

【整番 SE-15-TM-008】	【標題】 盲フランジの強度についてのメモ
分類：構造(FLG継手)／種別：技術メモ	作成年月：H9.11／改訂：Ver.0.0 (R02.6)
	作成者：N. Miyamoto

全5枚

コード式はその背景を知らなくて規定の指示に従って正しく計算すればよい。しかしプラント設備の構造は多様で、必ずしも規格でカバーできる構造ばかりとは限らない。似て非なる構造や変則的な負荷が加わる場合もある。そのときコード式の背景がわかっているれば設計対応が有利になる。以前、問い合わせがあってコードに規定される盲フランジの応力計算式、さらには詳細解析方法を調べたことがある。ごく初歩的な問題なのかも知れないが、設計的に何か触発されることもあるのでは…と思い往時のメモ書きをたぐってTSにしてみた。以下。

【記号説明】

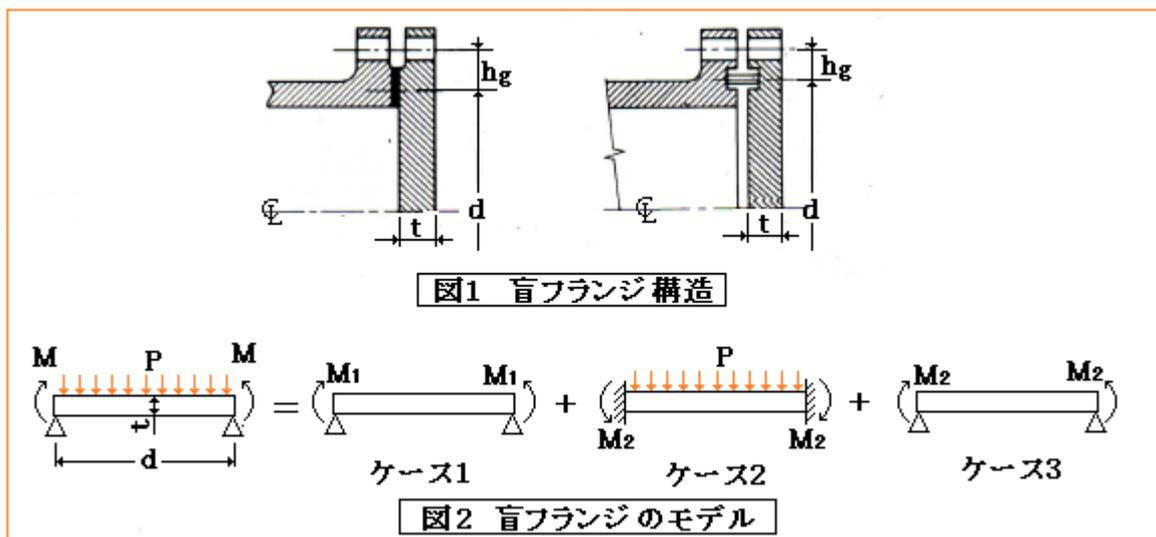
d =ガスケット反力円直径(コード式の円板外径)、 t =フランジ厚さ、 r =フランジ中心からの距離、 h_g =ガスケット反力アーム(図1参照)、 g =ガスケット反力円の半径、 c =ボルトピッチ円の半径、 a =フランジの外半径、 W =ボルト締付力、 M_1 =フランジ外周のボルト締付けによる単位モーメント、 M_2 =固定周円板に生じる単位モーメント、 M_r =半径方向単位モーメント、 M_t =周方向単位モーメント
 Q =単位剪断力、 P =内圧、 w =撓み、 ϕ =撓み角、 D =板剛性 $[=Et^3\{12(1-\nu^2)\}]$ 、 ν =ポアソン比
 E =縦弾性係数、 C =コード式の係数、 C_j, D_j, D_{ij} =各積分定数 ($i, j=1,2,3\cdots$)、
 σ_a, S =コード式の許容応力、 $\sigma_r, \sigma_{r1}, \sigma_{r2}, \sigma_{r3}$ =半径方向応力、 τ =せん断応力

1. 盲フランジ強度のコード式の導入

(1) まず強度計算に先立って次の仮定条件をおく。

- ① 盲フランジを外径 d の円板とし、その外縁を無視する。
- ② ボルト締付力とガスケット反力がなすボルト締付モーメントが円板外周に作用している。
- ③ 円板は外周で単純支持されている。また内圧は円板全面に作用している。

盲フランジは円板構造であり、それは下図のようにモデル化できる。



このモデルは次の3つの負荷ケースが重畳したものがある。

ケース1：外周にボルトの締付けによる単位モーメント $M_1(=M)$ が作用する状態

ケース2：周辺を固定された円板に内圧 P が作用する状態。固定周に M_2 の単位モーメントが派生

ケース3：ケース2の固定周モーメントをキャンセルする形で単位モーメント M_2 が作用する状態

ケース 2+ケース 3 はまとめて周辺単純支持円板になるが、ここでは材力テキストのように分離して処理する。ケース 1 とケース 2 は純曲げ状態(*1)になる。またモーメント成分は、ケース 1~3 とも半径方向>周方向になるので、半径方向モーメント M_r のみに着目する。

(2) ケース 1 について。円板の外周には単位モーメント $M_1 = Wh_g / (\pi d)$ が作用し、

$$M_r = M_1 = Wh_g / \pi d \rightarrow \sigma_{r1} = 6M_r / t^2 = 6 Wh_g / (\pi dt^2) \quad \text{-----}(a)$$

半径方向単位モーメント M_r と半径方向応力 σ_{r1} は円板内で一律で変化しない。

ケース 2 について。等分布荷重の作用する円板の一般方程式は

$$[d[r\{d\{(1/r)d(rdw/dr)/dr\}/dr]/dr] = Pr/D$$

この式を積分することで、次の撓み角 ϕ が得られる。

$$\phi = -dw/dr = -(Pr^3/16D + C_1r + C_2/r + C_3r \ln r)$$

ここで $r=0$ で $\phi=0$ なので、 $C_2=C_3=0$ 、従って $\phi = -(Pr^3/16D + C_1r)$

また $r=d/2$ でも $\phi=0$ なので、 $C_1 = -Pd^2/(64D)$ 、従って

$$\phi = -Pr^3/16D + Pd^2r/(64D) = \{Pr/(16D)\}(d^2/4 - r^2)$$

ここで、 $M_r = -D(d\phi/dr + \nu\phi/r)$ なので

$$M_r = (P/16)\{(d^2/4)(1+\nu) - r^2(3+\nu)\}$$

$$\text{外周 } r=d/2 \text{ にて } M_r = M_2 = -Pd^2/32$$

$$\text{中心 } r=0 \text{ にて } M_r = (1+\nu)(Pd^2/64)$$

従って、半径方向応力(σ_r)は次式で与えられ、最大応力は円板の中心に生じる。

$$\sigma_r = 6M_r/t^2 = \{6P/(16t^2)\}\{(d^2/4)(1+\nu) - r^2(3+\nu)\}$$

$$\text{中心 } r=0 \text{ にて } \sigma_{r2} = (3/32)(1+\nu)P(d/t)^2 \quad \text{-----}(b)$$

ケース 3 について。ケース 2 の結果、外周に派生する半径方向モーメントは $M_2 = -Pd^2/32$ なのでこの逆回転方向にモーメント M_2 が作用すれば、ケース 2 の不静定モーメントは解消する。即ち

$$M_r = M_2 = +Pd^2/32 \rightarrow \sigma_{r3} = 6M_r/t^2 = (6/32)P(d/t)^2 \quad \text{-----}(c)$$

半径方向単位モーメント M_r と半径方向応力 σ_{r3} は円板内で一律で変化しない。

(a),(b),(c)式を合算して、半径方向モーメント M_r および最大半径方向応力 $\sigma_{r \max}$ は次のようになる。

$$M_r = Wh_g / \pi d + (P/16)\{(d^2/4)(1+\nu) - r^2(3+\nu)\} + Pd^2/32$$

$$\sigma_{r \max} = \sigma_{r1} + \sigma_{r2} + \sigma_{r3} = \{3(3+\nu)/32\}P(d/t)^2 + 6Wh_g / (\pi dt^2)$$

$\nu = 0.3$ とすると

$$\sigma_{r \max} = 0.31P(d/t)^2 + 1.91Wh_g / (dt^2) \quad \text{-----}(d)$$

(3) 圧力容器構造規格 JIS B8266 によれば盲 FLG の肉厚 t は

$$\text{使用状態: } t = d(CP/\sigma_a)^{0.5} \text{ 但し } C = 0.3 + 1.9Wh_g / (Pd^3)$$

$$\text{据付状態: } t = \{1.9Wh_g / (\sigma_a d)\}^{0.5}$$

ガスケット据付状態の式は使用状態の圧力 P を零(0)においたものである。この式を変形すると

$$t = d[P\{0.3 + 1.9Wh_g / (Pd^3)\} / \sigma_a]^{0.5} \rightarrow \sigma_a = 0.3P(d/t)^2 + 1.9Wh_g / (dt^2)$$

従って $\sigma_a \doteq \sigma_{r \max}$ となり 規格式は、近似的な理論式(d)に合致する。

なお ASME Sect. III の NC-3225 では 定数 C が $C = 0.2 + 1.27Wh_g / (Pd^3)$ になっている。これは

計算応力が曲げ応力であるところから許容応力 σ_a を $1.5x$ 設計応力強さ S に置き換えたためであり、基本的には(d)式に符合している。

(*1) ケース 2 から得られる $\phi = -(Pr^3/16D + C_1r + C_2/r + C_3r \ln r)$ において、 $P=0$ とおき、 $r=0$ で $\phi = 0$ とすれば、撓み角は $\phi = -C_1r$ になる。その場合、半径方向単位モーメントは

$$M_r = -D(d\phi/dr + \nu\phi/r) = -D(-C_1 - \nu C_1) = (1 + \nu)C_1D$$

$r=d/2$ のとき $M_r = M_1$ なので $C_1 = M_1 / \{(1 + \nu)D\}$ 、これを上式に代入して

$$M_r = (1 + \nu)DM_1 / \{(1 + \nu)D\} = M_1$$

従って、円板内の半径方向モーメント M_r は外周の単位モーメント M_1 (あるいは M_2) に固定される。

2. 盲フランジの詳細解析

コード式は盲フランジの外径 d の円板としその外縁を無視しており安全側になっていると思われる。モデルの「外径 d の円板」の外縁 h_g 部分ではローカルな座面の傾きがあり O リングなどでは洩れ易くなる。従って盲フランジの詳細解析は無意味ではない。そこで文献(1)の詳細解析を紹介してみたい。

(1) 分布荷重が作用する円板の基礎方程式は、前述のように

$$(1/r)[d\{rd\{(1/r)d(rdw/dr)/dr\}/dr]/dr = P/D \quad (*)$$

これを積分することで

$$w = D_1r^2 \ln r + D_2r^2 + D_3 \ln r + D_4 + r^4P/(64D) \quad \text{-----(a)}$$

$$dw/dr = D_1(2r \ln r + r) + 2rD_2 + D_3/r + r^3P/(16D) \quad \text{-----(b)}$$

$$d^2w/dr^2 = D_1(2 \ln r + 3) + 2D_2 - D_3/r^2 + 3r^2P/(16D) \quad \text{-----(c)}$$

$$d^3w/dr^3 = D_1(2/r) + D_2(2/r^3) + 3rP/(8D) \quad \text{-----(d)}$$

$$M_r = -D\{d^2w/dr^2 + (\nu/r)(dw/dr)\}$$

$$= -D\{D_1\{2(1 + \nu)\ln r + (3 + \nu)\} + D_2\{2(1 + \nu)\} - D_3\{(1 - \nu)/r^2\} - (3 + \nu)r^2P/16\} \quad \text{-----(e)}$$

$$M_t = -D\{(1/r)(dw/dr) + \nu d^2w/dr^2\}$$

$$= -D\{D_1\{2(1 + \nu)\ln r + (1 + 3\nu)\} + D_2\{2(1 + \nu)\} + D_3\{(1 - \nu)/r^2\} - (1 + 3\nu)r^2P/16\} \quad \text{-----(f)}$$

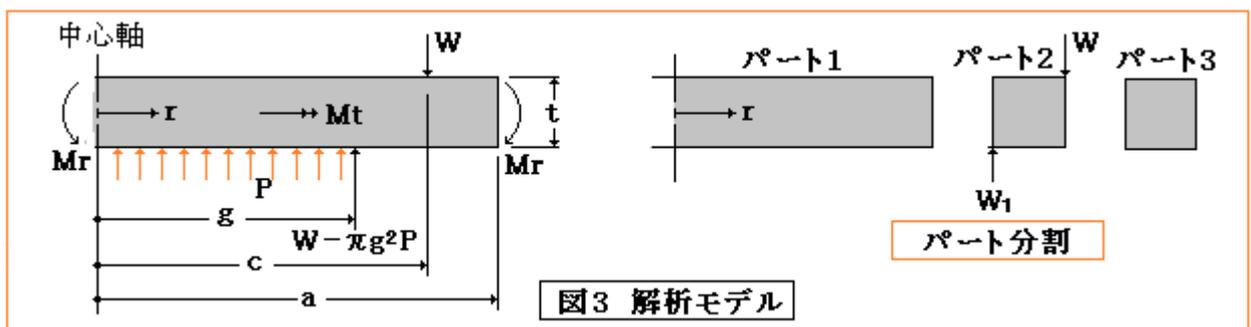
$$Q = -dM_r/dr + (M_t - M_r)/r = DD_1(4/r) + rP/2 \quad \text{-----(g)}$$

(*) 基礎式の導入はテキスト(2)の § 18[中心対称の荷重を受ける円板の曲げ]など参照のこと。

(2) 図 3 のように 3 パート分割の盲フランジモデルを考える。上記の積分定数 $D_1 \sim D_4$ を下記にする。

パート 1 : $D_{11}, D_{12}, D_{13}, D_{14}$ 、パート 2 : $D_{21}, D_{22}, D_{23}, D_{24}$ 、パート 3 : $D_{31}, D_{32}, D_{33}, D_{34}$ 、

12 個の未知数があるので、12 ケースの境界条件を設定する。なおパート 2,3 では内圧の荷重がないので $P=0$ とする。



- ① パート1全域で $Q=(1/2)rP$ ($\because 2\pi rQ=\pi r^2P$)であるから、(g)式より $D_{11}=0$
 ② $r=0$ において撓み角(dw/dr)は零であるから、(b)式より $D_{13}=0$
 ③ $r=g$ においてパート1の撓み(w)は零であるから、(a)式より $D_{12}g^2+D_{14}+g^4P/64D=0$
 ④ $r=g$ においてパート1とパート2の撓み角は等しいので

$$-2gD_{12}+D_{21}(2g\ln g+g)+2gD_{22}+(1/g)D_{23}-g^3P/16D=0$$

- ⑤ $r=g$ においてパート2側では $Q=W/(2\pi g)$ 、(g)式は $Q=DD_{21}(r/4)$ であるから $D_{21}=W/(8\pi D)$
 ⑥ $r=g$ においてパート2の撓み(w)は零(\because 基準点)であるから、(a)式より

$$D_{21}g^2 \ln g+D_{22}g^2+D_{23} \ln g+D_{24}=0$$

- ⑦ $r=g$ においてパート1とパート2の M_r は等しいから、(e)式より

$$-2(1+\nu)D_{12}+D_{21}\{2(1+\nu)\ln g+(3+\nu)\}+2(1+\nu)D_{22}-\{(1-\nu)/g^2\}D_{23}-(3+\nu)g^2P/16D=0$$

- ⑧ $r=c$ において、パート2とパート3の撓み角は等しいから(b)式より

$$(2c\ln c+c)D_{21}+2cD_{22}+(1/c)D_{23}-2cD_{32}-(1/c)D_{33}=0$$

- ⑨ パート3のせん断力は零であるから(g)式より $D_{31}=0$

- ⑩ $r=c$ において パート2とパート3の M_r は等しいから、(e)式より

$$D_{21}\{2(1+\nu)\ln c+(3+\nu)\}+2(1+\nu)D_{22}-\{(1-\nu)/c^2\}D_{23}-2(1+\nu)D_{32}+\{(1-\nu)/c^2\}D_{33}=0$$

- ⑪ $r=a$ において パート3の M_r は零であるから、(e)式より

$$2(1+\nu)D_{32}-\{(1-\nu)/a^2\}D_{33}=0$$

- ⑫ $r=c$ において パート2とパート3の撓みは等しいから、(a)式より

$$c^2\ln c D_{21}+c^2D_{22}+\ln c D_{23}+D_{24}-c^2D_{32}-\ln c D_{33}-D_{34}=0$$

以上の境界条件式をマトリックス表示すると次のようになる。

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{21} & 0 & A_{23} & A_{24} & A_{25} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{43} & A_{44} & A_{45} & A_{46} & 0 & 0 & 0 \\ A_{51} & 0 & A_{53} & A_{54} & A_{55} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{63} & A_{64} & A_{65} & 0 & A_{67} & A_{68} & 0 \\ 0 & 0 & A_{73} & A_{74} & A_{75} & 0 & A_{77} & A_{78} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{87} & A_{88} & 0 \\ 0 & 0 & A_{93} & A_{94} & A_{95} & A_{96} & A_{97} & A_{98} & A_{99} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{12} \\ D_{14} \\ D_{21} \\ D_{22} \\ D_{23} \\ D_{24} \\ D_{32} \\ D_{33} \\ D_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ 0 \\ B_5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ここで $A_{11}=g^2$ 、 $A_{12}=1.0$ 、 $A_{21}=-2g$ 、 $A_{23}=2g\ln g+g$ 、 $A_{24}=2g$ 、 $A_{25}=1/g$ 、
 $A_{33}=1.0$ 、 $A_{43}=g^2\ln g$ 、 $A_{44}=g^2$ 、 $A_{45}=\ln g$ 、 $A_{46}=1.0$ 、
 $A_{51}=-2(1+\nu)$ 、 $A_{53}=2(1+\nu)\ln g+(3+\nu)$ 、 $A_{54}=2(1+\nu)$ 、 $A_{55}=-\{(1-\nu)/g^2\}$ 、
 $A_{63}=2c\ln c+c$ 、 $A_{64}=2c$ 、 $A_{65}=1/c$ 、 $A_{67}=-2c$ 、 $A_{68}=-1/c$ 、
 $A_{73}=2(1+\nu)\ln c+(3+\nu)$ 、 $A_{74}=2(1+\nu)$ 、 $A_{75}=-\{(1-\nu)/c^2\}$ 、

$$A_{77} = -2(1 + \nu), A_{78} = (1 - \nu)/c^2, A_{87} = 2(1 + \nu), A_{88} = -(1 - \nu)/a^2,$$

$$A_{93} = c^2 \ln c, A_{94} = c^2, A_{95} = \ln c, A_{96} = 1.0, A_{97} = -c^2, A_{98} = -\ln c, A_{99} = -1.0$$

$$B_1 = -g^4 P / (64D), B_2 = g^3 P / (16D), B_3 = W / (8\pi D), B_5 = (3 + \nu) g^2 P / (16D),$$

(3) フランジ躯体の各部のせん断力(Q)/モーメント(M_r, M_t)は、上記で得られた積分定数を(e)~(g)式に代入して得られる。各応力は Q, M_r, M_t を用いて計算できる。

$$\tau = Q/t, \sigma_r = \pm 6M_r/t^2, \sigma_t = \pm 6M_t/t^2,$$

ここで 各部の M_r, M_t は次の通り。

①円板中心($r=0$) : $M_r = M_t = -D\{2(1 + \nu)D_{12}\}, Q = 0$

②ガスケット中心($r=g$) : $M_r = -D[\{2(1 + \nu)D_{12}\} + g^2 P(3 + \nu)/(16D)]$

$$M_t = -D[\{2(1 + \nu)D_{12}\} + g^2 P(1 + 3\nu)/(16D)]$$

$$Q = W/(2\pi g) [\text{パート 2 側}], Q = W/(2\pi g) - gP/2 [\text{パート 1 側}]$$

③ボルトサークル位置 : $M_r = -D[\{2(1 + \nu)D_{32}\} - \{(1 - \nu)/c^2\}D_{33}]$

$$M_t = -D[\{2(1 + \nu)D_{32}\} + \{(1 - \nu)/c^2\}D_{33}]$$

$$Q = 0$$

また 撓み/撓み角は(a),(b)式から得られる。リーク判定に(b)式は重要である。

引用文献/テキスト :

- (1) ORNL-5035 Flange : A computer Program for the Analysis of flanged Joints with Ring type Gaskets (E.C.Rodbaugh, F.M.O'Hara and S.E.Moore)
- (2) チモシェンコ「材料力学(中巻)」(東京図書)