

【整番 SE-18-TM-011】	【標題】 サドルサポートにおける当板(ウェアプレート)の効果
分類：構造(限界荷重)／種別：技術メモ	作成年月：R02.01 改訂：Ver.0.0(R02.01) 作成者：N. Miyamoto

全 16 枚

サドルで支持された水平横置容器では、サドル両端と接する胴部分いわゆるサドルホーン部に集中的にシェール曲げが加わって円周方向応力のピークが発生する。これを緩和するためサドルー容器胴の界面の当板(ウェアプレート)を少し展延してサドルホーン部を覆うようにしている。この構造はサドル強度規格にも採られて緩和応力もカウントできるようになっているが、エンジニアリング的な概算の域をでない。そのためシビアな設計現場では FEM 解析が要求されることもあるという。その場合、当板の展延構造は単純なので一定の傾向が存在するはずで、もしその傾向がパラメータ的に把握されていれば時間をかけて FEM を行う必要はない。その点で下記の文献は当板効果について必要な情報を提供していると思う。

“Effectiveness of Wear Plate at the Saddle Support” by Ong Lin Seng
Journal of Pressure Vessel Technology Feb.1992

この文献は典型的なサドルサポート構造について当板の効果を応力減少係数という形で評価している。接触論が含まれ難解になるが、設計的な議論の場では有効な情報になると思われるので、その内容を紹介しておきたい(なお接触論は別途議論したい)。

(記述等に疑義があれば、どうか原文を照合願います。)

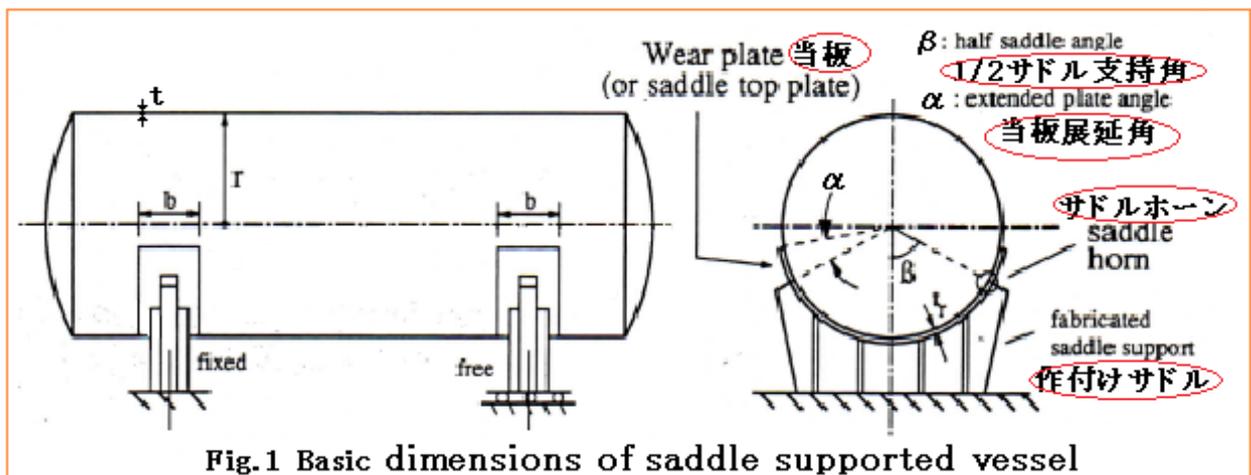


Fig.1 Basic dimensions of saddle supported vessel

【記号定義】

- b=サドルサポート幅、r=円筒の平均半径、t=シェール厚さ、 t_r =ウェアプレート厚さ
- α =サドルホーン位置からのウェアプレート(あるいはサドルトッププレート)の展延角度
- [C]=局部系～全体系の変換マトリックス、[E]=2つの接触体の初期ギャップベクトル
- [F]=接触ゾーンの撓み性マトリックス、[G]=2つの接触体の最終ギャップベクトル
- [P]=未知の界面反力、[R]=接触ノードの剛性転換、[S]=サドルサポートの相当力ベクトル
- [F_s]=サポート上の接触ノードに伴う撓み性マトリックス
- [F_v]=容器の接触ノードに伴う撓み性マトリックス、[W_d]=界面接触反力による変位
- [W_e]=容器上の外部荷重に由る変位、[W_s]=接触反力によるサポートの変位
- [W_v]=接触反力による容器の変位、[Δ]=サポートの剛体変位

1. はじめに

サドルサポートは水平円筒容器やパイプラインに最もよく用いられるサポートタイプである(**Fig.1**)。サドルサポートは容器外周を 120° あるいは 150° の範囲で支持する。このクラスの容器に関連する大きな課題の一つにシェル-サドル接続部分で相互に係わるサポート構造がある。このサポート状態はある意味で半無限弾性体に作用する剛体のそれに似ている。その結果、高い集中力がサドルサポートの縁に集まり高い局部応力が誘起される(***0**)。その最大の応力はサドルの最も高い位置いわゆるサドルホーンで起きる外周応力である。サドルホーンにおける高い局部応力を低減するには、通常2つの方法がある。一つの方法はサドルホーン域でサドルがかなりフレキシブルになるよう設計することである。即ち容器壁に働くサドルの締め付け効果を低減することである(***1**)。もう一つの方法はサドルホーンの上方にサドルトッププレートを展開するか、その代替としてサドルトッププレートと容器シェルの間に溶接タイプないしルーズタイプのウェアプレート(当て板)を組み入れることでサポート位置の容器を補強してサドルサポートと容器の間の接触面積を拡げることである(***2**)。

ASME BPVC は、サドルサポートの詳細設計規定も、サドル支持円筒圧力容器に生じる種々の応力に対する計算公式も与えていない。このコードは単に全てのサポート容器の温度変化あるいは内圧による変形による過剰な局部応力を防止するように設計すべきとしている。そのコードは2,3の参考文献をリストアップしており、その中に設計者はサドルサポートの設計について付加的なガイダンスを見出すことができる。そのガイダンスの中で Zick⁽³⁾はウェアプレートがサドル先端から $0.1r(0.1x$ シェル半径)または 5.73° 以上で、ウェアプレートの最小幅が $(b+10t)$ 即ち(サドル幅+10x シェル厚さ)のとき、サドル先端のシェル側応力は、垂直応力式に対し t を $(t+t_r)$ に置き換え、曲げ応力式に対し t^2 を $(t^2+t_r^2)$ に置き換えることで得られる(なお t_r =ウェアプレートの厚さ)としている(***3**)。しかし今日に至るまでまだウェアプレートの設計は過去の手法と経験に基づいており、**理論的解析は殆ど行われていない**。

この論文はこの問題について理論を与えウェアプレートの最適寸法の提案を試みるものである。

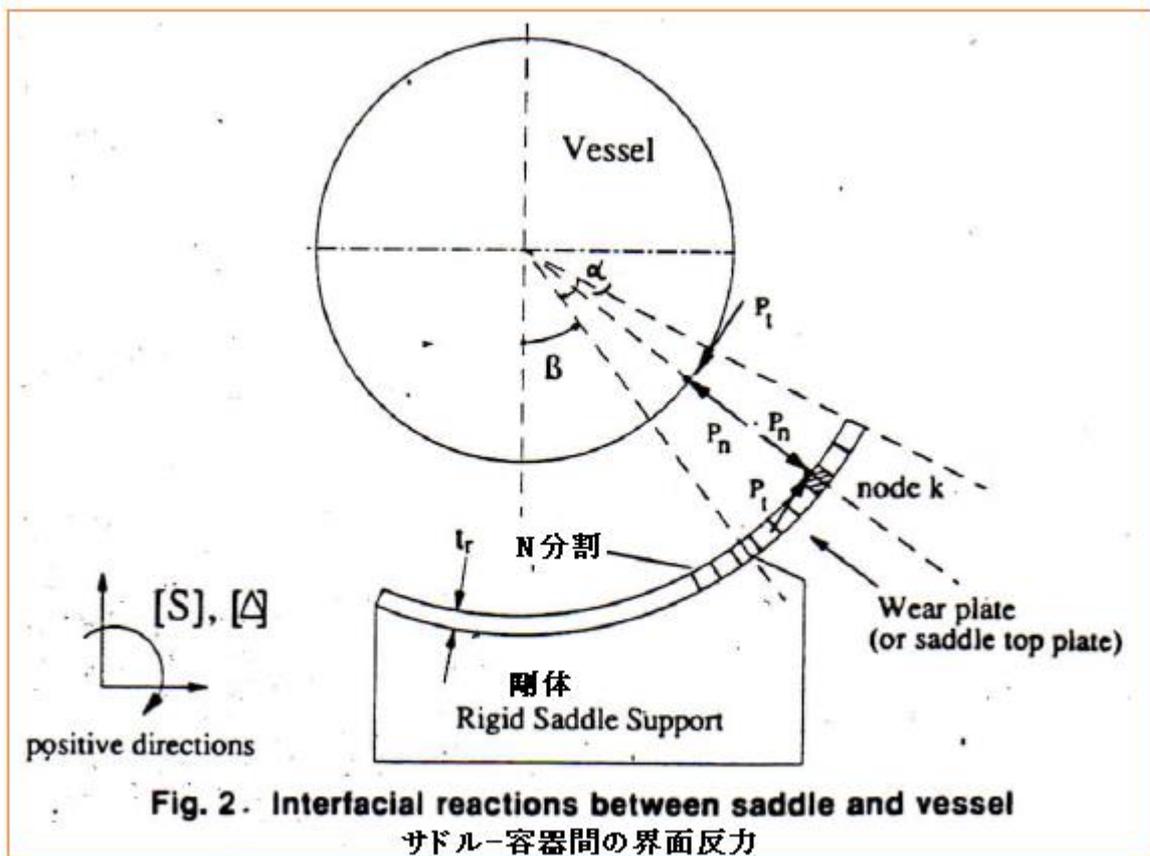
2. 理論

サドルホーンのピーク応力の解を与えるため、多年幾つかの解析的な試みがなされてきた。この課題について最も重要な貢献は Zick から得られた。かれはサドル支持円筒に伴う種々の応力計算について半経験的な設計手順を提案した。この Zick のアプローチ⁽³⁾は今もなお ASME 及び BS5500 圧力容器規格の基本設計ガイダンスになっている。Zick の半経験アプローチを考慮して幾人かの研究者(例えば Krupka⁽⁴⁾, Tooth^(5,6), Lakis) がより厳密で正確な解析を求めて試行を繰り返している。その中で最も適切で正確な理論的アプローチは Tooth に近いアプローチである。Tooth はサドル支持容器に伴う種々の問題を解析してきた。その仕事には、溶接タイプないしルーズタイプのサドルなど異なるサドル形状の効果、サドル荷重による容器の座屈強度、複合合成容器などのスタディが含まれる。彼の理論的業績は全てモデル容器と現場施工容器に関する実験的研究に深くリンクしている。なお近年サドルサポート問題を解くうえで、複雑な構造問題に対する FEM アプローチの急激な進歩が研究者をひきつけている。文献 8,9 は FEM 解析の実施例である。

筆者もここ 2,3年サドルサポート問題の研究に携わってきた。その理論ベースは円筒シェル曲げ解析ともども接触応力の定式化に基づく **Tooth 理論**に類似している。ここでもその理論ベースを用いてサドルのウェアプレートの有効性をスタディする。

サドルはかなりのシェル周部分を支えているが、円周シェルの支持圧力はサドル-容器接触面を通し一様とは言えない。それ故、サドルサポートと容器の間の界面反力を見出すことは極めて重要である。端的に云って、この界面反力は接触応力の定式化によって解析的に求めることができる。解析的にはウェアプレートはサドルサポート構造と一体化した部分と見なされる。即ち接触定式化における2つの接触体は容器とサドルサポートである。界面反力がわかると、それらは円筒容器の外部荷重として扱うことができる。容器の変形や応力は円筒容器がその両端で単純支持されているという仮定から求められる。単純支持端におけるネットの相当力が静的に零、即ち支持反力が容器に作用する相当外荷重と均衡しなければならないという事実から、容器がその両端で単純支持されていることを仮定することで精度上のロスは無であることは強調しておきたい。円筒シェル解析については筆者の論文の一つに記述されている。

サドルと容器間の界面反力は次のように解くことができる。サドル-容器接触角度は等間隔で N 分割される (Fig.2 参照)。各分割は hinged area support (ヒンジ状エリア支持) を表わし反力は法線方向と周方向に作用している。ウェアプレートが容器に溶接されない時は法線方向反力だけを考慮する必要がある。解析では界面反力が接触弧にそって変化するが、サドル幅方向には1様であると仮定される。サドル幅を通してほんの時折補剛された、中央ウェブとトップサドルプレートから構成される I 型構造断面でサドルサポートが構成されているならば、この仮定は妥当と思われる。サドルトッププレートあるいはウェブプレートがサドルホーンから先に展延される場合、サドルホーンを越える領域ではサポートからの直接的な半径方向の拘束が全くないのでこの仮定は理想的である。それ故、この対象領域では正確な結果を理論から得ることができる。



接触応力の定式化では、2つの接触体即ちサドルサポートと容器が接触ゾーンの適合条件と平衡条件

を満たす必要がある。変位の適合性は各部分支持の中心(ここでは接触ノード)で等しくなることである。適合平衡方程式は次のように定式化される。

適合条件：

適合条件は、2つの接触体間の最終節点ギャップ[G]が、イニシャルギャップ[E]と剛体移動[R]/界面接触反力[P]/容器に作用する外力による容器とサポートの間の相対変位の結果であることをいう。適合条件は次のマトリックスで表わされる。

$$[E] + [W_d] - [W_e] - [R] - [G] = 0 \quad \text{-----(1)}$$

$$\text{ここで } [W_c] = [W_s] + [W_v] = ([F_s] + [F_v])[P] = [F][P] \quad \text{-----(2)}$$

$$[R] = [C][\Delta] \quad \text{-----(3)}$$

平衡条件：

平衡条件とはサドルサポートの全相当反力[S]が界面反力と平衡しなければならないことを云う。

$$\text{サドルサポートの合成力ベクトル } [S] = [C]^T [P] \quad \text{-----(4)}$$

(1)~(4)式からマトリックスの意味は記号定義に定義される。(2)式と(3)式を(1)式に代入して

$$[P] = [F]^{-1} \{ [W_e] + [C][\Delta] + [G] - [E] \} \quad \text{-----(5)}$$

(5)式を(4)式に代入して

$$[\Delta] = [C]^T [F]^{-1} [C] \{ [S] - [C]^T [F]^{-1} ([W_e] + [G] - [E]) \} \quad \text{-----(6)}$$

このように界面接触反力[P]は、まず(6)式を用いて[\Delta]を解き次にこれを(5)式に代入して得られる。ここで導かれた2つの式は、溶接やルーズタイプのサドルサポートを解析するために用いることができる。

ウェアプレートが容器に溶接される場合は、初期ギャップ/最終ギャップベクトル [E],[G]は事実上零マトリックスである。逆にウェアプレート(サドルトッププレート)が容器に溶接されないとき(即ちルーズタイプのサドルのとき)は、初期ギャップベクトル[E]はサドルサポートと無負荷(空)容器の間の初期適合条件に依存する。最終ギャップベクトル[G]は、接触ゾーンのある領域が2つの接触表面の分離によって接触を失うので全く零ではない。この場合、負の接触圧を持った接触ノード即ち引張ノードを排除するために反復法が用いられる。

(2)式の撓み性マトリックス[F_v]は容器上の接触ノードに関係しており、各接触ノードに単位圧力または shear patch を作用させて他の接触ノードを含め負荷ノードの発生変位を求めることで定式化できる。マトリックス[F_v]の公式化は後で簡単に説明する。

Fig.2を参照して、接触ノードkにおける界面反力を法線反力 P_nと接線反力 P_tに分解する。線形弾性によりノードkにおける弾性変形は接触境界上の全ての接触領域からの影響を線形合算したものになる。即ち

$$W_{vk} = \sum (f_{kj} P_n + f_{kj}' P_t) \quad (j=1 \sim N) \quad \text{-----(7)}$$

ここで W_{vk}=ノードkの変位(半径あるいは接線)

f_{kj}=ノードjの単位法線荷重によるノードkの変位

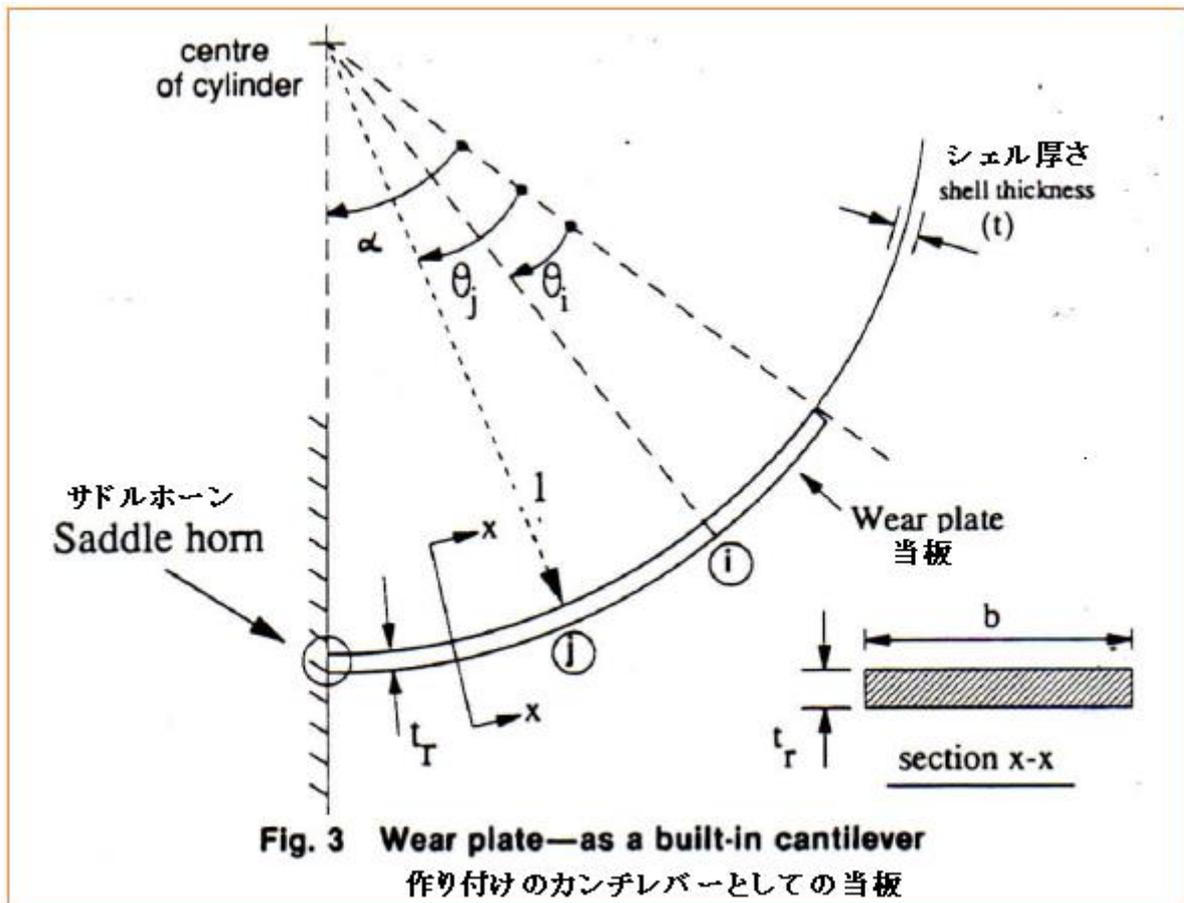
f_{kj}'=ノードjの単位接線荷重によるノードkの変位

N=接触ノードの全数

全ての接触ノードに(7)式を適用して、次のマトリックス表示が得られる。

$$[W_v] = [F_v] \begin{bmatrix} P_n \\ P_t \end{bmatrix} = [F_v][P] \quad \text{-----} (8)$$

マトリックス[P]は法線/接線界面反力を全て含んでいる。マトリックス[F_v]は係数 f_{ij} と f'_{ij} を含み撓み性(フレキシビリティ)マトリックスと呼ばれる。マトリックス[F_v]は、順次各接触ノードに単位荷重(法線/せん断荷重)を考慮し全ノードの変位を求めることでコラムからコラムへ発生させることができる。円筒シェルの円対称性のため効率的な方法が工夫されており、マトリックス[F_s]の要素成分は速やかに発生される。



(2)式に含まれるウェアプレートの撓み性マトリックス[F_s]を定式化するため、ウェアプレートはサドルホーンに固定された曲面カンチレバーとして扱われる(Fig.3 参照)。ウェアプレートは一樣な厚さ(t_r)を持ち、サドルホーンからαの角度で張り出される。マトリックス[F_s]の定式化と同様に撓み性マトリックス[F_v]もまた、ウェアプレートの各接触ノードに単位荷重(法線あるいはせん断荷重)を作用させ全接触ノードに生じる相当変位を求めるというプロセスを通じてコラムからコラムに逐次発生される。解析ではサドルホーンまではサドルサポートは剛として扱われる。それ故サドルホーンまでのノードに該当するマトリックス要素はゼロにセットされる。結果としてのマトリックス[F_s]は次のように表現できる。

$$[F_s] = \begin{bmatrix} FRR & FRT \\ FTR & FTT \end{bmatrix} \quad \text{-----} (9)$$

サブマトリックス[FRR]は法線接触反力を半径方向変位に関連づける。サブマトリックス[FTT]は

接線方向せん断力を接線方向変位に関連づける。サブマトリックス[FRT]と[FTR]は半径方向反力と接線方向反力間の力-変位の相互作用に関する。添付(1)は撓み性マトリックス[F_s]の要素を計算するための式を提示している。

3. 応力減少係数 (k_r)

サドルホーンにおける円周方向ピーク応力を低減する場合のウェアプレートの効果は応力減少係数を次のように定義することで効果的に定量化できる。

$$K_r = (\text{ウェアプレート有りのピーク応力}) / (\text{ウェアプレート無しのサドルホーン応力}) \text{ -----(10)}$$

ある範囲の容器サドル寸法における k_r 値を導くため、サドル問題に関するパラメータスタディで Krupka⁽⁴⁾ が用いた無次元パラメータが、次のように少し定義をかえて採用された。

$$k_o = (r/b)(r/t)^{0.5} \text{ -----(11)}$$

ただし r=容器の平均半径、t=容器の厚さ、b=ウェアプレート幅

**Table 1 Stress Reduction Factor for Welded Wear Plate
(for saddle angle = 120 deg)**

α	5 degrees				10 degrees				15 degrees			
	$k_o = \frac{r}{b} \sqrt{\frac{r}{t}}$				$k_o = \frac{r}{b} \sqrt{\frac{r}{t}}$				$k_o = \frac{r}{b} \sqrt{\frac{r}{t}}$			
ψ/t	10	20	40	60	10	20	40	60	10	20	40	60
0.25	0.929	0.886	0.851	0.863	0.834	0.804	0.773	0.758	0.931	0.903	0.881	0.885
0.50	0.851	0.833	0.822	0.817	0.852	0.816	0.778	0.755	0.854	0.821	0.799	0.790
0.75	0.695	0.691	0.702	0.712	0.788	0.778	0.772	0.776	0.723	0.710	0.703	0.706
1.00	0.707	0.642	0.559	0.587	0.664	0.674	0.693	0.714	0.665	0.644	0.625	0.614
1.25	0.734	0.686	0.619	0.569	0.527	0.551	0.587	0.620	0.556	0.555	0.559	0.564
1.50	0.766	0.725	0.670	0.633	0.497	0.437	0.484	0.521	0.450	0.465	0.484	0.500
1.75	0.796	0.766	0.714	0.684	0.562	0.484	0.388	0.432	0.358	0.381	0.411	0.435
2.00	0.818	0.795	0.755	0.723	0.611	0.546	0.454	0.390	0.391	0.309	0.346	0.374
2.50	0.843	0.831	0.806	0.782	0.674	0.632	0.565	0.511	0.492	0.419	0.317	0.273
3.00	0.856	0.849	0.834	0.817	0.707	0.681	0.635	0.593	0.552	0.500	0.418	0.356
3.50	0.863	0.860	0.849	0.838	0.727	0.710	0.675	0.648	0.588	0.552	0.490	0.438
4.00	0.867	0.866	0.859	0.851	0.738	0.727	0.705	0.683	0.611	0.585	0.539	0.498
5.00	0.871	0.872	0.869	0.869	0.750	0.746	0.734	0.722	0.634	0.622	0.596	0.571
∞	0.876	0.878	0.880	0.879	0.764	0.767	0.770	0.771	0.662	0.667	0.671	0.672

**Table 2 Stress Reduction Factor for Unwelded Wear Plate
(for saddle angle = 120 deg)**

α	5 degrees				10 degrees				15 degrees			
	$k_o = \frac{r}{b} \sqrt{\frac{r}{t}}$				$k_o = \frac{r}{b} \sqrt{\frac{r}{t}}$				$k_o = \frac{r}{b} \sqrt{\frac{r}{t}}$			
t_r/t	10	20	40	60	10	20	40	60	10	20	40	60
0.25	0.936	0.948	0.957	0.961	0.898	0.875	0.879	0.889	0.929	0.942	0.952	0.958
0.50	0.876	0.853	0.856	0.866	0.895	0.912	0.917	0.917	0.867	0.849	0.842	0.853
0.75	0.752	0.834	0.806	0.793	0.778	0.832	0.850	0.875	0.814	0.874	0.831	0.807
1.00	0.837	0.777	0.759	0.751	0.620	0.709	0.751	0.788	0.700	0.746	0.797	0.812
1.25	0.863	0.842	0.769	0.706	0.530	0.570	0.648	0.692	0.599	0.648	0.712	0.750
1.50	0.874	0.863	0.832	0.786	0.609	0.515	0.577	0.606	0.470	0.546	0.624	0.670
1.75	0.879	0.872	0.853	0.840	0.671	0.589	0.480	0.534	0.397	0.466	0.550	0.599
2.00	0.882	0.878	0.864	0.857	0.712	0.646	0.550	0.483	0.464	0.404	0.483	0.533
2.50	0.884	0.883	0.877	0.873	0.746	0.719	0.647	0.595	0.554	0.488	0.388	0.427
3.00	0.885	0.886	0.882	0.881	0.763	0.746	0.705	0.667	0.606	0.558	0.486	0.522
3.50	0.886	0.887	0.885	0.885	0.767	0.760	0.740	0.711	0.635	0.601	0.549	0.500
4.00	0.886	0.888	0.887	0.887	0.772	0.769	0.758	0.740	0.652	0.628	0.589	0.555
5.00	0.887	0.889	0.888	0.889	0.776	0.777	0.772	0.765	0.667	0.659	0.634	0.617
∞	0.887	0.890	0.890	0.892	0.783	0.786	0.787	0.790	0.683	0.601	0.692	0.695

2つのサドル-容器支持条件が考えられる、即ち

溶接タイプのサドルサポート、ルーズタイプ(非溶接タイプ)のサドルサポート

溶接タイプの結果を Table 1 に、ルーズタイプの結果を Table 2 に示す。全サドル支持角は 120° が採られる。4つの k_o 値(10,20,40,60)が考慮される。それらは広範囲のサドル-容器寸法を十分にカバーする。

厚さ比 t_r/t (シェル厚さに対するウェアプレート厚さ) は 0.25 から 5.0 まで変わる。 $t_r/t = \infty$ の列はウェアプレートがサドルサポートのように剛であること即ちウェアプレート取付角度 = サドルサポート支持角であることを意味している。

ウェアプレートがシェルと同じ厚さを持ち、サドルホーンから 5° 以上展延する特別なケース (即ち $\alpha \geq 5^\circ$, $t_r/t = 1$) を考えると、Table 1,2 から、応力減少係数が溶接タイプに対し 0.559~0.714、ルーズタイプに対し 0.62~0.837 の間を変化する。前者のケースではサドルホーンのピーク円周応力 15 から 40% まで減少すること(*4)を意味する。正確な応力減少のオーダーは k_o 値とウェアプレートの展延量 α に依存する。

文献(3)で Zick は、容器厚さ t にウェアプレート厚さ t_r が加算されるとき曲げ応力の減少を $1/[1+(t_r/t)^2]$ としている。それは $t_r/t = 1$ のとき減少係数は 0.5 を意味する。即ちピーク曲げ応力は 50% まで減少する。これは本理論スタディで確認されたように決して真ではない。

ウェアプレートの最適厚さ比(t_r/t)は、Table 1,2 の各コラムの最低の k_r 値から得られる。この最適値は最大応力減少基準と板厚制限無しに基づいている。実際の設計では、ウェアプレート形状の寸法制限が常に課せられている。その場合、Table 1,2 を用いてそのときの (t_r/t) 比ないし展延角 α に対し最適値を見出すことができる。またウェアプレート幅が大きくなって k_o が低くなると最適厚さ比(t_r/t)も低く

なる傾向があることが Table 1,2 から観察できる。

ウェアプレートの種々の挙動と特性を強調するため、Fig.4-6 をプロットした。Fig.4 は肉厚比(tr/t)とサドルホーンからの展延角の変化に対するウェアプレートの挙動を示している。肉厚比(tr/t)が低い範囲では、展延角度が変わっても k_r はさほど変わらないことがわかる。これが低い(t_r/t)比の範囲では容器のピーク応力がウェアプレート領域内に発生し(4章参照)、典型的な円周応力分布を示す理由である。従って、もしウェアプレート領域内でピーク応力が起きるなら、ウェアプレートの弧長を更に延ばしてもピーク応力は大きく変化しないことがわかる。そのような場合、さらにピーク応力の大きさを低減する方法はウェアプレート厚くすることである。もっと高い(t_r/t)域では、展延角度を拡張することで応力減少機能が向上する。これが、厚くて大きなウェアプレートの方が負荷容器を支持するうえでより効果的である理由である。

k_r 値が他のサドル支持角でどう変化するかを見るため、別のサドル支持角における k_r 値と比較する理論スタディが実行された。Fig.5 は4つの異なるサドル支持角(90° , 120° , 150° , 180°)について k_r 曲線の結果を示す。サドル支持角が違っても k_r は大きくは変わらず、特に(tr/t)比が低い範囲では然り。(tr/t)比が高くなると k_r 値の最大差はおよそ 0.1 即ちピーク応力値の 10%程度になる。他の k_o 値についても繰返しスタディされ、サドル支持角を変えても k_r 値は大きくは変わらない。従って サドル支持角 120° の k_r 結果は、他のサドル支持角にも用いることができると思われる。同じウェアプレート厚さ/角度拡張について、理論スタディでもサドル支持角が大きくなっても応力減少係数はわずかな上昇に留まる。

Fig.6 は溶接タイプとルーズタイプのウェアプレートの挙動を示している。溶接付けウェアプレートの方がわずかにサドルホーンの円周方向ピーク応力の低減に効果的であることがわかる。しかしサドル半径を容器の外半径よりわずかに大きくとることで、ルーズタイプのサドルの応力減少を大きくできる。

サドルと無負荷容器の間の初期ギャップは負荷容器へのサドルのピンチング効果(締め付け/傷つけ)を減じる。この問題は本理論でも十分容易に解析できる。サドルと無負荷容器の間の最適許容差に関する効果的な手掛かりは筆者の今後課題である。

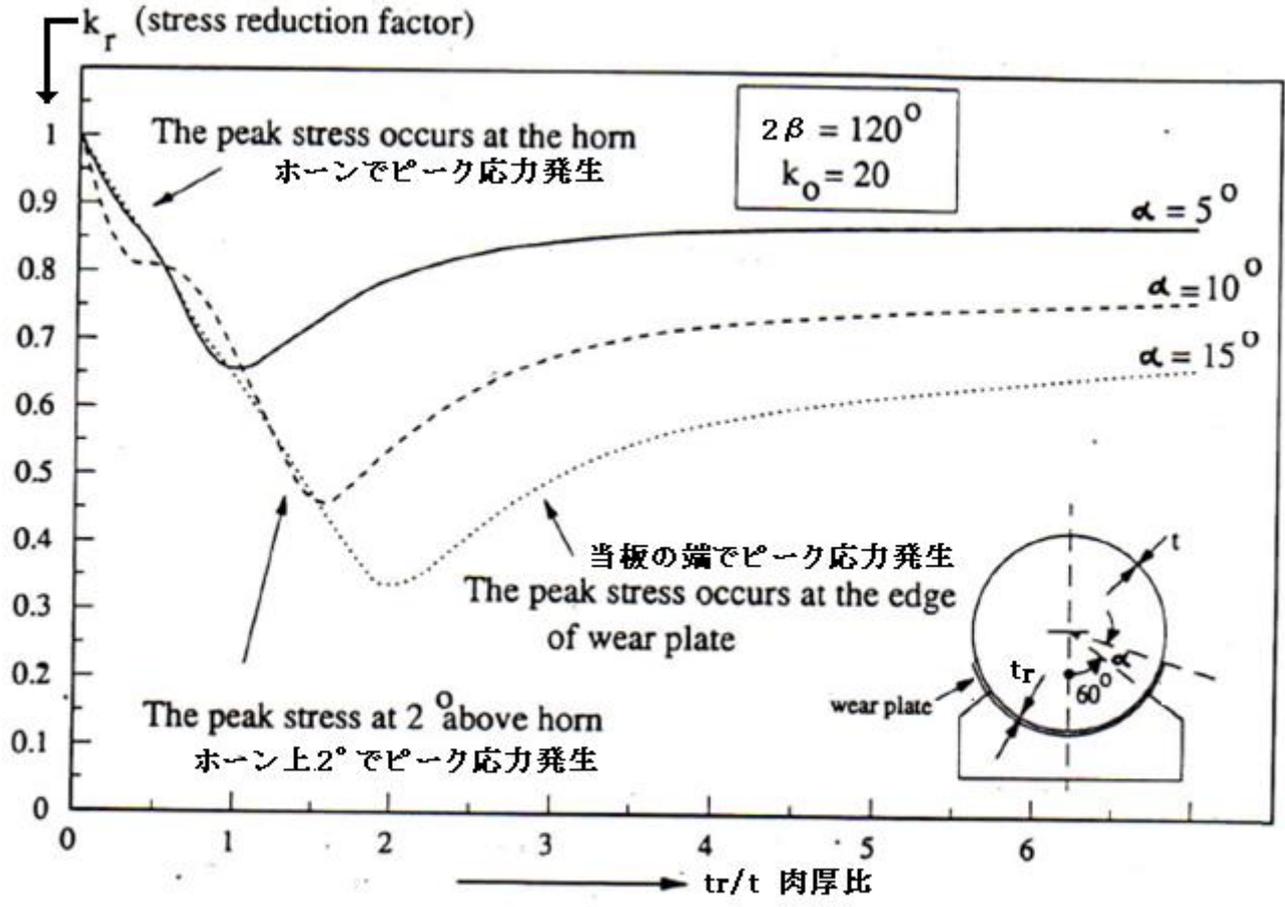


Fig.4 The behavior of wear plates with varying thickness
肉厚変化に対する当板の挙動

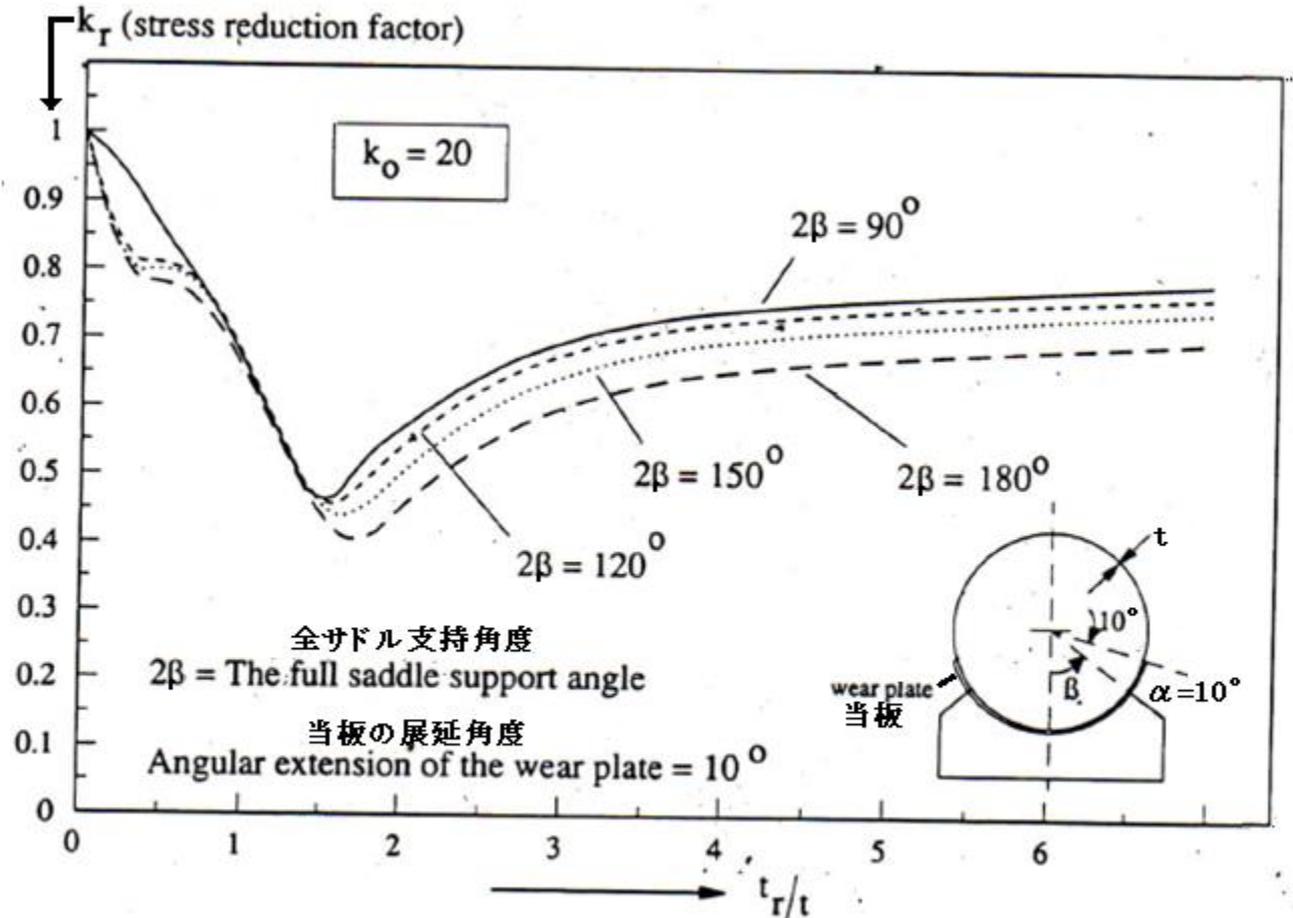


Fig.5 The effect of different saddle angle
(種々の展延角の効果)

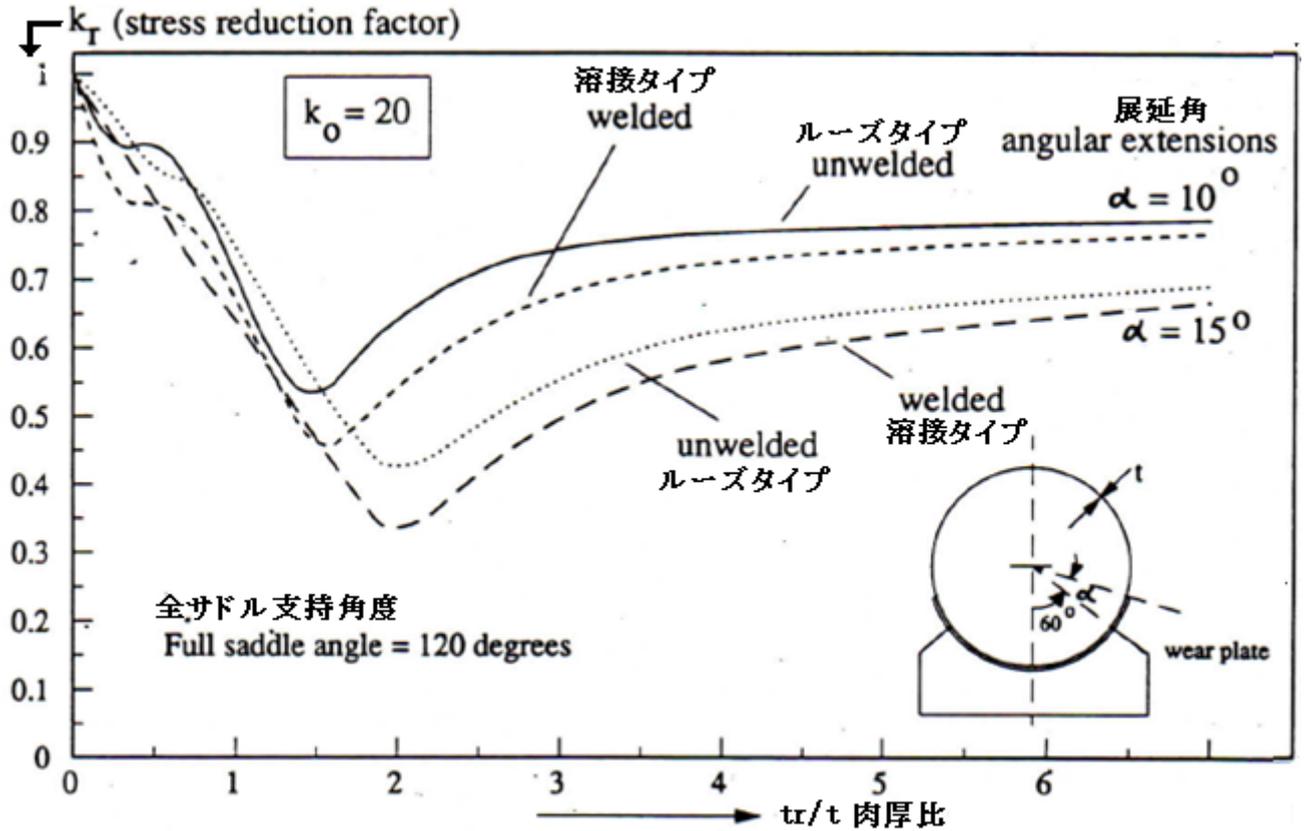


Fig. 6 Comparison between welded and loose-fitting wear plates
(溶接タイプ当板とルーズタイプ当板の比較)

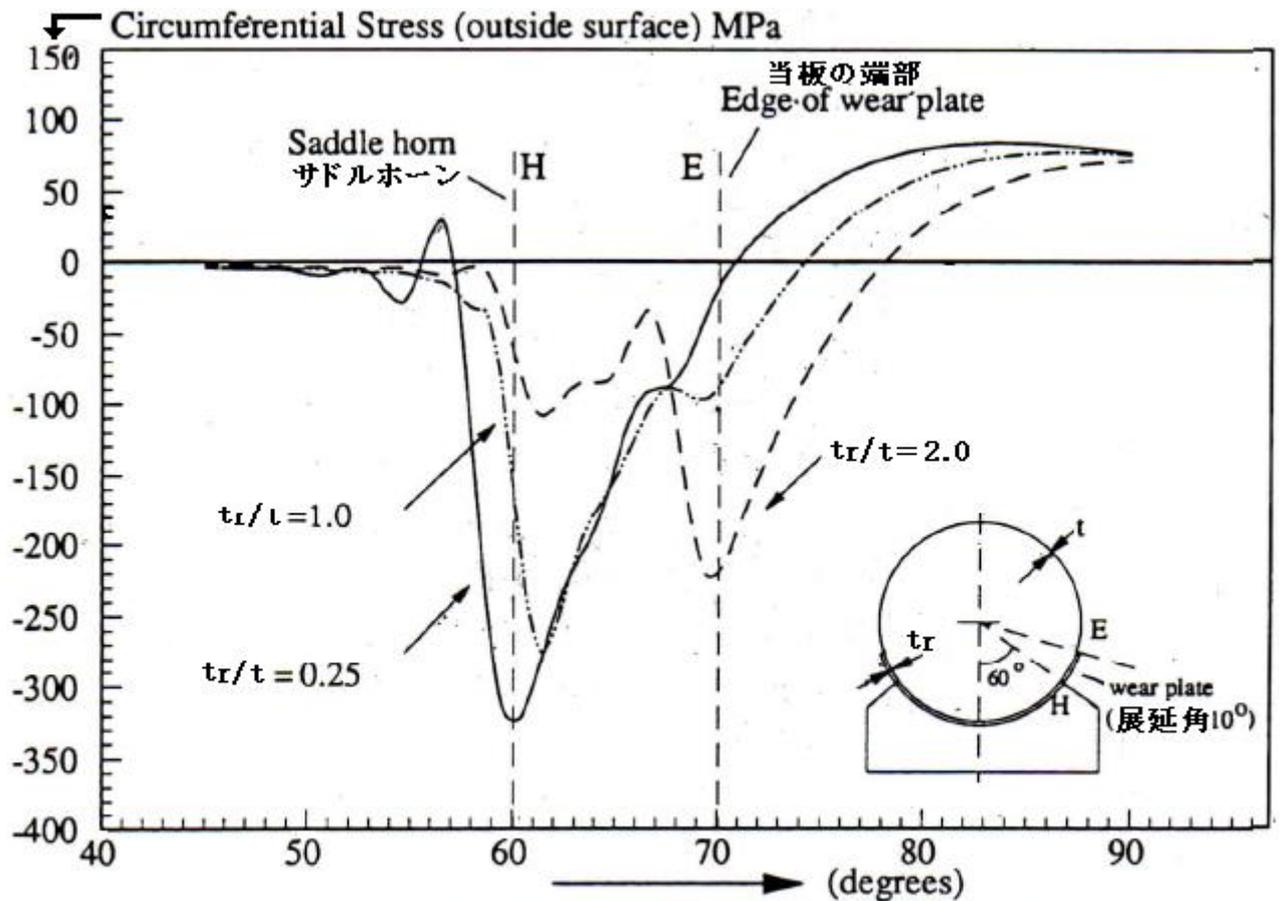


Fig. 7 Circumferential stress distribution at the saddle support
(サドルサポートにおける周方向応力分布)

4. サドルサポートの周方向応力分布

周方向応力分布に関するウェアプレートの効果を示す目的で数値例を示してみたい。この例にはウェアプレート厚さの変化による応力分布及び容器のピーク応力位置の変化を示す意図もある。

3つのウェアプレート厚さ比 $[(t_r/t)=0.25,1.0,2.0]$ が選ばれた。サドルホーンからのウェアプレートの展延角度は全て 10° で、円筒容器は満水状態。この例題に用いられる種々の寸法を以下に示す。

容器半径：	1830mm
容器厚さ：	28.6mm
容器長さ：	30000mm
サドル支持角：	120度
容器端からのサポート位置：	5856mm
ウェアプレート幅(溶接付け)：	732mm
ホーン展延角度：	10度

3つの異なる厚さに対し Fig.7 にサドルサポート位置における外表面の周方向応力分布を示す。最も薄いウェアプレート ($t_r/t=0.25$) ではピーク応力はサドルホーン位置に留まる。中間の厚さ ($t_r/t=1$) ではピーク応力はサドルホーンのおよそ $1\sim 2^\circ$ 上にある。最も厚いウェアプレート ($t_r/t=2.0$) ではピーク応力はウェアプレートの縁でおきる。ほかの厚さ比に関する理論スタディでは、次第にウェアプレート厚さを増していってもピーク応力の位置はサドルホーンからウェアプレート縁にかけて連続して移動することはないが、上記のようにピーク応力が不連続に3つの位置で発生する。

ピーク応力位置の変化は Fig.4 から推察できる。低い範囲の t_r/t では k_r 曲線の屈曲ポイントはサドルホーンからわずかに離れた位置にピーク応力が移動したことを意味する。これら曲線の最低点はピーク応力位置がウェアプレートの縁に移動したことを示している。

5. 結 論

- (a) サドルホーンにおける容器側のピーク応力は、容器と同じ厚さを持ったウェアプレートにおいては $15\sim 40\%$ まで減少でき、それはサドルホーンから 5° 上まで移動する。正確な応力減少の割合は k_0 の値、即ちウェアプレートの幅や容器の r/t 比に依存する。過去の設計方法 [Zick や BS5500] は容器と同じ厚さのウェアプレートを用いることで、これはサドルサポートの応力減少が $25\sim 40\%$ であることを意味する。
- (b) 薄いウェアプレート(一般には $t_r/t \leq 0.25$) を用いる場合、ピーク応力はサドルホーンに留まる。中間厚さのウェアプレートを用いるとピーク応力はわずかに ($1\sim 2^\circ$) サドルホーンの上に移る。厚いウェアプレートを用いると、ピーク応力はウェアプレートの縁に移る。
- (c) ウェアプレートの最適寸法はサドルホーン上の角度展延量と寸法パラメータ k_0 に依存する。一般に 5° プレートを延ばすことで最適厚さ比は $0.75\sim 1.5$ になり、 10° 延ばすことで最適厚さ比 $1.25\sim 2.0$ 、 15° 延ばすことで最適厚さは $1.75\sim 2.5$ になる。最適厚さ比は k_0 が低くなると低くなる傾向があり、それは幅の大きいウェアプレートに相当する。
- (d) 応力減少係数 (k_r) はサドル支持角が変化しても大きくは変わらない (Fig.5 参照)。理論スタディ

では k_r の最大差は異なるサドル支持角に対し 10% 以下である。サドル支持角 120° に対し表に示された結果は見積り用として他のサドル支持角にも使用できる。

(e) 溶接タイプウェアプレートは応力減少係数でルーズタイプよりもよい結果を示す。

References

- 1 ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Section VIII, Pressure Vessels Div. 1 and 2, ASME, New York, 1989.
- 2 BS5500, "Specification for Fusion Welded Pressure Vessels," 1988.
- 3 Zick, L. P., "Stresses in Large Cylindrical Vessels on Two Saddle Supports," *Pressure Vessel and Piping: Design and Analysis—A Decade of Progress*, Vol. 2, ASME, 1985, pp. 959-970.
- 4 Krupka, V., "Analysis for Lug or Saddle-Supported Cylindrical Pressure Vessels," *First International Conference on Pressure Vessel Technology*, Delft, 1969.
- 5 Duthie, G., White, G. C., and Tooth, A. S., "An Analysis for Cylindrical Vessels Under Local Loading—Application to Saddle Supported Vessel Problem," *Journal of Strain Analysis*, Vol. 17, No. 3, 1982.
- 6 Tooth, A. S., Duthie, G. C., White, G. C., and Carmichael, J., "Stresses in Horizontal Storage Vessels—A Comparison of Theory and Experiment," *Journal of Strain Analysis*, Vol. 17 (3), 1982, pp. 169-176.
- 7 Lakis, A. A., and Dore, R., "General Method for Analyzing Contact Stresses on Cylindrical Vessels," *International Journal of Solid Structures*, Vol. 14, 1978, pp. 499-516.
- 8 Stoneking, J. E., and Sheth, H., "Analysis of Large Saddle Supported Horizontal Pressure Vessel," ASME Paper No. 77-PVP-18, 1977.
- 9 Widera, G. E. O., Sang, Z. F., and Natarajan, R., "On the Design of Horizontal Pressure Vessels," ASME JOURNAL OF PRESSURE VESSEL TECHNOLOGY, Nov. 1988, Vol. 110, pp. 393-401.
- 10 Ong, L. S., "Analysis of Twin-Saddle-Supported Vessel Subjected to Non-Symmetric Loadings," *International Journal of Pressure Vessel and Piping*, Vol. 35, 1988, pp. 423-437.
- 11 Ong, L. S., "A Computer Program of Cylindrical Shell Analysis," *Int. Journal of Pressure Vessel and Piping*, Vol. 30, 1987, pp. 131-149.

【 付 録 】 (*5)

Fig.3 を引用して

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \theta_i - \theta_j & C_1 &= \cos(\theta_i - \theta_j) & S_1 &= \sin(\theta_i - \theta_j) \\
 A_2 &= \alpha - \theta_i & C_2 &= \cos(\alpha - \theta_i) & S_2 &= \sin(\alpha - \theta_i) \\
 A_3 &= \alpha - \theta_j & C_3 &= \cos(\alpha - \theta_j) & S_3 &= \sin(\alpha - \theta_j) \\
 t_s &= r + t_r/2 & I &= bt_r^3/12
 \end{aligned}$$

ここで E = 縦弾性係数、 I = 断面 2 次モーメント (断面 modulus)、 r_s = 円筒シェル外面

$$\begin{aligned}
 EI/r_s^3 [FRR]_{ij} &= (1/2)(C_1 A_3 - C_2 S_3) & (i \leq j \text{ の場合}) \\
 &= (1/2)(C_1 A_2 - C_3 S_2) & (i > j \text{ の場合}) \quad \text{-----(12)}
 \end{aligned}$$

$$EI/r_s^3[F_{TT}]_{ij} = A_3 - S_1 - S_2 - S_3 + (1/2)(C_1A_3 + C_2S_3) \quad (i \leq j \text{ の場合})$$

$$= A_2 + S_1 - S_2 - S_3 + (1/2)(C_1A_2 + C_3S_2) \quad (i > j \text{ の場合}) \dots\dots\dots(13)$$

$$EI/r_s^3[F_{TR}]_{ij} = 1 - C_3 - (1/2)(S_1A_3 + S_2S_3) \quad (i \leq j \text{ の場合})$$

$$= 1 - C_3 - (1/2)(S_1A_2 + S_2S_3) \quad (i > j \text{ の場合}) \dots\dots\dots(14)$$

$$[FRT] = [FTR]^T$$

上記において、マトリックス $[\dots]_{ij}$ は、ノード j の単位荷重によるノード i の変位を示す。
 $[FRR]$ と $[FTT]$ は双方の対称マトリックスである。

【 補足説明 】 by TS 作成者

(*0) Tooth の理論解析による横置き容器サドル廻りに発生する各応力成分の分布を下図(Fig.7)に示す。
 いずれもサドルの縁すなわちサドルホーン位置でそのピークが発生している。特に周方向曲げ応力は
 長手曲げの2倍以上になりサドルホーン直下の支配的な応力成分になっている。

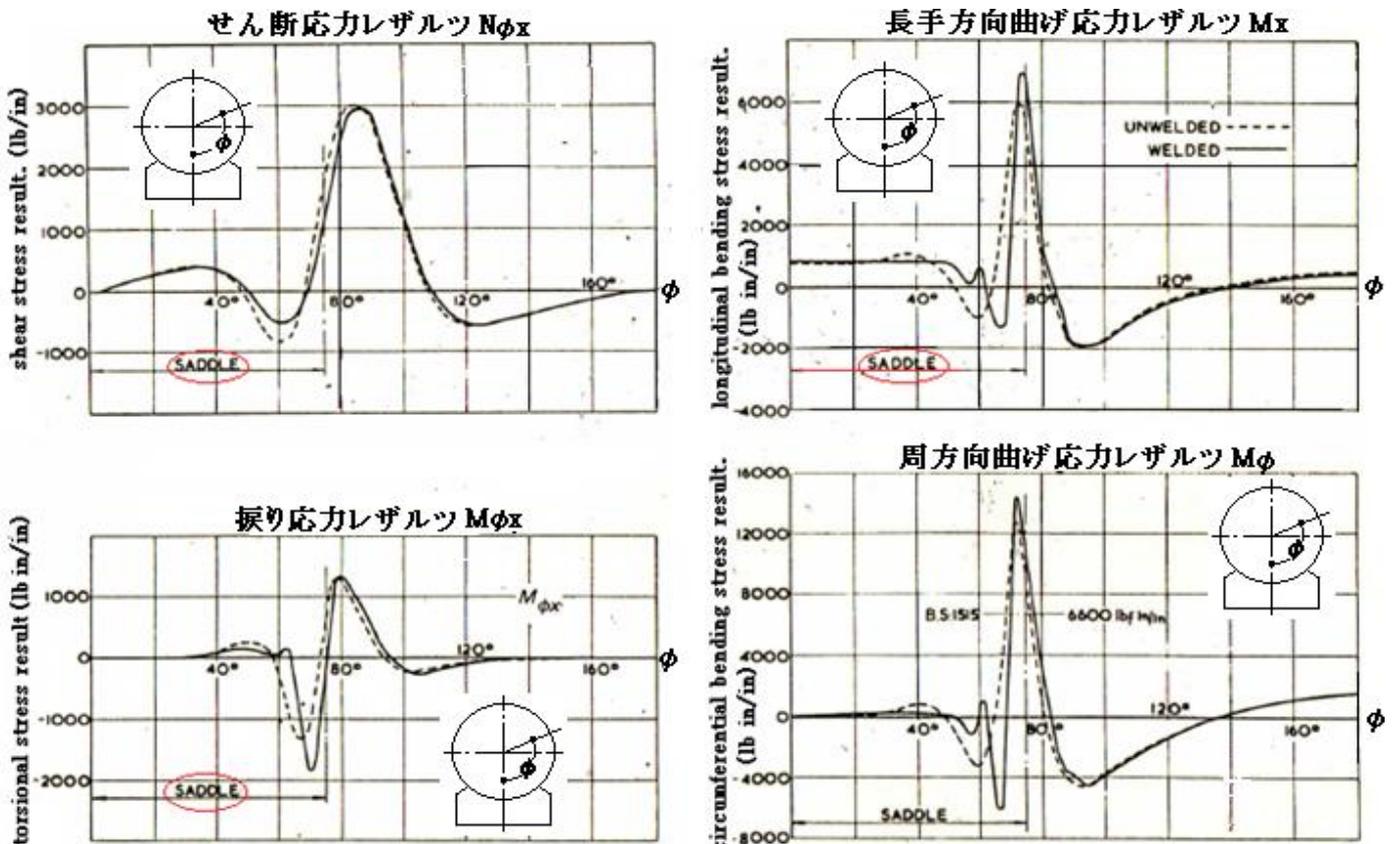
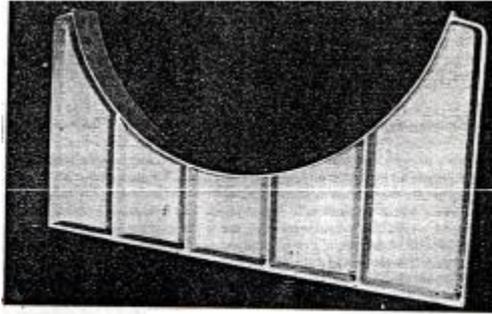
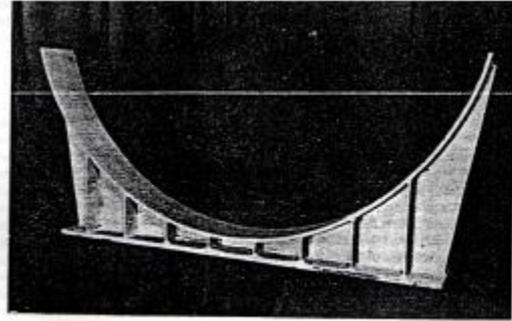


Fig.7 支持角150° サドルの応力レザルツ分布

(*1) サドルの構造には下図(a)(b)のような2つのタイプがある。一般には(a)タイプのように剛なサドルが用いられることが多い。ここでいうフレキシブル設計のサドルは(b)タイプのようなものと思われる。容器側から伝達されるサドル両側のせん断力に対しサドルが変形し容器側サドルホーンの周方向応力は低減する。ただサドル側の応力は増加する。



(a) リジッドサドル



(b) フレキシブルサドル

(*2) サドルトッププレートとウェアプレートを区分して記述されているが、おそらく同様のものであって JIS 規格などでいう当板に該当すると思う。規格では当板は以下のように記述されている。

3.7.7 当板

容器の応力を検討する場合サドルと胴との間に、サドルよりいくらか大きな当板を取り付けることにより応力を減少することができる。

(1) 接線せん断応力を検討する場合、サドルが鏡の近くに取り付けられ、かつ円周方向に $R/10$ 以上広い当板を使用すれば(図19)本文7.2.1(2) σ_s の式において厚さ ts は、胴及び当板の合計厚さをとることができる。又補強リングがサドルの近くに取り付けられ、サドルとそれとの間の広がりをもつ当板を用いた場合、胴及び当板の合計厚さをとることができる。

(2) 本文7.3.1 サドルホーン部における円周方向 σ_s を検討する時、サドルの鏡が近くに置かれ、サドルホーン上 $R/10$ 以上広がりをもつ当板を用いた場合 σ_s の応力計算式の第1項の板厚 T は、胴及び当板の合計厚さを探ることができる。但し、第2項の T^2 は $(ts^2 + tw^2)$ となる。

(3) 当板のトップエッジにおける複合円周応力を検討する時は、 σ_s の式を用い、胴板厚と当板の巾を用いて検討する。但し、 M_c を求める K_s の値は計算する際に、 θ をサドル支持角 $+12^\circ$ を越えない範囲で当板の中心角に採ることができる。

(4) 本文7.5 サドル上の胴のリング圧縮応力 σ_c を検討する場合、サドルの巾より両側 $1.56 \times \sqrt{R(ts-C)}$ 以上大きい当板を使用すれば(図20参照)、厚さ ts は胴及び当板の合計厚さをとることができる。

3.7.8 胴を支えるサドル位置とサドル支持角

(1) 相当、板厚の厚い場合、又は、容器の長さが長い場合を除き、特に大直径の薄板容器の場合は、鏡の補強効果の期待できる容器の端で支持した方が有利である。但し、サドル上の胴がリングによって補強された場合はこの限りではない。

(2) 横置容器を支持する場合、胴円周の $\frac{1}{3}$ (支持角 120°) 以上で支えるのが好ましい。

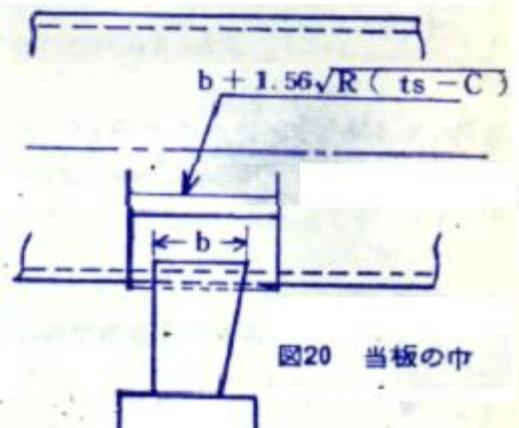


図20 当板の巾

(*3) JIS B8278「サドル支持の横置き圧力容器」は Zick の考えによっておりウェアプレート(当て板)について次のように規定している。

・次の3つの条件を満たすときに当て板を計算に算入できる。

① サドルが鏡板の近くに配置されている場合、即ち $A/R_m < 0.5$ にサドルがあるとき

② 当て板がサドルホーンから $0.1R_m$ 以上展延されるとき

③ 当て板が長手方向にサドル幅から両側に $0.78(R_m t)^{0.5}$ 以上の張り出しをもつとき

・ 当て板を計算に算入できない場合： $\sigma_t = -Q / \{4t_s \{b + 1.56(R_m t_s)^{0.5}\} \pm 6M_c / (L_s t_s^2)$

当て板を計算に算入できる場合： $\sigma_t = -Q / \{4(t_s + t_w) \{b + 1.56(R_m t_s)^{0.5}\} \pm 6M_c / [L_c(t_s^2 + t_w^2)]$

(記号は JIS B8278 に定義される通り)

即ち、当て板が有効である場合、 $t_s \rightarrow (t_s + t_w)$ 、 $t_s^2 \rightarrow (t_s^2 + t_w^2)$ として当て板厚さを考慮して円周方向応力を計算するようになっている。本文献では①は割愛されているが②について $0.1r$ と表示されている。③については有効幅相当の $1.56(R_m t)^{0.5}$ を $10t$ としている。これは古い有効幅を踏襲したもので $[b + 10t]$ は $[b + 1.56(R_m t)^{0.5}]$ に相当する。なお、当て板の展延長さ $0.1r$ は $\alpha = [0.1r / (\pi r)] \times 180^\circ = 5.73^\circ$ の展延角度に相当する。

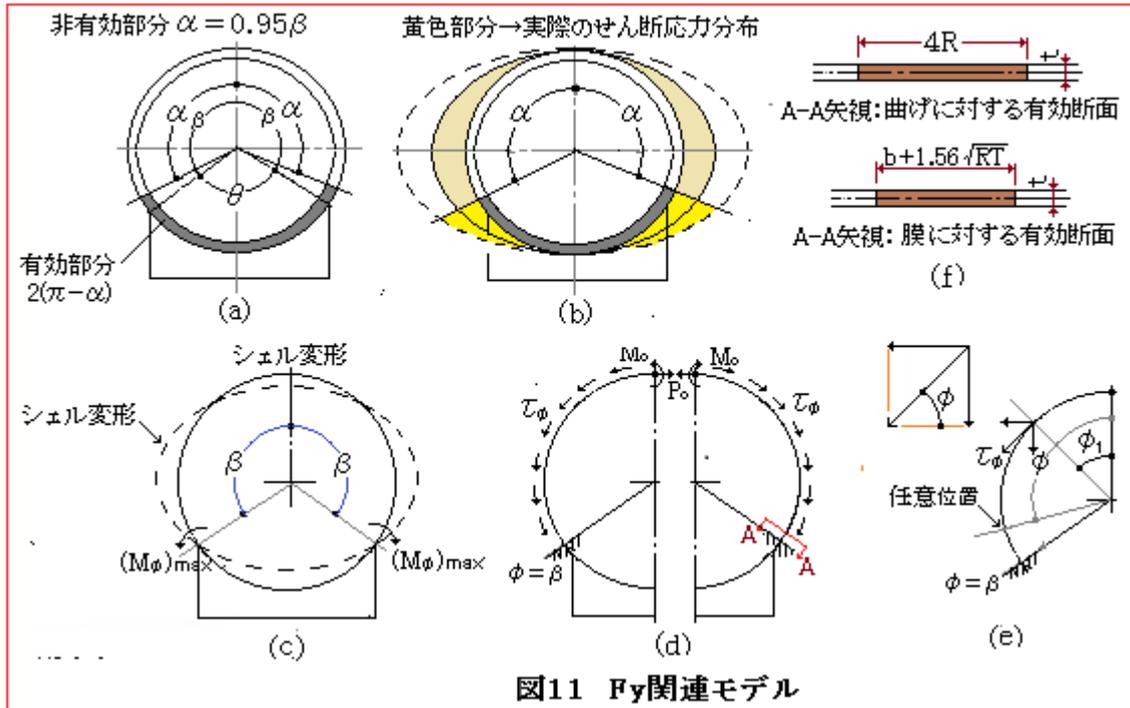
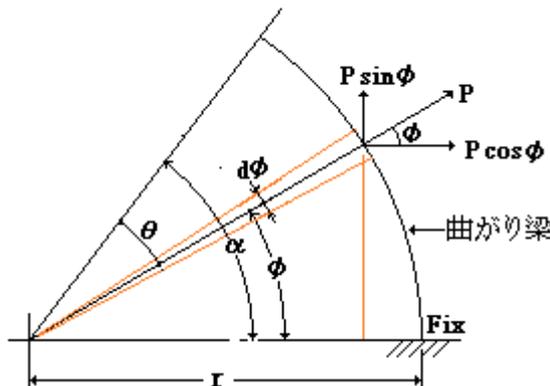


図11 Fy関連モデル

(*4) 何と比較しているのか不明だが、1.0 に対してなら 19~44%であるから 15~40%は多少低めに安全側に云っていることになる。

(*5) ウェアプレートを曲り梁として荷重-変位関係を求めている。例えば(12)式は次のように導かれたと思われる。この場合、曲がり梁は下図のようにモデル化する。



半径方向の変位 δ は次式で与えられる。

$$\delta = \partial U / \partial P = \partial / \partial P \int M^2 ds / 2EI = (1/EI) \int M (dM/dP) r d\phi$$

ここで U = ひずみエネルギー、 P = 半径方向力、 EI = 梁の曲げ剛性
曲げモーメント M 及び dM/dP は、

$$M = P \cos \phi \cdot r \sin \phi + P \sin \phi \cdot r (1 - \cos \phi) = Pr \sin \phi, \quad dM/dP = r \sin \phi$$

これを上式に代入して、

$$\delta = (1/EI) \int Pr \sin \phi \cdot r \sin \phi \cdot r d\phi = (1/EI) \int Pr^3 \sin^2 \phi d\phi = (Pr^3/EI) [\phi/2 - (1/2) \sin \phi \cos \phi]$$

変形して $(EI/r^3)(\delta/P) = (1/2)(\phi - \sin \phi \cos \phi)$

$$\delta = Pf \quad (\text{但し } f = \text{撓み係数) なので} \quad (EI/r^3)f = (1/2)(\phi - \sin \phi \cos \phi)$$

ここで、 $f = [FRR]$ 、また $(\theta_i - \theta_j)$ を微小差として

$$\phi \doteq (\alpha - \theta_j) \cos(\theta_i - \theta_j) = C_1 A_2, \quad \sin \phi = \sin(\alpha - \theta_j) = S_2, \quad C \cos \phi = \sin(\alpha - \theta_j) = C_3$$

とすれば、

$$(EI/r_s^3)[FRR]_{ij} = (1/2)(C_1 A_2 - C_3 S_2) \quad \rightarrow \quad (12) \text{式}$$

以上