

【整番 SE-15-TM-007】	【標題】 材力テキストによるフランジ構造の簡易計算例
分類：構造(FLG 継手)/種別：技術メモ	作成年月：R2.4/改訂：Ver.0.0 (R2.5) 作成者：N. Miyamoto

全 16 枚

## 0. はじめに

チモシェンコの方法力学(中巻)にある次のパラグラフ(1)はフランジ構造を理解する上で有効と思う。

第 4 章 薄板および殻 §28 中心線に沿って一様に分布する偶力による円輪(板)の振り

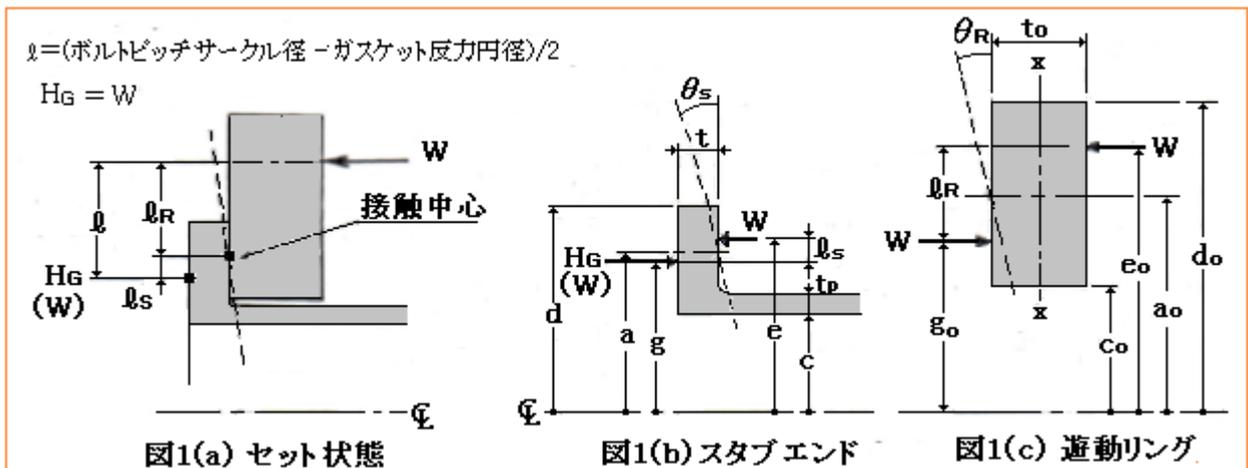
そこでは円輪板の振り問題が議論されているが、その延長として第 95 図のハブ無しフランジモデルにいくつかの応用式が与えられている(添付 A)。規格では Water の板・シェル弾性解析(添付 B)を基底にして公式化されているが、このチモシェンコの方法問題もフランジ構造に近似的な解を与えていると思われる。ここではやや特殊なフランジ構造についてその運用例(2 ケース)を考えてみる。

## 1. 遊動フランジのスタブエンドの簡易強度計算

個人的に情報が欠落しているのかも知れないが、遊動フランジ即ちラップジョイント継手のスタブエンド部分の強度計算法は既存の規格計算にも文献テキスト類にも見当たらない。そのためメーカーの寸法表の強度上の妥当性を顧客から聞かれたことがある。ここではチモシェンコ材力 § 28 を用いた簡単な近似計算法を導いてみたい。

### 1.1 ガasket 締付け状態について

(1) 組立て状態の継手断面を図 1(a)に示す。この場合、遊動リング背面のボルト締付力  $W$  とスタブ前面のガasket 反力が偶力として働き遊動リングとスタブは共に回転変形する。このときリングとスタブ接触面に一つの接触中心が存在するが、スタブ外端の接触が最も強いので恐らくこの中心はガasket 反力円の外側にくると思われる。この接触中心を考えればリングとスタブエンドは図 1(b)(c)のように分離して扱うことができる。そしてリングの傾き  $\theta_R$  と  $\theta_S$  はほぼ等しくなる。なおガasket 反力の中心位置は規格通りであるとする。



(2) 遊動リングに作用するモーメントは § 28 を引用して次式で与えられる(1)。

$$M = M_a a_o = (E_R \theta R t_o^3 / 12) \cdot l_n(d_o/c_o)$$

振りモーメントは  $M_a = k_o W l_R / (2 \pi a_o)$  (\*1) で与えられるので、変形して次のリング傾き式が得られる。

$$\theta_R = \{W l_R / (2 \pi a_o)\} 12 k_o a_o / \{E_R t_o^3 \cdot l_n(d_o/c_o)\} = 6 k_o W l_R / \{\pi E_R t_o^3 \cdot l_n(d_o/c_o)\} \quad \text{----(1)}$$

ここで  $a_o$  = リング中心半径 (=  $(c_o + d_o)/2$ )、 $c_o$  = リング内半径、 $d_o$  = リング外半径、 $t_o$  = リング厚さ、

$\theta_R$  = リングの傾角、 $l_R = W \cdot W$  作用スパン、 $k_o$  = リングのモーメント補正係数(\*2)、

$W$  = 全ボルト締付力ないしリングスタブ全接触荷重、 $E_R$  = リング材の縦弾性係数、

$M$ =リングの  $x$ - $x$  軸廻り単位モーメント、 $M_a$ =リングの中心周長当りの振りモーメント

次にスタブの傾き  $\theta_s$  は上記と同様に § 28 の矩形リングの式を用いて

$$M = M_t a = (E \theta_s t^3 / 12) \cdot \ln(d/c) \rightarrow \theta_s = 12 M_t a / \{E t^3 \cdot \ln(d/c)\}$$

振りモーメント  $M_t$  は、添付 A の結果において  $R(d-c) = W \ell_s / (2 \pi a)$  (\*1) とおいて得られる。

$$M_t = (k/a) [(a' \{W \ell_s / (2 \pi a)\} - c' M_0 \{1 + (t/2) \beta\})]$$

これを上式に代入して

$$\theta_s = 12 c' k [(a'/c) \{W \ell_s / (2 \pi a)\} - M_0 \{1 + (t/2) \beta\}] / \{E t^3 \cdot \ln(d/c)\}$$

さらに § 28 から  $M_0 = 2 \beta D \theta_s$  であるから円筒端の不静定モーメントは、

$$M_0 = [24 \beta D c' k / \{E t^3 \cdot \ln(d/c)\}] [(a'/c) \{W \ell_s / (2 \pi a)\} - M_0 \{1 + (t/2) \beta\}]$$

$D = E t_p^3 / \{12(1 - \nu^2)\}$  とおいてこの式を解くと、

$$M_0 = (a'/a) W \ell_s / [2 \pi c' \{1 + \beta t/2 + \{(1 - \nu^2) / (2 \beta c' k)\} (t/t_p)^3 \cdot \ln(d/c)\}]$$

これを  $M_0 = 2 \beta D \theta_s$  に再度代入して

$$\theta_s = (a'/a) W \ell_s / [(2 \pi c') (2 \beta D) \{1 + \beta t/2 + \{(1 - \nu^2) / (2 \beta c' k)\} (t/t_p)^3 \cdot \ln(d/c)\}] \quad \text{-----(2)}$$

ここで  $c$ =スタブ内半径、 $d$ =スタブ外半径、 $a$ =スタブ中心半径 $[=(c+d)/2]$ 、 $t$ =スタブ厚さ、

$g$ =ガasket反力円の半径、 $t_p$ =パイプ厚さ、 $a'$ =偶モーメント中心半径 $[=(d+g)/2]$ 、

$c'$ =不静定モーメント中心半径 $[=c + 0.5 t_p]$ 、 $\beta$ =シェル定数 $[=\{3(1 - \nu^2) / (c + 0.5 t_p)^2 t_p^2\}^{0.5}]$

$\nu$ =ポアソン比、 $D$ =板剛性 $[=E t_p^3 / \{12(1 - \nu^2)\}]$ 、 $\theta_s$ =スタブの傾角、

$\ell_s = W - H_G$  作用スパン、 $E$ =スタブエンド材の縦弾性係数、 $W$ =リングースタブ全接触荷重、

$H_G$ =全ガasket反力 $(=W)$ 、 $M$ =スタブの  $x$ - $x$  軸廻り単位モーメント、

$M_t$ =スタブの中心周長当りの振りモーメント、 $k$ =スタブのモーメント補正係数(\*2)、

$M_0$ =スタブ-パイプ接合部の単位周長当りの不静定モーメント、

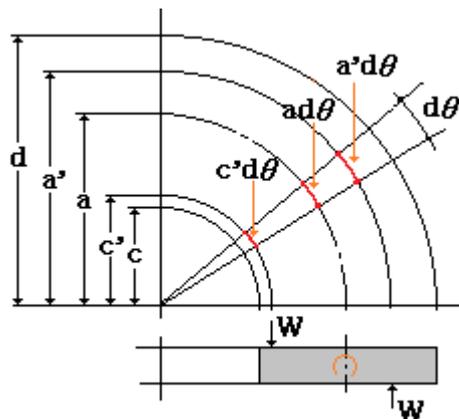
$W - H_G$  作用スパン  $\ell_s$  は、 $\theta_R = \theta_s$  とおいて得られる。 $R = \ell_s / \ell_R$  とおいて

$$\ell_s = \{R / (1 + R)\} \ell \quad \text{-----(3)}$$

$$R = k_0 (a/a') (24 \beta D c') [1 + \beta t/2 + \{(1 - \nu^2) / (2 \beta c' k)\} (t/t_p)^3 \cdot \ln(d/c)] / \{E t_0^3 \cdot \ln(d_0/c_0)\}$$

なお  $\ell$  は全スパンで、 $\ell_s$  と  $\ell_R$  の和 すなわち  $\ell = \ell_s + \ell_R$  である。

注) (\*1)  $M_t$  は § 28 の  $R(d-c)$  すなわち単位周長当りのリング中心廻りのモーメントに該当する。これを下図のモデル図で説明する。



半径  $a'$  と  $c'$  にトータルの偶力  $W$  が作用している状態で、微小角  $d\theta$  に作用する単位偶力は

$$\text{位置 } a' \rightarrow (W/2\pi a') a' d\theta = (W/2\pi) d\theta, \quad \text{位置 } c' \rightarrow (W/2\pi c') c' d\theta = (W/2\pi) d\theta$$

中心位置  $a$  の微小アーク  $ad\theta$  を単位 1 にとると  $d\theta = 1/a$  であるから

位置 a' も位置 c' も同じ ( $W/2\pi a$ ) であるから、単位周長当りのリング中心廻りモーメントは

$$W(a'-c')/(2\pi a) = W\ell_s/(2\pi a) \rightarrow R(d-c) = W\ell_s/(2\pi a)$$

で与えられる。以上は遊動リングに引き当てられるが、スタブの場合も同様である。即ち

$$\text{遊動リング} : W\ell_s/(2\pi a_0), \text{スタブ(スタブエンドのリング部分)} : W\ell_s/(2\pi a)$$

(\*) テキスト § 28 の振りモーメント  $M_t$  の適用限界を拡張するための係数 (添付 A 参照のこと)。

(3) 前項の結果を考えてみる。リングの傾き  $\theta_R$  とスタブの傾き  $\theta_S$  は、回転剛性  $k_{\theta}$  を用いて

$$\theta_R = M_t / k_{R\theta} = W\ell_R / k_{R\theta}, \quad \theta_S = M_t / k_{S\theta} = W\ell_S / k_{S\theta},$$

で表わされる。リングとスタブが密着していると  $\theta_R$  と  $\theta_S$  は等しいので、

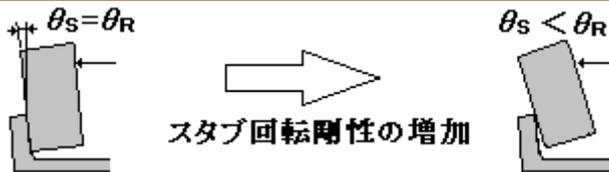
$$W\ell_R / k_{R\theta} = W\ell_S / k_{S\theta} \rightarrow \ell_S / \ell_R = k_{S\theta} / k_{R\theta}$$

スタブの回転剛性  $k_{S\theta}$  が大きくなると  $\ell_S$  は増加、 $\ell_R$  は減少する。しかし  $\ell_S$  には限界 ( $\ell^* = d - g$ ) があるので 回転剛性  $k_{S\theta}$  がある限度を越えると  $\ell_S > \ell^*$  になって (3) 式 すなわち  $\theta_R = \theta_S$  は成立せず、下図のように  $\theta_S < \theta_R$  になる (密着は失われる)。そしてこの状態では  $\ell_S = (d - g)$ 、 $\ell_R = (\ell - \ell_S)$  に固定される。以上の過程を踏まえて、スパン  $\ell_S$ 、 $\ell_R$  は次式で与えられる。

$$\ell_S \leq (d - g) \text{ のとき : } \ell_S = \{R/(1+R)\}\ell, \quad \ell_R = \ell - \ell_S \quad \text{-----(4)}$$

$$\ell_S > (d - g) \text{ のとき : } \ell_S = (d - g), \quad \ell_R = \ell - \ell_S$$

$$R = k_{\theta}(a/a')(24\beta D c')[1 + \beta t/2 + (1 - \nu^2)(t/t_p)^3 \cdot \ln(d/c)/(2\beta c' k)] / \{E R t_0^3 \cdot \ln(d_0/c_0)\}$$



(4) 以上で得られた作用スパン  $\ell_S, \ell_R$  を用いて下記の式からフランジ作用モーメント  $M$  を求め、フランジ強度規格例えば JIS B2205<sup>(2)</sup> に従ってスタブエンド/リングの応力を算定する。

$$M = M_g = W\ell_S \text{ (as スタブ)} \quad \text{あるいは} \quad M = M_g = W\ell_R \text{ (as リング)}$$

スタブエンドの応力計算は次の通り (ハブ無し一体形フランジとして計算)。

$$\text{軸方向応力 : } \sigma_H = f M / (L g_1^2 B) \quad (\rightarrow \text{スタブ-パイプ接合部})$$

$$\text{半径方向応力 : } \sigma_R = (1.33te + 1) / (Lt^2 B) \quad (\rightarrow \text{スタブ内周})$$

$$\text{周方向応力 : } \sigma_T = YM / (t^2 B) - Z \sigma_R \quad (\rightarrow \text{スタブ内周縁})$$

ここで  $g_1$  = パイプ肉厚 (=  $t_p$ )、 $B$  = フランジ内径 (=  $2c$ )、 $t$  = フランジ厚さ (=  $t$ )、

$g_0$  = ハブ厚さ (=  $t_p$ )、 $h_0$  = 係数 [=  $(B g_0)^{0.5}$ ]、 $f$  = 応力修正係数、 $e$  = 係数 (=  $F/h_0$ )、

$L$  = 係数 [=  $(te + 1)/T + t^3/d$ ]、 $d$  = 係数 (=  $(U/V)h_0 g_0^2$ )、 $F$  = 係数 (付図 2)、

$T, Y, Z, U$  = それぞれ内外径比  $K = d/c$  より決まる係数 (付図 4)、 $V$  = 係数 (付図 5)

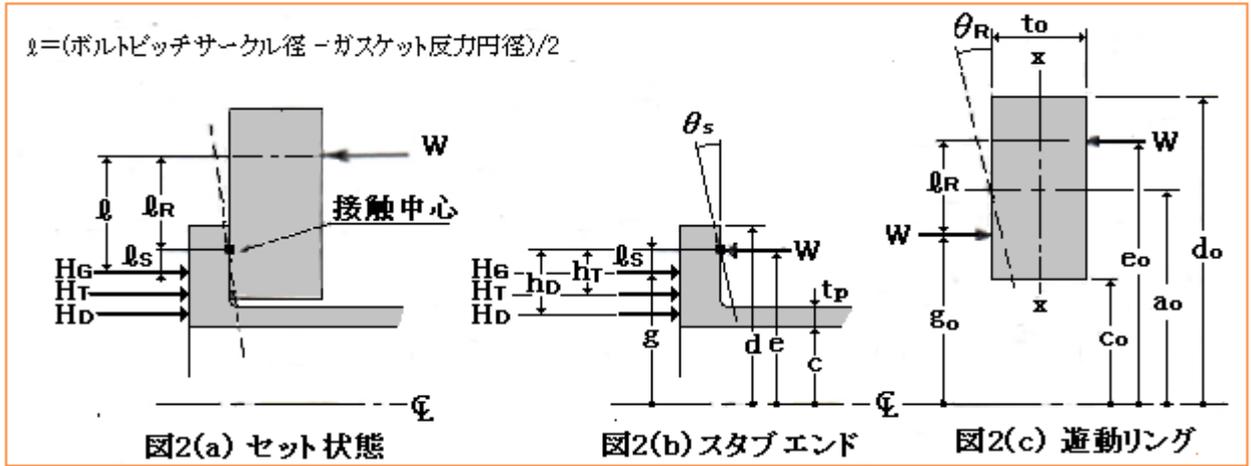
一方、リングの応力計算は次の通り。

$$\sigma_H = 0, \quad \sigma_R = 0, \quad \sigma_T = YM / (t^2 B)$$

ここで  $Y = K (= d_0/c_0)$  で決まる係数 (付図 4)、 $t$  = フランジ厚さ (=  $t_0$ )、 $B$  = フランジ内径 (=  $2c_0$ )

## 1.2 運転状態について

(1) 基本的にはガスケット締付け状態と同じであるが、内圧スラストがスタブに作用するのでスタブの振りモーメントが複雑になる。図 2 に形状寸法/荷重の負荷状態を示す。



- (2) 遊動リングについては、ガスケット締付け状態と何ら変わらない。傾き  $\theta_R$  は(1)式で与えられる。スタブエンドについては、まずリングの振りモーメントを求める。その場合、荷重( $H_G, H_T, H_D$ )及びその作用点は JIS B2205 規定に従うものとする。JIS B2205 の作用定義を図 2 の寸法に変換すると

$$\begin{aligned} h_G &= (C - G)/2 && \rightarrow h_G = l_s \\ h_T &= (R + g_1 + h_G)/2 && \rightarrow h_T = (g - c)/2 + l_s \\ h_D &= (R + 0.5g_1) && \rightarrow h_D = g - c + 0.5t_p + l_s \end{aligned}$$

全モーメント  $M$  は  $M = H_G h_G + H_T h_T + H_D h_D$  で定義されるので、単位荷重を  $H_G/(2\pi a)$ 、 $H_T/(2\pi a)$  および  $H_D/(2\pi a)$  とおけば、単位周長当りの振りモーメントは

$$M^* = X_1 l_s + X_2$$

$$\text{但し } X_1 = \{1/(2\pi a)\}(H_D + H_G + H_T)$$

$$X_2 = \{1/(2\pi a)\}[H_D(g - c + 0.5t_p) + H_T\{(g - c)/2\}]$$

このモーメントを用いて、前項と同じやり方で不静定モーメント  $M_0$  を求めると

$$M_0 = (a'/c)M^*/\{1 + \beta t/2 + \{(1 - \nu^2)/(2\beta c'k)\}(t/t_p)^3 \ln(d/c)\}$$

$M_0 = 2\beta D \theta_s$  であるから

$$\theta_s = X_3(X_1 l_s + X_2)$$

$$\text{但し } X_3 = (a'/c)/\{2\beta D[1 + \beta t/2 + \{(1 - \nu^2)/(2\beta c'k)\}(t/t_p)^3 \ln(d/c)]\}$$

なお  $a'$ 、 $c'$  は 1.1(2)項の定義に同じとする( $a'$  は安全側になる)。

一方、 $\theta_R$  は前項と同様に

$$\theta_R = 6k_0 W l_R / \{\pi E R t_0^3 \cdot \ln(d_0/c_0)\} = X_4 l_R$$

$$\text{但し } X_4 = 6k_0 W / \{\pi E R t_0^3 \cdot \ln(d_0/c_0)\}$$

$\theta_s = \theta_R$  であるから  $X_4 l_R = X_3(X_1 l_s + X_2)$ 、また  $l = l_R + l_s$  であるから

$$l_s = (X_4 l - X_2 X_3) / (X_1 X_3 + X_4), \quad l_R = l - l_s \quad \text{-----(5)}$$

$$\text{但し } X_1 = \{1/(2\pi a)\}(H_D + H_G + H_T),$$

$$X_2 = \{1/(2\pi a)\}[H_D(g - c + 0.5t_p) + H_T\{(g - c)/2\}]$$

$$X_3 = (a'/c)/\{2\beta D[1 + \beta t/2 + \{(1 - \nu^2)/(2\beta c'k)\}(t/t_p)^3 \ln(d/c)]\}$$

$$X_4 = 6k_0 W / \{\pi E R t_0^3 \cdot \ln(d_0/c_0)\}$$

なお 1.1(3)項と同様に  $l_s > (d - g)$  のときは、 $l_s = (d - g)$ 、 $l_R = l - l_s$  になる。

- (3) 以上で得られた作用スパン  $l_s$ 、 $l_R$  を用いて下記の式からフランジ作用モーメント  $M_0$  を求め、フランジ強度規格に従って応力を算定する。

$$M = M_0 = H_G h_G + H_D h_D + H_T h_T = (H_G + H_D + H_T) l_s + H_D(g - c + 0.5t_p) + H_T\{(g - c)/2\} \quad (\text{as スタブ}),$$

$$M=M_0=W\ell_R \quad (\text{as リング})$$

フランジ規格 JIS B2205 に基づく応力計算は前項の通り(ハブ無し一体形フランジとして計算)。

$$\text{軸方向応力: } \sigma_H = f M / (Lg_1^2 B) \quad (\text{as スタブ})$$

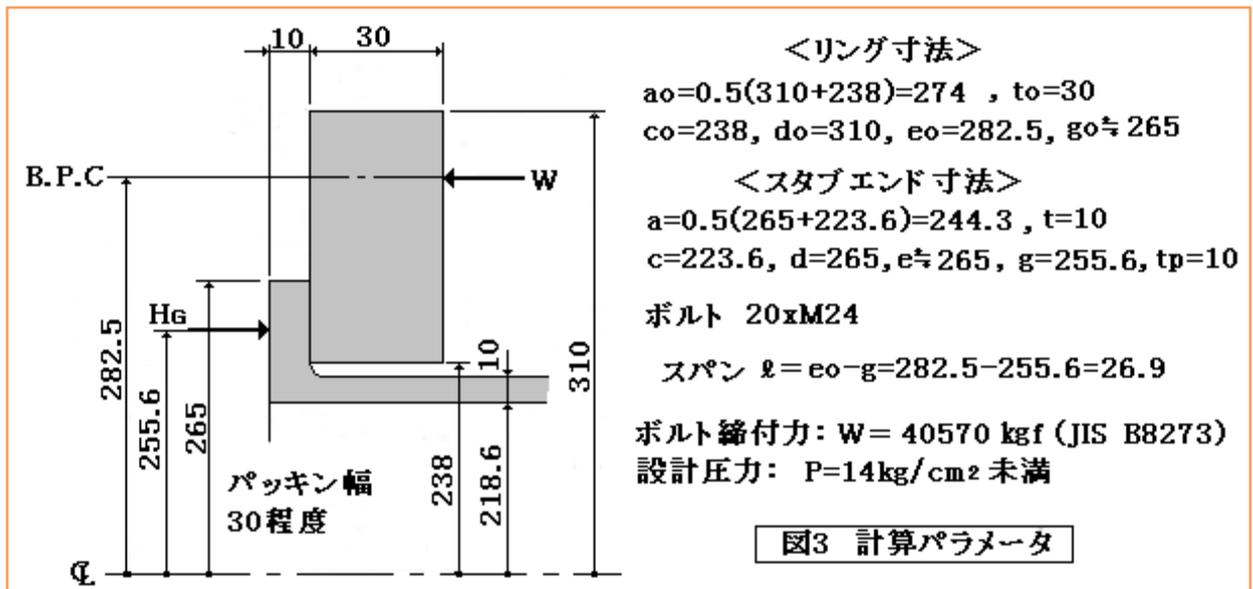
$$\text{半径方向応力: } \sigma_R = (1.33te + 1)M / (Lt^2 B) \quad (\text{as スタブ})$$

$$\text{周方向応力: } \sigma_T = YM / (t^2 B) - Z \sigma_R \quad (\text{as スタブ})$$

$$\text{周方向応力: } \sigma_T = YM / (t^2 B) \quad (\text{as リング})$$

### 1.3 スタブエンドの計算例

(1) ここでは下図のような JIS10K 450A ラップジョイント FLG のガスケット締付時の作用スパン $\ell_s$ 、 $\ell_R$ 及び応力を計算してみる。



まず、規格に従って、ガスケット径 $G$ とボルト荷重 $W$ を設定する。

ガスケット幅 $N=28\text{mm}$ にとると  $b_o = N/2 = 14 \rightarrow b_o > 6.35$  なので有効幅  $b = 2.52 \times \sqrt{14} = 9.4\text{mm}$

$$\therefore G = 2(265 - 9.4) = 511.2 \rightarrow g = 511.2/2 = 255.6\text{mm}$$

また、ボルトの所要有効断面積  $A_m = \pi b G y / \sigma_a = \pi \times 9.4 \times 511.2 \times 2.6 / 6.2 = 6327$ 、

$$\text{ボルトの実際の総有効断面積 } A_b = 20 \times \pi \times 20.75^2 / 4 = 6760 \text{ mm}^2$$

従って、 $W = W_g = (A_m + A_b) \sigma_a / 2 = (6327 + 6760) \times 6.2 = 40570 \text{ kgf}$

次に作用スパン $\ell_s$ を求める。

寸法比  $K = A/B = d/c = 1.3$  または  $1.2$  なので、添付 A より補正係数  $k_o = 1.06$ 、 $k = 1.01$ 、偶モーメントの中心半径および不静定モーメントの中心半径は

$$a' \approx (e + g) / 2 = (265 + 255.6) / 2 = 260.3 \rightarrow (a/a') = 244.3 / 260.3 = 0.94$$

$$c' = 218.6 + 5 = 223.6$$

シェル定数 $\beta$ 、板剛性 $D$ は、

$$\beta = [3(1 - \nu^2) / \{(c + 0.5t_p)^2 t_p^2\}]^{0.5} = \{(3 \times 0.91 / 223.6^2 \times 10^2)\}^{0.25} = 0.0272 \text{ mm}^{-1}$$

$$D = Et_p^3 / \{12(1 - \nu^2)\} = 20400 \times 10^3 / (12 \times 0.91) = 1868132 \text{ kg}\cdot\text{mm}$$

スパン比 $R$ は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 R &= k_0(a/a')(24\beta D c') [1 + \beta t/2 + (1 - \nu^2)(t/t_p)^3 \cdot \ln(d/c)/(2\beta c' k)] / \{E_{Rt_0}^3 \cdot \ln(d_0/c_0)\} \\
 &= 1.06 \times 0.94 \times \{24 \times 0.0272 \times 1868132 \times 223.6(1 + 0.136 + 0.0145)\} / (20400 \times 30^3 \times 0.264) \\
 &= 0.9964 \times 313722833 / 145411200 = 2.15
 \end{aligned}$$

従って作用スパン $l_s$ は次のようになる。

$$l_s = \{R/(1+R)\}l = (2.15/3.15) \times 26.9 = 18.4 \text{ mm} > 9.4 \text{ mm}$$

本ケースでは $l_s$ は9.4mmを越えるので $l_s=9.4$ mmになる。規格の振りモーメントMは、

$$M = W l_s = 40570 \times 9.4 = 381358 \text{ kg f m m}$$

このモーメントでスタブエンドに幾らの応力が発生するか、計算してみる。計算パラメータは

$$\begin{aligned}
 f &= 1.0, F = 0.909, h_0 = (B t_p)^{0.5} = 66.1, Y = 11.5, U = 13, Z = 5.8, T = 1.8, V = 0.55 \\
 e &= F/h_0 = 0.0138, d = (U/V)h_0 g^2 = 156236, L = (t e + 1)/T + t^3/d = 0.639
 \end{aligned}$$

各応力は、

$$\text{ハブの軸方向応力: } \sigma_H = fM/(L g_1^2 B) = 1 \times 381358 / (0.639 \times 10^2 \times 437.2) = 13.7 \text{ kg f/mm}^2$$

$$\begin{aligned}
 \text{FLGの半径方向応力: } \sigma_R &= (1.33 t e + 1)M / (L t^2 B) = 1.1835 \times 381358 / (0.639 \times 100 \times 437.2) \\
 &= 16.2 \text{ kgf/mm}^2
 \end{aligned}$$

$$\text{FLGの周方向応力: } \sigma_T = YM/(t^2 B) - Z \sigma_R = 11.5 \times 381358 / (100 \times 437.2) - 5.8 \times 16.2 = 6.4 \text{ kgf/mm}^2$$

$\sigma_H, \sigma_R$ は少し許容を越えている。リング回転剛性をあげる必要がある。

$$\text{リングの応力は } \sigma_H = \sigma_R = 0, \sigma_T = YM/(t^2 B) = 7.5 \times 40570 \times 17.5 / (30^2 \times 437.2) = 13.5 \text{ kg f/mm}^2$$

周方向応力がかなり高くなるのでハブ付きリングを考慮する必要があると思う。

- (2) 上記はスタブエンドの回転剛性に比べ、遊動リングの回転剛性が低いために $l_s$ のキャリオーバが起きている。そこで、リングの厚さを厚くして $l_s$ の変化をみってみる。

$$t_0 = 40 \text{ mm のとき: } R = 0.907, l_s = 12.8 > 9.4 \quad \therefore l_s = 9.4 \text{ mm}$$

$$t_0 = 50 \text{ mm のとき: } R = 0.464, l_s = 8.5 > 9.4 \quad \therefore l_s = 8.5 \text{ mm}$$

$$t_0 = 60 \text{ mm のとき: } R = 0.269, l_s = 5.7 < 9.4 \quad \therefore l_s = 5.7 \text{ mm}$$

$$t_0 = 70 \text{ mm のとき: } R = 0.169, l_s = 4.5 < 9.4 \quad \therefore l_s = 3.9 \text{ mm}$$

スタブエンド応力は40mmまでは変わらないが、50, 60, 70mmでは10%, 40%, 60%ダウンする。リングの応力は厚さの増加とともに大きく低下する。なおスタブエンドの厚さを増してゆけば応力は大きくダウンする。

- (3) ガスケット締付け時の応力は運転時の応力より厳しくなることも多い。(4)式に基づくスパン計算で遊動リング/スタブエンドのサイジング(例えば厚さ)が決まる可能性がある。ここで示した§28の運用式は簡便式にはほかならないが、サイジングチェックにある程度、役立つと思う。

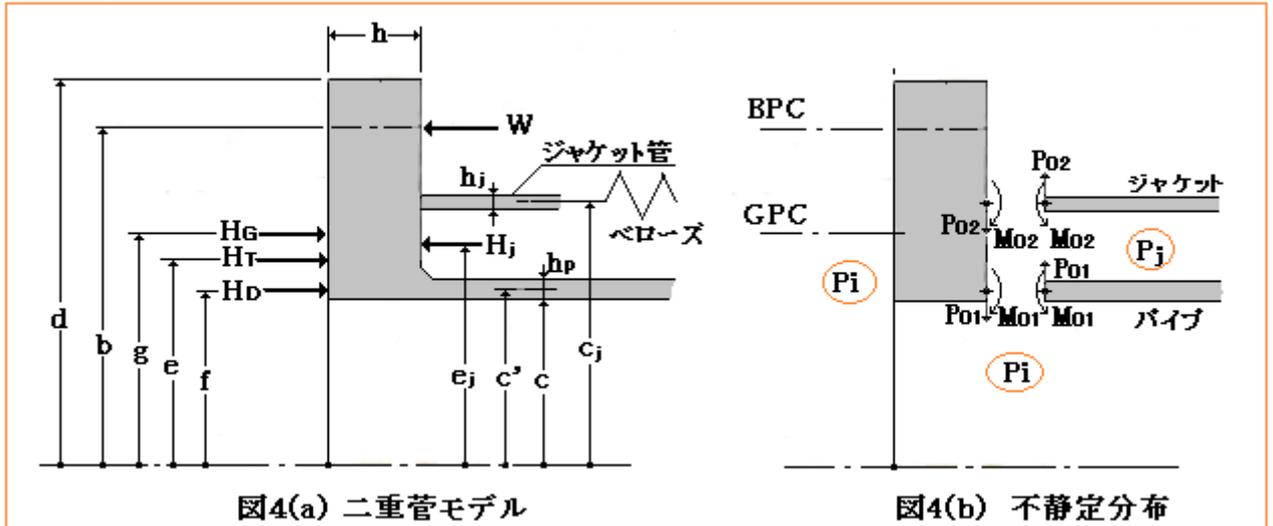
## 2. 二重管フランジの強度計算式

### 2.1 計算式の導入

- (1) ここでは図4のような二重管(ジャケット管)フランジへの運用を考えてみる。2重管構造では接続円筒が2つなので連結部の不静定力/モーメントは2様になり外管には軸方向の力が発生する。そのためかなり荷重-変位関係は煩雑になってしまう。そこで

- 一般に加熱ジャケット管では外管が内管より伸びてフランジリングの軸力拘束を緩める、

- ・外管と内管の熱膨脹差による熱応力を緩和するため外管にベローズを設けることがある、
  - ・外管の軸方向拘束を無視することで安全側にリング応力を評価できる
- ことを考えて、外管の軸方向拘束を無視することにする。



(2) 図 4(b)ではリングの傾き  $\theta_R$  とパイプ(内管)とジャケット(外管)の夫々の傾き  $\theta_i, \theta_j$  は等しくなる。

$$\theta_R = \theta_i = \theta_j = \theta$$

リングの傾き  $\theta$  は 1.1 と同様に § 28 の矩形リングの式を用いて

$$M = M_t a = (E \theta t^3 / 12) \cdot \ln(d/c) \rightarrow \theta = 12 M_t a / \{E t^3 \cdot \ln(d/c)\}$$

振りモーメント  $M_t$  は、同じく添付 A の結果を用いて

$$M_t = (k/a) [a' M^* - c' M_{o1} (1 + 0.5 \beta_1 h) - c_j M_{o2} (1 + 0.5 \beta_2 h)]$$

これを上式に代入して

$$\theta = 12 a (k/a) [a' M^* - c' M_{o1} (1 + 0.5 \beta_1 h) - c_j M_{o2} (1 + 0.5 \beta_2 h)] / \{E h^3 \ln(d/c)\}$$

さらに  $M_{o1} = 2 \beta_1 D_1 \theta$ 、 $M_{o2} = 2 \beta_2 D_2 \theta$  であるから

$$M_{o1} = [24 \beta_1 D_1 a / \{E h^3 \ln(d/c)\}] (k/a) [a' M^* - c' M_{o1} (1 + 0.5 \beta_1 h) - c_j M_{o2} (1 + 0.5 \beta_2 h)]$$

$$M_{o2} = [24 \beta_2 D_2 a / \{E h^3 \ln(d/c)\}] (k/a) [a' M^* - c' M_{o1} (1 + 0.5 \beta_1 h) - c_j M_{o2} (1 + 0.5 \beta_2 h)]$$

これらを解いて、 $M_{o1}, M_{o2}$  を求めると

$$M_{o1} = [X_1 \{1 - (c_j/a')(1 + 0.5 \beta_2 h) X_2\} / \{1 - (c'/a')(c_j/a')(1 + 0.5 \beta_1 h)(1 + 0.5 \beta_2 h) X_1 X_2\}] M^*$$

$$M_{o2} = [X_2 \{1 - (c'/a')(1 + 0.5 \beta_1 h) X_1\} / \{1 - (c'/a')(c_j/a')(1 + 0.5 \beta_1 h)(1 + 0.5 \beta_2 h) X_1 X_2\}] M^*$$

$$\text{ここで } X_1 = 24 k \beta_1 D_1 a (a/a') / \{E h^3 \ln(d/c) + 24 k \beta_1 D_1 a (c'/a')(1 + 0.5 \beta_1 h)\}$$

$$X_2 = 24 k \beta_2 D_2 a (a/a') / \{E h^3 \ln(d/c) + 24 k \beta_2 D_2 a (c_j/a')(1 + 0.5 \beta_2 h)\}$$

ここで  $c$  = フランジ内半径、 $c_j$  = ジャケット平均半径、 $d$  = リング外半径、 $b$  = ボルトピッチ円の半径

$a$  = リング中心半径 [=  $(c+d)/2$ ]、 $a'$  = 偶モーメント中心半径 [=  $(b+c)/2$ ]、

$c'$  = パイプ平均半径 [=  $c + h_p/2$ ]、 $h$  = リング厚さ、 $h_p$  = パイプ厚さ、 $h_j$  = ジャケット厚さ、

$g$  = ガスケット反力円の半径、 $e$  = 圧力推力  $H_T$  の作用半径、 $f$  = 圧力推力  $H_D$  の作用半径、

$\beta_1$  = パイプのシェル定数 [=  $\{3(1-\nu^2)/(c+0.5h_p)^2/h_p^2\}^{0.25}$ ]、 $\nu$  = ポアソン比、

$\beta_2$  = ジャケットのシェル定数 [=  $\{3(1-\nu^2)/(c_j^2 h_j^2)\}^{0.25}$ ]、

$D_1$  = パイプの板剛性 [=  $E h_p^3 / \{12(1-\nu^2)\}$ ]、 $D_2$  = ジャケットの板剛性 [=  $E h_j^3 / \{12(1-\nu^2)\}$ ]、

$E$  = FLG/管材の縦弾性係数、 $\theta$  = リング/パイプ/ジャケットの傾角、

$k$  = リングのモーメント補正係数(1.1 節に同じ)、

$M_t$  = リングの中心周長当りの振りモーメント、 $M$  = リングの  $x-x$  軸廻り単位モーメント

$M^*$  = 実質的にリングの作用するリングの中心周長当りの振りモーメント、

$M_{o1}, M_{o2}$  = リング・パイプ/リング・ジャケット接合部の単位周長当りの不静定モーメント、

(3) 以上から得られた不静定モーメントを用いて振りモーメント  $M_t$  はクリアになる。その場合

$$\begin{aligned} M_t &= (k/a) [a'M^* - c' M_{o1}(1 + 0.5 \beta_{1h}) - c_j M_{o2}(1 + 0.5 \beta_{2h})] \\ &= k(a/a') [M^* - (c'/a') M_{o1}(1 + 0.5 \beta_{1h}) - (c_j/a') M_{o2}(1 + 0.5 \beta_{2h})] \\ &= k(a/a') [\{M^* - (c_j/a') M_{o2}(1 + 0.5 \beta_{2h})\} - (c'/a') M_{o1}(1 + 0.5 \beta_{1h})] \\ &= k(a/a') [M^{**} - (c'/a') M_{o1}(1 + 0.5 \beta_{1h})] \end{aligned}$$

ここで  $M^{**} = \{M^* - (c_j/a') M_{o2}(1 + 0.5 \beta_{2h})\}$  である。 $M^*$  は JIS B2205 の  $M (= M_o)$  を中心周長 ( $2\pi a$ ) で除したものに相当するが、 $M^{**}$  は  $M^*$  をジャケット(外管)接続から生じる不静定分で修正したものであるので、 $M^{**}$  に  $2\pi a$  を乗じたものを修正された  $M_o$  と見なして可と思う。従って

$$M_o = 2\pi a M^{**} = 2\pi a M^* - 2\pi a (c_j/a') M_{o2}(1 + 0.5 \beta_{2h}) = M_{ob} - 2\pi a (c_j/a') M_{o2}(1 + 0.5 \beta_{2h})$$

ここで  $M_{ob}$  は修正前の  $M_o$  で、規格に準ずれば次の式で計算できる。

$$\begin{aligned} M_{ob} &= H_D h_D + H_G h_G + H_T h_T - H_j h_j \\ H_T &= (\pi/4) G^2 P - (\pi/4) B^2 P \rightarrow H_T = \pi (g^2 - c^2) P_i \\ H_D &= (\pi/4) B^2 P \rightarrow H_D = \pi c^2 P_i \\ H_j &= \pi \{(c_j - h_j/2)^2 - (c + h_p)^2\} P_j \\ h_G &= (C - G)/2 \rightarrow h_G = (b - g) \\ h_T &= (R + g_1 + h_G)/2 \rightarrow h_T = b - (g + c)/2 \\ h_D &= (R + 0.5g_1) \rightarrow h_D = b - c + 0.5t_p \\ h_j &= b - [\{(c_j - h_j/2)^2 + (c + h_p)^2\}/2]^{0.5} \end{aligned}$$

(3) フランジの応力は、以上の修正された  $M_o$  を  $M$  とおいて規格式から得られる。即ち

$$\text{軸方向応力} : \sigma_H = f M / (L g_1^2 B)$$

$$\text{半径方向応力} : \sigma_R = (1.33te + 1)M / (Lt^2 B) \quad (\text{as スタブ})$$

$$\text{周方向応力} : \sigma_T = YM / (t^2 B) - Z \sigma_R \quad (\text{as スタブ})$$

上記にはジャケット(外管)の接合部の応力は含まれない。この部分にはせん断力  $P_{o2}$ 、端モーメント  $M_{o2}$  が作用し、 $\sigma = 6M_{o2}/t_p^2$ 、 $\tau = P_{o2}/t_p = \beta M_{o2}/t_p$  が端部コーナーに派生するので

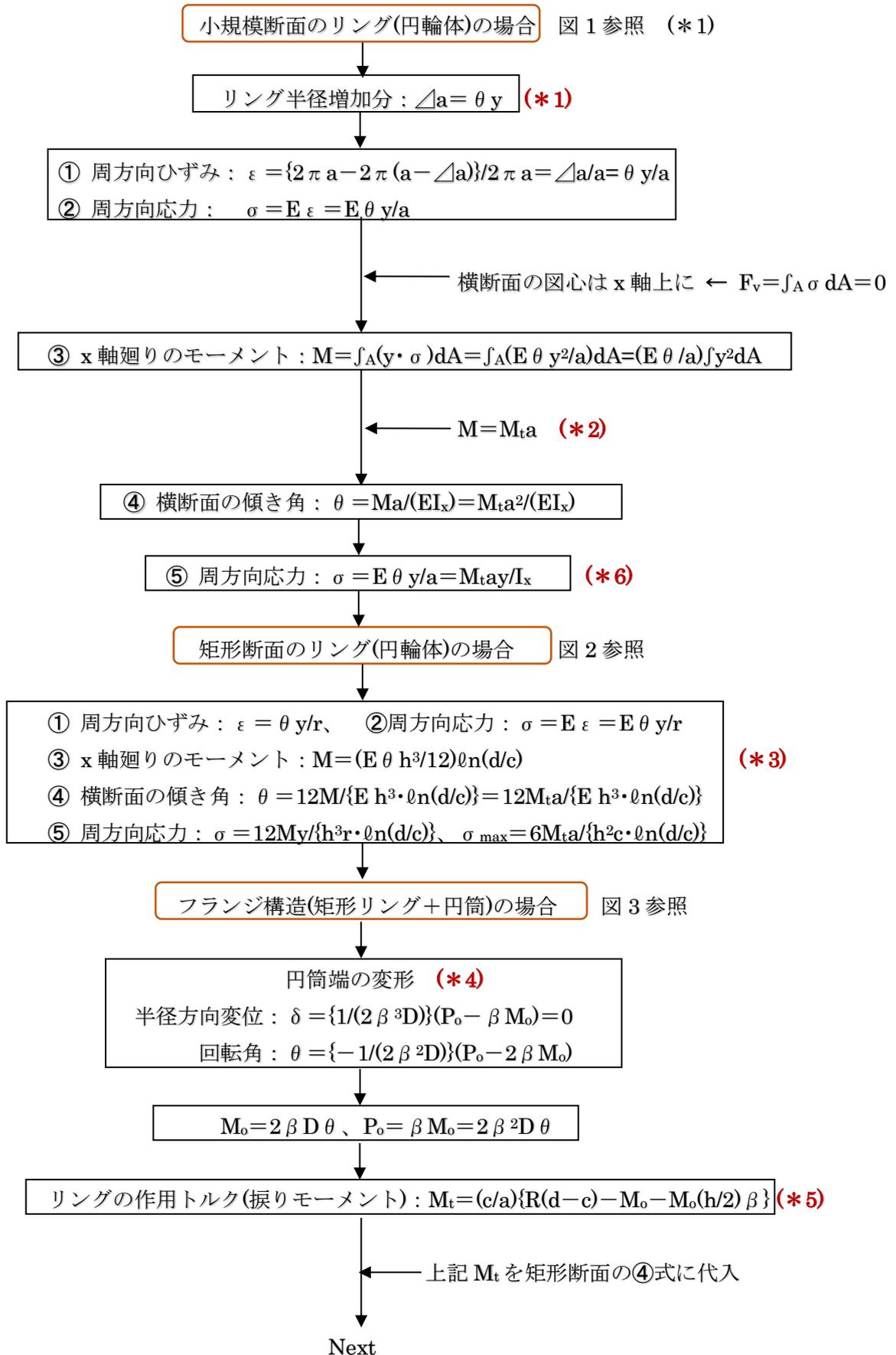
$$\sigma_H = (\sigma^2 + 4\tau^2)^{0.5} = \{36/t_p^2 + \beta^2\}^{0.5} (M_o/t_p)$$

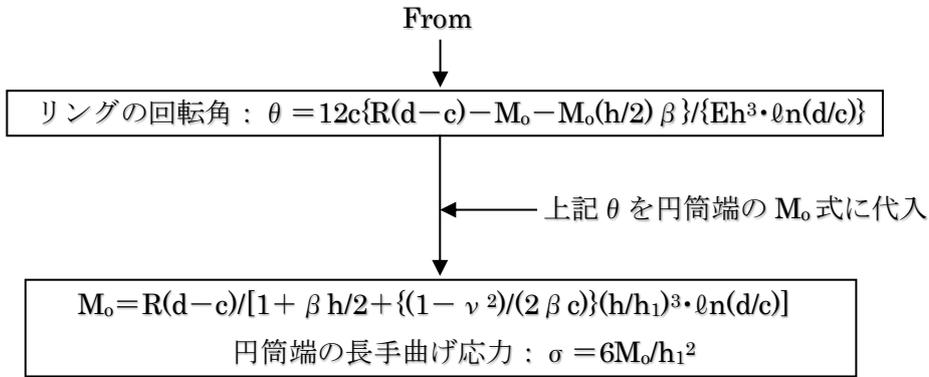
をジャケット接続部の応力として評価する。

(4) 以上は運転状態の応力計算式を与える。ガスケット据付け状態の応力計算式は  $P_i = P_j = 0$  とおいて得られる。ただガスケット反力  $H_G$  / 反力円径  $G$  の設定方法が問題として残る。

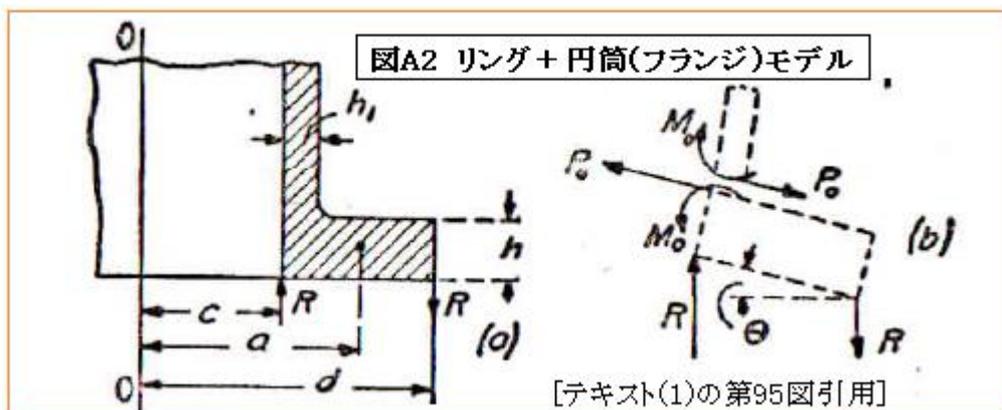
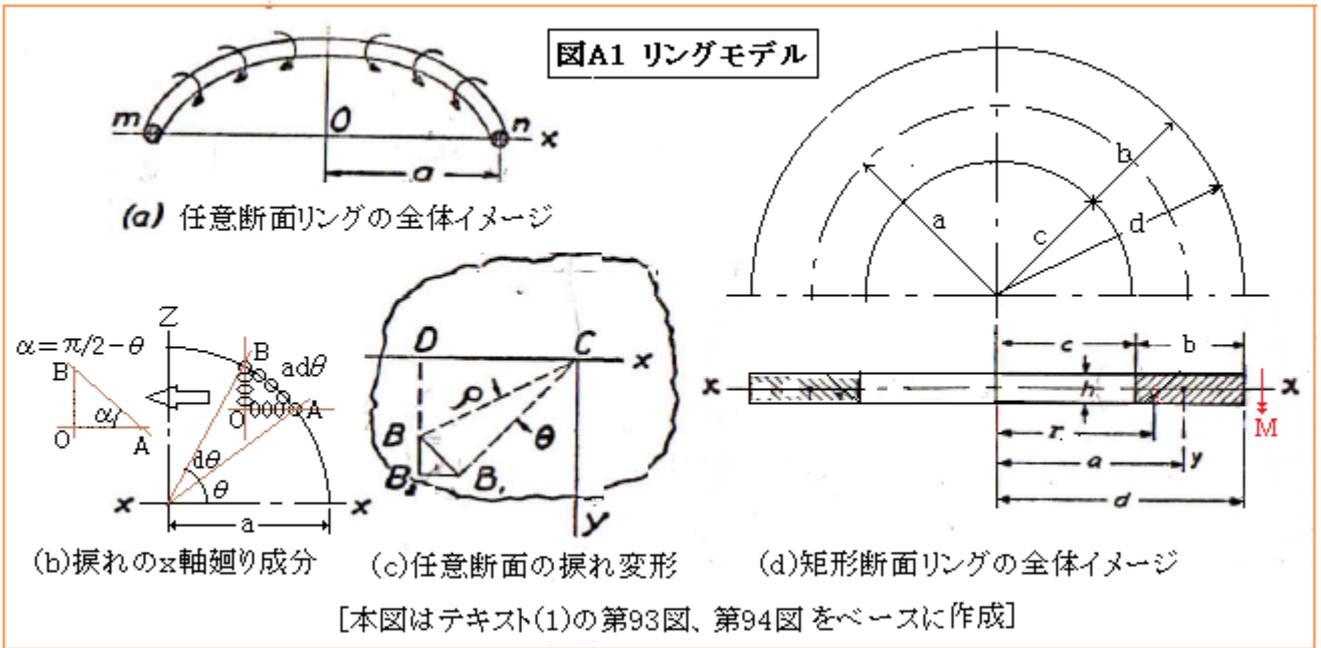
【 添付 A : チモシェンコ材力 § 28 の内容とその運用 】

A1. § 28 の内容を要約すれば次のようになる (→わかりにくい時は原本<sup>(1)</sup>と照合して下さい)。





記号説明)  $a$ =リング半径、 $\Delta a$ =リング半径増分、 $r$ =矩形リング任意半径、 $b$ =半径方向リング幅、 $c$ =リング内径、 $d$ =リング外径、 $h$ =リング厚み、 $h_1$ =円筒厚さ、 $y$ =振りによる変位、 $A$ =リング断面積、 $dA$ =リング微小断面積、 $\theta$ =リング断面傾角ないし円筒端回転角、 $d\theta$ =傾角増分、 $\delta$ =半径方向変位、 $\varepsilon$ =周方向ひずみ、 $\sigma$ =周方向応力、 $I_x$ =リング断面  $x$  軸廻り断面 2 次モーメント、 $D$ =板の曲げ剛性[ $= Eh^3 / \{12(1 - \nu^2)\}$ ]、 $\beta$ =シェル定数[ $= \{3(1 - \nu^2) / (R_m^2 h_1^2)\}^{0.25}$ ]、 $R_m$ =円筒平均半径、 $E$ =縦弾性係数、 $M_t$ =単位周当りのリング断面振りモーメント、 $R$ =リング断面の偶力、 $M$ =単位周当りのリング断面  $x$  軸廻りモーメント、 $M_o$ =単位周当りの円筒端不静定モーメント、 $P_o$ =単位周当りの円筒端不静定撓み、



(\*1) 図 1(c)は断面の図心 C 廻りの捩れ変形を示す。この図では $\triangle BCD \sim \triangle BB_1B_2$ であるから

$$x \text{ 方向変位} : B_1B_2 = BB_1(DB/BC) = \rho \theta (y/\rho) = \theta y$$

この x 方向変位は C 点廻りに分布するが、円形の断面寸法が中心線半径 a に較べ小さい場合には断面の任意繊維の平均半径は a に等しいとみても有意な誤差にならないので  $BB_1$  は  $\triangle a$  とみていい。即ち  $\triangle a = \theta y$  が得られる。

(\*2) 図 1(b)より微小角  $d\theta$  の対辺 AB の合モーメントは  $M_t a d\theta$  であるから辺 AO の合モーメント成分は  $M_t a \cdot \cos(\pi/2 - \theta) d\theta$ 、これを 0-P で積分すれば

$$\left| \int_0^{\pi/2} M_t a \cdot \cos(\pi/2 - \theta) d\theta \right| = M \rightarrow M = M_t a$$

この場合、M はリング断面の x 軸廻りモーメント(曲げモーメント)である。M はリング周の全断面に分布する。

(\*3) 矩形断面の場合、③式は  $M = \int_A (E \theta y^2/a) dA = \int_{-h/2}^{h/2} \int_c^d (E \theta y^2/r) dr dy = (E \theta h^3/12) \ln(d/c)$  にこの  $M (= M_t a)$  を用い任意断面と同様にして矩形断面の  $\theta$  と  $\sigma$  を求める。

(\*4) 長い円筒の自由端に半径方向力  $P_0$  と端モーメント  $M_0$  が働く場合の撓み/撓み角の式を示す。

(\*5) リング断面の x 軸廻りのモーメント M に着目する。個別に捩りモーメントをとり

$$\begin{aligned} M &= a \{R(d-c)\} - c M_0 - c \{P_0(h/2)\} = c \left[ \frac{a}{c} \{R(d-c)\} - M_0 - \{P_0(h/2)\} \right] \\ &= c \left[ \frac{a}{c} \{R(d-c)\} - M_0 - M_0(h/2) \beta \right] \end{aligned}$$

$M = M_t a$  とすれば  $M_t = (c/a) \left[ \frac{a}{c} \{R(d-c)\} - M_0 - M_0(h/2) \beta \right]$  になる。しかしテキストでは短いリング幅 b を想定して  $c \doteq a \rightarrow (a/c) \doteq 1$  とおき

$$\begin{aligned} &\left\{ \begin{aligned} M_t &= (c/a) \{R(d-c) - M_0 - M_0(h/2) \beta\} \\ \theta &= 12c \{R(d-c) - M_0 - M_0(h/2) \beta\} / \{Eh^3 \cdot \ln(d/c)\} \\ \downarrow M_0 &= R(d-c) / [1 + \beta h/2 + \{(1-\nu^2)/(2\beta c)\} (h/h_1)^3 \cdot \ln(d/c)] \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

A.2 §28 は基本的に「リング中心半径の比べ小規模な断面を持つリング」を対象にしている。この場合、矩形断面の内径 c と外径 d の差は小さく、c と d は中心径 a にかなり漸近しなければならない[前項の(\*5)が然り]。これは、図 A2 のフランジモデルがかなり大口径のとき以外は適用できないことを意味する。そこでフランジのリング(矩形断面)のみに着目し、

① 図 A.1(b)の矩形断面 vs ② ルーズフランジの遊動リング

を比較してみる。各周方向応力は次のようになる(なお  $h=t$ ,  $c=B/2$ )。

$$\textcircled{1} \sigma_{\max} = 6M_t a / \{h^2 c \cdot \ln(d/c)\} = (M_t/h^2 c) \{6a / \ln(d/c)\}$$

$$\textcircled{2} \sigma = YM/(t^2 B) = Y(2\pi a M_t)/(h^2 \cdot 2c) = (M_t/h^2 c)(\pi a Y) \leftarrow \text{JISB2205 規格計算基準}$$

②の  $\sigma$  はスタブエンドの影響を安全側に無視した最大応力と思われるので  $\sigma_{\max} = \sigma$  とおいて

$$6a / \ln(d/c) = \pi a Y \rightarrow Y = (6/\pi) \{1 / \ln(d/c)\} = (6/\pi)(1/\ln K) \quad (\text{但し } K = d/c = A/B)$$

これを各 K 値について計算し JISB2205 付図 4 から得られる Y 値と較べると次のようになる。

<付表 Y 値の計算値とグラフ値の比較>

	K=1.1	K=1.2	K=1.3	K=1.4	K=1.5	K=1.7	K=2.0	K=3.0	K=4.0
計算値①	20.04	10.5	7.28	5.68	4.71	3.6	2.76	1.74	1.38
JIS 値②	20.04	10.6	7.7	6.0	5.0	3.9	3.03	1.95	1.60
対比 k	1.0	1.01	1.06	1.06	1.06	1.08	1.10	1.12	1.16

Kが大きくなることは、リング中心半径に較べてリング幅  $b$  が大きくなることを意味する。リング幅が大きくなるにつれて、[規格 Y 値/計算 Y 値]が当初の 1 からだんだん大きくなるので、[リング幅/中心径]が大きな小口径では ①式に[規格 Y 値/計算 Y 値]を乗じて補正する必要がある。(ここでは Water 解をベースにする JISB2205 の規格式②をより厳密な解と考えている。リング幅が大きくなるにつれて、①式が②式より低い Y 値になるのは 断面のゆがみを平均化した結果とみていいのではないかと思う。)

故に、 $k = [\text{規格 Y 値} / \text{計算 Y 値}]$  とおいて

$$\sigma_{\max} = (kM_t/h^2c)\{6a/\ln(d/c)\} = \{M_t'/(h^2c)\}\{6a/\ln(d/c)\}$$

$$M_t' = kM_t = k(c/a) [(a/c)\{R(d-c)\} - M_o - M_o(h/2)\beta], \quad k = \text{上記付表の値}$$

この場合の  $M_t$  については、前述の(\*5)のような  $c \doteq a \rightarrow (a/c) \doteq 1$  の近似化は採らない。結果的に  $M_t'$  は  $M_t$  に比べ、かなり大きくなる。例えば 50A では、 $K = 155/60.5 = 2.56$  なので  $k = \text{約 } 1.1$ 、また  $a/c = (155 + 60.5)/2/60.5 = 1.78$  なので [ ]内の  $M_o$  と  $M_o(h/2)\beta$  が小さいときは、 $M_t'/M_t \doteq 1.1 \times 1.78 = 1.96$  倍になる。

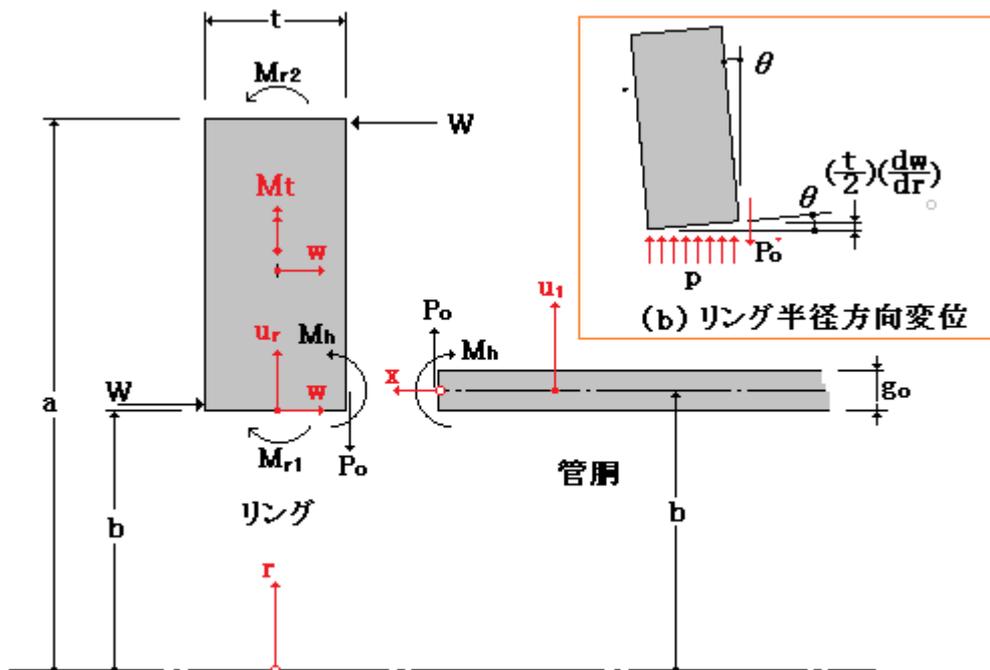
以上、テキスト(1)の § 28 の式は近似的ではあるが、次のように運用したらどうかと思う。

$$\begin{aligned} M_t &= k(c/a) [(a/c)\{R(d-c)\} - M_o - M_o(h/2)\beta] \\ \theta &= 12c^3k[(a/c)\{R(d-c)\} - M_o - M_o(h/2)\beta] / \{Eh^3 \cdot \ln(d/c)\} = M_o/2\beta D \\ \downarrow M_o &= (a'/c')\{R(d-c)\} / [1 + \beta h/2 + \{(1-\nu^2)/(2\beta ck)\}(h/h_1)^3 \cdot \ln(d/c)] \end{aligned}$$

ここで  $a'$  = 外力による偶モーメントの中心半径、 $c'$  = 不静定モーメントの中心半径

【 添付 B : フランジ構造の弾性解析(あらまし) 】

フランジ構造の弾性解析では、リング部分を平板、管胴部分を円筒殻として扱う。WN フランジのようにリングと管胴の間にテーパハブの付いた構造ではハブを変肉シェル理論で扱うとともに 3つの要素を連成して扱う必要がありかなり複雑になる。ここでは文献(3)に基づき、ごく基本的なハブ無し一体形フランジを取りあげて弾性解析のプロフィールを紹介してみたい。



付図 1 (a)ハブ無し一体フランジモデル

〈 記号説明 〉

W=全ボルト荷重、p=内圧、q=円板に作用する一様分布荷重(ここでは 0)、E=縦弾性係数、  
 a,b,t,g<sub>o</sub>=リング外半径,リング内半径(≡管胴平均半径),リング厚さ,管胴厚さ、  
 D<sub>s</sub>,D<sub>p</sub>=管胴,円板の板剛性(=Eg<sub>o</sub><sup>3</sup>{12(1-ν<sup>2</sup>)}, Et<sup>3</sup>{12(1-ν<sup>2</sup>)}), ν=ポアソン比  
 β=管胴のシェル定数[={3(1-ν<sup>2</sup>)/(b<sup>2</sup>g<sub>o</sub><sup>2</sup>)<sup>0.25</sup>], r=半径方向位置、x=軸方向位置、  
 w=リングの撓み、u<sub>r</sub>=リングの半径方向変位、u=管胴の半径方向変位、  
 P<sub>o</sub>=不静定力、M<sub>h</sub>=不静定モーメント、

フランジの弾性解析は次のような手順になる。

- ステップ 1: リング(平板)と管胴(円筒殻)の未知数を含めた荷重・変位関係を設定する。
- ステップ 2: リングの境界条件およびリングと管胴の連続条件に荷重・変位関係を代入して未知数(積分定数)を求める。
- ステップ 3: 得られた荷重・変位関係より必要な変位等の解を求める。

【ステップ 1】

リングは円形平板で扱う。その基礎方程式は次式で与えられる。

$$(1/r)[d\{rd\{(1/r)d(rdw/dr)/dr\}/dr]/dr = q/D_p \quad \text{-----}(p1)$$

これを解いて

$$\text{撓み: } w = C_7 r^2 \ln r + C_8 r^2 + C_9 \ln r + C_{10} + r^4 q / (64 D_p) \quad \text{-----}(p2)$$

$$\text{撓み角: } dw/dr = C_7 (2r \ln r + r) + 2C_8 r + C_9 / r + r^3 q / (16 D_p) \quad \text{-----}(p3)$$

$$\text{曲率: } d^2 w / dr^2 = C_7 (2 \ln r + 3) + 2C_8 - C_9 / r^2 + 3r^2 q / (16 D_p) \quad \text{-----}(p4)$$

$$d^3 w / dr^3 = C_7 (2/r) + 2C_9 / r^3 + 3r q / (8 D_p) \quad \text{-----}(p5)$$

$$\text{半径方向モーメント: } M_r = -D_p \{d^2 w / dr^2 + (\nu / r)(dw/dr)\} \quad (\text{as } q=0) \quad \text{-----}(p6)$$

$$\text{周方向モーメント: } M_t = -D_p \{(1/r)(dw/dr) + \nu d^2 w / dr^2\} \quad (\text{as } q=0) \quad \text{-----}(p7)$$

$$\text{せん断力: } Q = -dM_r / dr + (M_t - M_r) / r \quad (\text{as } q=0) \quad \text{-----}(p8)$$

次に管胴は円筒殻で扱う。その基礎方程式は次式で与えられる。

$$g_o^3 (d^4 u / dx^4) + \{12(1-\nu^2)g_o / b^2\} u - 12(1-\nu^2)(1-\nu/2)P/E = 0 \quad \text{-----}(s1)$$

これを解いて

$$\text{撓み: } u = e^{\beta x} (C_5 \sin \beta x + C_6 \cos \beta x) + bp^* \quad \text{-----}(s2)$$

$$\text{撓み角: } du/dx = \beta e^{\beta x} [(C_5 \sin \beta x + \cos \beta x) + C_6 (\cos \beta x - \sin \beta x)] \quad \text{-----}(s3)$$

$$\text{曲率: } d^2 u / dx^2 = 2\beta^2 e^{\beta x} [(C_5 \cos \beta x - C_6 \sin \beta x)] \quad \text{-----}(s4)$$

$$d^3 u / dx^3 = -2\beta^3 e^{\beta x} [C_5 (\sin \beta x - \cos \beta x) + C_6 (\sin \beta x + \cos \beta x)] \quad \text{-----}(s5)$$

$$\text{長手方向モーメント: } M_\ell = -D_s (d^2 u / dx^2) = -2\beta^2 D_s e^{\beta x} [(C_5 \cos \beta x - C_6 \sin \beta x)] \quad \text{---}(s6)$$

$$\text{周方向モーメント: } M_t = \nu M_\ell \quad \text{-----}(s7)$$

$$\text{せん断力: } P = -D_s (d^3 u / dx^3) = 2\beta^3 D_s e^{\beta x} [C_5 (\sin \beta x - \cos \beta x) + C_6 (\sin \beta x + \cos \beta x)] \quad \text{---}(s8)$$

$$\text{周方向膜力: } N_t = (Eg_o / b) u = (Eg_o / b) \{e^{\beta x} (C_5 \sin \beta x + C_6 \cos \beta x) + bp^*\} \quad \text{-----}(s9)$$

但し周方向歪み  $p^* = (1-\nu/2)bp / (g_o E)$  (注 1 参照)、 $bp^*$  は内圧による撓み(膨らみ)を示す。

【ステップ 2】

境界条件および連続条件は次の 6 通りである。これらを連立して 6 つの積分定数(C<sub>5</sub>~C<sub>10</sub>)を求める。

- ① 変位(リング - 管胴接合部の半径方向変位の連続条件) →付図 1(b)参照

$$\text{リングの変位} = \{u_r - (t/2)(dw/dr)\}_{r=b}, \quad \text{管胴の撓み} = \{u\}_{x=0}$$

$u_r$  はリング内面に作用する圧力と管胴側の弾性拘束による等価圧力によって与えられるもので

$$\{u_r\}_{r=b} = (b/E) \left\{ \frac{(1+\nu)k^2 + (1-\nu)}{k^2 - 1} \right\} (p - P_0/t) \quad \text{但し } k = a/b \quad (\text{注 } 2)$$

ここで  $P_0$  は管胴の弾性拘束力(接合部の不静定力)で、(s8)式で  $x=0$  とおいて得られる(次式)。

$$P_0 = 2\beta^3 D_s (C_6 - C_5) = [2Eg_0^3 \beta^3 \{12(1-\nu^2)\}] (C_6 - C_5)$$

また  $(t/2)(dw/dr)$  はボルト荷重によるフランジ傾角によるもので  $(dw/dr) = (du/dx)$  であるから

$$(dw/dr)_{r=b} = (du/dx)_{x=0} = \beta (C_5 + C_6)$$

従ってリングの変位は

$$\begin{aligned} \{u_r - (t/2)(dw/dr)\}_{r=b} \\ = (b/E) \left\{ \frac{(1+\nu)k^2 + (1-\nu)}{k^2 - 1} \right\} [p - [2Eg_0^3 \beta^3 \{12(1-\nu^2)t\}] (C_6 - C_5)] - (\beta t/2)(C_5 + C_6) \end{aligned}$$

一方、管胴の撓みは(s2)式で  $x=0$  とおいて

$$\{u\}_{x=0} = C_6 + bp^*$$

リングの変位=管胴の撓みとおいて、整理すると

$$\begin{aligned} & [\beta t/2 - (b/E) \left\{ \frac{(1+\nu)k^2 + (1-\nu)}{k^2 - 1} \right\} [2Eg_0^3 \beta^3 \{12(1-\nu^2)t\}]] C_5 \\ & + [1 + (b/E) \left\{ \frac{(1+\nu)k^2 + (1-\nu)}{k^2 - 1} \right\} [2Eg_0^3 \beta^3 \{12(1-\nu^2)t\}] + \beta t/2] C_6 \\ & = (b/E) \left\{ \frac{(1+\nu)k^2 + (1-\nu)}{k^2 - 1} \right\} p - bp^* \end{aligned}$$

(なおリング変位に対する不静定力  $P_0$  の影響を無視して  $\{u_r\}_{r=b} = (b/E) \left\{ \frac{(1+\nu)k^2 + (1-\nu)}{k^2 - 1} \right\} p$  とし、これを管胴側の変位  $\{u\}_{x=0} = C_6 + bp^*$  と等置して次式を用いる考えもある(ASME タイプ?)。)

$$C_6 = (b/E) \left\{ \frac{(1+\nu)k^2 + (1-\nu)}{k^2 - 1} \right\} p - bp^*$$

## ② 変位(リングの境界変位)

リングの撓みは  $r=b$  を基準点(0位置)とする。(p2)式で  $q=0$  とおいて

$$\{w\}_{r=b} = b^2 \ell n b C_7 + b^2 C_8 + \ell n b C_9 + C_{10} = 0$$

よって  $b^2 \ell n b C_7 + b^2 C_8 + \ell n b C_9 + C_{10} = 0$

## ③ 回転(リング-管胴接合部の回転の連続性)

管胴の撓み角は  $x=0$  において(s3)式より  $\{du/dx\}_{x=0} = \beta (C_5 + C_6)$

リングの撓み角は  $r=b$  において(p3)式より  $\{dw/dr\}_{r=b} = C_7(2b\ell n b + b) + 2C_8 b + C_9/b$

$\{du/dx\}_{r=0} = \{dw/dr\}_{r=b} = 0$  であるから

$$\beta C_5 + \beta C_6 - (2b\ell n b + b)C_7 - 2bC_8 - (1/b)C_9 = 0$$

## ④ モーメント(リング-管胴のモーメント関係→リングの内周)

リング-管胴のモーメント関係は  $M_{r1} = -M_h + (1/2)P_0 t$

リング内側のモーメントは、(p6)式で  $r=b$  とおいて

$$M_{r1} = -D_p [C_7 \{2(1+\nu)\ell n b + (3+\nu)\} + 2(1+\nu)C_8 - \{(1-\nu)/b^2\} C_9]$$

接合部の長手方向モーメントは(s6)式で  $x=0$  とおいて

$$M_h = -2\beta^2 D_s C_5$$

接合部のせん断力は(s8)式で  $x=0$  とおいて

$$P_0 = 2\beta^3 D_s (C_6 - C_5) \quad -$$

これらを冒頭の式に代入して、

$$\begin{aligned} & (-2\beta^2 + \beta^3 t) D_s C_5 - \beta^3 D_s t C_6 - \{2(1+\nu)\ell n b + (3+\nu)\} D_p C_7 \\ & - 2\{1+\nu\} D_p C_8 + \{(1-\nu)/b^2\} D_p C_9 = 0 \end{aligned}$$

⑤ モーメント(リング外周)

外周においては 半径方向のモーメントはゼロであるから

$$M_{r2} = \{2(1 + \nu)\ell na + (3 + \nu)\} C_7 + 2(1 + \nu)C_8 - \{(1 - \nu)/a^2\}C_9 = 0$$

従って  $\{2(1 + \nu)\ell na + (3 + \nu)\} C_7 + 2(1 + \nu)C_8 - \{(1 - \nu)/a^2\}C_9 = 0$

⑥ せん断力(半径 r に沿って分布するせん断力)

円板のモーメント-せん断力の関係は  $Q = -dM_r/dr + (M_t - M_r)/r = W/(2\pi r)$

$$dM_r/dr = -D_p\{d^3w/dr^3 + (\nu/r)(d^2w/dr^2) - (\nu/r^2)(dw/dr)\} = -D_p\{2(1 + \nu)/r\}C_7$$

$$(M_t - M_r)/r = -D_p\{(1/r)(dw/dr) + \nu(d^2w/dr^2) - d^2w/dr^2 - (\nu/r)(dw/dr)\} = -D_p\{2(1 - \nu)/r\}C_7$$

従って  $(4/r)D_pC_7 = W/(2\pi r)$  であるから

$$C_7 = 3(1 - \nu^2) W / \{2\pi Et^3\} = 3(1 - \nu^2) M / \{2\pi Et^3(a-b)\}$$

$M = W(a-b) \rightarrow W = M/(a-b)$  の関係からリングモーメント M につながる。M はコードのボルト締付け状態/運転状態における M に該当。

以上をまとめると、下記のマトリックス表示がえられる(なおマトリックス式のオリジナルは  $AC + B = 0$ )。この連立方程式を解いて、未知数  $C_5 \sim C_{10}$  が得られる。

$$\begin{bmatrix} A_{51} & A_{52} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{63} & A_{64} & A_{65} & A_{66} \\ A_{71} & A_{72} & A_{73} & A_{74} & A_{75} & 0 \\ A_{81} & A_{82} & A_{83} & A_{84} & A_{85} & 0 \\ 0 & 0 & A_{93} & A_{94} & A_{95} & 0 \\ 0 & 0 & A_{03} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_5 \\ C_6 \\ C_7 \\ C_8 \\ C_9 \\ C_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ D_0 \end{bmatrix}$$

ここで  $A_{51} = \beta t/2 - (b/E)\{[(1 + \nu)k^2 - (1 - \nu)]/(k^2 - 1)\} [2Eg_0^3 \beta^3 / \{12(1 - \nu^2)t\}]$

$$A_{52} = 1 + (b/E) \{[(1 + \nu)k^2 + (1 - \nu)]/(k^2 - 1)\} [2Eg_0^3 \beta^3 / \{12(1 - \nu^2)t\}] + \beta t/2$$

$$D_5 = (b/E) \{[(1 + \nu)k^2 + (1 - \nu)]/(k^2 - 1)\} p - bP^* \quad (*)$$

$$A_{63} = b^2 \ell nb, \quad A_{64} = b^2, \quad A_{65} = \ell nb, \quad A_{66} = 1.0,$$

$$A_{71} = \beta, \quad A_{72} = \beta, \quad A_{73} = -(2b \ell nb + b), \quad A_{74} = -2b, \quad A_{75} = -(1/b),$$

$$A_{81} = (-2\beta^2 + \beta^3 t) D_s \quad (*), \quad A_{82} = -\beta^3 D_{st}, \quad A_{83} = -\{2(1 + \nu)\ell nb + (3 + \nu)\} D_p,$$

$$A_{84} = -2\{1 + \nu\} D_p, \quad A_{85} = \{(1 - \nu)/b^2\} D_p,$$

$$A_{93} = \{2(1 + \nu)\ell na + (3 + \nu)\}, \quad A_{94} = 2(1 + \nu), \quad A_{95} = -\{(1 - \nu)/a^2\},$$

$$A_{03} = 1.0, \quad D_0 = 3(1 - \nu^2)W / (2\pi Et^3)$$

(\*) 原文献とは異なる(要確認)。

【ステップ 3】

クリアにされた未知数を求め。各部の荷重パラメータを求め、応力成分を算定し合成する。また変位成分を算定しリングの傾きなど設計パラメータを求める。

- (注 1)  $\sigma_t = Pb/g_0$ 、 $\sigma_\theta = pb/(2g_0)$ 、 $\epsilon_t = u_0/b = (1/E)(\sigma_t - \nu \sigma_\theta)$  より内圧による円筒殻の半径方向変位は  $u_0 = b(1 - \nu/2)\{pb/(Eg_0)\} (= p^*)$
- (注 2) Lume の解は  $u_0 = \{(1 - \nu)/E\}\{(b^2 p_i - a^2 p_o)/(a^2 - b^2)\}r + \{(1 + \nu)/E\}\{a^2 b^2 (p_i - p_o)\}/\{(a^2 - b^2)r\}$  で、外圧( $p_o$ )はゼロであるから
- $$u_r = \{(1 - \nu)/E\}\{b^3 p_i/(a^2 - b^2)\} + \{(1 + \nu)/E\}\{a^2 b p_i/(a^2 - b^2)\} = (b/E)\{[(1 - \nu) + k^2(1 + \nu)]/(k^2 - 1)\}p$$
- この場合、内圧  $p$  はシェル側の拘束力  $P_0$  を考慮して  $(p - P_0/t)$  に置き換える。

引用文献テキスト：

- (1) チモシェンコ「材料力学(中巻)」第4章 薄板および殻 §28 (東京図書)
- (2) JIS B2205-2006 「管フランジの計算基準」
- (3) ORNL-5035 Flange : A computer Program for the Analysis of flanged Joints with Ring type Gaskets (E.C.Rodbaugh, F.M.O'Hara and S.E.Moore)