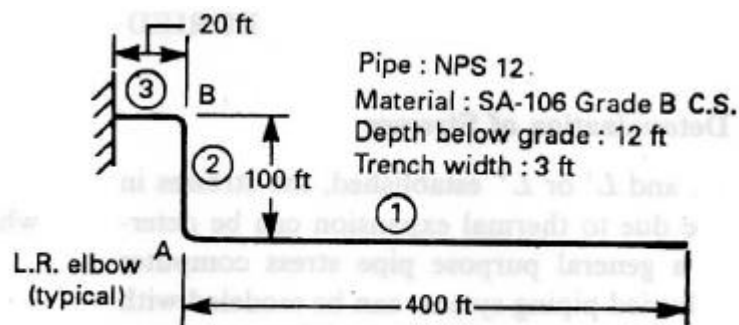


FIG. VII-5.0 PLAN OF EXAMPLE BURIED PIPE

(2) 中間パラメータの計算：

① パイプ・土界面の相対ひずみ： $\varepsilon = \alpha(T - T_o) = 6.057 \times 10^{-6} \times (140 - 70) = 0.000424$

② 水平サブ地盤反力係数： $k_h = C_k N_h w D = 80 \times 7.519 \times 0.0752 \times 12.75 = 577\text{ lb/in}^2$

$$C_k = 80(\text{固い土})、w = 130\text{ lb/ft}^3 = 0.0752\text{ lb/in}^3$$

$$N_h = 0.285H/D + 4.3 = 0.285 \times (12 \times 12) / 12.75 + 4.3 = 7.519$$

③ 単長当たりの摩擦力： $f = \mu (P_c A_c + W_p)$ 、

パイプは地下面下 3D 以上に埋設されているので $P_c = w C_D B_d$ を適用する。

ここで $H/B_d = 12\text{ft}/3\text{ft} = 4$ なので Table VII-3.2.3 より $C_D = 2.22$ であるから

$$P_c = w C_D B_d = 130 \times 2.22 \times 3 = 865.8 \text{ lb/ft}^2 = 6.01 \text{ psi}$$

従って、最大/最小の単位長さ当たり摩擦力は、

$$f_{\max} = 0.5(6.01 \times 40.05 + 8.21) = 124.5 \text{ lb/in}$$

$$f_{\min} = 0.3(6.01 \times 40.05 + 8.21) = 74.7 \text{ lb/in}$$

④ 管-土系特性数： $\beta = \{k_h/(4ED)\}^{1/4} = \{577/(4 \times 27.9 \times 10^6 \times 279.3)\}^{1/4} = 0.01166 \text{ in}^{-1}$

⑤ 最少滑り長さ： $L_m = \varepsilon AE / f_{\min} = 0.000424 \times 14.57 \times 27.9 \times 10^6 / 74.7 = 2307 \text{ in or } 192 \text{ ft}$

⑥ L_m 相当最大軸力： $F_{\max} = \varepsilon AE = 0.000424 \times 14.57 \times 27.9 \times 10^6 = 172357 \text{ lb}$

(3) ランの分類およびレグの長短と影響長さ/有効滑り長さ

① ラン 1 → T レグ側にエルボがあり反 T レグ側がフリーなのでカテゴリ-A₁に該当。まず

$$\text{影響長さ } L_i = 3\pi / (4\beta) = 3\pi / (4 \times 0.01166) = 202 \text{ in}$$

($L_1 = 12 \times 100 \text{ ft} = 1200 \text{ in}$) > ($L_i = 202 \text{ in}$)なので L_1 はロングで**影響長さは $L_i = 202 \text{ in}$** 。

次に L'' を求める。 $\Omega = AE \beta / k = 14.57 \times 27.9 \times 10^6 \times 0.01166 / 577 = 8214 \text{ in}$ なので

$$L'' = \Omega \{ [1 + 2F_{\max} / (f_{\min} \Omega)]^{1/2} - 1 \} = 8214 \{ [1 + 2 \times 172357 / (74.7 \times 8214)]^{1/2} - 1 \} = 2051 \text{ in}$$

よって ($L_2 = 400 \text{ ft} = 4800 \text{ in}$) > ($L_m + L'' = 2307 + 2051 = 4358 \text{ in}$) であるから

L_2 はロングで、**有効滑り長さは $L'' = 2051 \text{ in} (\sim 171\text{ft})$** である。

② ラン 2 → T レグ側、反 T レグ側にもエルボがあるのでカテゴリ-A₂に該当する。まず

($L_1 = 20 \text{ ft} = 240 \text{ in}$) > ($L_i = 202 \text{ in}$)なので、 L_1 はロングで**影響長さは $L_i = 202 \text{ in}$** 。

次に($L_2 = 100 \text{ ft} = 1200 \text{ in}$) < ($2L'' = 2 \times 2051 = 4102 \text{ in}$)なので L_2 はショートであって**有効滑り長さは $L' = L_2/2 = 1200/2 = 600 \text{ in}$** になる。

③ ラン 3 → T レグ側にエルボ、反 T レグ側にアンカがあるのでカテゴリ-A₃に該当する。まず

($L_1 = 100 \text{ ft} = 1200 \text{ in}$) > ($L_i = 202 \text{ in}$)なので、 L_1 はロングで**影響長さは $L_i = 202 \text{ in}$** 。

次に($L_2 = 20 \text{ ft} = 240 \text{ in}$) < ($L'' = 2051 \text{ in}$)なので L_2 はショートであって、**有効滑り長さは $L' = L_2 = 240 \text{ in}$** になる。

(4) 解析モデルの設定

① 要素長さ： (2~3)D 即ち 2.8D 位にとって $dL = 2.82 \times 12.75 = 36 \text{ in}$

② 要素数： エルボから $3\pi / (4\beta)$ 以内にある土が特にパイプの変形に対し反力を生じる。従って土抵抗を受ける区間の要素数は

$$n = Li / dL = 3\pi / (4\beta) / dL = 202/36 = 5.61 \rightarrow 6$$

- ③ 要素バネ定数： 水平方向) $k_x, k_z = k_h dL = 577 \times 36 = 20772 \text{ lb/in}$ 、
 垂直方向) $k_y = k_v dL = k_h dL = 577 \times 36 = 20772 \text{ lb/in}$
 要素バネはエルボ両側にある抵抗区間の各要素の中央に作用する。

- ④ P レグに沿って作用する摩擦力： $F_f = f L / 2$ または $F_f = f L'' / 2$
 ラン 1： P レグの仮想アンカからエルボ側への伸びに対抗して下記の摩擦力が作用する。
 $F_f = f_{\min} \times L'' / 2 = 74.7 \times 2051 / 2 = 76605 \text{ lb}$
 ラン 2： P レグ中点の仮想アンカから各端への伸びに対抗して下記の摩擦力が作用する。
 $F_f = f_{\min} \times L' / 2 = 74.7 \times 600 / 2 = 22410 \text{ lb}$
 ラン 3： P レグ端の実体アンカからエルボ側への伸びに対抗して
 $F_f = f_{\min} \times L' / 2 = 74.7 \times 240 / 2 = 8964 \text{ lb}$

- ⑤ アンカーの確認：
 ラン 1： T レグ側から $L''(2051\text{in})$ の位置と自由端から $L_m(2307\text{in})$ の位置に仮想アンカ
 (これらの仮想アンカは実体アンカと同じように扱う)。
 ラン 2： P レグの中点 ($L_2/2$) の位置に仮想アンカ (但し実体アンカで扱わない)。
 ラン 3： P レグの末端に実体アンカあり。
 ⑥ 解析モデル(図)の作成 → 下図 (Fig. VII-6.4.4)

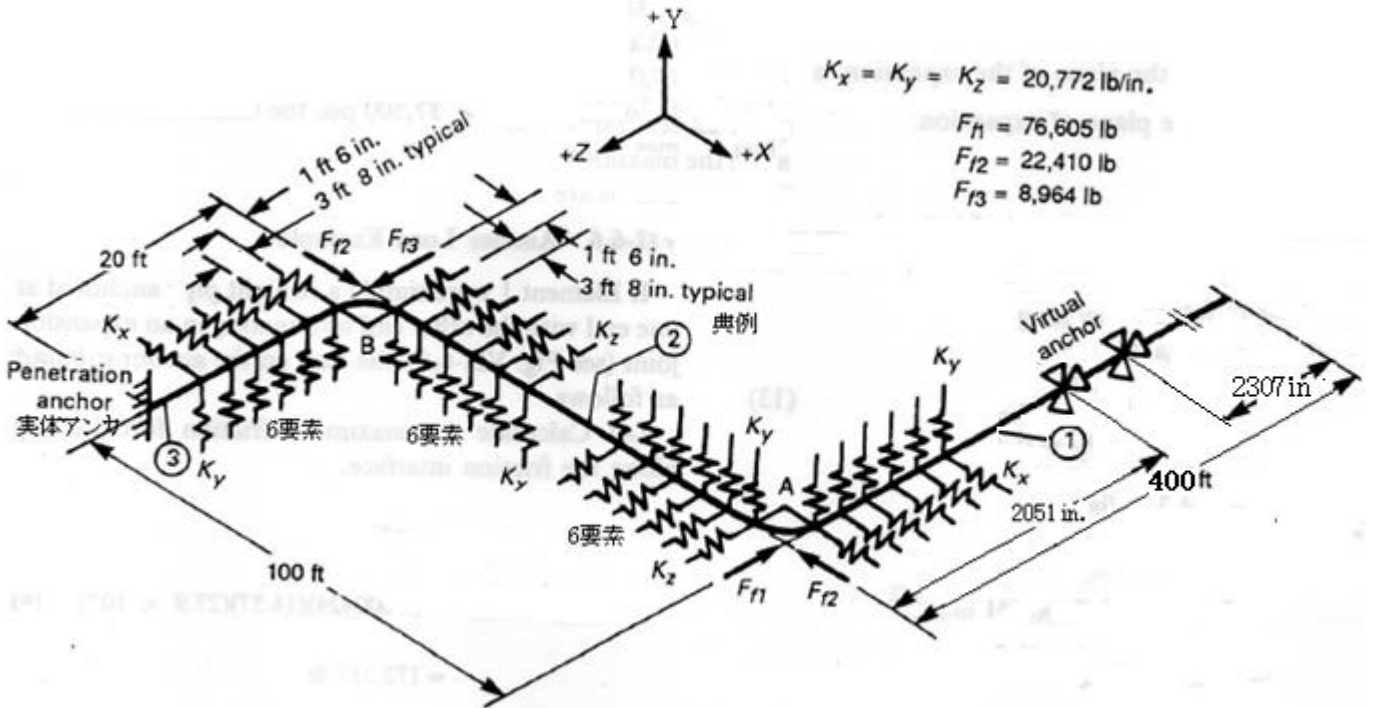


FIG. VII-6.4.4 COMPUTER MODEL OF EXAMPLE PIPE

(5) 補足事項

- ① ラン 1 の P レグは片側に自由端をもっている。この場合、T レグ(エルボ)側の端部に作用する内圧推力は、これに対抗する自由端側の内圧推力が零なので、配管全体をゆがめる傾向がある。これについて Appendix ではノーコメントになっているので、以下、補足しておく。

内圧推力による軸方向ひずみは、

$$\epsilon_p = \sigma_p / E = \{PD / (4t)\} / E = \{100 \times 12.75 / (4 \times 0.375)\} / 27.9 \times 10^6 = 3.05 \times 10^{-5}$$

熱膨張ひずみにこのひずみが加算されて、

$$\epsilon = 0.000424 + 0.0000305 = 0.000455$$

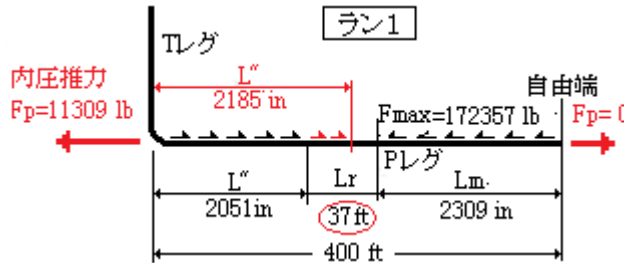
$$F_{max} = \epsilon AE = 0.000455 \times 14.57 \times 27.9 \times 10^6 = 184959 \text{ lb}$$

従って、有効滑り長さは、

$$L'' = \Omega \{ [1 + 2F_{max} / (f_{min} \Omega)]^{1/2} - 1 \} = 8214 \{ [1 + 2 \times 184959 / (74.7 \times 8214)]^{1/2} - 1 \} = 2185 \text{ in}$$

結果的に、(L₂ = 400 ft = 4800 in) > (L_m + L'' = 2307 + 2185 = 4492 in) であるから

L₂は内圧推力があってもロングであることには変わりなく、有効滑り長さL''も2051inから若干増えてはいるものの大きな変化はない。故に内圧推力の影響は殆ど無視できる。



- ② Appendix ではラン 1 の一端にあるエルボから L'' の位置に仮想アンカを表示しているが、実際は自由端から Lm の位置にも仮想アンカがある。そこでモデル図(Fig.VII-6.4.4)には 2 つの仮想アンカを表示した。この 2 つのアンカの間は実質、熱膨張が拘束されて、軸方向応力は

$$\sigma_a = E \alpha \Delta T = E \epsilon = 27.9 \times 10^6 \times 0.000424 = 11.83 \text{ ksi (81N/mm}^2\text{)}$$

になると考えられる。

(この応力値はかなり高い。炭素鋼の場合、常温で線膨張係数は $11 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ であるから 温度差 $70^\circ\text{F} \rightarrow 21^\circ\text{C}$ に対して $\epsilon = 11 \times 10^{-6} \times 21 = 0.00023$ になる。これは上記 0.000424 の半分ぐらいなので、応力も 43 N/mm^2 になる。Appendix の ϵ 値は ? である。温度差 140°F で計算されているような気がする。)

3.2 アンカ荷重モデル (→Fig.VII-6.0)

ストレートな P レグが一端で固定され、一端で伸縮継手で終わる場合はアンカ荷重が問題になる。ここでは、前 3.1 項と同じパイプ条件/運転条件としてアンカに作用する軸力を求めてみる。

- (1) 自由端方向の熱膨張に対抗して発生する摩擦力 F_fは、

$$F_f = F_{max} = \epsilon AE = 0.000424 \times 14.57 \times 27.9 \times 10^6 = 172357 \text{ lb}$$

- (2) アンカ越しに作用する内圧推力 S_pは

$$S_p = PA_s = P \times (\pi D_i^2 / 4) = 100 \times \pi \times 12^2 / 4 = 11309 \text{ lb} \quad (\text{但し } D_i = \text{管内径})$$

- (3) 伸縮継手内部摩擦力(摺動抵抗) F_j = 9000 lb (ベンダー情報)

- (4) アンカに作用する全軸力 F_a = F_f + F_j + S_p = 172357 + 9000 + 11309 = 192666 lb

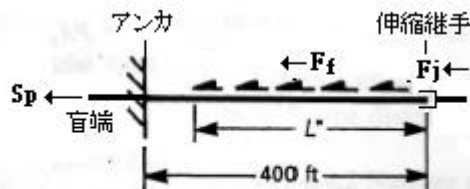
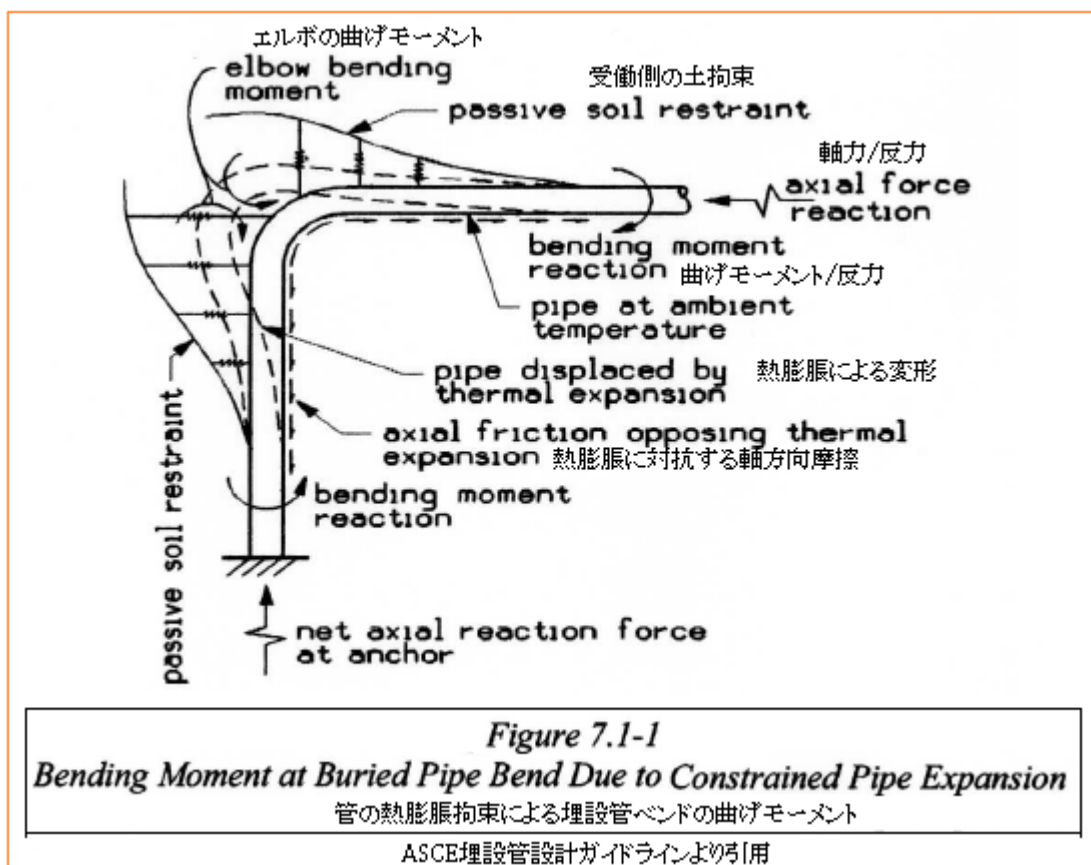


FIG. VII-6.6 EXAMPLE PLAN OF ELEMENT 1 AS A CATEGORY D ELEMENT

4. Appendix VIIの背景^{(2)~(7)}

(0) 基本的に埋設管は弾性床上の梁である。しかし実際の埋設管は2次元3次的で複雑な形状条件を持つとともに様々な荷重条件をもっており、一般的な弾性床上の梁理論ではとても扱いきれない。特に表面波の伝播が地盤ひずみとして埋設管に加わる地震荷重あるいは線膨脹によって埋設管が地盤を押しわける熱膨脹(収縮)荷重の場合は、管側あるいは地盤側の相対的な抵抗と相俟って特異な動きになると思われる。これらについては1970年頃からかなり議論されてきたようだ。細かい経緯はわからないが、1975~1980年当時はShah, Chu, Goodlingらの管-土の干渉モデルが支配的になりこれがB31.3のAppendixVIIのベースになったと思われる。現時点(2016年)からみれば30~40年を経過しているが、内容的に殆ど異同はなくAppendixVIIの当初の情報は今も有効(?)と思われる。

ここでは主にShah, Chu, Goodlingらの管-土干渉モデルに関する情報をもとにしてAppendixVIIの背景を説明する。



(1) 地下埋設配管の場合も地上配管と同様にエルボ/ティといった部分に高い局部応力が集中することには変わらない。ただ土抵抗と土摩擦の介在によって地上配管とは大分様相が異なっている。上図(Figure7.7-1)は熱膨脹によってエルボ部分に生じる変形の様子を示している。エルボのつながる走り(ラン)部分の先にアンカなどの強い拘束があると、ラン部分はエルボに向かって線膨脹してエルボは外向きに点線のように変形する。この場合、線膨脹の過程で管外表面に摩擦抵抗(摩擦力)が発生すると同時に管の外向き変形の過程で土抵抗(→地盤バネ力)が発生してエルボの自由な変形が拘束される。すなわち点線の変形はかなり萎縮したものになる。フランクな変形が萎縮することで曲がり区間のモーメント分布も異なってくる。

上図を多少モデル化して表わすと図3-1ようになる。便宜上エルボを剛で扱えばエルボと直管接合部でモーメント・フォース P,Q,M の伝達が起こるが、せん断力 P、軸力 Q、および

モーメント M とも、熱膨張変位 → 摩擦力と地盤バネ力 → 管の変形能から決まる。熱膨張変位と管の変形能は配管側、摩擦力と地盤バネ力は地盤側であってこの両者の釣り合いからモーメント・フォース P, Q, M が得られ更にエルボの応力が得られる。

B31.3 Appendix VIIは、地上配管で使用される線形構造解析プログラムを用いて解析することを前提としているので、図 3-2 のようなイメージで P, Q, M の源泉として

① 地盤側のバネ力 S → 外部拘束力、② 地盤側の摩擦力 F → 外力、を与えればよい。次項と次々項で少し詳しく、地盤側のバネ反力 S と摩擦力 F を説明する。

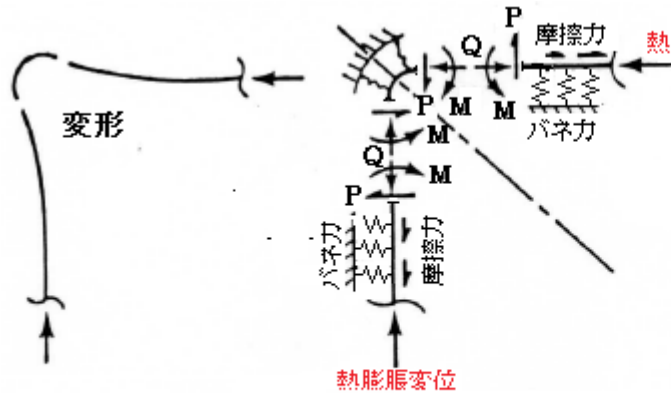


図 3-1 曲がり区間の変形とモーメント・フォース分布 (文献(5)より引用)

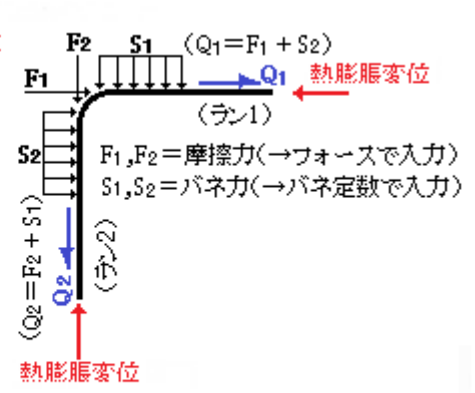


図 3-2 解析モデル入力データ

(2) 地盤側のバネ反力について。弾性床上の梁理論によれば半無限長の梁の縁に集中荷重が作用する時

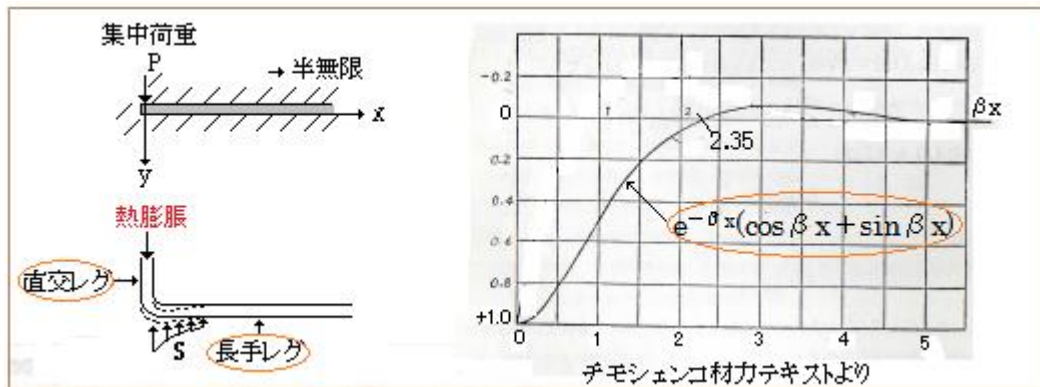
$$EI d^4y/dx^4 + ky = 0 \rightarrow d^4y/dx^4 + 4\beta^4 y = 0, \text{ 但し } \beta = [k/(4EI)]^{1/4}$$

を解いて次の任意位置 x における撓み y の式が得られる。

$$y = (P\beta/k)e^{-\beta x}(\cos \beta x + \sin \beta x)$$

撓み y は荷重作用点 $x=0$ で最大で、作用点から遠ざかるにつれて減衰する。撓みが零になる位置は

$$y=0 \rightarrow \cos \beta x + \sin \beta x = 0 \rightarrow \tan \beta x = -1 \rightarrow x = 3\pi/(4\beta)$$



長い梁の端部に集中荷重が負荷されるパターンは、エルボ(ティ)を介して互いに直交する2つの直管(直交レグ/長手レグ)において直交レグの熱膨張によって長手レグが押し込まれるパターン、あるいは長手レグの熱膨張によって直交レグが押し込まれるパターンにほぼ同じである。従って、エルボ/ティに繋がるレグ区間 $[0 \sim 3\pi/(4\beta)]$ で、直交するレグ側の熱膨張によって 次の地盤バネ力 S が発生することになる。

$$S = \int ky dx \quad [\text{但し積分区間 } 0 \leq x \leq 3\pi/(4\beta)]$$

ここで k = 単位管長当たりのバネ定数(例えば kg/cm^2)、 y = 位置 x での撓み、 x = 長手位置エルボ(ティ)からの直管長 $L' \rightarrow 3\pi/(4\beta)$ は地盤バネが有効な区間であるから Appendix VII では

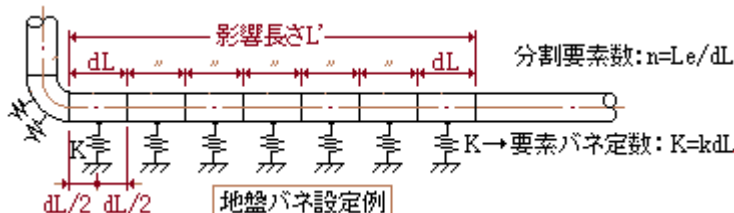
これを**影響長さ**と呼んでいる。

FEM 即ち線形構造解析プログラムを使用する場合は下図のように影響長さ区間を単位要素 dL に分割して個々にバネ定数($k dL$)を定義する。要素ごとに撓み量 y_i は異なるが、バネ力(せん断力)は

$$S = n \cdot k \cdot dL \cdot y_i = n K y_i \quad (\text{但し } n = \text{分割要素数、} K = \text{要素バネ定数})$$

でプログラム処理されることになる。 y_i はプログラム計算から決まる。従って解析モデルでは**分割要素数 n 、分割要素長さ dL 及び単位バネ定数 k** を定義すればよい。Appendix VIIでは dL について $(2 \sim 3)x$ 管径を推奨している。また k については文献(7)の結果から計算式を定義している。

なお、エルボ躯体にも地盤バネが作用するので Appendix VIIでは単位バネ定数を与えることを勧めている(エルボを分割して個々にバネ定数を与えるのは可能と思われる)。



[影響長さは見込み的なものとみていいと思う。影響長さ以上に、すなわち $[n \cdot dL > L]$ に地盤バネ付加区間をとってもよい。ただ影響長さを越えると各要素のバネ力が零近くにダウンして殆ど結果に影響しないということになる。]

(3) **地盤側の摩擦力**について。Appendix VIIでは管-土界面の単位摩擦力 f は次式で与えられる。

$$f = \mu (P_c A_c + W_p)$$

ここで P_c = 閉込め土圧、 A_c = パイプ投影面積/単位長さ、 W_p = 管重量/単位長さ、 μ = 摩擦係数

閉込め土圧 P_c は、埋設管中心深さ H が浅いとき ($\leq 3D$) は垂直土圧式で、深い時 ($> 3D$) は修正 Marston 式で与えられる。この単位摩擦力の式は ASCE の埋設管設計ガイドラインの軸方向地盤バネの式に類似するが、管の重量 W_p が加算されているのでそれよりも少し高めになっていると思われる。

この単位摩擦力は管が土中を滑って停止するまでに有効で、トータルの摩擦力 F_f は、この[単位摩擦力]に[管が熱膨張によって滑る区間の長さ]を乗じたものということになる。この場合、レグが何ミリ動いたということは問題でない。動かか動かないかで摩擦力の存否が決まる。

更に熱膨張による直交/長手のレグの移動に際して、もし熱膨張による押出し力が管外表面に分布する単位摩擦力の累積量よりも大きい間はレグ(管)は摩擦力で拘束されながらも移動するが、押出し力(熱ひずみ量相当)が累積摩擦力を下回ると移動停止に至る。このレグと摩擦力の関係にはレグ端の拘束条件によって幾つかのパターンがある。**図 3-3** にその基本的なパターンを示す。この図は管の軸力を縦軸にとってそれがレグ軸に沿ってどう変化するかを示している。

まず両端自由(フリー)の(a)(b)について。この場合、レグは自由端に向かって膨張し移動するから自由端からレグ中央に向かって単位摩擦力による軸力が分布する。この軸力は端に始まる摩擦力の累積であるから、(a)のように 両端で零、中央で最大 $f L'$ になる。然るにレグ長さ L が十分あると軸力の最大値 $f L'$ が、次の熱膨張による押出し力 F_t と釣り合っレグの動きが停止する。

$$F_t = \varepsilon AE = E \alpha \Delta T A$$

ここで ε = 管-土界面の Max 相対ひずみ(= $\alpha \Delta T$)、 α = 管の線膨張率、
 ΔT = 管の温度上昇量、 A = 管の金属断面積

fL が F_t に至ったときの L を、 L_m とすると

$$L_m = F_t / f = \varepsilon AE / f = E \alpha \Delta T A / f$$

L_m は限界の滑り長さともいえる。またこの場合の F_t は

$$\text{最大軸力} : F_m = f L_m = \varepsilon AE$$

になる。両端から L_m を越えると、 $x = L_m$ における累積摩擦力和押し出し力が釣り合い滑らなくなる(綱引きを想像すればよい)。この様子を(b)に示す。

次に一端自由-他端固定の(c)(d)について。この場合熱膨張は固定端から自由端に向かうので自由端で零、固定端で最大 fL になる。然るにレグ長さ L が十分あると、 L' が L_m に至った時滑りが停止して L_m 位置から固定端までは滑らなくなる。

次に一端直交レグ-他端自由の(e)(f)について。一端が直交レグ(エルボ/バンド/ティ/分岐管など)になっていると、熱膨張は地盤バネで拘束されて(e)のように長手レグ(Pレグ)の両端の伸びが違ってくる。即ち摩擦力の山(A点)は直交レグ(Tレグ)側に偏り $L_1' < L_2'$ になり A 点では $S + fL_1' = fL_2'$ となって釣り合っている。一方、Pレグ長さ L が十分に長いと、自由端側から成長した累積摩擦力が $F_m (= fL_m)$ に至る位置と、直交レグ側から成長した fL'' と S の和が F_m に到達する位置がずれて(f)のような状態になる。

図3-3 摩擦力分布パターン

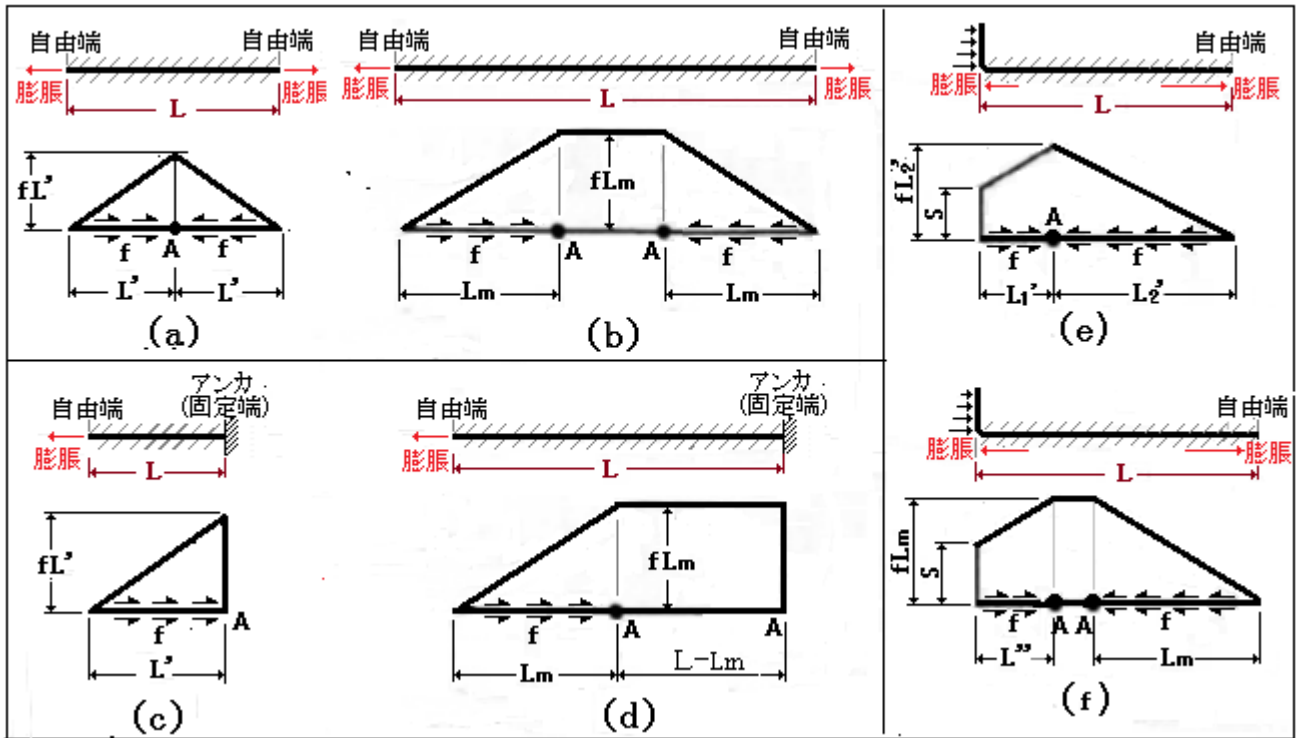


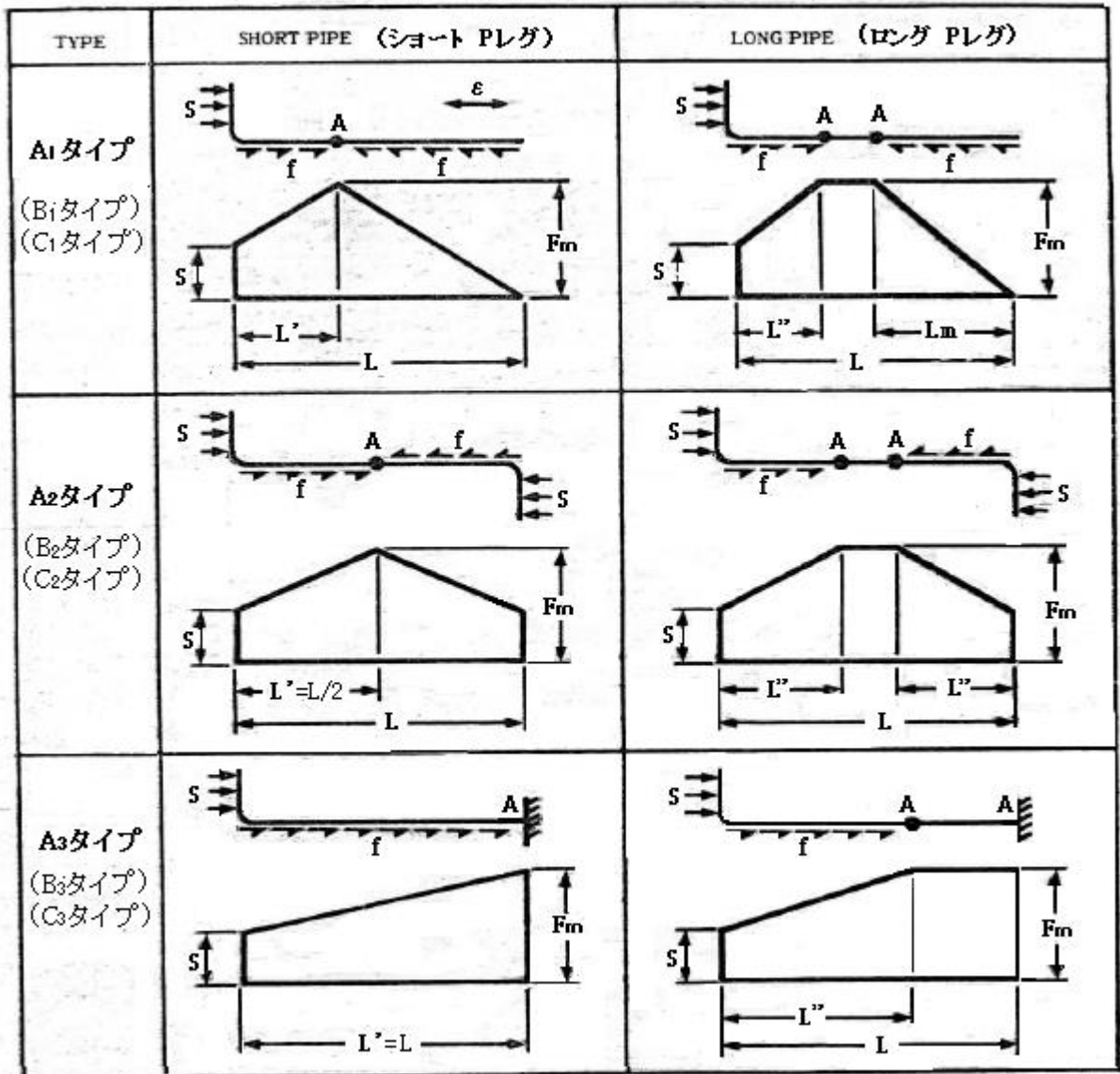
図 3-3 のパターン図で最も注目すべきは、横走りの長手レグには長短(ロング/ショート)の違いがあり、各滑り長さは最大滑り長さ L_m を越えることはないことである。 L が L_m を越えないとき即ち長手レグ(Pレグ)がショートの場合は有効滑り長さは $L' (< L_m)$ である。然るに長手レグがロングのときは有効滑り長さ L'' は L_m であるか、 $S + fL'' = F_m = fL_m \rightarrow L'' = (fL_m - S) / f$ である。線形構造解析を用いる場合、解析モデルでは累積摩擦力を外力として入力する必要があるのでこれらの事実

は重要である。従って、予め長手レグがロングであるかショートであるか判別しなければならない。

更に図 3-3 のパターン図で注目すべきはポイント A である。A は熱移動が全く停止する位置である。そこで実際のアンカ以外であってレグの途中にあるポイント A を Appendix VII では**仮想アンカ**と呼んでいる。Appendix では明確には指示されていないが、解析モデルとしては安全側にすべての仮想アンカを 6 成分拘束点として扱うべきと思う。ただショートレグで影響長さ内に A がある場合、過剰拘束になる恐れがある。そのときはポイント A に軸方向ストッパを入力すればいいと思われる。

以上は図 3-3 の基本パターンに基づいて説明したが、実際の管路は (a)~(d) のような単純なランは少なく、(e)や(f)あるいはこの拡張形 [直交レグ(Tレグ)+長手レグ(Pレグ)+直交レグ(Tレグ)]が大半である。Appendix VII は、 $A_1, A_2, A_3 / B_1, B_2, B_3 / C_1, C_2, C_3$ の 9 タイプを挙げている。ただ実質的には下図のように 3 つのタイプに集約される。

図3-4 Appendix VII のレグ外力パターン



(注) 本図は文献(2)のTable1を引用している。

以上のパターンの内容は、図 3-3 の基本パターンに従うものなので、説明は割愛する。図 3-4 において重要なのは各滑り長さ L, L' である。 L, L' によって**仮想アンカ A の位置と累積摩擦力 $F_f (=fL, fL')$** が決まるからである。 L, L' については Table VII-6.3 にまとめられている。この Table では

長手レグ(→Pレグ)がロングであるかショートであるかを、次の滑り長さ L”を用いて判定している。

$$L'' = \Omega \left[\{1 + 2F_{\max}/(f_{\min}\Omega)\}^{1/2} - 1 \right]$$

この式は次の3つの式^②を連立して得られたものと思われる。

$$\text{軸力関係： } S + fL'' = F_{\max} \quad \text{-----(a)}$$

$$\text{地盤バネ力： } S = k(\Delta/2)L_i \quad \text{-----(b)}$$

$$\text{軸ひずみ： } \Delta = \varepsilon L'' - SL''/(AE) - fL''^2/(2AE) \quad \text{-----(c)}$$

すなわち、(b)式の L_i を影響長さ 3π/(4β) として、

$$S = k(\Delta/2)L_i = k(\Delta/2)\{3\pi/(4\beta)\} = 1.18k\Delta/\beta \doteq k\Delta/\beta$$

これに(c)式を代入して整理すると、

$$S = \{1/(\Omega + L'')\}(F_{\max}L'' - fL''^2/2)$$

これを(a)式に代入して次の L”の2次方程式が得られる。

$$fL'' + 2f\Omega L'' - 2F_{\max}\Omega = 0$$

$$\therefore L'' = -2f\Omega + (4f^2\Omega^2 + 8fF_{\max}\Omega)^{1/2}/(2f) = \Omega \left[\{1 + 2F_{\max}/(f\Omega)\}^{1/2} - 1 \right]$$

f として f_{min} を規準にとれば 上記の L” = Ω [{1 + 2F_{max}/(f_{min}Ω) }^{1/2} - 1] が得られる。

なお累積摩擦力は 0~fL' あるいは 0~fL” で線形変化する。解析モデルではこの平均値をとって

$$F_f = (1/2)f_{\min}L' \quad \text{または} \quad F_f = (1/2)f_{\min}L''$$

をレグ端に入力する。

- (4) 以上、線形構造解析の解析モデルを作る上で必要な地盤側のバネ力及び摩擦力およびその関連についてその基本的な考えと典型的な例を説明した。Appendix VII では熱膨脹解析に関連してさらに
フレキシブルカップリング & 建屋貫通
に言及しているので、これらについて多少触れておく。

まず、フレキシブルカップリングについて。溶接や剛体継手によって構造的に連続した埋設配管では長手レグ(Pレグ)の熱膨脹によって直交レグ(Tレグ)に大きな地盤抵抗(バネ反力)がでて、Pレグの軸力が高くなり、その結果、エルボ/ティなどの曲げ応力/ひずみがかかなり高くなることがある。この場合、Pレグの中途にフレキシブルカップリング(摺動継手)やカバーパイプ付きのベローズ継手を用いるとエルボ/ティの応力を減じることができる。このような設計では、

①伸縮吸収量には十分な余裕をとる、②カップリング自身の剛性/摩擦抵抗を考慮する
をとる必要がある。①の場合、伸縮吸収量は

$$\delta = \varepsilon L_a - fL_a^2/(2AE) + \varepsilon L_b - fL_b^2/(2AE) \quad \text{但し } L_a, L_b = \text{カップリング前後の有効滑り長さ}$$

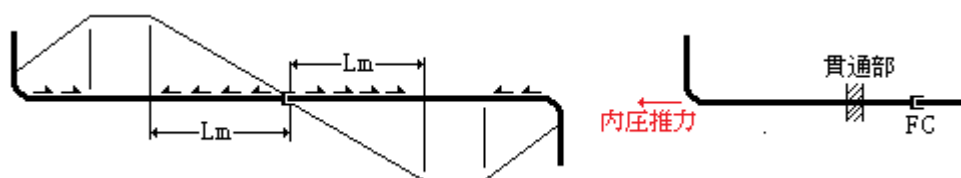
安全側をとって L_a, L_b → 最小滑り長さ L_m とすると

$$\delta = 2\{ \varepsilon L_m - fL_m^2/(2AE) \}$$

通常の δ 値は 12~25mm 程度、パイプ端のギャップはこの 2 倍ぐらいで設計されている。

なおフレキシブルカップリングやベローズ継手は解析モデルでは自由端(端)として扱い、モデルとしては分離してもよい。ただ Tレグ側に内圧推力が作用するので、その効果を熱膨脹効果にオンする必要がある(3.2のサンプル計算参照)。またカップリングの摺動抵抗やベローズの剛性(ばね反力)あるいはその表面摩擦力も考慮する必要がある。

(内圧推力が重なって加わるのでその分の伸縮を考慮する必要があるが、実際には推力止めのスラストブロックを設けて設計をシンプルにすることが多いのでは…。)



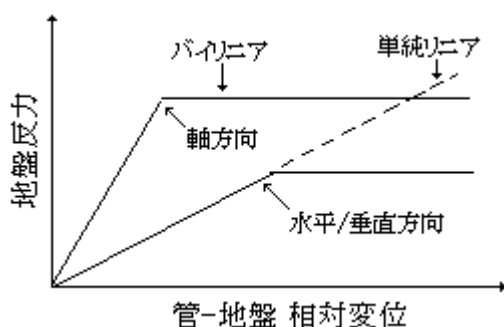
建屋貫通部について。建屋/防液堤などを貫通する部分は外部と絶縁するためアンカ(完全拘束)にすることが多い。その場合、地震による地盤ひずみや熱膨張に対する反力を求め、貫通構造の設計データにする必要がある。貫通部の前後にフレキシブルカップリングを設けるときは、内圧推力が加わるので注意する必要がある。貫通部をアンカにしないでフリーにすることもありますが、そのときは配管-貫通孔の干渉や建屋内配管の支持拘束に注意する必要がある。

<あとがき>

多年気がかりだった AppendixVIIの内容を詳しく読んでまとめてみたが、初期に抱いた疑問「この Appendix が市販の配管解析プログラムの埋設管解析機能と どう繋がりどう違うのか」については依然クリアできなかった。ただ、漠然と以下のような感想を持ったので記しておく。

市販プログラムは軸方向も含めて各方向の地盤バネをバイリニア、即ち 2 種類のバネの組合せで処理しており、Appendix は 1 種類の線形バネによる処理を想定しているような気がする(温度差?)。単純な線形バネを用いる限り、軸方向の摩擦力を外部バネでは取り扱えず、あえて外力で扱おうとしたのではないかと。実際、摩擦による地盤バネ定数の勾配は急峻でわずかな移動の後にある反力に達した後で、その反力を維持したままどっと滑り出す。この飽和した反力が外力 $(1/2)fl'$, $(1/2)fl''$ ではないかと思う。水平方向/垂直方向の地盤バネ定数にもこのバイリニア性はあるが、バネ定数の勾配はかなり緩やかで、ひとつの線形バネで十分処理できる。結局、AppendixVIIのモデリングは市販の配管解析プログラムのそれとは余り繋がらないのではないかと。

AppendixVIIのモデリングは小規模な管移動や地盤変形には有効と思われる。しかし大きな地震変位や地盤沈下には水平方向/垂直方向の外力が飽和点を越えるので注意を要する。



引用文献)

- (1) ASME B31.1 Power Piping – Appendix VII Procedures for the design of restrained Under-ground piping
- (2) 「Flexibility Analysis of Buried Pipe」 E.C.Goodling JR [ASME Paper 78-PVP-82(1978)]
- (3) 「More on Flexibility Analysis of Buried Pipe」 E.C.Goodling JR [ASME Paper 80-C2/PVP-67]
- (4) 「Seismic Analysis of Underground Structural Elements」 Shah,H.H and Chu,S.L
(Journal of the Power Division, Proceedings of ASCE Vol.100 1974)
- (5) 「Thermal Expansion of Underground Piping」 T.K.Tung and G.C.K.Yeh
- (6) Guidelines for the Design of Buried Steel Pipe (July 2001with Addenda Feb. 2005)
Appendix B Soil Spring Representation
- (7) 「Lateral Force-displacement Response of Buried Pipes」 Trautmann C.H and O'Rourke T.D
(Journal of Geotechnical Engineering ASCE Vol 111)