

【整番 SE-14-TM-011】	【標題】ベローズ継手の座屈に関する情報	
分類：構造(伸縮管)／種別：技術メモ	作成年月：H25.1 /改訂：Ver0.5 (H25.6)	作成者：N.Miyamoto

改訂(H25.6)：補 11 追加 / 添付 2,3 修正

全 37 枚

構成：1. コラム座屈 2. 面内座屈 3. 外圧座屈 4. PNC の成果 5. 座屈防止上の運用など

はじめに

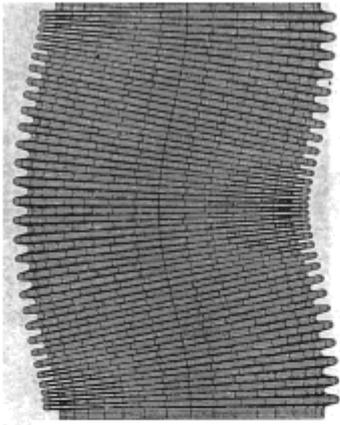
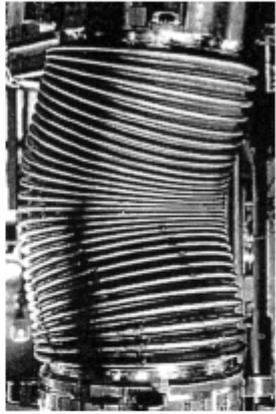
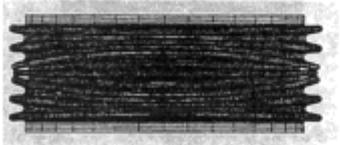
(1) 伸縮継手に用いるベローズは表面に山谷をもった特異な薄肉円筒要素であるため圧力に敏感に反応し、圧力に起因する次の3つの座屈モードが潜在している。

- ① コラム座屈(Column squirm あるいは Column instability)、
- ② 面内座屈(In-plane squirm あるいは In-plane instability)、
- ③ 外圧座屈(External pressure buckling)

③は、外圧下の容器や配管で起こるものと同じごく一般的な断面変形による座屈現象である。然るに①②は、他の圧力容器や圧力配管には見られない、ベローズ特有の現象である。

①は、ベローズの山数が増加すると構造的には極めて薄い円筒になり、軸方向伸びが拘束された状態で内圧によって横方向に座屈する現象を云う。②は、過剰な圧力の作用によってベローズの山谷(Convolution)に塑性ヒンジが形成されて山谷が蛇行し座屈する現象である。下図にその様子を示す。

図A ベローズの座屈パターン (文献(8)より引用)

	解析結果	実験結果
コラム座屈		
面内座屈		
外圧座屈		

これらの座屈現象は、いずれもベローズ継手の構造と深く係わっているので、ややもすればメーカー側の責任になってしまうことが多いが、実際は使用者側の運転操作の事情によることも多い。特にメーカー側の設計裕度の切り詰めと使用者側の逸脱的な運転操作が重なると問題は深刻になる。

コラム座屈や面内座屈については、その特異性によって多くの議論がなされ幾つかの設計基準や規則になっている。本 TS はそれらの議論や基準を紹介し技術資料としてのまとまりを狙ったものである。

(2) ベローズには種々のタイプがある。本 TS では、比較的好く使われている次のベローズを取りあげる。

いずれも円形断面をもった U ベローズおよびトロイダルベローズ

なお本 TS では、次のような伸縮継手特有の用語を使用している。例えば、

- ・ベローズ → 1 以上の山谷と袖(タンゼント)部分から連続して構成された可撓性要素
- ・コンボリユーション → ベローズ山谷を指す。ここでは コンボとも略記する。
- ・プライ → 複数の薄板を重ねて成形した多層ベローの層を云う。
- ・補強リング → 谷の形状にフィットさせて巻かれた環状のリングで、内圧による変形を抑えるもの。

本 TS では、他の関連用語も含めて、概ね EJMA Standard⁽¹⁾の A-1 の定義によるものとする。

(3) この TS で **全般的**に使用するベローズ寸法/物性などの **記号定義**は以下の通り。

n = ベローのプライ数(-)、 $D_m = U$ ベローズのコンボ平均径(mm) = $D_b + w + nt$ 、

D_b = ベローズのコンボ内径(mm)、 t = ベローズの 1 プライ当たりのベローズ公称厚さ(mm)、

t_p = 加工減肉で補正した 1 プライ当たりのベローズ材厚さ(mm) = $t(D_b/D_m)^{0.5}$ 、

q = ベローズピッチ(1 ベローズの隣接するコンボ距離)(mm)、 w = コンボ高さ(mm)、

r_m = U ベローズのコンボ円環殻の平均半径(mm) → 通常 $(1/4)q$ になる。

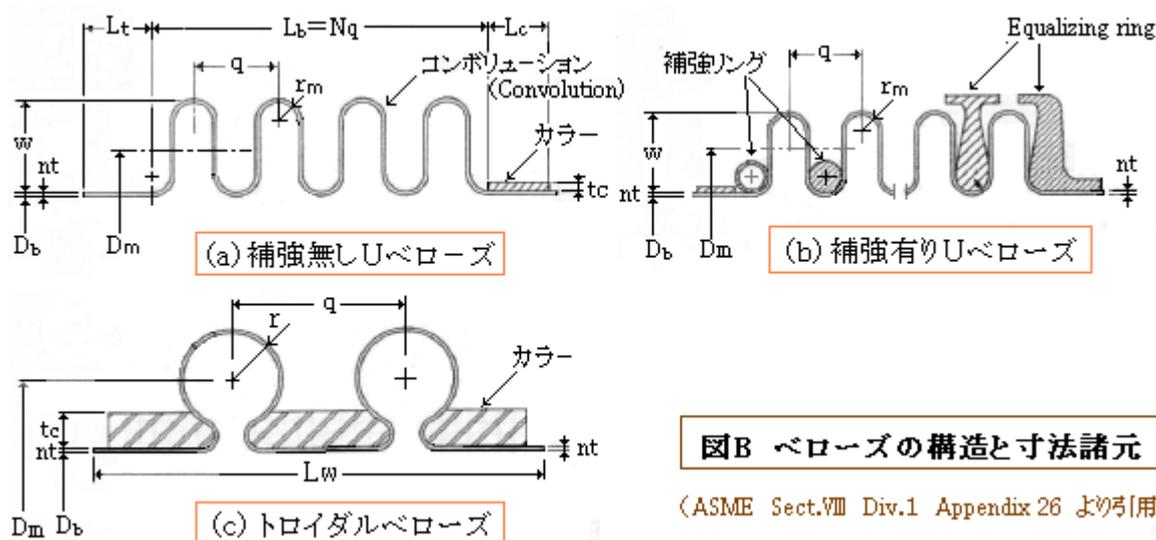
r = トロイダルベローズのコンボ円環殻の平均半径(mm)、 $N = 1$ ベローズのコンボ数(山数)

L_b = ベローズコンボ部全長(mm) = Nq 、 E_b = 設計温度におけるベローズ材の縦弾性係数(MPa)、

C_f = U ベローズのコンボ部分の挙動を帯状梁に関連付ける計算係数(-) → バネ定数に使用

C_p = U ベローズのコンボ部分の挙動を帯状梁に関連付ける計算係数(-) → 応力係数に使用

なお、本 TS でしばしば引用する EJMA、ASME 規格はインチ・ポンド単位になっている。無次元化されているので、単位の違いは気にならないと思うが、一応、留意して欲しい。



図B ベローズの構造と寸法諸元

(ASME Sect.VIII Div.1 Appendix 26 より引用)

1. コラム座屈(Column squirm)について

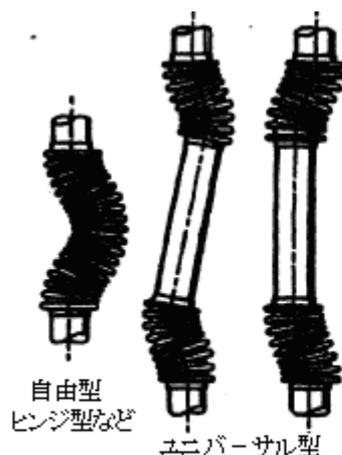
1.1 現象とメカニズム

(1) コラム座屈はベローズ継手で起きる特有の座屈現象で **Column squirm** とか Column instability とか呼ばれるもので、JIS 圧力容器規格⁽⁴⁾では長柱不安定(座屈)と呼んでいる。

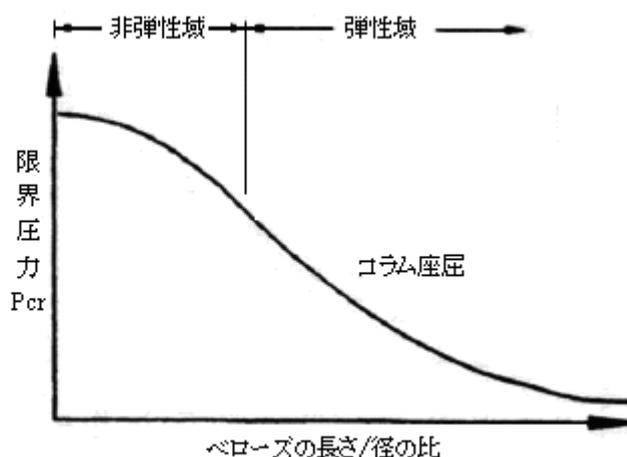
現象的にはベローズ中心断面のグロスな横ズレであって、ベローズの中心軸が外に飛び出して湾曲した形になる。図 C(a)にその典型的な例を示す。座屈現象としては圧縮荷重下の柱-梁座屈(オイラの座屈)によく似ている。

座屈の特性やその傾向をまとめると次のようになる。

- ① この座屈は設備全体にカタストロフィ的な被害を与える。たとえ圧力波伝播による短期的な圧力上昇に対してもそれなりに応答する⁽⁸⁾。
- ② 補強リング類があっても発生する(強固な補強リングがあれば後述の面内座屈は発生しない)。
- ③ ベローズ長さ/径の比(L/D)の大きい、即ち山数の多いベローズほど発生しやすい。座屈形態としては山数が少ないと非弾性(弾塑性/塑性)座屈、山数が多いと弾性座屈になる[→図 C(b)]
- ④ 配管の変形などでベローズに湾曲(角変位)が加わると、これが柱-梁座屈における横方向分布荷重のように働き座屈しやすくなる。
- ⑤ またベローズの端部(配管接続部分)の軸方向/回転拘束が弱まるにつれ座屈しやすくなる。両端完全拘束の場合を1とすれば、ピン-ピン支持では1/4の内圧で座屈する⁽¹⁾。
- ⑥ 試験などで得られる座屈限界圧力は、理論解による限界圧力をかなり下回るとともにかなり広範囲にばらつく。すなわち微妙な形状/状態のバリエーション(ここでは形状不整で括る)に敏感に反応する。理論値を3以上の安全係数で割って設計値とする必要がある。



図C (a) コラム座屈のモード
[文献(1)引用]



図C (b) ベローズの長さ/径比と限界圧力の関係 [文献(1)引用]

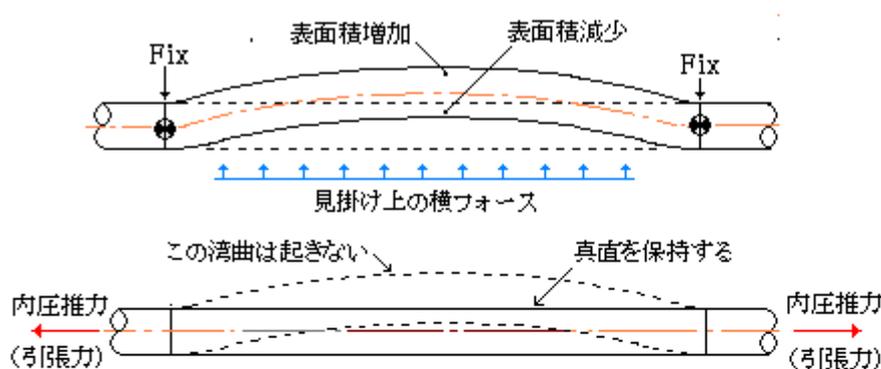
(2) 次に座屈のメカニズムについて。円形ベローズは見掛け上、軸方向剛性も曲げ剛性も非常に低く全体的には超薄肉の円筒要素とみなせる。何らかの理由でこの薄肉円筒が微妙に湾曲すると、円筒の片方の面の表面積が増え、もう片方の面の表面積が減って、これに内圧 p が作用するとその面積差によって丁度、横荷重(横フォース)が円筒側面に作用したような形になる。この横荷重に対しベローズの曲げ剛性が対向してバランスが保たれるが、更に内圧が増えてゆくと、やがてバランスが失われ大きく湾曲してしまう。これがベローズのコラム座屈のメカニズムである[→図 D(a)]。

しかし、現実の薄肉円筒要素には微妙湾曲に伴う横荷重のみならず、その両端の円形断面に内圧

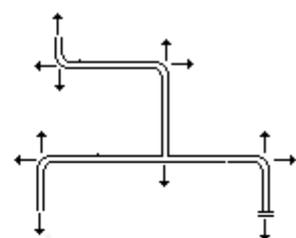
推力 $F_p = pA = p(\pi D_m^2/4)$ [ここで D_m = ベローズ平均径] が作用する。この推力は円筒要素を長さ方向に要素を押し拡げるので、湾曲した円筒は引き戻されてコラム座屈は阻止される。

このように内圧推力が作用する円筒要素では如何なる圧力状態でも柱-梁座屈は起きない。例えば配管ではそのターンエンドに必ず内圧推力が働くので、どんなに薄いパイプであっても座屈現象を心配する必要はない[→図 D(b)]。

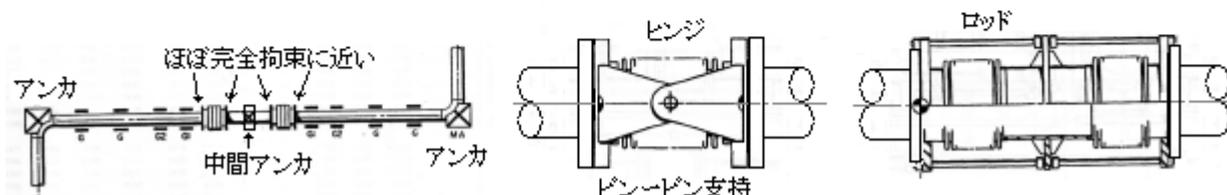
ところがその配管にベローズ継手が組み込まれると、俄然様相が変わってくる。ベローズは前述のように極めて薄い円筒要素(特に軸方向において然り)なので、内圧推力が直に作用すると、軸方向にベローズが著しく伸びて、その変位吸収能をキャンセルし遂に引張破断してしまう。これを防ぐためターンエンド付近にアンカーを設けたり、ベローズ両端差し渡しにタイロッドやヒンジ/ジンバルを付けて、内圧推力による軸方向の暴走を阻止している[→図 D(c)]。従って、ベローズ継手の多くのアプリケーションでは、座屈に対する内圧推力の効果は期待できず、見掛け上の横荷重によって座屈の危険に曝されることになる。



図D (a) 薄肉円筒における湾曲化



図D(b) 配管の内圧推力分布



図D(c) ベローズ端の拘束

(3) コラム座屈の理論解は Haringx によって導入されている⁶⁾。この Haringx の解については、添付 1 にその導入過程を記す。この過程は少し厄介でいきなり理解するのは難しい。要は、

- 両端を完全拘束された単ベローズを等価な円筒モデルの置き換えて、
- 円筒がわずかに湾曲したと仮定してたわみと荷重の釣り合いから次の撓みの方程式を導き、

$$d^4w/dx^4 + (p\pi R^2 + Q)d^2w/dx^2 = 0 \quad (\rightarrow Q \text{ は内圧軸力に相当しこの場合 } 0)$$

ここで w = 撓み、 p = 内圧、 R = 曲率半径

- この式を境界条件のもとに解いて次の見掛けの限界軸力 F_{cr} を得る。なお $p \rightarrow P_{cr}$ にて

$$F_{cr} = \pi R^2 P_{cr} = 4\pi^2 EI/L^2 \quad (\rightarrow \text{この式は両端固定柱の限界座屈荷重式と同じ})$$

- 更に、ベローズバネ定数 $K_a = 2EI/(R^2L)$ として(なお EI = 曲げ剛性、 L = 円筒長さ)、

$$\pi R^2 P_{cr} = 2\pi^2 R^2 K_a/L \quad \rightarrow \quad P_{cr} = 2\pi K_a/L$$

- $K_a = f_i/N$ 、 $L = Nq$ であるから $P_{cr} = 2\pi f_i/(N^2q)$ なお $f_i =$ ベローズバネ定数/1山

この式はあくまで理論解であって、実用に供するには次の措置を講じる必要がある。

- ① 配管側から伝達される角変形の影響をパラメータとして取り込む(→前(1)項の④⑤)、
- ② ベローズ(両端境界も含め)の形状不整の影響を安全係数の形で取り込む(→前(1)項の⑥)、
- ③ 両端の拘束条件による限界圧力の違いを安全係数の形で取り込む(→前(1)項の⑤)。

1.2 コラム座屈の評価基準

(1) コラム座屈は、いかなる状態でも、ベローズ継手における内圧を座屈限界圧力以下に抑えることで排除できる。そのため、配管規格や圧力容器規格では、単一のベローズに対してコラム座屈に対する限界座屈圧力式を規定している。例えば

- プラント配管： EJMA Std.⁽¹⁾ないし ASME B31.3 Appendix X⁽³⁾(→殆ど EJMA を引用)
- 熱交類/容器： ASME Sect.VIII Div.1 Appendix 26⁽²⁾ ないし JIS B8277⁽⁴⁾

これらの規定内容を以下に示す。

	EJMA(ASME B31.3)	ASME Sect.VIII (JIS B8277)
補強無し U ベローズ	$P_{sc} = 0.34 \pi F_B C_0 f_{iu} / (N^2 q)$	$Nq/D_b \geq C_z$ のとき : $P_{sc} = 0.34 \pi K_b / (Nq)$ $Nq/D_b < C_z$ のとき : $P_{sc} = \{0.87 A S_y^* / (D_b q)\} \{1 - 0.73 Nq / (C_z / D_b)\}$
補強有り U ベローズ	$P_{sc} = 0.3 \pi F_B C_0 f_{ir} / (N^2 q)$	$P_{sc} = 0.3 \pi K_b / (Nq)$
トロイダルベローズ	$P_{sc} = 0.15 \pi F_B C_0 f_{it} / N^2 q$	$P_{sc} = 0.15 \pi K_b / (Nq)$

(注) EJMA 式の中の係数 F_B は TS 作成者が追加したもの(規格には含まれない)。

記号説明 [EJMA Std.] :

P_{sc} = コラム座屈における限界設計内圧(座屈限界圧力) (MPa(G)) → 内外差圧と解釈してもよい。

C_0 = 初期の角変位に基づくコラム不安定圧力減小係数 (補 1 参照)

同時に横変位が作用しない時) $C_0 = 1 - 1.822 \gamma + 1.348 \gamma^2 - 0.529 \gamma^3$

同時に横変位が作用する時) $C_0 = 1.0$

γ = (加圧前の角変位/加圧後の角変位)比 = $\theta_m D_m / (\theta_m D_m + 0.3 L_b)$

θ_m = 真直から最大角変位(rad.)

f_{iu} = 補強無しベローズの一山当りの軸方向バネ定数(N/mm/山) = $1.7 D_m E_b t_p^3 n / (w^3 C_f)$

f_{ir} = 補強有りベローズの一山当りの軸方向バネ定数(N/mm/山) = $1.7 D_m E_b t_p^3 n / \{(w - 4 C_{rrm})^3 C_f\}$

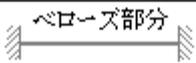
f_{it} = トロイダルベローズの一山当りの軸方向バネ定数(N/mm/山) = $\{D_m E_b t_p^3 n / (10.92 r^3)\} B_3$

C_r = コンボ高さ係数(-) = $0.3 - \{100 / (0.6 P^{1.5} + 320)\}^2$ 、なお P = 圧力(psig) ← 単位に注意

B_3 = トロイダルベローズのコンボ部分の挙動を帯状梁に関連付ける計算係数(-)

N = 1 ベローズのコンボ数(山数)。但しユニバーサル形ベローズの場合、両ベローズの合計とする。

F_B = ベローズ両端の拘束条件に基づく係数(下記)

固定-固定		$F_B=1.0$
固定-ピン		$F_B=0.5$
ピン-ピン		$F_B=0.25$
固定-横ガイド		$F_B=0.25$
固定-自由		$F_B=0.06$
(注記) 内圧推力の作用は拘束されているものとする。		

記号説明 [ASME Sect.VIII] :

$P_{sc} = EJMA$ の場合と同じ、 $C_z =$ 計算パラメータ $(-) = \{4.72NK_bq^2/(S_y^*D_bA)\}^{0.5}$

$K_b =$ ベローズの軸方向バネ定数(kg/mm) \rightarrow 1山当りのバネ定数(f_{iu}, f_{ir}, f_{it})を山数 N で割ったもの。

補強無しベローズ : $K_b = [\pi / \{2(1 - \nu_b^2)\}] (n/N) E_b D_m (t_p/w)^3 (1/C_f)$

補強有りベローズ : $K_b = [\pi / \{2(1 - \nu_b^2)\}] (n/N) E_b D_m \{t_p / (w - C_r q)\}^3 (1/C_f)$

トロイダルベローズ : $K_b = [1 / \{12(1 - \nu_b^2)\}] (n/N) E_b D_m \{t_p/r\}^3 B_3$

$\nu_b =$ ベローズ材のポアソン比(-)、

$B_3 =$ トロイダルベローズのコンボ部分の挙動を帯状梁に関連付ける計算係数(-)

(Appendix26 の Table26-8 による)

$A = 1$ コンボ当りの金属断面積(mm²) = $[(\pi - 2)/2]q + 2w]nt_p \rightarrow EJMA$ の A_c に実質同じ

$S_y^* =$ 成形のまま(as formed)あるいは焼きなましの場合のベローズ材の設計温度における有効降伏強さ(N/mm²)。材料仕様に S_y^* 値がない時は次の値を使用する。

成形のままのベローズ : $S_y^* = 2.3S_y$

焼きなましのベローズ : $S_y^* = 0.75S_y$

$S_y =$ 設計温度におけるベローズ材の(規格)降伏応力(N/mm²) [Sect. II -D Table Y-1]

$C_r =$ コンボ高さ係数(EJMA の C_r に同じ)

(2) ASME Sect.VIIIの規定は、先行の EJMA 規定をベースにしているためか、両者の規定はかなり類似している。例えば $0.34\pi F_B C_0 f_{iu} / (N^2 q)$ では F_B と C_0 が通常どちらも 1.0 に近く、また f_{iu}/N が K_b に等しいので、 $0.34\pi K_b / (Nq)$ と殆ど等しくなる。これは両者が Haringx の解をベースにしているからである。ただ Haringx 解を除けば、両者には以下のような違いがある。

- ① 補強リング無しの場合、EJMA Std.は弾性域の座屈式だけであるが、ASME Sect.VIIIは弾性域と非弾性域の2通りの座屈式を与えている。
- ② EJMA 式にはコラム不安定圧力減小係数 C_0 が含まれ、角変位&横変位の相乗効果(補1)が考慮されているが、ASME Sect.VIII式には C_0 が含まれていない。
- ③ EJMA 式にはベローズ両端の拘束条件による安全係数 F_B が含まれるが、ASME Sect.VIII式には F_B が考慮されていない。

①について。コラム座屈は、図 C(b)のようにベローズ長さ/径の比(すなわち山数)によって2つのモードが別れるが、山数の少ない領域では面内座屈が支配的になるので、EJMA は山数の多い領域で起きる弾性域のコラム座屈のみを対象にして座屈式を与えているようだ。しかし非弾性域で起こるコラム座屈を全く無視することはできないので、ASME Sect.VIIIでは塑性化の影響を考慮した座屈式を

新たに追加したようだ。ASME が追加した非弾性域適用の座屈式の詳細はわからないが、後述のPNC の評価基準(4.1 参照)の弾塑性域の式(F1)と同類の式ではないかと思われる。

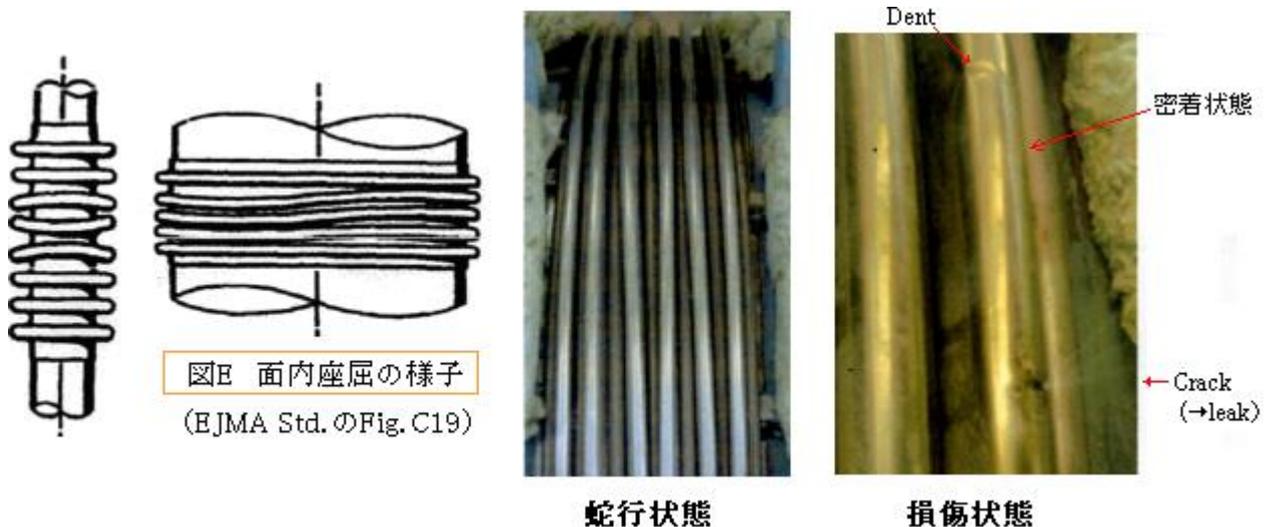
②について。ASME 式に C_0 が含まれないのは、機器用ベローズに横変位を起こすような使い方がないからだと思われる。③についても、機器の場合、配管と違ってピン拘束や横ガイドがなく、殆どの場合、ベローズ端部は固定-固定で扱える(?)ので ASME では $F_B=1$ としているようだ。

2. 面内座屈 (In-plane squirm)

2.1 現象とメカニズム

(1) 面内座屈は In-plane squirm、In-plane instability あるいは Root bulge と呼ばれるもので、JIS では平面不安定変形と呼んでいる。

現象的にはコラム座屈と違って、ベローズ中心軸を保ったまま各コンボリューション間のピッチが周方向(周廻り)に波打ってうねる現象で、コンボの芯が蛇行してベローズ中心軸と直交しなくなるとともにコンボの膨出やへこみも起きる(下図参照)。

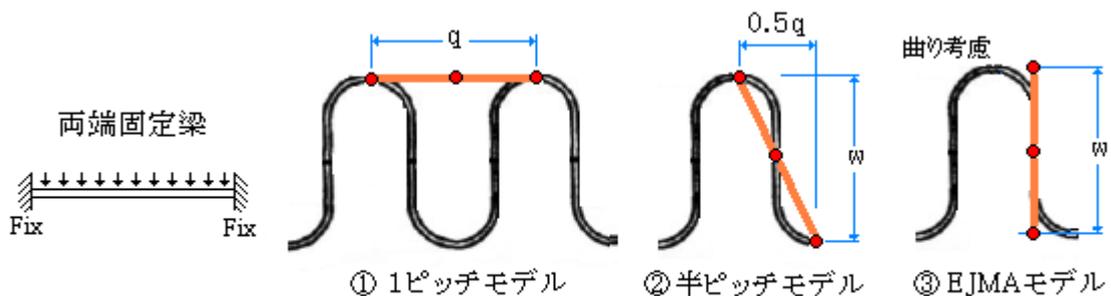


この現象は座屈というよりむしろ塑性化に伴う不安定現象である。その特性や傾向を下記に示す。

- ① 座屈は降伏がかなり進んで全面降伏に近い状態で起きるので、コンボのトップ/ボトム/サイドに亀裂がでることが多い。亀裂がなくてもその後の疲労損傷が速く進むと云われる(疲労サイクルが 1/3 以下に低下したという報告もある)。
- ② 内圧であれ外圧であれコンボリューションへの荷重の掛かり方は同じなので、面内座屈は内圧負荷だけでなく外圧負荷でも発生する(後述 4.2 項の(3)に示される図を参照のこと)
- ③ 補強リングやコントロールリング(equalizing ring)があれば内圧による面内座屈は避けられる。但しリングやそのファスナ(半円のリングを締結する金具)は、限界圧力に耐え得る強度が必要である。また配管の過度な変形の影響でリングの効能が低下することがあるので注意(補 11)。
- ④ ベローズ長さ/径の比(L/D)の小さなベローズ即ち山数の少ないベローズでは、コラム座屈の発生は少なく面内座屈の発生が目立ってくる。

- ⑤ コラム座屈と違ってベローズの曲げ変形は面内座屈にあまり影響しない。ただ曲げ変形も含めて軸方向の相当変位がかなり大きくなると影響がでてくる。
- ⑥ コラム座屈と違いベローズの端部(配管接続端)の拘束度合で座屈限界圧力が変わることはない。
- ⑦ コラム座屈と違い形状不整の影響は少ない(おおきな安全率はとられていない)。
- ⑧ 水撃/気撃などによる短期的な圧力上昇(圧力波伝播)に対しても応答する。

(2) 座屈のメカニズムについて。面内座屈は前述のように塑性不安定現象である。塑性不安定は、エンドレスに作用する機械荷重(この場合、内圧/外圧)が過大になって延性破断する直前に起きる。そのメカニズムは子午線方向にコンボ部分を切り取った梁モデルから考察できる。これらの梁モデルを図 F に示す。①②は Becht が提案したもの⁽⁷⁾で、③は EJMA (旧バージョン) のモデルである。これらの梁では、いずれも両端にコンボリューションのトップ/ボトムがくるが、トップもボトムも内圧の作用に対して角変位がゼロになるので、両端固定梁で扱える。

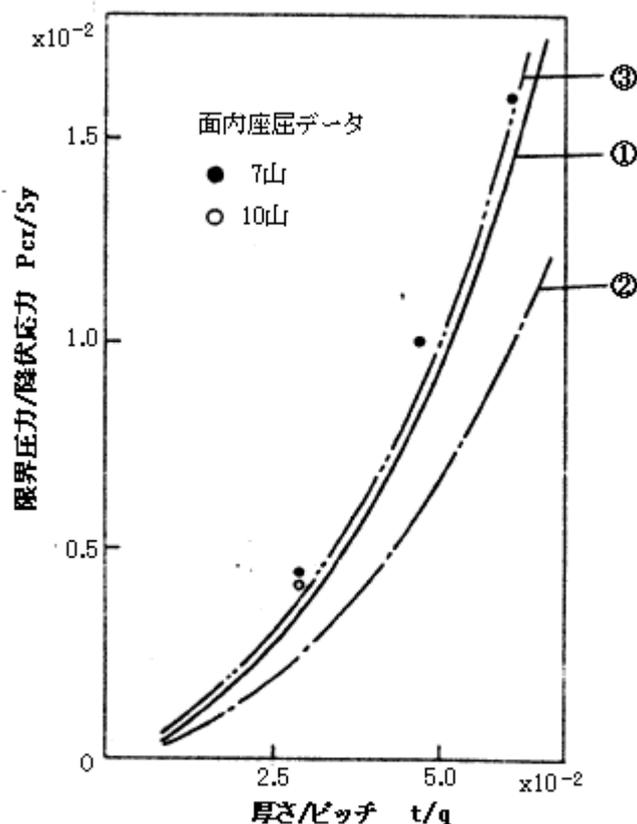


図F コンボ子午線方向の梁モデル

この両端固定梁に過大な等分布荷重(内圧/外圧)が加わると、両端→中央が塑性ヒンジが形成されモーメント M_p で梁が崩壊する。その時の等分布荷重即ち限界圧力は次のようになる(補2参照)。

$$\textcircled{1} \rightarrow P_{cr} = (4t_p^2/q^2)S_y, \quad \textcircled{2} \rightarrow P_{cr} = \{16t_p^2/(4H^2 + q^2)\}S_y, \quad \textcircled{3} \rightarrow P_{cr} = \{3.8t_p^2/(C_p w^2)\}S_y$$

この結果を比較すると、図 G のようになる。③の旧 EJMA 式が最も座屈データに漸近している。②はだいぶ逸れているようだが、③のように係数 $C_p (< 1)$ を考慮すれば座屈データにもっと近づく。



図G 板厚と面内座屈限界圧の関係
[文献(5)より引用]

(3) 上記の結果より EJMA 式の妥当性が理解できる。しかるに長年使用されてきた、この EJMA 式は 8th Edition(2003)で、次のように変更されている。

$$P_{si} = \{3.8nt_p^2 / (C_p w^2)\} S_y \rightarrow P_{si} = 1.3A_c S_y / (K_r D_m q \alpha^{0.5})$$

新バージョンのバックグラウンドについては、未だ情報を持たないが、旧バージョンの式に応力干渉係数 α を介して周方向膜応力 S_2 の影響を加味したものと推定される(補 3 参照)。加えて、周方向応力係数 K_r を介して軸方向変位の影響が考慮されている [→前(1)項の④]。

新旧の式を、呼び径 300A のベローズ継手で比較すると次のようになる(補 4 参照)。

$$\text{旧バージョン: } P_{si} = 0.00722S_y$$

$$\text{新バージョン: } P_{si} = 0.00369S_y (K_r = 1.0 \text{ の時}), P_{si} = 0.00368S_y (K_r = 1.2 \text{ の時})$$

新バージョンの式は旧バージョンの式の約半分、限界圧力は 1/2 に減少している。

(4) 以上、EJMA の新旧バージョン式は明らかに異なっており、前者は安全係数ほぼ 1、後者は安全係数約 2 になっている。後述の 4 節で原子力設備関連のスタディ結果を紹介するが、面内座屈に関する安全係数(補正係数)は次のようになっている。

- ・ 曲げ変形に関する補正係数 → $F_B = 1.0$
- ・ 寸法公差に関する補正係数 → $F_D = \text{Min.} 1.39$
- ・ 簡易式自体に対する補正係数 → $F_c = 1.0$

曲げ変形の影響については、試験などでも確認されているので確かに 1 以上の安全係数は要らない。

また簡易式であっても危険側の計算ではないので式自体に 1 以上の安全係数は要らない。問題は寸法公差に関する安全係数だが、Min.1.39 は妥当な所かもしれない。多分 Min.2.0 の安全係数があれば面内座屈は十分回避できるとみてよいと思う。

2.2 面内座屈の評価基準

- (1) 面内座屈もコラム座屈と同様、ベローズ継手における圧力(絶対値)をいかなる状態でも座屈限界圧力以下に抑えることで排除できる(補 5)。コラム座屈と同じく配管については EJMA Std.、熱交類/容器については ASME Sect.VIII に座屈限界圧力 P_{si} が与えられている。以下これらの規定内容を示す。

	EJMA (ASME B31.3)	ASME Sect.VIII (JIS B8277)
補強無し U ベローズ	$P_{si} = 1.3A_c S_y / (K_r D_m q \alpha^{0.5})$	$P_{si} = (\pi - 2) A S_y^* / (q D_m \alpha^{0.5})$
補強有り U ベローズ	—	—
トロイダルベローズ	—	—

(注) 補強リング等があれば面内座屈の考慮不要。トロイダルベローズは補強付きを前提とする。

記号説明[EJMA Std.] :

P_{si} = 面内座屈における限界設計圧力(座屈限界圧力) (MPa(G)) → 内外差圧と解釈してもよい。

$A_c = 1$ コンボ当りの金属断面積(mm²)

$$= [2\pi r_m + 2\{(q/2 - 2r_m)^2 + (w - 2r_m)^2\}^{0.5}] t_p n$$

S_y = ベローズ成形後/熱処理後の使用時の降伏強さ(at 設計温度)(N/mm²) = $0.67 C_m S_{ym} S_{yh} / S_{yc}$

S_{yc} = 適用コート/標準による焼きなまし状態のベローズ材の室温における降伏応力(N/mm²)

S_{yh} = 適用コート/標準による焼きなまし状態のベローズ材の設計温度に

おける降伏応力(N/mm²)

S_{ym} = 試験記録による焼きなまし状態のベローズ材の室温における降伏応力(N/mm²)

C_m = クリープ域以下の温度における材料強度係数

= 1.5(焼きなまし状態で冷間加工されていないベローズに対して)

= 1.5 Y_m [最小 1.5、最大 3.0](成形のままの状態では冷間加工されたベローズに対して)

Y_m = 降伏強さ乗数(下記。但し試験データがあるならより高い値でも使用できる)

$$= 1 + 9.94 \times 10^{-2} (K_f F_s) - 7.59 \times 10^{-4} (K_f F_s)^2$$

$$- 2.4 \times 10^{-6} (K_f F_s)^3 + 2.21 \times 10^{-8} (K_f F_s)^4 \text{ (オーステナイトステンレス鋼)}$$

$$= 1 + 6.8 \times 10^{-2} (K_f F_s) - 9.11 \times 10^{-4} (K_f F_s)^2$$

$$+ 9.73 \times 10^{-6} (K_f F_s)^3 - 6.43 \times 10^{-8} (K_f F_s)^4 \text{ (ニッケル合金)}$$

= 1 (その他材料)---但し試験データがあれば 1 以上でもよい。

F_s = ベローズ成形時のひずみ(%)

$$= 100 \{ \{\ln(1 + 2w/D_b)\}^2 + \{\ln(1 + nt_p/(2r_m))\}^2 \}^{0.5}$$

K_f = 成形方法による係数

= 1 (expanding mandrel or roll forming)

= 0.6 (hydraulic, elastomeric, or pneumatic tube forming)

K_r = 周方向応力係数 (次のいずれか大きい方、但し 1.0 以下のときは 1.0 とする)

= $\{2(q + e_x) + (e_\theta/K_\theta) + e_y\} / (2q)$ → e_x, e_y は圧力 P の作用と同時に存在する軸方向伸びによる

= $\{2(q - e_x) + (e_\theta/K_\theta) + e_y\} / (2q)$ → e_x, e_y は圧力 P の作用と同時に存在する軸方向圧縮による

e_x = 負荷された軸方向変形 x から生じる 1 コンボ当りの軸方向変位量(mm)、

e_y = 負荷された軸直角方向変形 y から生じる 1 コンボ当りの軸方向変位量(mm)、

$$e_0 = \text{負荷された角変形 } \theta \text{ から生じる 1 コンボ当りの軸方向変位量(mm)、}$$

$$\alpha = \text{面内不安定応力干渉係数(-)} = 1 + 2\delta^2 + (1 - 2\delta^2 + 4\delta^4)^{0.5}$$

$$\delta = \text{面内不安定応力比(-)} = K_4 / (3K_2)$$

$$K_4 = \text{面内不安定係数(-)} = \{C_p / (2n)\} (w/t_p)^2$$

$$K_2 = \text{面内不安定係数(-)} = S_2 / P$$

$$S_2 = \text{補強無し U ベローズの圧力による周方向膜応力(N/mm}^2\text{)} = PD_m K_r q / (2A_c)$$

$$P = \text{圧力(MPa)}$$

記号説明[ASME Sect.VIII] :

P_{si} = 面内座屈における限界設計内圧 (MPa(G)) → 内外差圧と解釈してもよい。

$A = 1$ コンボ当りの金属断面積(mm²) = $\{(\pi - 2)/2\} q + 2w$ nt_p (→ A_c に実質同じ)

S_y^* = 成形のまま (as formed) あるいは焼きなまし (annealed) の場合のベローズ材の設計温度における有効降伏強さ (N/mm²)。材料仕様に S_y^* 値がない時は次の値を使用する。

成形のままのベローズ : $S_y^* = 2.3S_y$

焼きなましのベローズ : $S_y^* = 0.75S_y$

S_y = 設計温度におけるベローズ材の(規格)降伏応力 (N/mm²) [Sect. II -D Table Y-1]

$$\alpha = \text{面内不安定応力干渉係数(-)} = 1 + 2\delta^2 + (1 - 2\delta^2 + 4\delta^4)^{0.5}$$

$$\delta = \text{面内不安定応力比(-)} = (1/3) \sigma_4 / \sigma_{2,I} \quad (\rightarrow \text{EJMA Std. と実質的に同じ})$$

$$\sigma_4 = \text{内圧によるベローズの子午線方向曲げ応力(N/mm}^2\text{)} = \{1/(2n)\} (w/t_p)^2 C_p P$$

$$\sigma_{2,I} = \text{内圧によるベローズの中間コンボの応力(N/mm}^2\text{)} = (1/2) (q D_m / A) P$$

$$P = \text{設計圧力(MPa)}$$

(2) ASME Sect.VIIIの規定は、先行の EJMA 規定をベースにしているためか、両者の規定はかなり類似している。ただ次の点で違いがある。

- ① 降伏応力(強さ) S_y 、 S_y^* の定義が異なっている。
- ② 係数が 1.3、 $(\pi - 2)$ と異なっている。また ASME Sect.VIII では、係数 K_r が含まれない。

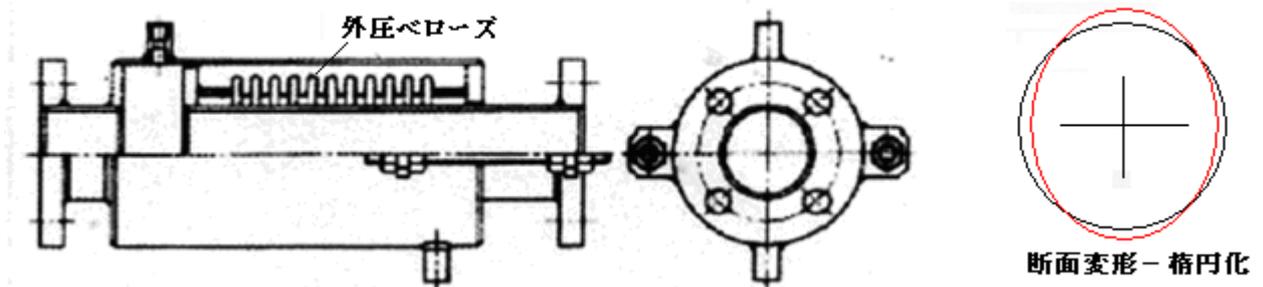
①について。EJMA の降伏強さ S_y の定義は複雑である。これは EJMA が製造者団体であることを反映しており多少の self-guard 意識が感じられる。ASME Sect.VIII の方はユーザーサイドであるから EJMA ほどの執着はなく単に安全側に限界圧力がえられればよい。故に ASME Sect.VIII の S_y^* 定義は EJMA の S_y 定義を安全側に簡素化したものと解される。

②について。これは配管適用と機器適用の違いによると思われる。機器では e_0 とか e_y といった軸方向変位(e_x)以外の変位は余り考えられず、 e_x 自体も限定されるので、係数を 1.3 から $(\pi - 2)$ 即ち 1.14 に切り下げ、更に K_r を割愛したものと推定される。

3.1 外圧座屈

3.1 現象とその傾向

(1) 外圧座屈は、例えば真空配管/海底配管あるいは特殊な外圧容器にベローズ継手を使用する場合や、ドレン/ガス溜まりを嫌って下図のような外圧式ベローズを使用する場合などに問題となる(やや特殊な部類)。



(2) 現象的には、過度な断面変形(例えば楕円化)によって不安定になるもので、その破損はカタストロフィック(壊滅的)になることも多い。特性および傾向は次のようである。

- ① コラム座屈が併発することはない。外圧下では断面変化は起きにくくコラム座屈は発生しないからである。しかし面内座屈は併発することがある(先行することがある)。
- ② ベローズ断面はグロスにみて円環でありベローズ自体、円筒であるから、外圧に対して円筒壁の周方向の曲げ剛性が不十分だと変形して不安定化する。壁の曲げ剛性で座屈性能が決まる。
- ③ 円筒容器の場合と同様にベローズ円環断面の形状不整に影響を受ける。通常、限界圧力には容器と同じ安全係数 1/3 が見込まれる。
- ④ 弾性域を越え弾塑性域にいと塑性化の影響がでて限界圧力が低くなり、弾性挙動で得られる限界圧力(円筒容器の規格計算による)が非安全側になることがある⁽⁸⁾。

3.2 外圧座屈の設計基準

外圧を受けるベローズ継手の座屈は、前述のように壁の周方向の曲げ剛性に依存しているため、ASME Sect VIII Div.1(あるいは JIS B8265)の外圧規定(添付 2 参照)に準じて設計することになる。その場合、ベローズの構造は压力容器のそれと異なっているため幾つかの運用上の問題が起きる。これに関し EJMA は次のガイドラインを与えている。

C-5. Effect of External Pressure - Circular Expansion Joint

また、ASME Sect. VIII Appendix 26 でも、压力容器/熱交用のベローズを対象に短い規定を設けている。ここでは Appendix 26 の規定を加味して EJMA のガイドラインの趣旨を説明してみたい。

① 設計外圧(設計差圧)について(EJMA Std.より)

当然ながら、压力容器と同様に胴内外の最大差圧が設計外圧になる。単層のベローの場合は、特に問題ないが、多層ベロー(multi-ply bellow)の場合は、

外圧に対して抵抗できる層(ply)を有効な層とし、実際に有効層に作用する差圧を設計外圧としてリセットすることになる。即ち外から通気孔が明けられていて外圧に抵抗できない層は切り捨てになる。特に 2 ply のベローについて、EJMA C-5.5 で次のように規定されている(補 6 参照)。

$P_m \leq \dot{P}$ の場合： 両方の ply とも有効で かつ $P_e = P_o - P_i$

$P_m > \dot{P}$ の場合： 内側の ply のみが有効で かつ $P_e = P_m - P_i$

ここで P_o = ベローズ外部の圧力、 P_i = ベローズ内部の圧力

\dot{P} = 平均圧力 $[=(P_o + P_i)/2]$ 、 P_m = 層間の圧力、 P_e = 設計外圧

なお、 $P_o > P_i$ とする。

例えば内側ベローに通気孔が有り層間圧力が P_i 近くになっているときは、 $(P_m \doteq P_i) < (P_o + P_i)/2$ であるから、どちらの層も有効でプライ数 $n = 2$ として設計でき、設計差圧は $P_e = P_o - P_i$ ということになる。逆に外側ベローに通気孔が有るときは $P_m \doteq P_o$ となり内側の ply のみが有効で $P_e = P_m - P_i$ ということになる。

② 外圧設計上のベローズの扱い(この項は ASME Appendix26 規定及び EJMA より引用)

外圧を受けるベローズを圧力配管/容器と同様に扱うには、ベローズのコンボをそれと等価な剛性(断面 2 次モーメント)の壁を持ったパイプに置き換えればよい。コンボの断面 2 次モーメントは、

$$I_{1-1} = N \{ n t_p (2w - q)^3 / 48 + 0.4 q n t_p (w - 0.2q)^2 \} \quad \text{----- (a)}$$

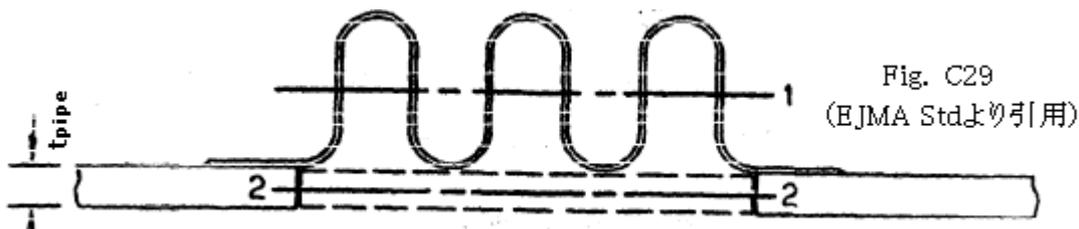
ここで I_{1-1} = ベローズのコンボの断面 2 次モーメント (mm^4)、

一方、パイプの壁の断面 2 次モーメントは、

$$I_{2-2} = L_b (t_{\text{pipe}})^3 / \{ 12(1 - \nu^2) \} \quad \text{----- (b)}$$

ここで I_{2-2} = 長さ L_b の管壁の断面 2 次モーメント (mm^4)、 ν = ポアソン比 (-)

L_b = ベローズコンボ長さ (mm) (= Nq)、 t_{pipe} = 等価パイプの厚さ (mm)



$I_{1-1} = I_{2-2}$ とすれば、等価なパイプの肉厚は次のようになる。

$$t_{\text{pipe}} = t_{\text{eq}} = [N \{ n t_p (2w - q)^3 / 48 + 0.4 q n t_p (w - 0.2q)^2 \} / \{ 12(1 - \nu^2) \} / L_b]^{1/3} \quad \text{----- (c)}$$

こうして得られた t_{pipe} は外圧設計上、ベローズと等価なパイプの肉厚 t_{eq} である。この場合、等価肉厚の中心は上図の 1 のラインであって、これはほぼ等価パイプの平均径の位置になる。故に等価円筒の外径 D_{eq} は次のようになる。

$$D_{\text{eq}} = D_b + w + 2t_{\text{eq}} \quad (\rightarrow \text{ASME Sect.VIII の } D_{\text{eq}}) \quad \text{----- (d)}$$

以上の等価肉厚 t_{eq} と D_{eq} を用いて、ASME Sect VIII Div.1 (あるいは JIS B8265) から許容外圧 P_a を求め、設計外圧 P_e と比較することになる。

③ ベローズに接続される配管を含めた扱い

さて、ベローズとこれに連結する配管要素(例えばベローズ両側の接続パイプやユニバーサル伸縮継手の中間パイプ)をどうみるか? EJMA では接続パイプ/中間パイプの壁の断面 2 次モーメントを前項の(b)式から求めて、

$E_b I_{1-1} \geq E_p I_{2-2} \rightarrow$ ベローズを接続管/配管の一部として外圧設計してよい

ここで、 E_b =ベローズ材の縦弾性係数(N/mm²)、 E_p =接続パイプ材の縦弾性係数(N/mm²)としている。この場合、ベローズを含む接続配管は鏡～鏡間の胴長さ L を持った圧力容器と同様に扱われる(この場合 L をどうとるかが問題になる→添付 3 参照)。

しかし、もし $E_b I_{1-1}$ が $E_p I_{2-2}$ よりも小さい場合は、ベローズ両側の接続パイプはベローズへの接続面で自由端をもつことになる。またユニバーサル伸縮継手の中間パイプは、ベローズに連結する両端で自由端をもつことになる。

[しかしこの EJMA のガイドラインは非安になる懸念がある。【補 7】の議論を参照のこと。]

④ ベロータンゼントの扱い

ベロータンゼントはベローズ端の R が解消した位置から接続パイプまでの直線部分で、強度が低下する部分である。外圧負荷の場合は内側にカラーを入れたり接続パイプの厚みを利用して補強する必要がでてくる。もし補強がされないならベロータンゼント区間 L_t を短いパイプとして許容外圧を求めて設計外圧と比較する (図 B の(a)参照)。この場合、接続パイプとベローズコンボが端部になるが、通常は接続パイプとベローズコンボの方がそれなりに剛になるはずだから、固定-固定の扱いでよいと思われる。

⑤ 1次応力チェック

外圧は内圧と同じく 1 次応力源であるから、1 次応力をチェックする必要がある。この場合、外圧の向きが内圧と逆になり内圧補強用の補強リング/カラーなどのジグは効かなくなるため、補強リング有りのベローズの式は使わない。従ってチェック式としては、EJMA Std.の公式のうち、ベローズコンボの $S1 \sim S4$ 応力式[(C-21a) (C-22) (C-23) (C-24)]と P_{si} 式[(C-28c)]を用いる。

⑥ 軸方向荷重に対する措置

外圧条件下の長い直線を持つ配管では圧カスラストが働いて柱座屈が考えられるので、ベローズの有無によらず軸圧縮座屈をチェックする必要がある。

また、タイロッド/ヒンジ/ジンバルのような圧カスラスト吸収部材は内部加圧システムの場合と同様に評価しよいが、圧縮を受ける長い細い部材については座屈をチェックすべきである。

⑦ その他留意点 (TS 作成者追記)

全般に内圧を保持するために用いられる補強リングやカラーの類いは、ベロー躯体に接合/溶接されていない限り、外圧設計では無効になる。何故なら作用方向が内圧と逆向きになるからで、注意を要する。

4. PNCの成果

4.1 PNCの評価基準

PNC(旧動燃団)は高速増殖炉第1種配管用ベローズ継手(補強無し1プライUベローズ)を対象にして多くの解析/試験の結果に基づいて独自の評価基準案を作成している。その規定の内容を下記に示す。

(1) 内圧座屈について

$$P_{cr} = \{1/(F_B F_D F_C)\} \dot{P}_{cr} \quad \text{----- (F.1)}$$

$$\text{弾塑性領域: } \dot{P}_{cr} = 4.22 \pi f_{iu} / \{N^2 q (1 + 2w/D_m) + 1.11 \pi f_{iu} C_p w^2 / (t_p^2 S_y)\} \quad \text{----- (F.2)}$$

$$\text{弾性領域: } \dot{P}_{cr} = 2 \pi f_{iu} / \{N^2 q (1 + 2w/D_m)\} \quad \text{----- (F.3)}$$

ここで、 P_{cr} = 補正後の座屈限界圧力(N/mm²)、 \dot{P}_{cr} = 補正前の座屈限界圧力(N/mm²)

F_B = 初期曲げ変形に対する補正係数

$$N < N_y / 4 \text{ のとき} \quad F_B = 1$$

$$N_y / 4 \leq N \leq N_y / 2 \text{ のとき} \quad F_B = 1 + (2/N_y)(N - N_y / 4)$$

$$N > N_y / 2 \text{ のとき} \quad F_B = 1.5$$

F_D = 形状・寸法の不整を考慮した補正係数

$$N < N_y \text{ のとき} \quad F_D = 1.39 + 0.25(N/N_y)$$

$$N_y \leq N \text{ のとき} \quad F_D = 1.64$$

F_C = 補正係数

$$N < N_y / 2 \text{ のとき} \quad F_C = 1.0$$

$$N_y / 2 \leq N \text{ のとき} \quad F_C = 1 + (N - N_y / 2) / N_y$$

$$N_y = \text{式(F.2)と式(F.3)の交点として得られる山数(-)} = [\pi f_{iu} C_p w^2 / \{q(1 + 2w/D_m)t_p^2 S_y\}]^{0.5}$$

f_{iu} = 補強無しベローズの一山当りの軸方向バネ定数(kg/mm/山) → [1.2 参照]

S_y = ベローズ成形後/熱処理後の使用時の降伏強さ(/設計温度)(N/mm²) → [2.2 参照]

(2) 外圧座屈について

$$P_{cr} = \{2.73 t_p^2 / (C_p w^2)\} S_y \quad \text{----- (F.4)}$$

TS 作成者の注記) 評価基準には弾塑性領域と弾性領域の区分がなされていない。これについては

$$N < N_y \text{ のとき弾塑性領域、} \quad N \geq N_y \text{ のとき弾性領域}$$

で判断すればよいと思われる。

4.2 PNC 評価基準の背景

(1) PNC のベローズ評価基準は補強無し単層 U ベローズのみを対象にしている。これは、第1種管としての重要性から、補強リングや多層ベローズの使用に伴う接触問題を回避しできるだけシンプルな形で構造問題を扱おうとしたものである。内容的には内圧座屈と外圧座屈にわかれるが、実際には外圧条件が余り深刻でないので、自ずと前者にウェイトが掛けられている。特徴的なのはコラム座屈と面内座屈が分離されず、内圧座屈として絡げられていることである。

以下、PNC 発行の解説/文献⁽⁵⁾⁽⁸⁾を要約する形で評価基準の導出過程とその根拠(考え)を示す。

EJMA 式は、前述のように Haringx の解(添付参照)をベースにしている。Haringx 解は弾性理論によっているのでベローズが弾性領域で使用される限り問題ないが、山数が少なくなって面内座屈の傾向が強まるにつれ塑性化の影響が著しくなる。そこで Haringx の解をその方向で修正すると、

$$\dot{P}_{cr} = 2\pi f_{iu}^e / (N^2 q) \rightarrow \dot{P}_{cr} = 2\pi f_{iu}^{ep} / \{N^2 q (1 + 2w/D_m)\}$$

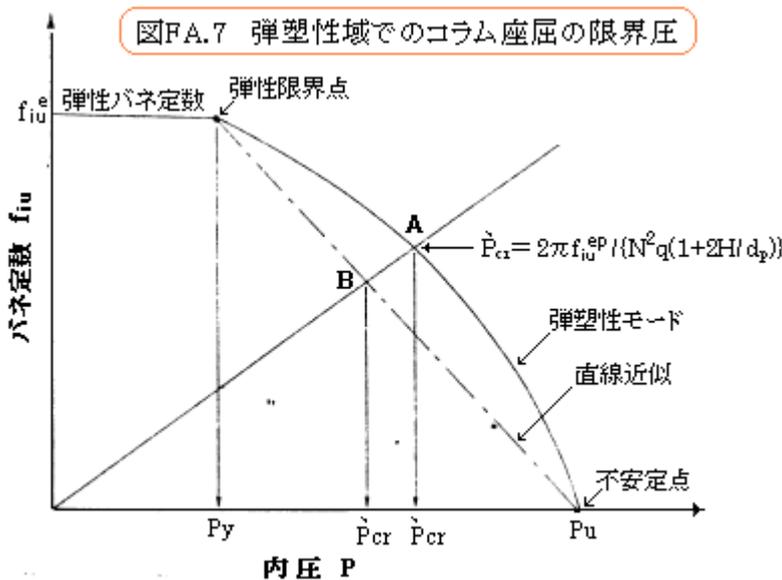
f_{iu}^e 及び f_{iu}^{ep} はバネ定数で、上サフィックス e、ep は夫々”弾性領域”、”弾塑性領域”を意味する。

ここで、内圧 P とバネ定数 f_{iu} の関係を下図のような模式図で表わすと、上記の修正後の \dot{P}_{cr} は図中の交点 A に該当する。この交点は、 f_{iu}^{ep} と P の関係をベローズ半山モデルの弾塑性大変形解析から求めて図の湾曲部分に引き当て、更に $P = 2\pi f_{iu} / \{N^2 q (1 + 2w/D_m)\}$ の直線を引くことで得られる。なお変形解析によることなく近似的な P_{cr} を得るには、図中点線のように P_y 点と P_u 点を直線(→図中の一点鎖線)でつなぎ、 $P = 2\pi f_{iu} / \{N^2 q (1 + 2w/D_m)\}$ の直線との交点 B を求めれば良い。即ち、

$$\dot{P}_{cr} = \{2\pi f_{iu} / (1 - P_y/P_u)\} / \{N^2 q (1 + 2w/D_m) + 2\pi f_{iu} / (P_u - P_y)\} \quad (f_{iu}^e \rightarrow f_{iu} \text{ とする}) \quad \text{-----}(a)$$

が得られる。この式は弾塑性領域にある交点を表わしている。弾性領域については、前述の式の f_{iu}^e を f_{iu} とおいて、次の式が得られる。

$$\dot{P}_{cr} = 2\pi f_{iu} / \{N^2 q (1 + 2w/D_m)\} \quad \text{-----}(b) \rightarrow (F.3)$$



なお弾塑性領域の(a)式の P_y と P_u は、夫々「ベローズの弾性限界における圧力」、「極限圧力」を表わしているが、近似的にこれは次の式で表わすことができる(補 8 参照)。

$$P_y = \{2t_p^2 / (C_p w^2)\} S_y, \quad P_u = \{3.8t_p^2 / (C_p w^2)\} S_y \quad \text{-----}(c), (d)$$

P_y は、EJMA の「ベローズの内圧による子午線方向曲げ応力 $S_4 = \{P / (2n)\} (w / t_p)^2 C_p$ を変形して、P を P_y と置いたものである(なお $n=1$ である)。 P_u は P_y の 1.9 倍で、完全塑性域直前の塑性不安定点にある。 P_u 式は EJMA Std(旧バージョン)の面内座屈式と全く同じである。(c),(d)を(a)式に代入すると、次の弾塑性領域の限界圧力式が得られる。

$$\dot{P}_{cr} = 4.22\pi f_{iu} / \{N^2 q (1 + 2w/D_m) + 1.11\pi f_{iu} C_p w^2 / (t_p^2 S_y)\} \quad \text{-----}(F.2)$$

(F.2)式で $N=0$ とおくと、 $P_{cr} = \{3.8t_p^2 / (C_p H^2)\} S_y$ 、即ち面内座屈の式に一致する。面内座屈は山数が小さくなると比較的低い圧力で発生する。 $N \neq 0$ なら分母が増加して限界圧力 \dot{P}_{cr} は減少するので(F.2)式を面内座屈に適用すれば必ず安全側になる。そこで PNC 基準では、コラム座屈と面内座屈を

分離せずに、(F.2)式と(F.3)式をともに 座屈限界圧力式としているようだ(注意すべき)。

(2) 以上のように導かれた座屈限界圧力 \dot{P}_{cr} にはマージンが殆ど含まれていない。そこで、次のような補正係数を設定する。

- ①初期曲げ変形に関する補正係数(F_B)、②寸法公差に関する補正係数(F_D)、
- ③簡易式全般に対する補正係数(F_C)

①について。曲げ変位による最大ひずみ 0.1%を想定した実験では、山数の少ない面内座屈モードにおける座屈圧力は初期曲げの影響を殆ど受けないのに対して、山数の多いコラム座屈モードではその座屈圧力は約 70%位まで低下するという結果がでている。

②について。ペローズの板厚と山高さの寸法公差が、最もペローズの座屈圧力に影響する。規定の F_D 値は ASME C.C.N-290 で規定の基本寸法公差を(F.2)/(F.3)式に適用して得られたもの。

③について。規定の F_C 値は評価式による予測結果と実験結果を比較して設定されている。

これらの補正係数はいずれも、しきい山数 N_y を基準にして山数の多寡に応じて設定されている。この N_y は(F.2)式と(F.3)式を等置して得られた山数 N であって、山数の多い $N > N_y$ では弾性領域のコラム座屈傾向の挙動を、山数の少ない $N < N_y$ では弾塑性領域の面内座屈傾向の挙動を示す。

(3) 外圧座屈について。外圧条件下ではコンボリューションの腹出しは拘束され、コラム座屈は発生しない。しかしコンボに作用する圧力負荷の形は単に山谷が入れ替わっただけで、コンボの谷部、山部及びその中間に塑性域が拡がり塑性ヒンジを形成されるのは面内座屈の状況と同じである。故に面内座屈における座屈限界圧力式 $\dot{P}_{cr} = \{3.8t_p^2/(C_p w^2)\} S_y$ によって外圧座屈が防止できると考えられる。この場合、山数が少ない面内座屈ケースをとって補正係数 F_B 、 F_C はいずれも 1.0 に、補正係数 F_D は 1.39 に設定できると思われるので、

$$P_{cr} = (1/1.39)\{3.8t_p^2/(C_p w^2)\} S_y = \{2.73 t_p^2/(C_p w^2)\} S_y \quad \text{-----(F.4)}$$

が得られる。



EJMA や ASME Sect.VIII では断面変形による円環座屈を対象にしているが、PNC はコンボの塑性不安定防止の観点から外圧座屈を考えている。故に PNC のいう外圧座屈は EJMA の面内座屈の範疇にはいる。

5. 座屈防止上の運用

5.1 使用圧力と限界圧力の関係

(1) 座屈を防止するには、どんな状態であれ、そのベローズ継手が設置されたライン/機器の圧力(絶対値)が、当該ベローズに固有の座屈限界圧力を越えないようにしなければならない。すなわち

$$\begin{array}{l} \text{コラム座屈 \& 内圧による面内座屈} \rightarrow P_i \leq P_{sc}, P_i \leq P_{si} \\ \text{外圧による面内座屈\&外圧座屈} \rightarrow |P_e| \leq P_{sc}, |P_e| \leq P_a \end{array}$$

ここで、 P_i =内圧(=内部圧力-外部圧力 >0)、 P_e =外圧(=内部圧力-外部圧力 <0)

P_{sc} =コラム座屈に対する座屈限界圧力、 P_{si} =コラム座屈に対する座屈限界圧力

P_a =ASME の許容外圧

[規格では P_{sc} , P_{si} はゲージ圧表示になっているが、これはベローズの外気を大気圧と仮定したものと解される。いずれにしてもベローズ内外の差圧をとればよい。]

EJMA Std. ではライン圧力と座屈限界圧力の関係を明記してはいないが、座屈限界圧力を

P_{sc} → 限界設計内圧(Limiting internal design pressure based on column instability)

P_{si} → 限界設計圧力(Limiting design pressure based on inplane instability & local plasticity

と定義して、間接的な形で、

$$\text{設計内圧} \leq P_{sc}, P_{si} \quad \text{及び} \quad \text{設計外圧(絶対値)} \leq |P_{si}|$$

であることを示している。また ASME Sect.VIII Appendix 26 は、

$$\text{設計圧力(最高使用圧力)} P \leq \text{座屈限界設計圧力 } P_{sc}, P_{si}$$

直接的に最高使用圧力を制限している。これら規定によってライン/機器圧力の最大値は、そこで使用されるベローズの構造/形状/寸法で決まる座屈限界圧力以下に抑えられ座屈は排除される。

(2) 以上は公称的なものである。通常、設計圧力には定常運転で生じる最大圧力をもって引き当てており運転中及び起動/停止時に、たまたま発生する過渡的な圧力上昇/圧力降下をこれに引き当てることはあまりない。故に $P \leq P_{sc}, P_{si}$ は絶対的な座屈防止にはならない可能性がある。実際、流れの急変/凝縮に伴う水撃/気撃あるいは気液混相流れに伴うスラギングによって瞬間的に圧力上昇が発生して面内座屈を起こした事例は多い(座屈トラブルがでるのは耐圧試験の時と非定常/過渡運転の時である)。

もちろん過渡的圧力(差圧)が P_{sc} や P_{si} をオーバーしたからといって直ちに座屈するわけではない。限界圧力 P_{sc}, P_{si} には次のような安全率(安全係数の逆数)が掛けられているからである。

$$\text{コラム座屈の } P_{sc} \rightarrow \text{約 } 1/6, \quad \text{面内座屈の } P_{si} \rightarrow \text{約 } 1/2$$

コラム座屈の場合、形状不整など製品固有の安全率は $1/3$ 程度なので、**残余の実質的な安全率は、約 $1/2$ である**。EJMA はコラム座屈の限界圧力 P_{sc} には安全係数 **2.25** が含まれると記述しているが、おそらくこの $1/2.25$ は製品固有の安全率ではなく実質的な安全率の方を指していると思われる(ただ安全係数 **2.25** は **2** の **12.5%** 増して少し危険側ではないかと思う)。

また面内座屈については、前にも述べたように固有の安全率は殆どなく実質 $1/2$ であるから、コラム座屈と同じになる。故に過渡的圧力(差圧)については、座屈限界設計圧力の **2 倍程度**までは受容できる可能性がある。コラム座屈/面内座屈について以上の議論をまとめると次のようになる。

$$\text{最高使用圧力(設計圧)} \quad |P| \leq \text{Min.}[P_{sc} \text{ or } P_{si}]$$

$$\text{過渡的圧力} \quad |P^*| \leq \text{Min.}[2P_{sc} \text{ or } 2P_{si}]$$

- (3) 過渡的圧力 P^* は、配管系の過渡解析を必要とする。仮に解析されたとしてもその P^* 値に保証がつく訳ではない。かなりの過渡的圧力上昇/圧力降下が予想されるときは補強リングを使用するのがよい。またプライ数を増やし耐圧強度を上げるのもよい。

補強リング有りでは内圧の場合、面内座屈は回避できるし、バネ定数がアップすることでコラム座屈の限界圧力 P_{sc} も高くなる。ただ外圧に対して外付けの補強リングは効かないので注意する(念為)。なおリングのファスナーは少なくとも $2P_{sc}$ に耐えるような強度が必要である。このファスナーが外れて補強リングがばらばらになり、面内座屈が起きて 48" ベローズ継手が破損した事例がある。

通常、過渡的圧力上昇は短期的であるが、場合によって極めて瞬間的で圧力波そのものになることも多い。瞬間的(パルスの)な圧力波に対するベローズ継手の応答については PNC のスタディがある(補 9 参照)。幾ばくかの座屈変形は避けられないようだ。

5.2 ベローズの耐座屈性能の確認

- (1) 規格による座屈限界圧力 P_{sc}, P_{si} は理論値に十分な安全係数を見込んで設定されているので、果たして試験による耐座屈性能の確認が必要かどうか疑問は残るが、製品としては、設計意図を反映したものであることを実証する必要がある。以下これについて議論する。

P_{sc}, P_{si} には前述のように安全裕度 2 があり、その範囲内で過渡的圧力をかわすという意図から云えばこの確認試験は $2P_{sc}$ あるいは $2P_{si}$ で行うのがベストであるが、場合によっては製品を座屈させてしまう恐れがあるので、中間の $1.5P_{sc}$ あるいは $1.5P_{si}$ が試験圧力のターゲットになってくる。

ただこの試験圧力は $P_{sc}, P_{si} \geq P_d$ である所から、通常の耐圧試験圧力 $1.5P_d$ を越えてしまう。そのため確認試験時のベローズ子午線方向 1 次圧力が、限界の $1.5S_y$ を上回る恐れがでてくる。

また確認試験は室温で行うので、試験圧力を温度補正する必要がある。この温度補正は強度ベースの試験では [室温に於ける許容応力 S_{ab} /使用温度における許容応力] になる。面内座屈は強度ベースになるのでこれでよいが、コラム座屈では、 P_{sc} がヤング率 E_b に比例するため、強度ベースの温度補正が過剰になる恐れがある。例えば、300℃で使用する SUS316 ベローズの場合、

室温 : $S_{ab}=14\text{kgf/mm}^2$ 、 $E_b=19900\text{kgf/mm}^2$ 、 300℃ : $S_{ab}=7.3\text{kgf/mm}^2$ 、 $E_b=18000\text{kgf/mm}^2$
であるから、温度補正係数は、次のようになる。

$$\text{強度ベース} : 14/7.3=1.92 \quad \text{、} \quad \text{ヤング率ベース} : 19900/18000=1.1$$

故に、強度ベースの温度補正を行った試験圧力 P_T と試験時の室温における限界値 P_{sc}^* は

$$P_T=1.5P_{sc} \times 1.92=2.88P_{sc}、P_{sc}^*=2.0P_{sc} \times 1.1=2.2P_{sc} \quad (2.0P_{sc} \text{は運転時の実質的な座屈値})$$

結果的に室温試験圧力 P_T は室温における限界値 P_{sc}^* を越えるため試験時に座屈することになる。

- (2) 配管コード ASME B31.3 の、座屈確認も含めた耐圧試験の規定は次のようになる。

試験形態：製造者による工場内の水圧試験または気圧試験

試験圧力：下記の式のいずれか。但し $P_T > 1.5P$

$$P_T \leq 1.5PS_T/S \quad , \quad P_T \leq 1.5P_s E_T/E$$

ここで、 P ＝設計圧力、 P_s ＝コラム座屈をベースとする限界設計圧力(→ P_{sc})

S_T ＝試験温度における応力値、 S ＝使用温度における応力値

E_T ＝試験温度における縦弾性係数、 E ＝使用温度における縦弾性係数

判定：各コンボの間隔不揃いや平行性喪失などの異常変形の有無

詳細規定は EJMA Std.が参考になる。

2つの試験圧力が併記されているが、 $P_T \leq 1.5PS_T/S$ は面内座屈を、 $P_T \leq 1.5P_s E_T/E$ はコラム座屈を意図しており、前者は強度ベース、後者はヤング率ベースになる。どちらを採るのか指定はないが、

① 試験時の子午線方向応力(EJMA の $S_3 + S_4$) vs [1.5x 室温での降伏応力]

② 試験圧力 vs 試験時の座屈限界(前項の P_{sc}^*)

が判断のベースになると思う。①では、試験時の($S_3 + S_4$)が[1.5x 室温における降伏応力]を越える時はヤング率ベースは使えない。また②では、試験圧力 P_T が P_{sc}^* を越える時は強度ベースは使えない。

とにかく P_T の設定に当っては、その P_T を採用することによる影響をよく考えて決める必要がある。

なお、耐圧試験の具体的な実施については、EJMA 規定に準じるべきである(補 10 参照)。

5.3 規格式の運用などについて

(1) ベローズ伸縮継手関連の規格(コード)は多様である。主要なものあげると、

配管関係： EJMA 「Standards of The Expansion Joint Manufacturers Association, Inc.

ASME B31.3 Process Piping – Appendix X Metallic Bellows Expansion Joints

JPI-7S-77 石油工業用プラントの配管基準—付属書 H 金属製ベローズ型伸縮継手

JIS B2352 ベローズ形伸縮管継手

PNC 高速増殖炉第 1 種配管用ベローズ継手の高温構造設計方針(暫定案)

機器関係： ASME Sect.VIII Div.1—Mandatory Appendix 26 P.V. and H.E. Expansion Joints

JIS B8265 「圧力容器の構造—一般事項」 付属書 N 圧力容器の伸縮継手

JIS B8277 「圧力容器の伸縮継手」

配管関係は、先行する EJMA Std.をベースに ASME B31.3、更に B31.3 を踏襲する形で JPI - 7S-77、JIS B2352 につながっている。PNC の設計方針は EJMA を出発点にして独自開発されたもの。

機器関係は、やはり EJMA Std.をベースに ASME Sect.VIII、更にこれをほぼ踏襲して JIS B8265、JISB8277 につながっている。JIS 関連は実質 B8277 の規定が主体になっている。

いずれにしても製造者自主基準の EJMA Std.を出発点としているため、ベローズの応力算定式など全く同一の場合も多い。ただ疲労については EJMA 独自の評価法を ASME の評価法に転換している。

配管に設置するベローズ継手の場合、内容的には EJMA を引用することになるが、やはり配管コードとして主導的な ASME B31.3 に準拠するのがよい。国内設備であっても石油/化学プラント関連の配管コード自体が実質上 B31.3 を踏襲しているから、設計法としては何ら問題ない。ただ可燃物や危険物関連になると法規的要素や指導が入ってくるので注意を要す。

機器に設置するベローズ継手の場合、ASME Sect.VIII Appendix 26 準拠ないし JIS B8277 準拠になる。JIS B8277 は Appendix 26 と殆ど同一である。

(2) これら規格の基底に EJMA Std.があることは、ややもすれば厄介になるベローズ構造の設計を透明にしている点で、メリットが大きい。特に規格にない詳細な技術情報が含まれていることは、製造者にとっても使用者にとっても有益である。

ベローズの座屈では、コラム座屈/面内座屈/外圧座屈に問題が集中するので、EJMA/ASME の情報で十分対応できる。ただ、気になるのは、**非弾性域のコラム座屈**である。EJMA では弾性域のコラム座屈のみを扱っている。山数の多い、L/D 比の高いベローズの場合は弾性域になるが、山数が少なく高圧で使用される場合は非弾性域になる。これは、例えば高温で圧力上昇が起きる場合などに問題になる。おそらく EJMA は、この領域では面内座屈が先行してコラム座屈は起きないと考えているようである。一方、**ASME Sect.VIII Appendix26** ではコラム座屈式が非弾性域に拡張されている。従って配管の継手であっても、弾塑性域が気になる場合はこれを流用すればよい。ただ Appendix 26 の式は機器適用であって、ベローズ両端のベローズ拘束条件に基づく係数 F_B を考慮していないので、補正する必要があるが、式が複雑で F_B の挿入先がわからない。その点、PNC の評価式(F.4)は、導入過程がわかっているので、次のように補正できる(なおプライ数 n 、係数 C_0 の挿入も含めている)。

非弾性域コラム座屈式 : $P_{sc} = \{1/(F_B F_D F_C)\} [4.22 \pi f_{iu} \{N^2 q F_B C_0 (1 + 2w/D_m) + 1.11 \pi f_{iu} C_p w^2 / (n t_p^2 S_y)\}]$
補強有りの場合は、 f_{iu} の代わりに f_{ir} を使えばよい。少なくとも非弾性座屈の可否の検討に使える。

なお非弾性域のコラム座屈については、非線形弾塑性解析(固有値解析)によってよりより厳密な解を得ることもできる。この場合 Load-Stiffness Matrix を用いれば座屈挙動がうまく捉えられる。

(3) EJMA Std.で取り残された、多少特異な座屈問題には次のようなものがある。

- ①高温クリープ域の座屈、②矩形ベローズのコラム座屈、③ねじれ座屈
- ④ダブルユニバーサルにおける中間パイプの安定性
- ⑤面内座屈に対する補強リングの効果

①については今の所、明快なものは見当たらない。Nuclear 分野の情報をサーチする必要がある。②については文献(9)の情報がある。③について円輪板のねじれ座屈の問題になる。④については ASME PVP に文献がある。②③④については今後、TS 化したい。

⑤について。これについては2つの事例がある。1つはφ1600ユニバーサル型ベローズ、もう1つはφ2200圧力均衡型ベローズで、いずれも低圧蒸気主管に設置された補強リング(パイプ製リング)の付いたベローズである。前者は、上流の蒸変弁が急開した時、急激な圧力上昇でインパクトを受け4.5bar ぐらいで補強リングのファスナ(半円リングを接続するもの)が破断した後、4.8bar ぐらいで面内座屈を起し亀裂が発生している。後者は、**配管のボーイングでベローズが横変位を起し山谷が大きく塑性変形して、補強リング付きにも拘わらず、面内座屈を起している**。これらの経験から、

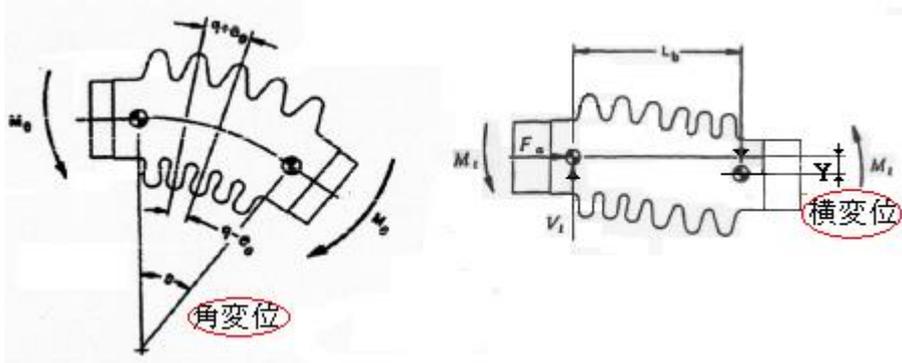
- ・圧力上昇時のフープテンションの増加に耐えうるようなファスナの強度を確保する。
- ・ベローズの軸変位や**横変位**が大きいときはリングーベローズの接触部分の減少等を考慮する。

重要度の高い配管では、伸縮継手のリングーベローズ1体構造の座屈解析が必要と思われる。

以上については**(補 11)**を参照のこと。

【 補足説明 】

【補1】「初期の角変位」とは加圧(圧力負荷)によらない接続配管の曲げ変形によるベローズの角変位量で、設計時の計算(解析)から得られる値であり、いわゆるプリセットされた変位には限らない。また「横変位」とは接続配管の平行移動いわゆる芯ズレによるもので、角変位によるズレは含んでいないと思われる。



コラム不安定圧力減小係数 C_0 の背景については、今のところ情報を得ていないが、横変位が並存していないと C_0 は 1 以下になり座屈し易く、横変位が並存すると C_0 は 1 に戻って座屈し難くなっていることを考えれば、横変位には角変位が持っている座屈促進効果が減じる働きがあるようである。ただしこれはコラム座屈に限られると思う。面内座屈については横変位の影響がある(補 11 参照)

【補2】 ①は隣り合うベローズ山(谷)の間に両端固定梁を想定している。この場合、梁公式⁽¹²⁾より

$$\text{無次元パラメータ } (q^2/M_p)p_u = 16 \rightarrow \text{塑性崩壊モーメント } M_p = p_u q^2 / 16$$

塑性断面係数は $Z_p = t_p^2 / 4$ (単位幅当り) であるから、

$$S_y = M_p / Z_p = p_u q^2 / (4t_p^2) \rightarrow p_u = P_{cr} = (4t_p^2 / q^2) S_y$$

②も同様に、無次元パラメータ $(L^2/M_p)p_u = 16 \rightarrow \text{塑性崩壊モーメント } M_p = p_u L^2 / 16$

$L = (q^2/4 + w^2)^{0.5}$ であるから

$$S_y = M_p / Z_p = p_u (q^2 + 4w^2) / (16t_p^2) \rightarrow p_u = P_{cr} = \{16t_p^2 / (q^2 + 4w^2)\} S_y$$

③については、弾塑性梁の厳密解⁽¹²⁾をもちいると

$$\text{無次元パラメータ } (w^2/M_p)p_u = 2\{\kappa_A(1-\xi) + \kappa_B\xi + 1\}$$

ここで M_p = 中央ヒンジの崩壊モーメント、 κ_A, κ_B = 全塑性モーメント比、 ξ = 位置/スパン。

端 A, B の κ_A, κ_B はいずれも 0.9 に、 ξ をスパン中央 ($\xi = 0.5$) にとれば、

$$(w^2/M_p)p_u = 2\{0.9 \times (1-0.5) + 0.9 \times 0.5 + 1\} / \{0.5 \times (1-0.5)\} = 4 \times 3.8 \rightarrow M_p = p_u w^2 / (4 \times 3.8)$$

$Z_p = 1 \times t^2 / 4 = t^2 / 4$ なので、

$$\sigma_b = p_u w^2 / (4 \times 3.8) / (t^2 / 4) = p_u w^2 / (3.8 t^2) \rightarrow p_u = P_{cr} = \{3.8(t_p/w)^2\} S_y$$

モデルは真直梁を考えているが、実際は湾曲部分があるので、“内圧において U ベローズのコンボ部分の挙動を帯状梁に関連付ける係数 C_p (EJMA 定義) を用いると、次式が得られる。

$$P_{cr} = \{3.8 t_p^2 / (C_p w^2)\} S_y$$

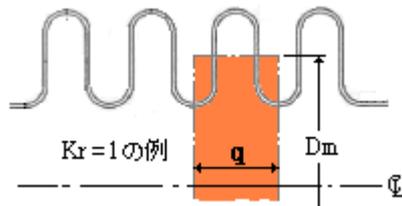
なおプライ数が n 枚のときは、荷重は等しく分担されるので、

$$P_{cr} = \{3.8 n t_p^2 / (C_p w^2)\} S_y$$

【補 3】 EJMA の面内座屈式 P_{si} の式を変形すると次のようになる。

$$P_{si} = 1.3A_c S_y / (K_r D_m q \alpha^{0.5}) = (0.65 / \alpha^{0.5}) \{2A_c S_y / (K_r D_m q)\} = (0.65 / \alpha^{0.5}) (P / S_2)$$

$[S_y = K_r D_m q P / (2A_c)]$ は EJMA Std. に規定される周方向膜応力 S_2 にあたる。この式は下図斜線の投影面積 $K_r q D_m$ に圧力 P を乗じたフープ力 ($K_r q D_m P$) を、1 コンボ当りの両側ベロー金属断面積 ($2A_c$) で除したものである (一般 1 次膜応力 P_m に該当)。また子午線方向には最大で $[S_4 = \{P / (2n)\} (w / t_p)^2 C_p]$ の曲げ応力が分布する。 S_2, S_4 以外の応力成分は軽微であるから S_2, S_4 を実質的な主応力 σ_1, σ_2 とした平面応力場を想定して、塑性状態の構成式を用い塑性不安定の発生条件から限界圧力を求めたのが、EJMA の P_{si} 式ではないかと思われる。その場合、【補 4】と同じく 3 点ヒンジの形成を前提にして、中点ヒンジにおける崩壊モーメントの発生をもって不安定発生の条件にしているように思える。



P_{si} 式は上記のように α と (S_2/P) がパラメータになるが、ASME Sect. VIII Appendix. 26 の P_{si} 式からわかるように α は周方向膜応力 S_2 と子午線方向曲げ応力 S_4 のみで決まるパラメータであるから、 P_{si} は (S_2, S_4) の関数に他ならない (これは上記の憶測と一致する)。従って EJMA Ver. 8 の面内座屈式は、旧バージョンの P_{si} 式に周方向膜応力 S_2 の影響を加味したものと推定される。

【補 4】 $D_b = 300\text{mm}$ 、 $W = 60\text{mm}$ 、 $q = 50\text{mm}$ 、 $r_m = 12.5\text{mm}$ 、 $t = 1.5\text{mm}$ 、 $n = 2$ 層として計算する。
この場合 $D_m = D_b + w + nt = 300 + 60 + 3 = 363\text{mm}$ 、 $t_p = t(D_b/D_m)^{0.5} = 1.5 \times (300/363)^{0.5} = 1.364\text{mm}$

まず旧バージョン式の場合。計算係数は、以下のパラメータでグラフから $C_p = 0.544$ と読まれる。

$$C_1 = 2r_m/w = 2 \times 12.5/60 = 0.4167, \quad C_2 = 1.82r_m/(D_m t_p)^{0.5} = 1.82 \times 12.5/(363 \times 1.364)^{0.5} = 1.02$$

従って、 $(P_{si}/S_y) = 3.8nt_p^2/(C_p w^2) = 3.8 \times 2 \times 1.364^2/(0.544 \times 60^2) = 0.00722$ (by EJMA 式)

次に新バージョン式の場合。諸パラメータは次のようになる。

$$A_c = [2\pi r_m + 2\{(q/2 - 2r_m)^2 + (w - 2r_m)^2\}^{0.5}] t_p n$$

$$= [2\pi \times 12.5 + 2\{(50/2 - 2 \times 12.5)^2 + (60 - 2 \times 12.5)^2\}^{0.5}] \times 1.364 \times 2 = 405.2\text{mm}^2$$

$$K_4 = \{C_p/(2n)\} (w/t_p)^2 = \{0.544/4\} (60/1.364)^2 = 263.16$$

$$K_2 = D_m K_r q / (2A_c) = 363 \times 1(1.2) \times 50 / (2 \times 405.2) = 22.4 \quad (26.9) \quad \text{但し } K_r = 1.0 \quad (1.2) \text{ とする。}$$

$$\delta = K_4 / (3K_2) = 263.16 / (3 \times 22.4) \quad (3 \times 26.9) = 3.92 \quad (3.26)$$

$$\alpha = 1 + 2\delta^2 + (1 - 2\delta^2 + 4\delta^4)^{0.5} = 1 + 2 \times 3.92^2 + (1 - 2 \times 3.92^2 + 4 \times 3.92^4)^{0.5} = 61.98$$

$$= 1 + 2 \times 3.26^2 + (1 - 2 \times 3.26^2 + 4 \times 3.26^4)^{0.5} = 43.2$$

よって、 $(P_{si}/S_y^*) = 1.3A_c / (K_r D_m q \alpha^{0.5}) = 1.3 \times 405.2 / \{1(1.2) \times 363 \times 50 \times 61.98^{0.5} (43.2)^{0.5}\}$

$$= 0.00369 \quad (0.00368)$$

結果的に旧バージョン 0.00722 に対し、新バージョンは 0.00369 (0.00368) と約半分になる (他の試計算でも約半分になる)。 S_y と S_y^* は同じになる筈であるから、結論的には、新バージョンは旧バージョンの約 1/2 になり、約 2 の安全係数を持っていることになる。

【補5】 EJMA Std.では、ベローズの設計内圧をコラム座屈に由る限界設計内圧 P_{sc} で、ベローズの設計圧力を面内座屈の限界設計圧力 P_{si} で制限している。コラム座屈がはっきりと内圧を対象にしているのに対して、面内座屈が設計内圧/設計外圧いずれを対象にしているのかははっきりしない。これは前項 2.1(1)の②にマッチする表現であって、単なるミスプリントではないように思える。故に設計外圧(差圧)がマイナスで定義されるケースを考えて、圧力(絶対値) \leq 限界圧力と絡げて表現した。

なお、ASME Sect.VIIIでは、 P_{sc} 、 P_{si} のいずれにも限界設計圧力と定義してある。これは外圧規定との関連があるようだがもうひとつ明確ではない。

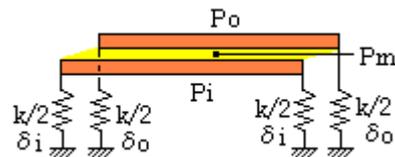
【補6】 層間にわずかな隙間があるとき、ベローズの差圧と内向き変形移動量の関係は

$$1 \text{ 層目} : P_o - P_m = k \delta_o, \quad 2 \text{ 層目} : P_m - P_i = k \delta_i$$

k は内向きのバネ定数で、 δ_o 、 δ_i は各変形移動量で、その関係は、

$\delta_o < \delta_i \rightarrow$ 内側の変形が大きいので、2つのベローが重なることはなく、いずれも内外差圧に抵抗する。この場合、内側ベローの方が負担が大きい。

$\delta_o > \delta_i \rightarrow$ 外側の変形が大きいので2つのベローは重なり、2つ合体して内外差圧に抵抗する。



ここで1層目では $\delta_o = (P_o - P_m)/k$ 、2層目では $\delta_i = (P_m - P_i)/k$ であるからこれを不等式に代入して

$$\textcircled{1} \quad \delta_o < \delta_i \rightarrow (P_o - P_m)/k < (P_m - P_i)/k \rightarrow P_m > (P_o + P_i)/2 \rightarrow P_m > \dot{P}$$

$$\textcircled{2} \quad \delta_o > \delta_i \rightarrow (P_o - P_m)/k > (P_m - P_i)/k \rightarrow P_m < (P_o + P_i)/2 \rightarrow P_m < \dot{P}$$

①の場合は、内側の ply を対象にして(あるいは内側の ply のみを有効とみなして)、座屈設計する。

②の場合は、両方の ply とも有効として、座屈設計する。これが EJMA C-5.5 の規定になると思われる。

【補7】 EJMA Std.C-5.1 では等価ベローズの壁の曲げ剛性 EbI_{1-1} が、接続パイプの壁の曲げ剛性 EpI_{2-2} と等しいか大きいなら、弾性座屈解析に限りそのベローズは、外圧設計上、接続配管の一部として扱えるとしている。一方、ASME Sect.VIII Appendix 26 にはそのような規定はなく、等価外径 D_{eq} と等価肉厚 e_{eq} を計算して外圧設計規定の UG-29 を適用することを規定している。

ここで EJMA の場合、壁の曲げ剛性が同じだけで接続パイプと同等に扱えるかという疑問が湧いてくる。Appendix 26 で云う等価外径は当然ベローズの方が大きくなる。許容外圧は、基本的に $P_a \propto EI/D_o^3$ であるから、外径 D_o が大きくなると許容外圧は接続パイプを下廻ることになる。従って壁の曲げ剛性だけから判断するのではなくこれと外径の組み合わせから座屈性能を比較すべきで、例えば以下のように許容外圧を比較して判定するのがよいと思われる。

$$(P_a)_{eq} \geq (P_a)_{pipe} \rightarrow \text{ベローズを接続管と同等として扱う。}$$

ここで $(P_a)_{eq}$ = ベローズ(等価パイプ)の許容外圧、 $(P_a)_{pipe}$ = 接続管の許容外圧

等価パイプの場合、許容外圧 $(P_a)_{eq}$ は[等価外径 D_{eq} 、等価厚さ t_{eq} 、設計長さ L]から得られる。設計長さ L はベローズを含めた前後管を対象に添付 3 から得られ、 $(P_a)_{pipe}$ の算定にもこの L を使用する。

もし $(P_a)_{eq} \leq (P_a)_{pipe}$ の場合はどうするか？ このときは、 $(P_a)_{eq}$ を長さ L の[ベローズ+前後管]の許容外圧として P_e と比較すればどうかと思う。

【補 8】 ベローズの半コンボリューションをみると、山中央と谷中央断面は内圧負荷状態で回転拘束になるので、下図のように、山高さ W をスパンとした両端固定梁(単位幅を持つ strip)で扱える。

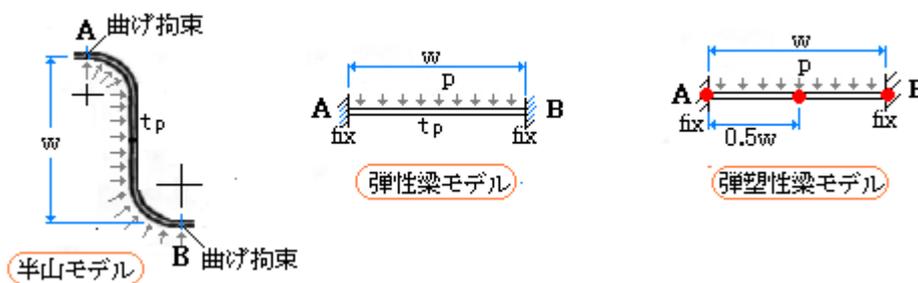
真ん中の図は内圧 p (等分布荷重)が低く梁が弾性梁として挙動する場合を示している。この場合、端 A, B には前述のように最大モーメント $M=(1/12)pw^2$ が派生する。断面係数は $Z=t_p^2/6$ なので、曲げ応力は $\sigma_b=(1/12)pw^2/(t_p^2/6)=(p/2)(w/t_p)^2$ 。端 A, B にはせん断力以外に軸力も作用するが、これらは何れも小さいので粗々、無視できる。故に σ_b が弾性限界の降伏応力 S_y に達する時の内圧 p を p_y とすれば、 $p_y=(2t_p^2/w^2)S_y$ となる。弾性梁の場合の限界内圧である。

右の図は内圧 p が高く梁が弾塑性梁として挙動する場合を示している。この場合、【補 2】より

$$\sigma_b = p_u w^2 / (4 \times 3.8) / (t_p^2 / 4) = p_u w^2 / (3.8 t_p^2) \rightarrow p_u = \{3.8(t_p^2/w^2)\} S_y$$

以上は真直梁の場合である。実際は曲がり梁部分が含まれるので応力はマイルドになる。この場合、内圧においてUベローズのコンボ部分の挙動を帯状梁に関連付ける係数 C_p で p_y, p_u を除すればよい。即ち、次の(c), (d)式が得られる。

$$P_y = p_y / C_p = \{2t_p^2 / (C_p w^2)\} S_y, \quad P_u = p_u / C_p = \{3.8t_p^2 / (C_p w^2)\} S_y$$



【補 9】 PNC 文献(13)のサマリーは次のようである。

- ① 圧力波の作用時間がある限度より短いとベローズの座屈強度は増加する傾向になる。
- ② かなり山数が少ない時はルートバルジ(面内座屈)が1番目のコンボリューションに起きる。山数が多い時は衝撃圧力波の作用時間によって2様の座屈モードが起きる。10ms以下の短期では山数の少ない時のようなルートバルジが起きる。一方長期ではコラム座屈がおきる。このコラム座屈は静的に起こる座屈に似ている。
- ③ 圧力インパルス概念はこのベローズの動的座屈の評価に有効と思われる。
- ④ 動的ひずみ曲線を用いた大変形弾塑性解析で動的座屈圧力の増加特性が表現可能。

【補 10】 EJMA Std.の D3.3.2 Squirm Testing のコメントの要点は次のようである(要確認)。

- ・試験目的→ベローズが不安定化するときの内圧を求めること
- ・供試ベローズは直線固定し試験中に動かないようにすると共に端部をシールする。
- ・安全を考え、水を試験媒体にする(→ASME B31.3 Appendix X では水/気体)。
- ・供試ベローズは水平/垂直設置いずれでも可だが、水平置きベローズは水平で試験する。

- ・実機で(補強リングなどで)拘束しない限り、コンボを外部拘束してはいけない。
- ・1～2のコンボ芯の横たわみ/全コンボのピッチの変化を正確に計測器で測るようになる。横たわみ/その方向は直交に取付けたダイヤルゲージで測る。後者は最大値を測る。
- ・昇圧は段階的に行い途中で脱圧しない。想定座屈圧力の10%以下で小刻みに昇圧する。
- ・芯の通ったベローズが不安定になると横たわみやピッチは急変する。しかし横にオフセットされたり回転を与えられた供試ベローズが不安定になっても変化が読めない。もともとの変形に追従して変化するからである。注意する必要がある。
- ・昇圧によって、初期に対称であったベローズが変形して隣接コンボの平行性や間隔が失われた時、供試ベローズに座屈(squirm)が発生したと判定される。試験前後のピッチの比が下記の場合、その座屈は許容できない。

補強無しベローズで 1.2 以上、補強有りベローズで 1.15 以上

[補 11] 補強リング有りでは P_{si} が対象にならない理由については、次のように推測される。全面追記

補強リング付きベローズの面内座屈を検討する。補強無しベローズの内圧によるコンボ子午線方向の内圧による応力は、

$$(S_3 + S_4) = \{P/(2n)\}(w/t_p) + \{P/(2n)\}(w/t_p)^2 C_p = \{P/(2n)\}(w/t_p)\{1 + C_p w/t_p\}$$

通常 $C_p w/t_p \gg 1$ であるから $(S_3 + S_4) \doteq \{P/(2n)\} C_p (w/t_p)^2$ とみていい。 $(S_3 + S_4)$ の上限は降伏応力 S_y であるから $S_y \doteq \{P_{max}/(2n)\} C_p (w/t_p)^2$ となる。一方、旧バージョンの面内座屈の式は $P_{si} = \{3.8n(t_p/w)^2\} S_y$ であるから $S_y = \{P_{si}/(3.8n)\}(w/t_p)^2$ になる。これらを等置すると $1.9C_p P_{max} = P_{si}$ が得られる。

この最大圧力と座屈限界圧力の関係は、多分、補強有りベローズにも成立すると思われる。即ち $1.9C_p P_{max}^* = P_{si}^*$ 。これら2つの最大圧力-座屈限界圧力関係の比をとると、

$$P_{max}/P_{max}^* = P_{si}/P_{si}^* \rightarrow P_{si}^* = (P_{max}^*/P_{max}) P_{si}$$

ここで、 P_{max}^* は補強無しベローズの場合と同様に

$$P_{max}^* \doteq \{2nS_y/0.85\}\{t_p/(w - 4C_r r_m)\}^2 C_p \leftarrow \text{EJMA Std. C-33 式}$$

また、 $P_{max} \doteq \{2nS_y\}\{t_p/w\}^2 C_p$ であるから、これらを上記の式に代入して、次の補強リング有りベローズの面内座屈式が得られる。

$$P_{si}^* = 1.1765\{w/(w - 4C_r r_m)\}^2 P_{si} \text{ ----- (i)}$$

ここで、 $C_r = \text{コンボ高さ係数} = 0.3 - \{100/(0.6P^{1.5} + 320)\}^2$ 、 $P = \text{内圧 (psig)}$

たとえば、 $q = 50\text{mm}$ 、 $r_m = 50/4 = 12.5\text{mm}$ 、 $w = 60\text{mm}$ 、 $P = 50\text{psig}$ ベローズの場合、

$$P_{si}^* = 1.1765\{w/(w - 4C_r r_m)\}^2 P_{si} = 1.1765 \times \{60/(60 - 4 \times 0.265 \times 12.5)\}^2 P_{si} = 1.94 P_{si}$$

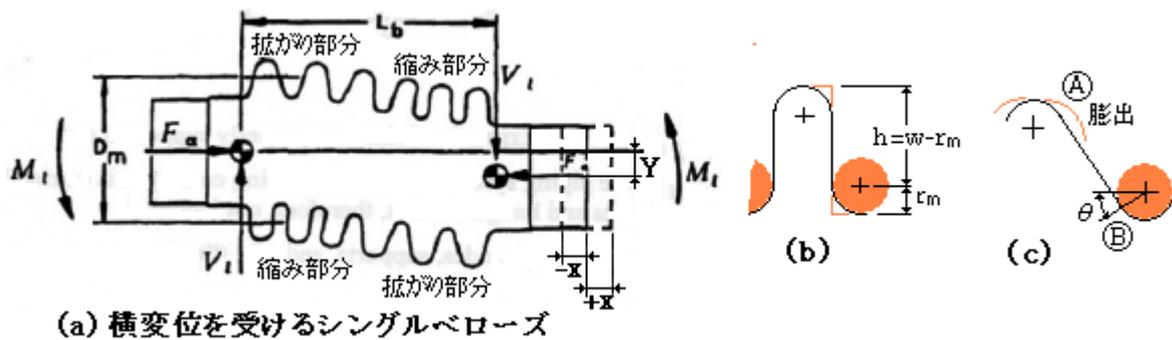
$$C_r = 0.3 - \{100/(0.6 \times 50^{1.5} + 320)\}^2 = 0.265$$

従って、補強リングを巻くことによって、座屈限界圧力は約2倍になる。

補強リングの効果は確かに大きい。EJMA 新バージョンの P_{si} は約2倍の安全率があるので全体として $2 \times 2 = 4$ の安全係数が付与される。故に、相当程度の過激な過渡圧力や圧力波が発生しても、面内座屈は回避できる。然るに補強リングの設置にも拘わらず、大径ベローズでは稀に面内座屈が

発生することがある。例えばシングルベローズに何らかの理由で過渡的に横変位が作用すると下図(a)のように変形し、拡がり部分ではピッチが増加し縮み部分ではピッチが減少する。EJMAにもあるように、通常、コンボの拡がり

1 コンボ当りの相当軸変位 $e_y = 3D_m Y / \{N(L_b \pm X)\}$ (ここで Y = 全横変位、 X = 全軸変位) でカウントされるが、 D_m が大きく L_b が短いほど(山数の少ない大径ベローズほど)、相当変位 e_y が増加して、下図(b)から(c)のように大きく変形することがある。(c)のA、B部分では山が拡がって真直部分が増えB部分では補強リングの接触部分が減少するので、(i)式の $(w - 4C_r r_m)$ が増加して P_{si}^* の低下を引き起こす。ある大径ベローズの事例では、補強リングを設け P_{si}^* を P_{si} の2倍に引き上げたにも拘わらず、想定外の過渡的な横変位の介在で、1.3倍ぐらいの効果しか得られず、過渡的に発生した圧力上昇によって局所的な面内座屈が起きこれが他に飛び移って大きくゆがみ最終的に疲労損傷している(推定)。ただ、このような現象ではコンボ形状は大きく変わるので、簡易的に予測するのは難しく、大変形/接触問題としての弾塑性解析でシミュレートする必要がある。



ベローズのコラム不安定(柱状座屈)は Harinx によって解析され、その結果は多少調整されて EJMA Standard に採用されている。この Harinx の解はベローズを等価な薄肉円筒で扱い円筒の曲げ座屈問題として解かれている。Classical な解ではあるが、不安定問題としては興味深いので、多少補足しながら、文献(6)の内容をほぼそのまま紹介してみたい。

1. 曲げを受けるベローズの、内圧下での弾性不安定問題を考える。この場合、ベローズは 10 山以上の Convolution(山谷)を持ち、曲げ剛性 EI を持った薄肉中空円筒で十分扱えるものとする。下図にそのモデルを示す。

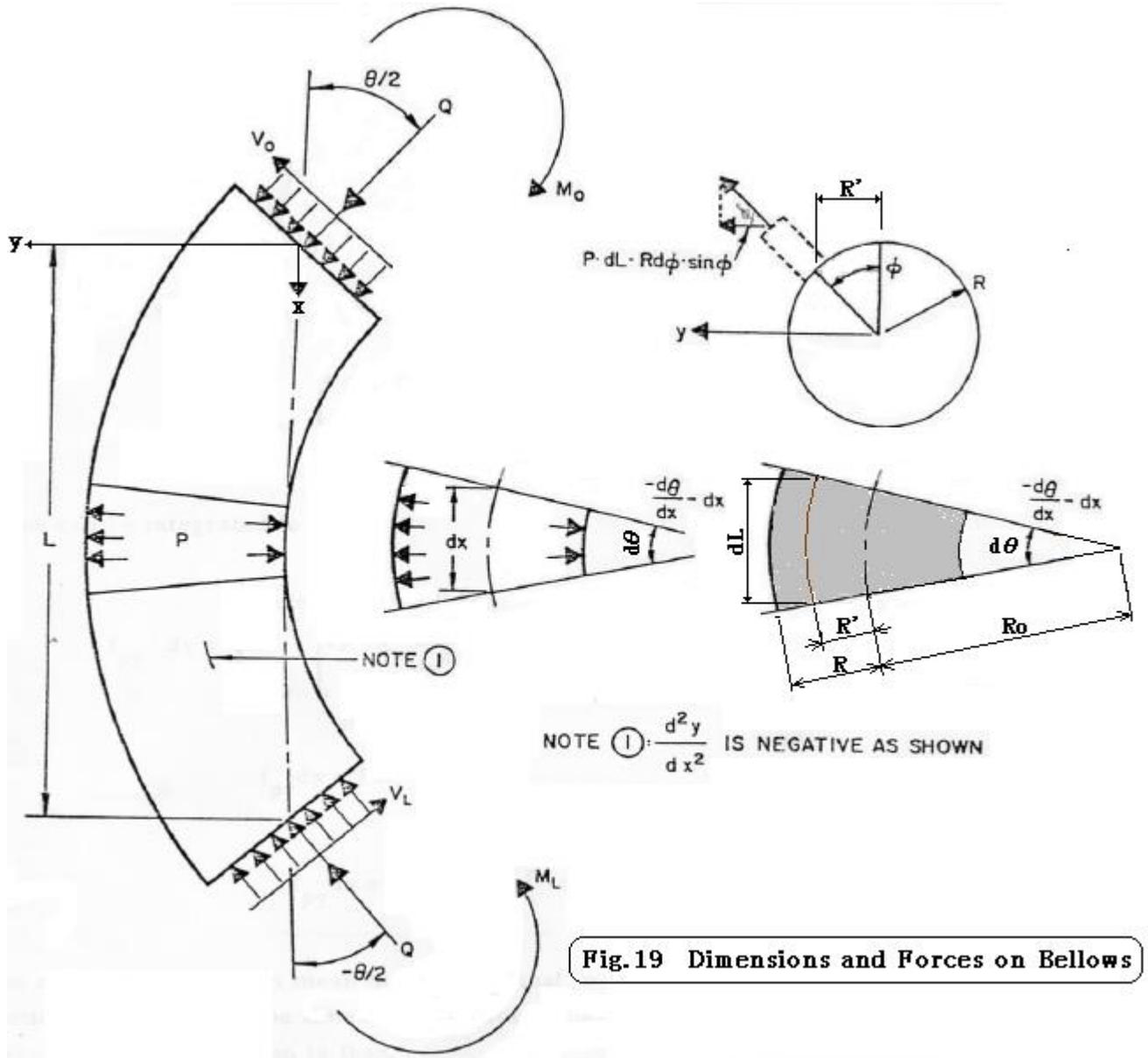


Fig.19 Dimensions and Forces on Bellows

このモデルは、エンドフォース Q と内圧 p が曲率(d^2y/dx^2)の介在によって不安定源(横力のソース)になることを表わしている。ここで曲率半径 R_0 は、 $R_0 = -1/(d^2y/dx^2)$ で表わされる。

微小要素 dx において、軸力 Q から生じる横力すなわち軸力 Q の y 方向成分は、 $\sin(d\theta/2) \approx d\theta/2$ 、および $dx = R_0 d\theta \rightarrow d\theta = dx/R_0 = -(d^2y/dx^2)dx$ から、

$$f_{Qy} dx = 2Q \sin(d\theta/2) = -Q(d^2y/dx^2) dx \quad \text{-----(1)}$$

また内圧 p から生じる横力は、微少に曲がった円筒の外側面積の増加と内側面積の減少の差から派生する。上図において $(R_o + R')d\theta = dL \rightarrow d\theta = dL/(R_o + R')$ 、また $R_o d\theta = dx \rightarrow d\theta = dx/R_o$ であるから、 $dL/(R_o + R') = dx/R_o \rightarrow dL = (1 + R'/R_o) dx$ 。ここで $R'/R_o = -R \sin \phi (d^2y/dx^2)$ であるから

$$dL = \{1 - R \sin \phi (d^2y/dx^2)\} dx$$

内圧から生じる横力(y 方向成分)は、

$$df_{py} = p dL \cdot R d\phi \cdot \sin \phi = p dx \{1 - R \sin \phi (d^2y/dx^2)\}$$

微少要素 dx において、内圧 p から生じる横力すなわち内圧 p の y 方向成分は、

$$\begin{aligned} f_{py} dx &= \int df_{py} = \int_0^{2\pi} p dx \{1 - R \sin \phi (d^2y/dx^2)\} R \sin \phi d\phi \\ &= \int_0^{2\pi} \{-p R^2 (d^2y/dx^2) dx \sin^2 \phi + p R dx \sin \phi\} d\phi = -p \pi R^2 (d^2y/dx^2) dx \quad \text{-----(2)} \end{aligned}$$

この式からわかるように、内圧による横力は[圧力 x チューブ断面積 x 曲率]から得られる。

全横力は、(1)と(2)の和であるから、

$$f_y = -(p \pi R^2 + Q)(d^2y/dx^2) \quad \text{-----(3)}$$

因みにチューブ端にキャップやエルボがついていると、軸力 Q は Fig.19 の Q とは反対方向の符合を持ち $Q = -p \pi R^2$ となり、(6)式は $f_y = 0$ になる。即ち横力は存在せず座屈の可能性もない。

横力 f_y が作用する円筒(梁)の曲げの基礎式は、 $EI(d^4y/dx^4) = f_y$ である。これを(3)式を代入して、

$$EI(d^4y/dx^4) + (p \pi R^2 + Q)(d^2y/dx^2) = 0 \quad \text{-----(4)}$$

Fig.19 を念頭に、以下の境界条件を設定する。

$$\begin{array}{ll} x=0 \text{ にて) (a) } y=y_0=0 & x=L \text{ にて) (e) } y=y_L=0 \\ \text{(b) } y'=\theta_0=\theta/2 & \text{(f) } y'=\theta_L=-\theta/2 \\ \text{(c) } EIy''=-M_0 & \text{(g) } EIy''=-M_L \\ \text{(d) } EIy'''=V_0 & \text{(h) } EIy'''=V_L \end{array}$$

なお $\theta/2 = M_i L / (2EI)$ として定義される(*)

モデルの対称性より $x=L/2$ にて $\theta_{L/2}=0$ 及び $V_{L/2}=0$

$x=0$ から $x=x$ まで(4)式を積分し、境界条件(b)(d)を保持すると

$$\begin{aligned} &\downarrow EI(d^3y/dx^3)]_0^x + (p \pi R^2 + Q)(dy/dx)]_0^x = 0 \\ &\downarrow EI(d^3y/dx^3) - V_0 + (p \pi R^2 + Q)(dy/dx) - (p \pi R^2 + Q) \theta_0 = 0 \quad \text{-----(5)} \end{aligned}$$

この方法で再び積分し、境界条件(a)(c)を代入して、

$$\begin{aligned} &\downarrow EI(d^2y/dx^2) + (p \pi R^2 + Q)y = V_0 x - M_0 + (p \pi R^2 + Q)(\theta_0 x + y_0) \\ &\downarrow d^2y/dx^2 + k^2 y = (V_0 + F \theta_0) \{x/(EI)\} + (F y_0 - M_0)/(EI) \quad \text{-----(6)} \end{aligned}$$

ここで、 $F = p \pi R^2 + Q$ 、 $k^2 = F/(EI)$

このクラシックフォームの解は、

$$y = A \cos(kx) + B \sin(kx) + C + Dx \quad \text{-----(7)}$$

これを(6)式に用いると、

$$k^2 Dx + k^2 C = (V_0 + F \theta_0) \{x/(EI)\} + (F y_0 - M_0)/(EI)$$

係数比較から $C=(Fy_0-M_0)/F=-M_0/F$ ($\because y_0=0$)、 $D=(F\theta_0+V_0)/F$

(7)式に境界条件(a)を用いて

$$y_0=0=A \cdot 1+B \cdot 0+C+D \cdot 0 \rightarrow A+C=0$$

$C=-M_0/F$ であるから、 $A=-C=M_0/F$

(7)式を微分して $y'=-kA \sin(kx)+kB \cos(kx)+D$ 、これに境界条件(b)を用いて、

$$y'_0=\theta_0=-kA \cdot 0+kB \cdot 1+D=kB+D \rightarrow B=(\theta_0-D)/k$$

$A=-C$ 、 $B=(\theta_0-D)/k$ として (7) 式は、

$$y=-C \cos(kx)+\{(\theta_0-D)/k\} \sin(kx)+C+Dx$$

$x=0 \sim L/2$ において、 $(dy/dx) \rightarrow \theta_0, \theta_{L/2}$ 、及び $EI(d^2y/dx^2) \rightarrow V_0, V_{L/2}$ であるから、(5)式より

$$F\theta_{L/2}+V_{L/2}-F\theta_0-V_0=0$$

境界条件 $\theta_{L/2}=V_{L/2}=0$ より $F\theta_0+V_0=0$ であるから、 $D=(F\theta_0+V_0)/F$ より $D=0$ 、従って

$$y=+(M_0/F) \cos(kx)+(\theta_0/k) \sin(kx)-(M_0/F)=+(M_0/F) \cos(kx)+\{\theta_0/(2k)\} \sin(kx)-(M_0/F)$$

上記の y を 1 回微分して境界条件(f)を適用する (なお $x=L$ で $\theta_0=-\theta/2$)。

$$y'=-\theta/2=-k(M_0/F) \sin(kL)+k\{\theta/(2k)\} \cos(kL)$$

$$\text{変形して} \rightarrow M_0=\{F/(k \sin kL)\} \cdot (\theta/2) \cdot (1+\cos kL) \text{-----}(8)$$

従って、

$$y=(1/k)(\theta/2)\{(1+\cos kL)/\sin kL\}(\cos kx-1)+\{\theta/(2k)\} \sin kx$$

あるいは、 $\theta/2=\{M_i L/(2EI)\}$ (但し M_i =圧力 p が零のときの曲げモーメント)であるから

$$y=\{M_i L/(2EI)\} (1/k) [(1+\cos kL)/\sin kL](\cos kx-1)+\sin kx]$$

$$\text{また} \quad M=EIy''=-\{M_i Lk/2\} \{[(1+\cos kL)/\sin kL] \cos kx + \sin kx\} \text{-----}(9)$$

このモーメント式の傾向を見てみる。[]内の第1項{ }は次のようになる。

分母 $\sin kL=0$ のとき $kL=\pi, 2\pi \rightarrow kL=\pi$ では $\cos kL=-1$ 、また $kL=2\pi$ では $\cos kL=+1$

故に $kL=\pi$ のとき $(1+\cos kL)/\sin kL=(1-1)/0=0 \sim 1 \rightarrow M$ の値は無限でなく有限

$kL=2\pi$ のとき $(1+\cos kL)/\sin kL=(1+1)/0=\infty \rightarrow M$ の値は無限

モーメントが ∞ になることは座屈を意味する。(6)式で $k^2=F/(EI)$ すなわち $F=k^2 EI$ であるから、 $kL=2\pi \rightarrow k=2\pi/L$ にときに、軸方向荷重は限界に達する。即ち

$$F_{cr}=(2\pi/L)^2 EI=4\pi^2 EI/L^2 \text{-----}(10)$$

これは、通常の両端固定柱の座屈限界荷重と同じである。

最大モーメントの発生点では $dM/dx=0=-V$ であるが、 $x=L/2$ で $V=0$ なので、最大モーメントは $x=L/2$ で起こる。(9)式において $(1+\cos kL)/\sin kL=\cot(kL/2)=\cos(kL/2)/\sin(kL/2)$ であるから

$$M_{L/2}=-\{M_i Lk/2\} [\cos^2(kL/2)/\sin(kL/2)+\sin kL]=-\{M_i Lk/2\}/\sin(kL/2)$$

$$\rightarrow M_{L/2}/M_i=-\{kL/2\}/\sin(kL/2) \text{-----}(11)$$

この式を用いて[最大曲げ応力への内圧の影響($C_{ps}=M_{L/2}/M_i$)]と[運転圧力/限界圧力(P/P_{cr})]の比の関係を Fig.20 に示す。

(9)式を調べると、 $x=0$, $x=L$ において、 $(1/2)kL = \pi/2$ または $F/F_{cr} = 1/4$ のときに、 M_0 及び M_L が 0 になることがわかる。即ち、

$$\begin{aligned}
 x=0 \text{ のとき } M_0 &= -(M_i k L/2) \{ (1 + \cos kL) / \sin kL \} \rightarrow M_0 = -(M_i \pi / 2) \{ (1 - 1) / 0 \} \rightarrow 0 \\
 x=L \text{ のとき } M_L &= -(M_i Lk/2) \{ (1 + \cos kL) / \sin kL \} \cos kL + \sin kL \\
 &\rightarrow M_L = -(M_i \pi / 2) \{ (1 - 1) / 0 \} x - 1 + 0 \rightarrow 0
 \end{aligned}$$

これは、回転バネ定数 K_r に対する内圧の強い影響を暗示している。 $F/F_{cr} > 1/4$ のときには、モーメントは零から復帰しないので、回転バネ定数は負になる。[直交動作+内圧]がかかるペローズにも、同様のことが派生する。なお内圧 $< P_{cr}/2$ では、ピーク変位に由る曲げ応力の増加は殆どない。

回転バネ定数 K_r は $\theta = ML/EI \rightarrow K_r = M/\theta = EI/L$ 、一方、円筒(パイプ)の軸方向バネ定数は $\delta = FL/EA \rightarrow K_a = F/\delta = EA/L$ 、またパイプの慣性モーメント(断面 2 次モーメント)は $I = (r)^2 A$ 、ここでパイプが薄肉円筒の場合は回転半径 $r = R/\sqrt{2}$ であるから、 $I = R^2 A/2$ となる。これらの関係を用いて、

$$K_r = EI/L = (EA/L)I/A = K_a(R^2 A/2)/A = 0.5R^2 K_a \quad \text{-----(12)}$$

また座屈限界荷重は、

$$F_{cr} = (\pi R^2 P_{cr} + Q) = 4 \pi^2 EI/L^2 = (4 \pi^2 / L) \times 0.5R^2 K_a = (2 \pi / L) (\pi R^2 K_a) \quad \text{-----(13)}$$

エンドフォース Q の作用がない時(即ち $Q=0$ の時)に座屈を起こす内圧 P_{cr} は、上式より

$$P_{cr} = 2 \pi K_a / L \quad \text{-----(14)}$$

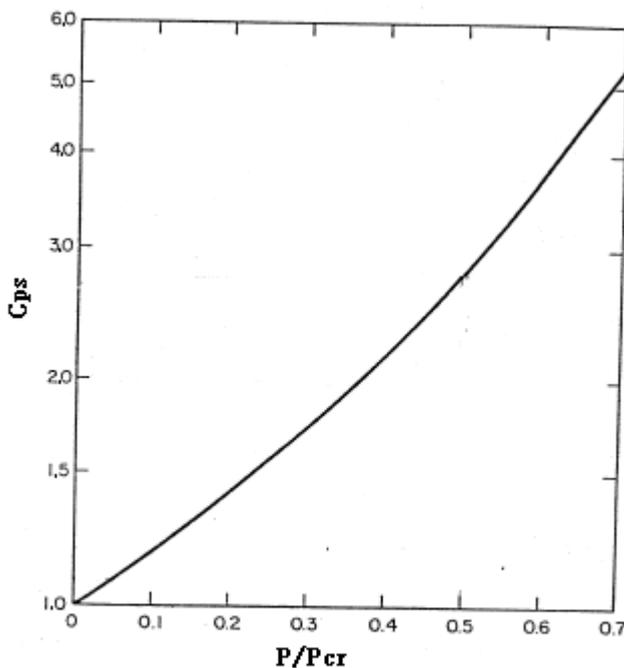
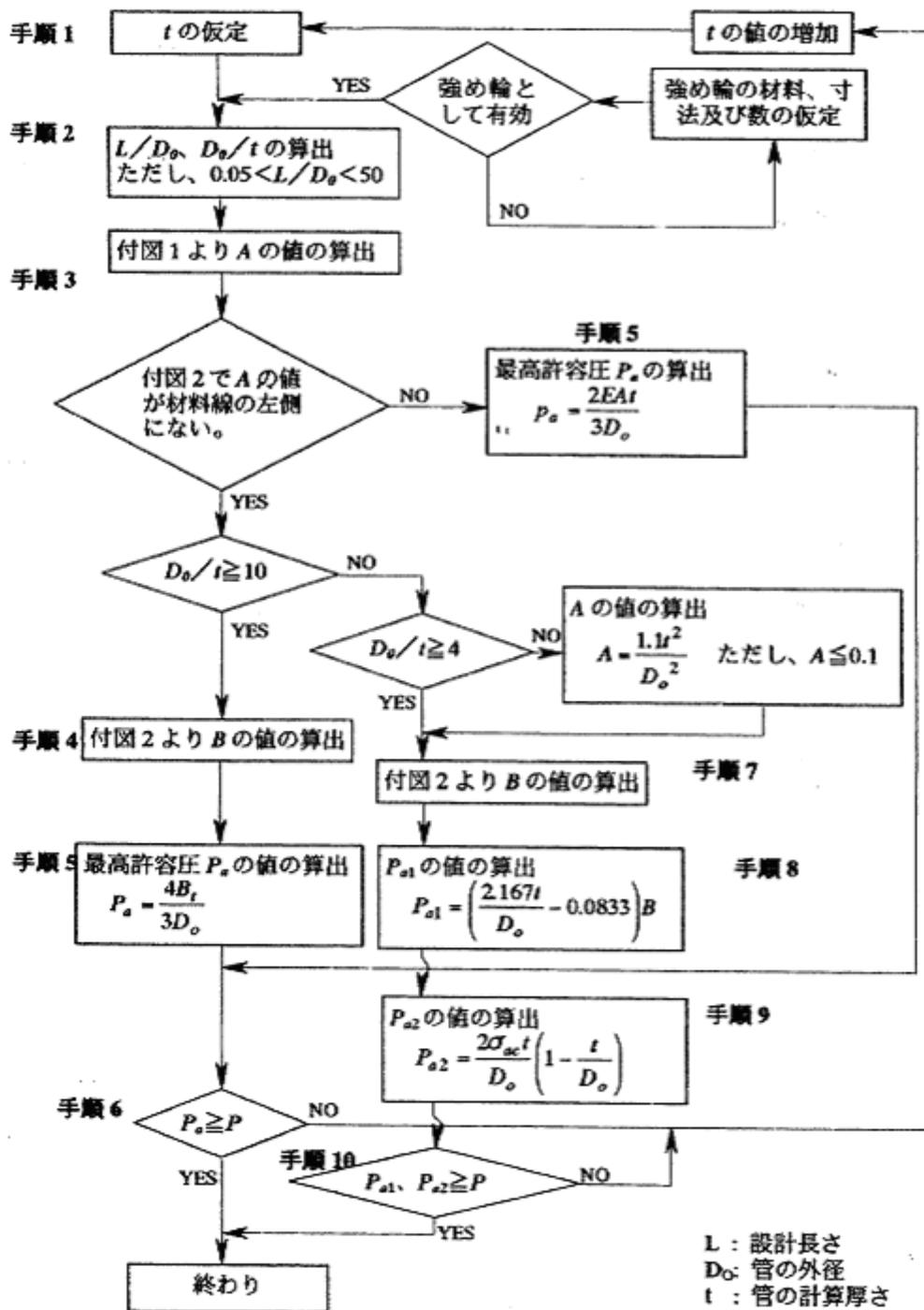


Fig. 20 内圧増加に伴う角変位応力の増加係数

(*) $EI(d^2y/dx^2) = EI\{d(dy/dx)/dx\} = EI(d\theta/dx) = -M_i \rightarrow EId\theta = M_i dx$ これを積分して $EI\theta = M_i L$ (但し対称梁として積分定数無視) $\rightarrow \theta = M_i L / (EI) \rightarrow \theta/2 = M_i L / (2EI)$

添付 2 外圧設計手順
(JPI-7S-77 の付属書抜粋)

改訂



JPI 7S-77 (配管規格)は、ASME 規格を準用しており、外圧規定も ASME の考えに拠っている。以下、参考に ASME の外圧規定の背景を説明する。

【 ASME の外圧規定の背景⁽¹⁰⁾ 】

- (1) 十分長い薄肉円筒の場合や管端の半径方向の拘束がフリーの場合は平面ひずみの問題になる。チモシェンコの方法力学(下巻)から座屈限界圧力 P_{cr} は初期不整のない真円につき次式で与えられる。

$$P_{cr} = [E / \{4(1 - \nu^2)\}] (t/r_0)^3$$

ポアソン比 $\nu = 0.3$ 、平均半径 $r_0 = d_0/2$ として、

$$P_{cr} = 2.2E(t/d_0) \quad (\text{但し } E = \text{縦弾性係数、} t = \text{肉厚、} d_0 = \text{平均径}) \dots\dots\dots(a)$$

有限長さ(L)の薄肉円筒の場合、Donnel の円筒殻の座屈に関する式は、

$$D\nabla^8 w + (Et/r^2)(\partial^4 w/\partial x^4) + t\nabla^4[\sigma_x(\partial^2 w/\partial x^2) + 2r\{\partial^2 w/(\partial x\partial y)\} + \sigma_y(\partial^2 w/\partial x^2)] + \nabla^2 P = 0$$

$\sigma_x = Pr/(2t)$ 、 $\sigma_y = Pr/t$ 、 $\tau = 0$ で P が一様分布のとき、

$$D\nabla^8 w + (Et/r^2)(\partial^4 w/\partial x^4) + t\sigma_x \nabla^4(\partial^2 w/\partial x^2) + t\sigma_y \nabla^4(\partial^2 w/\partial x^2) = 0$$

ここで D=板の曲げ剛性、 ∇ =ラプラシアン演算子、 σ_x, σ_y =軸方向,周方向応力

t=肉厚、r=半径、L=長さ、P=圧力、w=たわみ、x,y → 軸方向,周方向

いま、撓み曲線を $w = w_0 \sin(\pi y/\lambda) \sin(m\pi x/L)$ とし、 $C_p = PrL^2/(D\pi^2)$ とすれば、基礎方程式より次の式が得られる。

$$C_p = (m^2 + \beta^2)^2 / (m^2/2 + \beta^2) + 12z^2 m^4 \{ \pi^4 (m^2 + \beta^2) (m^2/2 + \beta^2) \} \quad \text{-----(b)}$$

但し $\beta = L/\lambda = L/(\pi r/2) = (2/\pi)\{z/(r/h)/(1-\nu^2)^{0.5}\}^{0.5}$ 、 $z = \{L^2/(rt)\} (1-\nu^2)^{0.5}$ 、m=整数

この式は古い Von Miseses の結果と一致する。この式は Iteration タイプの式なので、実験をベースに次の近似式が導かれた。

$$P_{cr} = \{2.42E/(1-\nu^2)^{1/4}\} \{t/(2r)\}^{2.5} [L/(2r) - 0.45\{t/(2r)\}^{0.5}] \quad \text{-----}(c)$$

この式は、 $z > 6$ の領域において、Donnel-Miseses 解の Lower curve に合致し ASME の外圧設計ルールベースになっている。ここで(c)式を $\nu = 0.3$ 、 $d_0 = 2r$ として変形すれば

$$P_{cr} = k E (t/d_0)^3 \quad \text{但し } k = 2.47 [(L/d_0)(t/d_0)^{1/2} - 0.45(t/d_0)]^{-1} \quad \text{-----}(d)$$

即ち、k は (L/d_0) 、 (t/d_0) 及び ν の関数である。この式の $L \rightarrow \infty$ のとき $k \rightarrow 0$ となって(a)式と一致しないが、この式の有効範囲で $L \rightarrow$ 大のとき、 $k = 2.2$ に漸近すると思われる。

(2) 前述の如く(d)式はコードルールのベースである。座屈に対してクリティカルな周方向の膜ひずみがあるとすれば、

$$(\varepsilon_\theta)_{cr} = (\sigma_t)_{cr}/E = (1/E)\{P_{cr}D_0/(2t)\} \rightarrow P_{cr} = 2E(t/D_0)(\varepsilon_\theta)_{cr} \quad \text{-----}(e)$$

この P_{cr} を(d)式に代入して、次の式が得られる。

$$(\varepsilon_\theta)_{cr} = (k/2)(t/D_0)^2$$

ASME では、これを A 値と称している。k は前述の如く (L/d_0) 、 (t/d_0) 及び ν の関数であるから、 ν を除き $(\varepsilon_\theta)_{cr}$ は幾何形状 (L, D_0, t) に依存している。故に A chart は “Geometric Chart” と呼ばれている。

(e)式は薄肉理論において(d)式に等価である。従ってもし検討する材料のチャートがコードにない時は寸法パラメータから A 値すなわち限界周方向膜ひずみを求めて(e)式から P_{cr} を直接求めることがある範囲で可能である(大きなひずみでは接線弾性率 E_t を設定して用いる)。(e)式では E だけが材料特性であってかつ温度に依存する。また材料が非弾性域になる場合、即ち非線形的な応力-ひずみ関係になる場合もある。それは周方向の膜ひずみが大きく、實際上、全域に沿って塑性域に入る場合である。そこでは $E_t = f_T(\varepsilon_{cr})$ なる接線弾性率を用いる必要がある(もし弾性係数 E を用いるのであれば P_{cr} を大きく見積もってしまう)。E → E_t として、(e)式より

$$P_{cr} = 2f_T(\varepsilon_{cr})A(t/D_0) = B(t/D_0) \quad \text{但し } B = 2f_T(\varepsilon_{cr})A \quad \text{-----}(f)$$

が得られる。この B 値を示したものが B Chart である。B Chart は材料の温度物性/非線形性/幾何形状に依存する。

以上は薄肉理論に拠っている。厚肉の時は Donnel の基礎方程式の σ_x, σ_y を吟味し直す必要がある。また上記で考慮した材料の非線形性は、肉厚方向でも考慮する必要がある。これらに対する ASME の

対処の詳細はわからないが、1つの前提のもとに補正を加えている。この前提とは

$$P_a = \{2S/(D_o/t)\} \{1 - 1/(D_o/t)\}$$

の追加である。この式の形から、円周方向の応力を降伏応力レベルにセーブしようとする意図が考えられる(この式は Baily-Nadai の式に類似する?)。

以上より、ベース式を設計公式化する上で ASME は、

- ① 薄肉円筒と厚肉円筒の扱いの分離
- ② 材料非線形性への配慮

を行っていることがわかる。更に ASME は、

- ③ 実際の円筒の形状不整/欠陥を含めて安全率 3 の導入(改正前は 4)
- ④ 短円筒に対する補正 → Donnel - Miseses 式は高次項をカットしているが短円筒の場合影響が大きいので補正している。

以上が ASME 外圧規定の背景である。精しくは文献(10)を照合のこと。

添付3 外圧配管における設計長さLの取り方

改訂

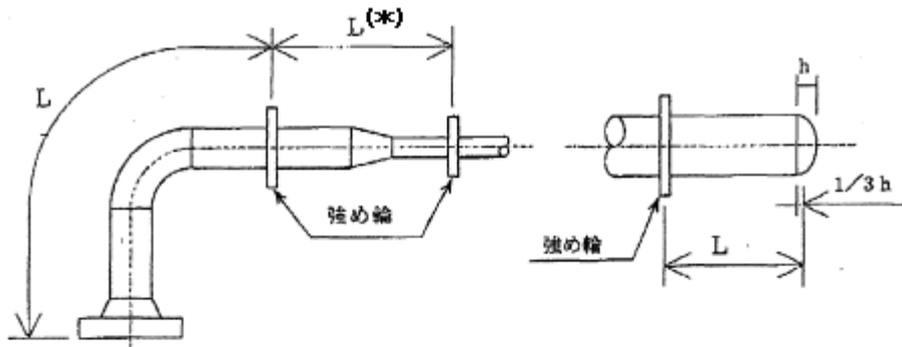
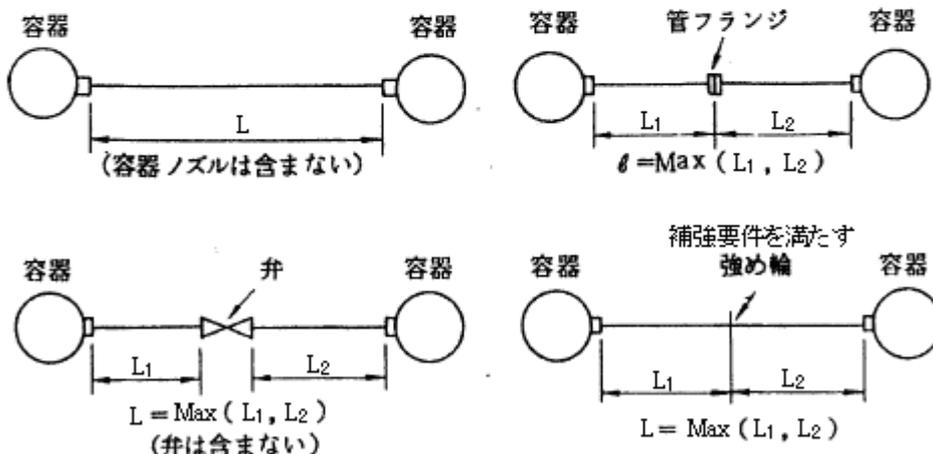


図5. 1 最高許容外圧を求める場合の距離Lのとり方
(高压ガスの配管に関する基準抜粋)



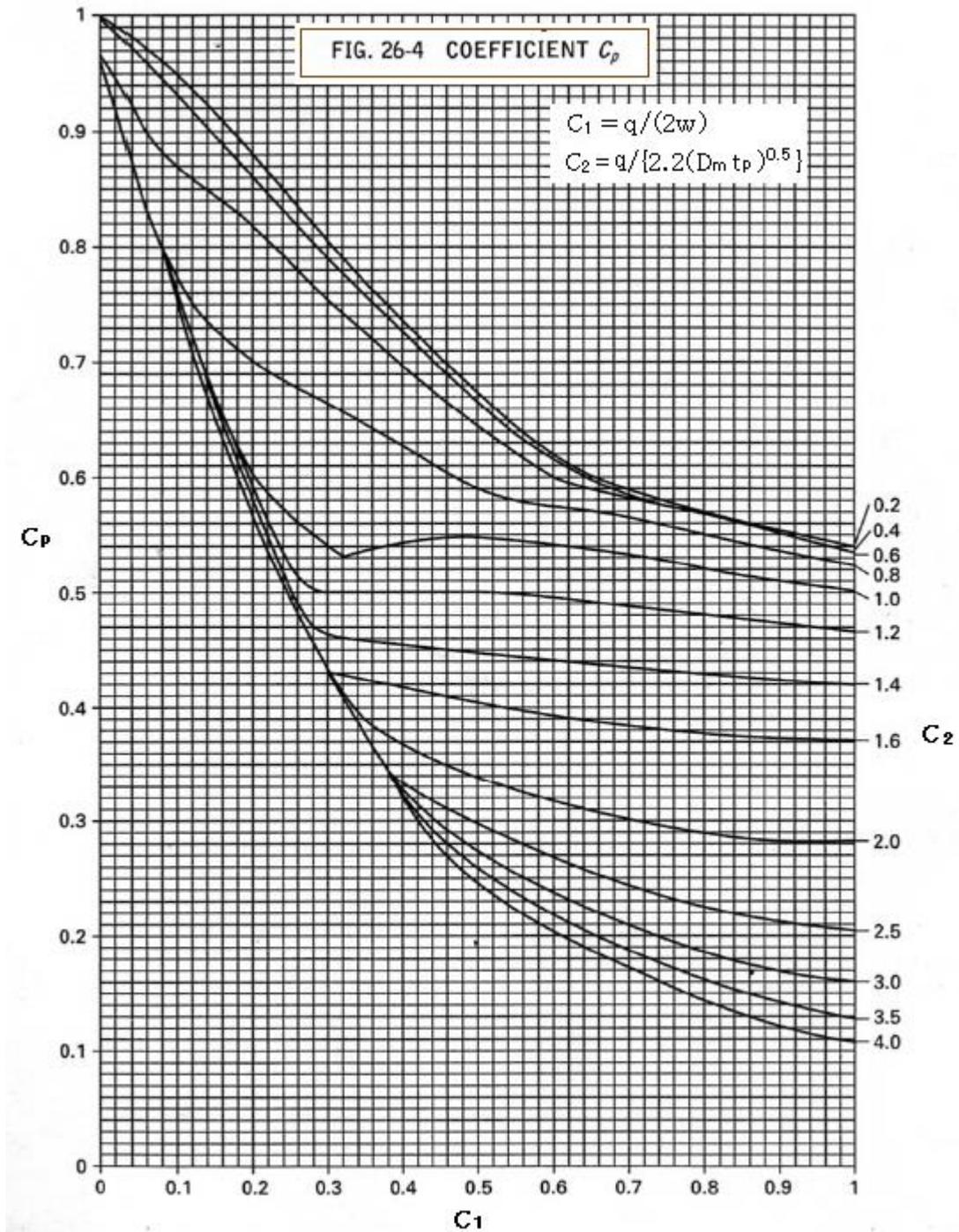
旧来踏襲の距離Lのとり方

- (*) レディーサの板厚は隣り合う管の肉厚以上する。
両側の管サイズでそれぞれ許容外圧を求めその低い方を当該配管部分の許容外圧にする。

(注) $L/D_o > 50$ のときは $L = 50D_o$ とする。

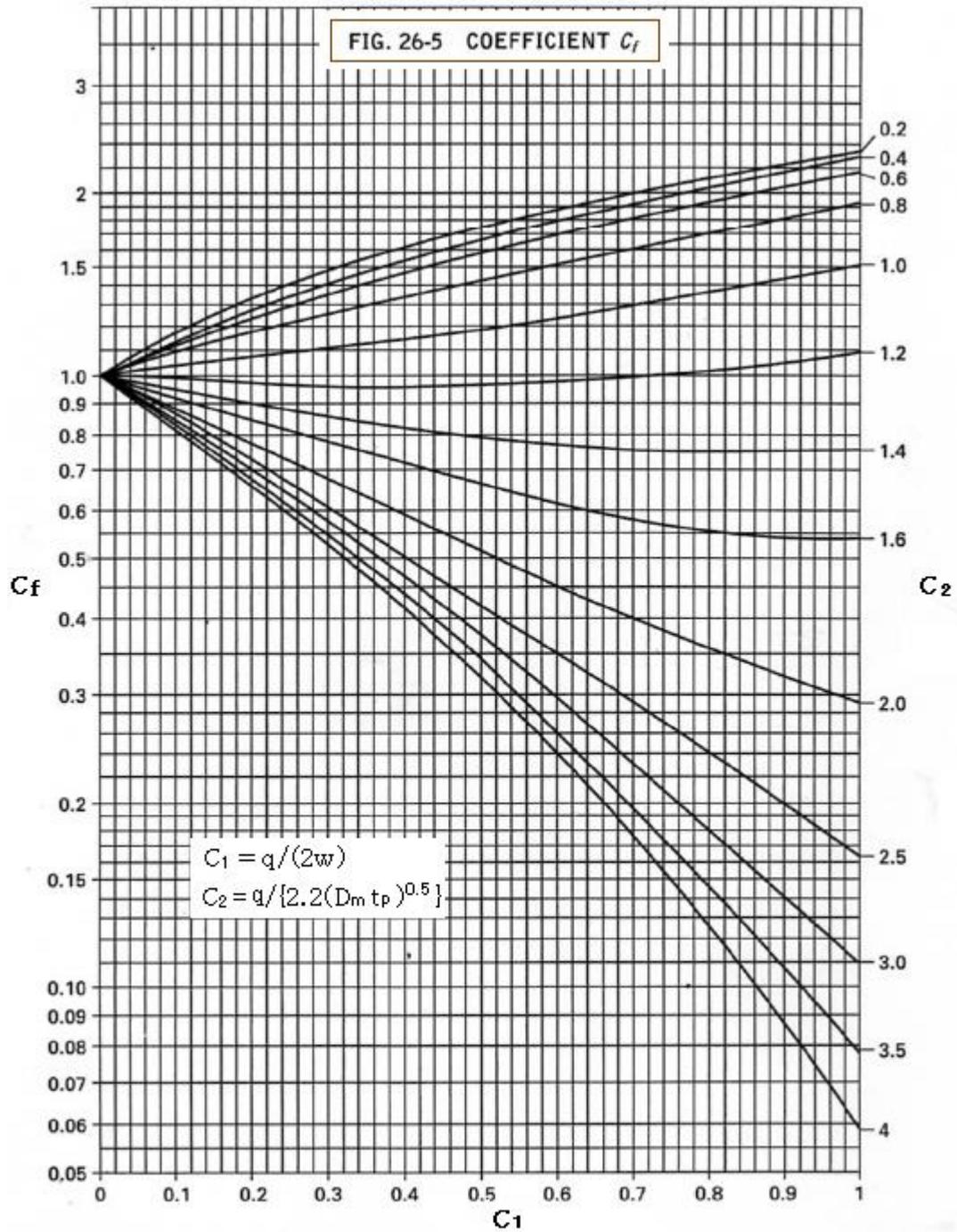
添付 4. 計算係数 C_p , C_f のグラフ

[ASME Sect.VIII Div.1 Appendix 26]



(注記) この表は、EJMA Std.の Fig.C24 に同じ。EJMA では C_1, C_2 は次式で与えられているが、実質、上記の表中の C_1, C_2 式と同じである。

$$C_1 = 2r_m/w, \quad C_2 = 1.82r_m/(D_m t_p)^{0.5}$$



(注記) この表は、EJMA Std.の Fig.C25 に同じ。EJMA では C_1, C_2 は次式で与えられているが、実質、上記の表中の C_1, C_2 式と同じである。

$$C_1 = 2r_m/w, \quad C_2 = 1.82r_m/(D_m t_p)^{0.5}$$

引用文献/規格：

- (1) EJMA 「Standards of The Expansion Joint Manufacturers Association, Inc.」 Eighth Edition
- (2) ASME Sect.VIII Div.1 -Mandatory Appendix 26 「Pressure Vessel and Heat Exchanger Expansion Joints
- (3) ASME B31.3 Process Piping –Appendix X Metallic Bellows Expansion Joints
- (4) JIS B8277 「压力容器の伸縮継手」
- (5) PNC 高速増殖炉第1種配管用ベローズ継手の高温構造設計方針暫定案付属書 F
- (6) 「The stability of Bellows subjected to internal pressure」 Haringx, J. A
Phillips Research Report 7 1952 pp189～96
- (7) 「Root bulge of bellows,metallic bellows expansion joint」 Becht, C
ASME PVP 51, 1981, pp105-17
- (8) 「The Buckling Behavior of U-Shaped Bellows under Pressure Loads 」 K. Tsukimori & K. Iwata
(International Journal of Pressure vessel & Piping 44 (1990)365-380)
- (9) 「A Study on the Buckling of Rectangular Bellows Under Pressure Loads」 I. Nishiguti etc.
(Trans. ASME Journal of Pressure Vessel Technology Nov. 1996 Vol.118 /491～495)
- (10) 安藤,岡林 「原子力プラントの構造設計」(東大出版会) 2.8 座屈の防止
- (11) ASME PVP vol.168 「Metallic Bellows and Expansion Joints」 P41－43
- (12)構造力学公式集(土木学会) 5.10 塑性崩壊荷重
- (13) 「Dynamic Buckling Characteristics of Bellows under Pressure Wave」 Ooka, Morista, Tukimori
(International Journal of Pressure vessel & Piping 44 (1990)137-158)