

【整番 SE-09-TM-011】	【標題】 限界荷重と塑性 by Gerdeen (訳文)
分類：構造(限界荷重)／種別：技術メモ	作成年月：H30.10 改訂：Ver.0.0(H31.05) 作成者：N. Miyamoto

全 25 枚

この文献は ASME の Publish brief に寄せられたもので、ASME コードの圧力容器(圧力配管含む)における弾塑性/塑性解析とその評価に関して基準的な見方をあたえるものである(古典的な文献と思う)。SE-03-TM-001 の作成に際し読んだ時の記録(和訳メモ)である。えてして恣意に陥りやすい分野なので基本的な View point を与える点で本文の価値はあると思われるので敢えて以下に開示しておきたい。疑義があれば原本と照合して下さい。

Limit Analysis and Plasticity by J.C.Gerdeen (ASME Pub.)

イントロダクション

筆者は最近、圧力コンポネント限界解析と塑性挙動に関する問題について包括的なレポートを作成している。そのレビューと解説はレポートとして WRC の PVRC に提出され **WRC254(1979)** に記載されている。なお WRC254 には Rodabaugh および O'Donnell の 2 つのレポートも含まれている。筆者のレポートはかなり包括的でもここでそれを反復するつもりはないが、関心があれば WRC254 のレポートを見てほしい。

しかしそこで示されたクライテリオン(判定基準)は今後の塑性挙動の研究に極めて有意義と思われるので、WRC に記載された筆者レポートを要約して紹介し、再び判断基準の有意性を議論してみたい。なおこの報文は **1970** 年の ASME 出版目録に追加されている。

先の WRC レポートは限界荷重及び塑性荷重の決定において統一的で標準化された方法が必要であると考えに基づいている。限界荷重の決定にはいろんな方法があり、これらの方法をすべて受容するには多々問題がある。

目 的

1. コードだけではなく理論解析/実験解析の両者に用いられる**限界荷重及び塑性崩壊荷重**の定義をレビューするとともに塑性(崩壊)荷重の統一的な定義をリコメンドする。これらの定義は剛塑性和弾塑性の 2 つのレベルで扱われる。
2. 種々の条件、種々の形状においてその定義をチェックし理論と実験を比較する。形状については図のようなビーム、圧力容器ヘッド、孔無し/孔有り平板、曲管、容器ノズル、管分岐を考慮する。対象とする荷重は、圧力単独、集中荷重単独、モーメント単独およびこれら荷重の組合せを考慮する。解析は単一の単調負荷で繰返し負荷のない過荷重に限る。
3. **ひずみ限界、延性要件及びシェークダウン**を評価する。限界解析/破壊力学の適用範囲を議論する。
4. 理論と実験の隙間を埋めるために必要な限界試験と研究を提案する。

定 義

限界モーメントの定義を考える場合、限界荷重/モーメントと塑性不安定荷重/モーメントが明らかに異なっていることに注意すべきである。例えば P. S. Symonds の次の言葉は限界解析概念とこれに関連する塑性崩壊荷重に含まれている微妙な違いを浮き彫りにしている。

「現実の構造物/構造体で崩壊が起きる場合、実際の塑性崩壊現象は数学的な解析で用いられるような特異な意味での崩壊と区別する必要がある。我々は理想化された構造物の塑性崩壊の概念即ち荷重が一定に保持された状態で無制限に変形が増加する状態を数学的な概念として用いている。これは現実の構造体/構造物では殆ど起きないのでその計算が仮想的な構造物以外の現実的な構造物にそのまま適用されることはない。仮想的な構造物には加工硬化も著しい形状変化も起きないからである。それにもかかわらずこれもまた限界荷重が数学的な量であり、塑性崩壊荷重が実際の構造物に現れる量であることを強調している。以上の定義と ASME BPVC の塑性不安定に関する定義を較べると、これらの定義の違いが影の意味に依存することがわかる。

「塑性不安定荷重は変形が際限のなく増加し力と変形の関係が水平タンジェントになる場合の荷重ととることができる」

第一降伏荷重

限界荷重 P_0 が定義される以前に第一降伏荷重 P_y が定義される。場合によって P_y は P_0 と混同される。ここでは第一降伏荷重 P_y は压力容器材料が最大応力ポイントで最初に降伏するときの荷重として定義される。この荷重は弾性解析から求めることができる。材料のわずか1ポイント(零ないし微量)しか降伏していないので周りの弾性材によって全体的な容器の塑性変形が抑制される。

第一降伏荷重は当然ながら荷重撓み曲線上の比例限界には対応していない。材料の非線形性や大撓み効果によってもっと高いか低くなる。

延性材料の压力容器はその形状に依存して第一降伏点を越える圧力や荷重に耐えることができる。このため容器や構造物の塑性性能をより適切に表わす荷重を設定する方法が求められる。限界荷重はこの目的をもって定義されたものである。

限界荷重

限界解析による限界荷重(P_0)の古典的な定義は理想化された数学的な荷重である。解析の利便性から、明確に定義された降伏点を持つ剛-完全塑性材料という仮定がとられる。この理想化された条件では材料の弾性部分は剛材料として扱われる。このような材料では降伏点以下の応力では剛体として降伏点応力では塑性材として扱われる。 P_y 以上の荷重($P > P_y$)でかつ限界荷重以下の荷重($P < P_0$)では材料の一部は降伏しているが、その領域は容器材料の残りの剛体領域によってまだ拘束されている。荷重が限界値 P_0 まで増加する時、塑性領域は剛体領域が喪失して塑性領域の動きを抑え込むことができなくなるまで広がってゆく。容器の全域に塑性領域が広がったときの荷重がいわゆる限界荷重である。限界解析理論によれば完全塑性材料の場合、荷重は限界荷重を越えることはない。従って理論的限界荷重に関する適正な定義は、下記の条件を具体化する構造物の解析モデルに対する最大荷重の解にほかならない。

- ① ひずみ-変形関係が微少変形理論のそれである場合
- ② 材料の応答が剛塑性あるいは弾完塑性であり、認知された降伏関数(機能)を持つ場合
- ③ 内部の応力と作用力が変形に由る形状変化を無視した通常の釣合関係にある場合

たまたま限界荷重の下で全体的降伏を起さるため、不幸にもこの荷重は降伏点荷重とも呼ばれている。しかし限界荷重は前に定義した第一降伏荷重ではない。

厳密解よりも容易に得られるところから、限界荷重を分類するため上限界の解と下限界の解が

導かれている。微少撓み解析が用いられ**無変形状まわり**に釣合いが見られる。

弾完全塑性微少撓み解析は**剛完全塑性から得られるものと同じ限界荷重の値を求めるために使用**できる。弾完全塑性解析は限界荷重における撓み量を与える。剛完全塑性解析ではひずみ分布や変形状は限定できるが撓みの大きさは限定できない。

第1降伏荷重も限界荷重も材料の降伏強さ S_y に比例する。 S_y は解析にもちいられる唯一の物性である。材料は十分延性があり塑性解析が適用でき、小さな切欠きの感受性は無視できるが形状不連続部は解析に含まれる。

塑性崩壊荷重

塑性崩壊荷重(P_c)は Symonds らによってひずみ硬化材料で構成された実構造物や実容器に適用されている。その場合、大変形による形状変化の影響も含まれる。この荷重は**実験的に得られるが、弾塑性大変形コンピュータ解析**を用いても計算できる。

容器はこの荷重では必ずしも崩壊しないので、自立しない崩壊は不運である。塑性変形荷重あるいは**必ず塑性荷重**という用語は**もっと意味があり**、文献では塑性崩壊荷重という用語が一般的である。

完全塑性材料の限界荷重は事実上、崩壊圧力であるが、実際の材料や構造物ではいつもそうだとは限らない。ここでは**塑性荷重**あるいは**塑性圧力(P_p)**と云う用語を採り、以後の議論ではまさしく崩壊が起こらない限りこの用語を使用する。

この塑性荷重では有意な塑性変形が構造物や容器の全体に起きる。その原因は限界荷重と同じで、容器内の塑性領域は十分な範囲に拡がるとはや周囲の弾性領域はオーバーオールな塑性変形の発生を抑えることができない。

その場合は小さな変形で広範囲に塑性化するなら、**限界荷重は塑性荷重に近似である**と云える。塑性荷重は材料の降伏応力のみならず**ひずみ硬化指数**にも依存する。

極限荷重

限界荷重あるいは塑性荷重は極限荷重 P_u に等しいわけではない。極限荷重は材料の極限強さに依存する。破裂圧力は円筒容器やパイプの極限圧力の一つである。延性材の極限強さはその降伏応力よりも大きいので、極限圧力は限界圧力あるいは塑性圧力よりも大きい。

(崩壊という用語は極限破壊と紛らわしいので自立なしの崩壊圧力は塑性圧力から除かれる。)

塑性不安定荷重

塑性不安定荷重 P_{pj} には次の2つのタイプがある。

- (1) 材料不安定型、
- (2) 構造不安定型

例えば塑性材料不安定は**極限荷重**における引張試験片のネッキングに相応する。

本レポートで考慮される塑性不安定荷重は構造不安定型で材料の降伏応力依存し構造物や容器の

著しい形状の変化に伴うもの。形状の変化はシェルは回転シェルの軸対称変形でありリンクル(非軸対称変形)が起きることもある。塑性不安定荷重は塑性荷重のサブタイプのひとつで、例えば形状的に弱い部分に外圧が掛かって起きる。この荷重の計算は大変形弾塑性解析性能を必要とする。

塑性不安定荷重は限界荷重より小さくなることが多いので重要である。塑性不安定荷重では荷重-変位曲線が零傾斜(水平接線)になる特性がある。

シェークダウン荷重

以上の荷重定義は全て単調増加荷重を前提にしている。シェークダウン荷重 P_s は繰返し負荷によるもので本レポートの対象外になるが、限界荷重や塑性荷重で設計する場合シェークダウンに関する相対的な安全裕度を知ることが重要であるから、ちょっとこれに触れておく。

$P > P_y$ の荷重が降伏点を越え塑性に至る範囲で構造物に加わることで、残留応力が構造物に分布して生じて弾性応力範囲内だけで荷重サイクルが繰り返される場合、この構造物はシェークダウン状態にあると云われる。シェークダウンするときの P の最大値をシェークダウン荷重 P_s と云う。

シェークダウン荷重を越える荷重 $P > P_s$ では、ラチェットイングと呼ばれる進行性の塑性流動あるいは低サイクル疲労破損のいずれかが起きる。

シェークダウン解析は計算容易なところから弾性理論を用いて P_s の下限界だけを求めてことで成立している。更に詳しいシェークダウン議論は...による。

塑性圧力の見積り

設計者は、ひずみ硬化や大撓みを含めたあるいはこれと等価な実容器の実験的解析を考慮した弾塑性解析を通して塑性圧力の現実的な大きさを定義づける問題に直面する。

多くの見積りが使用されてきた。その数は導入された解析の数あるいは検討者の数に見合う。これらはあとでレビューする。(その議論は“圧力”に適用されるが、その記述はもちろん他の荷重にも適用できる。)

限界圧力 P_0

剛完全塑性理論による限界圧力の定義が議論されてきたが、その議論は弾完全塑性解析の場合にもあてはまる。微少変形の弾完全塑性解析は限界圧力を決定するためにも用いることができる。(限界圧力は実際の容器では塑性圧力に漸近する。)

剛完全塑性理論による限界圧力定義を特徴づけるものは、

$$dp/d\delta = \infty、あるいは d\delta/dp = 0 \quad (\text{但し } p < p_0) \quad \text{及び} \quad \text{-----(1)}$$

$$dp/d\delta = 0、あるいは d\delta/dp = \infty \quad (\text{但し } p = p_0) \quad \text{-----(2)}$$

(2)式はまだ弾完全塑性理論に対しホールドであるが、(1)式は次の不等式で置き換えられる。

$$dp/d\delta > 0 \quad (p < p_0) \quad \text{-----(3)}$$

$dp/d\delta = 0$ のとき $p=p_0$ という限界圧力定義は微小撓み弾完全塑性コンピュータ計算結果に適用できることがわかる。故にこの定義が微小撓み弾完全塑性解析に必要なことは理に合っている。しかしながら実験に大撓み/ひずみ硬化効果が見られるときは容器内圧に関する実験結果にこの定義を要求することは理に合わない。

接線交叉圧力 p_{t1}

Fig1 に示されるような圧力撓み曲線の弾性部分と塑性部分に接線を描くことで、ある塑性圧力が p_{t1} によって定義されている。すなわち接線の交点の圧力を塑性圧力 p_{t1} とする。この方法で得られた圧力の値は塑性域にとられた接線に敏感である。

弾完全塑性バイリニア応力ひずみ曲線は微小撓み理論に対してさえ非線形圧力撓み曲線に帰結することを認識すべきである。塑性ゾーンの非線形性効果は肉厚を通して伝播する。圧力撓み応答(曲線)の非線形性は非線形ひずみ硬化材や大撓みでもより大きくなる。

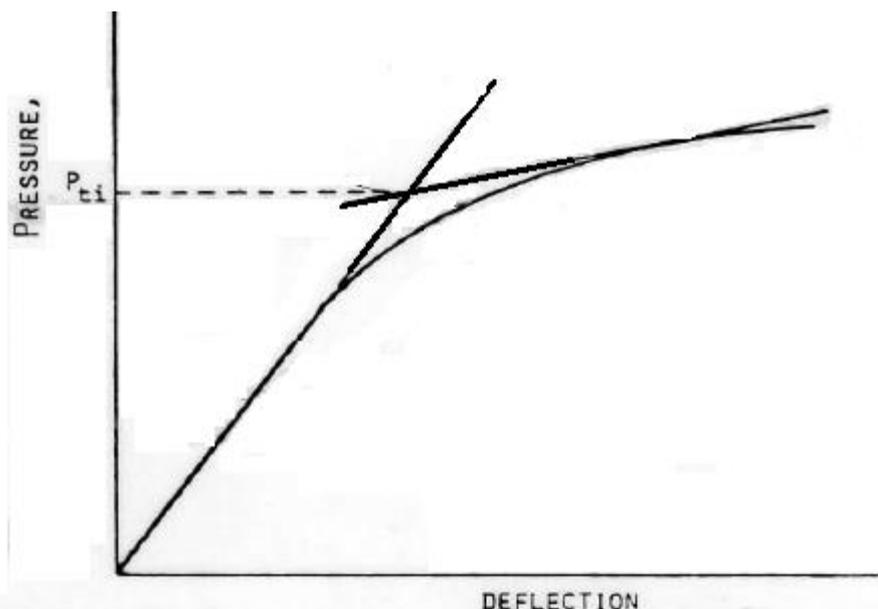


FIG. 1 THE TANGENT INTERSECTION METHOD OF DEFINING A PLASTIC COLLAPSE PRESSURE, [9, 10]

(Fig.1 塑性崩壊圧力定義における接線交叉法)

もし圧力撓み曲線が曲線の膝越しにかなり直線部分を示すなら、例えばクランプされた梁に描かれるような付加的な降伏ヒンジの発達によって2番目の膝が現れない場合は接線交叉法は一貫した結果を与えることになる。

もし圧力撓み曲線が事実、式(2)で定義されるようなリミットタイプであって接線が零スロープ(水平勾配)の交点にくるなら、この場合の接線交叉法は $P_{t1}=P_0$ の限界圧力ケースに変わる。

1%塑性ひずみ圧力

Townley らは等価な1%塑性ひずみが起きる時の圧力を塑性圧力とした。彼らはこのアプローチを微小変形/ひずみ硬化ベースの弾塑性解析で球形圧力タンクの圧力を求めるときに用いた。絶対最大ひずみに基づく方法は想定材料ばかりでなく形状にもより大きく依存する。

まず材料の挙動は重要である。1%塑性ひずみは、もし降伏点応力が 30000Psi なら降伏点ひずみの 10 倍、降伏点応力が 60000Psi なら降伏点ひずみの 5 倍である。その結果、弾性ゾーンと塑性ゾーンの相対サイズは異なり、圧力撓み曲線の形状も異なってくる。また同じ降伏点応力を持ちながら異なるひずみ硬化率を持ったヘッドは 1%ひずみに達するまでに異なる応答を示す。

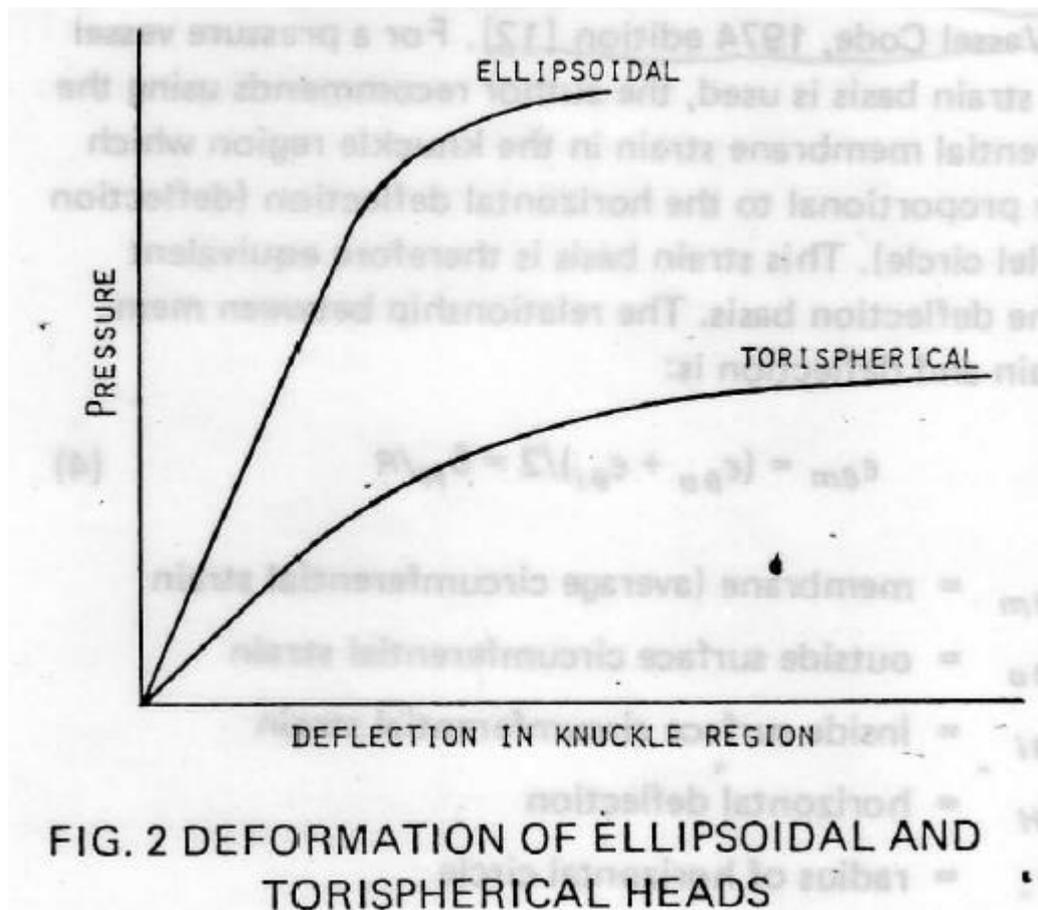


Fig.2 楕円ヘッドと半球ヘッドの変形

次いでヘッドの形状は重要な影響をもっている。楕円ヘッドは半球形ヘッドや半円錐型ヘッドよりも変形が少ないことが知られている。Fig.2にこれを示す。半球形ヘッドが1%ひずみになるとき、楕円形ヘッドはまだそれに達していない(これは D/T 比が低い時然り)。

数値計算コンピュータプログラムの収束は $dp/d\delta \rightarrow 0$ のとき問題になる。1%より少ないひずみで $dp/d\delta \rightarrow 0$ のとき、1%までの圧力撓み曲線を計算するのは解析上不可能である。

容器における最大ひずみはその多くが塑性ヒンジにおける曲げひずみである。他の場所のひずみは小さい。その結果、ヒンジの位置が正確にわからない時や優先がつけられない時は実験容器のひずみゲージの位置の選択は変数のひとつとして扱われる。例えば降伏ヒンジはヘッド肉厚の変化に影響を受ける。亀裂塗膜は弾性負荷のとき最大ひずみの検知に使用できるが、塑性領域が含まれるときはひずみ分布が変化する。しかし亀裂塗膜は降伏によっては落ちる。もし最大塑性ひずみの位置を求めるためにこの方法を用いるときは、2つの容器が必要になる。そのひとつは亀裂塗膜用、もうひとつはひずみゲージ用になる。

従って要約して云えば塑性圧力を定義するためのひずみゲージの適用は正確な最大ひずみの位置にゲージを配置する時エラーを起こし易い。

2倍弾性変形圧力 p_{2Y}

塑性圧力は、**Fig.3** に示すようにその撓み/ひずみが、降伏圧力 p_y における弾性撓み/弾性ひずみの2倍に達したときの圧力であると定義される。この定義は ASME の BPVC コード(1974)で用いられている。圧力容器のヘッドの場合、ひずみベースであれば水平撓み(平行円の撓み)に直接比例するナックル部分の円周膜ひずみを用いることを勧める。それ故にこのひずみベース(基準)は撓みベースに等価である。膜ひずみと撓みの関係は、

$$\varepsilon_{\theta m} = (\varepsilon_{\theta o} + \varepsilon_{\theta i})/2 = \delta_H/R \quad \text{-----(4)}$$

ここで、 $\varepsilon_{\theta m}$ =膜ひずみ(平均周方向ひずみ)、 $\varepsilon_{\theta o}$ =外表面の周方向ひずみ、

$\varepsilon_{\theta i}$ =内表面の周方向ひずみ、 δ_H =水平撓み、 R =水平円の半径

Fig.3 の2倍弾性変形圧力は p_{2Y} で表示される。それは前述のように p_y に依存する。

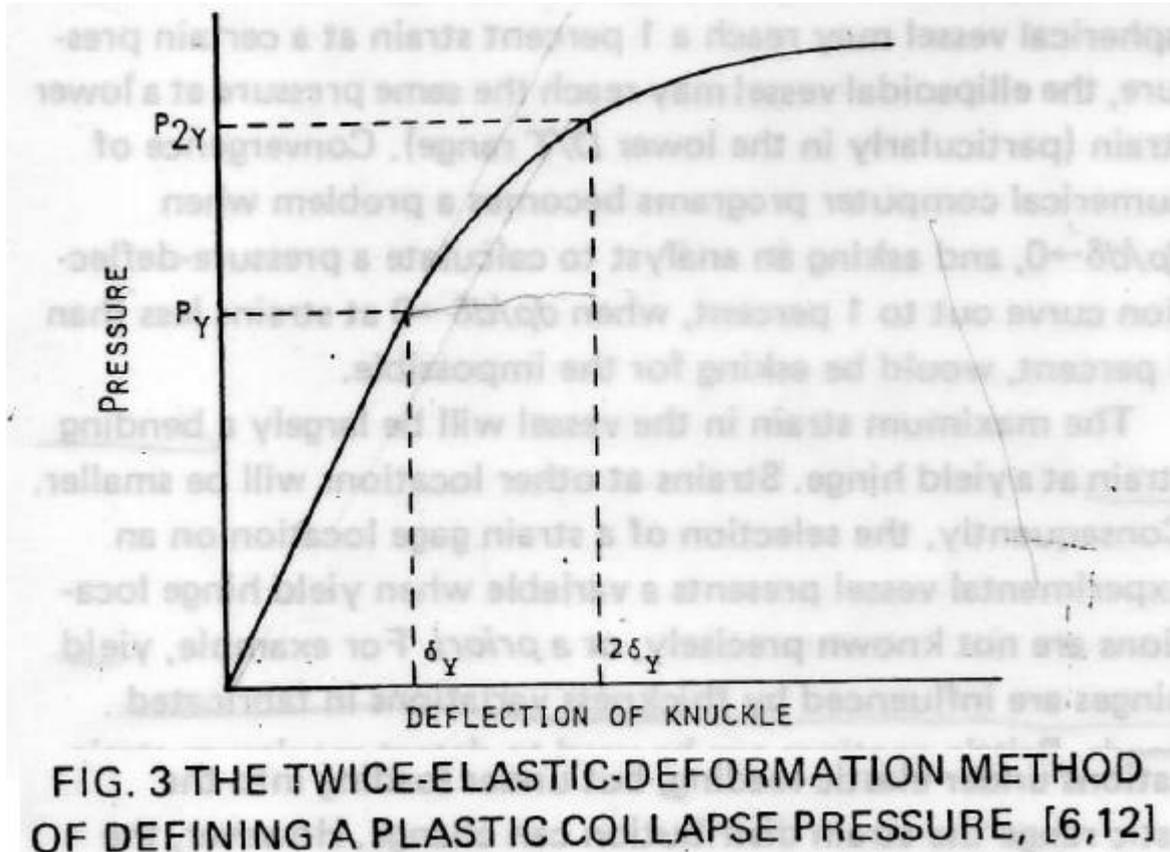


Fig.3 塑性崩壊荷重を定義する2倍弾性変形法

コンピュータ解析による正確な p_y の設定は問題ない。実験による場合、荷重撓み曲線の弾性限界を設定する際にエラーがでやすい。しかし第1降伏点はひずみゲージを用いて実験的に求めることができる。2倍弾性変形圧力は最初に用いられたオフセット圧力ではなかった。Demir や Duckler ははじめ計測撓みが外挿弾性撓みの3倍になる所で塑性荷重を定義していた。

2倍弾性勾配圧力 p_ϕ

塑性圧力は **Fig.4** に示されるように曲線の弾性域の2倍勾配で圧力変形曲線の原点から引かれたラインのインターセプトにおける値として定義される。この方法は最近 ASME Sect. III と Sect. VIII で採用されている。Fig.4 からこれは次のように定義される。

$$p = p_\phi \quad \text{ただし } \tan \phi = 2 \tan \theta \quad \text{-----(5)}$$

ここで $p_\phi = 2$ 倍弾性勾配圧力、 $\tan \theta = \delta / p =$ 曲線の弾性部分の勾配
 なお $\delta \leq \delta_y$ 、 $p \leq p_y$

p_ϕ は以下のように $p_\phi > p_y$ であることがわかる。

$$\tan \phi = \delta_\phi / p_\phi \text{ そして } \delta_\phi = p_\phi \tan \phi = 2p_\phi \tan \theta = 2(p_\phi / p_y) \delta_y$$

$$\text{ここで定義から } p_\phi > p_y \text{ で、 } \delta_\phi > 2\delta_y \text{ であるから } p_\phi > p_y \text{ -----(6)}$$

Sect. III および Sect. VIII は、この塑性(崩壊)圧力の定義の中で撓みの代りに最大主ひずみを使用することを勧めている。また以上のコメントは最大ひずみの位置に関連して含まれる問題に関しても適用される。

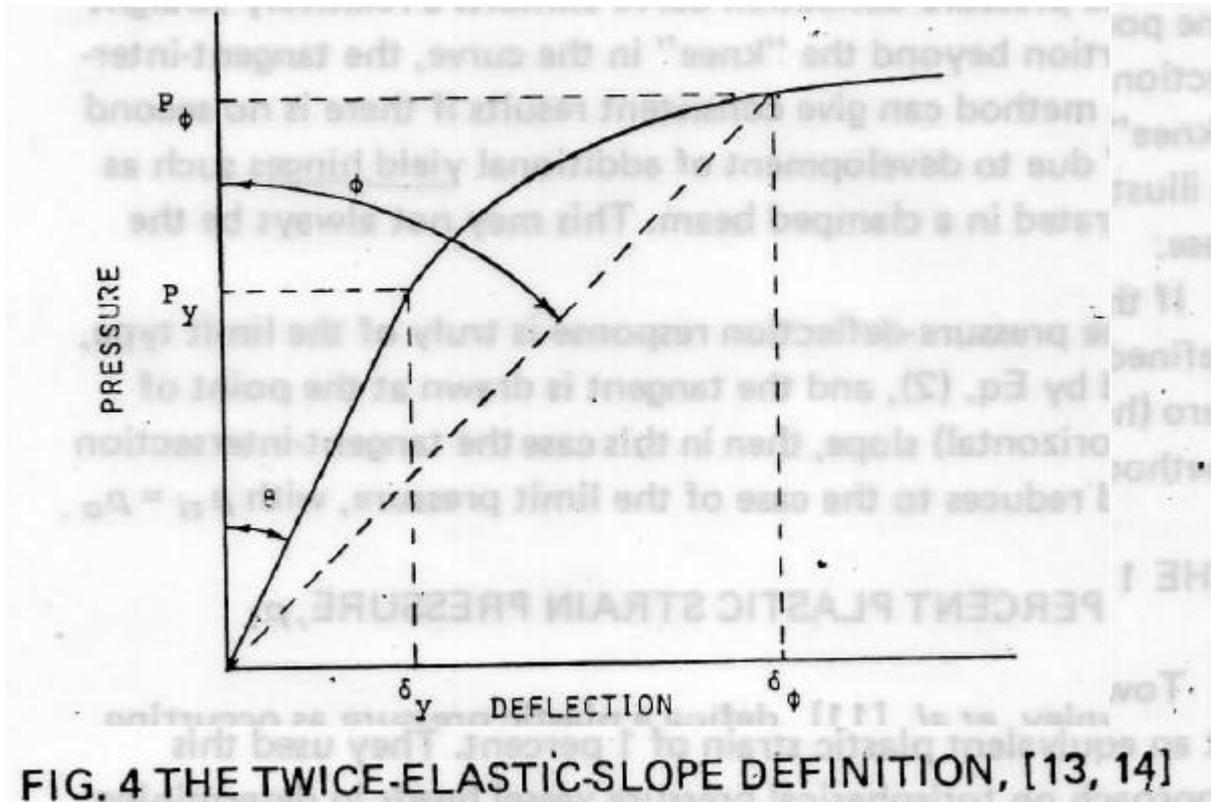


Fig. 4 2倍弾性勾配の定義

しかし Sect. VIII の Appendix 4-136.3 は”用いられるひずみあるいは撓みが構造物の荷重負担能力を指示するものであることを保証する上で特別な注意を払うべきである“としている。この警告は留意すべきである。最大主ひずみは指示されることはない。例えば最大ひずみはクランプ梁の最初の降伏ヒンジで発生するので最大ひずみはまず初めに限界荷重 p_0 ではなく第一降伏ヒンジ荷重 p_1 を指示することになる。

0.2% オフセットひずみ圧力 $p_{0.2}$

塑性ひずみの影響を含む試験圧力は 0.2% 永久ひずみを生じる圧力として ASME Sect. VIII に定義されている。 この定義は単純引張における降伏応力を定義するために用いられる 0.2% オフセット定義に類似する。ここでは $p_{0.2}$ と記す。

最大ひずみの位置を求める場合、亀裂塗膜が推奨される。ひずみは最大応力の方位で計測されるべきである。(銅合金では 0.5% オフセットひずみ圧力が推奨される) ここでもまた前述のひずみ

計測についてのコメントを参照されたい。

比例限界定義 P_{p0}

試験圧力の代替定義も圧力変位曲線が線形性を失うときの圧力として ASME Sect.VIII に定義されている。この定義は応力ひずみ曲線上の比例限界の定義に類似するものでここでは p_{p0} と定義される。

容器の変形は最弱ポイント、応力が最も高くなるポイント、最低の p_{p0} 値になるポイントで計測されねばならない。

この圧力は解析計算で正確に得られる。当然それは第 1 降伏圧力 p_y とは等しくならない。実験計測による場合、線形からの逸脱ポイントを求める際にエラーを生じやすい。 P_y の 30% 増しまでの p_{p0} 値は梁に関する議論から示される曲線から見積もることができる。

実験計測による P_{p0} には大きな違いがでることが予想される。しかしこの方法は一般に塑性圧力を求める上で、他の方法で得られた塑性圧力の下限界を与える。

塑性不安定圧力 p_{pi}

この圧力は実際の塑性崩壊圧力であって塑性圧力を直に見積もるものではない。容器肉厚が厚くて大撓み効果が小さいなら、それは限界圧力と同じとなる。しかし円錐シェルの場合はこの塑性不安定圧力は微少撓み限界圧力よりも小さくなる。

この場合の塑性不安定は単純引張のときのネッキングのような材料不安定ではなく圧縮フープ応力と塑性降伏の組合せから生じる構造不安定である。これを探り出すには 大撓み弾塑性解析が必要である。ただそれは実容器の実験によっても見つけることができ、微少撓み解析による限界圧力の下限界より小さな塑性不安定圧力になることもある。

なおもしその見積りが微少撓み理論の結果に適用されるなら、上記の限界圧力の見積りの幾つかは、実際の塑性崩壊圧力としては非安全側の見積りになる。

塑性不安定は圧力撓み曲線上の零スロープとしても定義され、前に限界圧力に用いられたと同じ (1)~(3) 式が塑性不安定圧力を定義する上でも使用できる。ただしこの場合、これらの式は大撓みの結果に適用されねばならない。

種々の限界圧力の見積りは特殊な形状や負荷を考慮して本レポートの後の章で比較される。浮びあがってくる 大撓みに由る形状的強化や形状的弱体化の影響は単純なモデルを用いて文献(1)の 4 章で詳しく議論されている。

塑性荷重の決定方法(推奨)

限界荷重は数学的な限界解析理論の定理から厳密に定義できる。理論上の曖昧はなく定義は固定している。限界荷重は剛完全塑性材料あるいは弾完全塑性材料を仮定し微少変形理論を用いて得られる。正確な解あるいはその上限界/下限界のいずれも可能である。しかし後者に対し、Sect.VIII は最小限として下限界計算を要求している。

ここでは形状弱体による塑性不安定が起きるケースを除いて設計ベースとして 限界解析が推奨さ

れる。後者(下限界?)は 大撓み弾塑性解析あるいは実験によってのみ求められる。ただ

外圧あるいは外向き法線と反対の荷重が作用する容器、閉じモーメント作用下のエルボ、あるいは面外モーメントを受ける円筒ノズルやティなどは、限界解析が使用できず塑性不安定荷重が限界荷重以下で発生するので例外になる。後者のケースでは限界解析によって十分に徹底した見積りが得られる形状範囲が存在する。限界解析がこれらのケースに適用されるときは、然るべき注意と実験的な検証を伴うべきである。

その他の塑性不安定を伴う可能性のある例外としてはノズルに作用する軸圧縮荷重や直管に働く(曲げ+軸圧縮)荷重のケースがある。

形状的強靱化ケースでは限界解析は実際の塑性容量に安全側の見積りを与える。これが成立する既知のケースには、真直梁や板の曲げ荷重、容器の内圧荷重、ノズルの引張荷重、直管の曲げ荷重、エルボの開モーメント、ティの面内曲げ荷重および球ノズルの曲げ荷重がある。

限界解析では基本材料物性として降伏強さ S_y を使用する。限界荷重は塑性変形が弾性変形に較べてかなり大きくなる時の実容器の塑性荷重に他ならない。限界解析は弾性解析よりも軽量構造物の設計に向いておりある程度の塑性変形が許される場合、材料の使用範囲を拡げる。

限界解析理論の本来の趣意ではないが、円筒パイプの内圧/曲げケースにおける材料タイプの塑性不安定を見積もる場合、その理論は修正降伏強さ S_o (文献(1)の式(9.13))を用いることで容易に修正できることがわかる。

塑性荷重の仕事基準

限界荷重の代替計算としてまた検証手段として、実際の塑性荷重は**実容器の実験**からあるいは**材料のひずみ硬化特性、大撓み効果および形状変化効果を含んだコンピュータ解析**から求めることができる。その実験や解析の結果が**変形パラメータでもあり負荷パラメータの関数でもある**。

適正な変形パラメータの選択

文献(1)に示されるように適正な変形パラメータを測定することは重要である。適正パラメータは塑性荷重における降伏メカニズムの展開を表わすものである。変形パラメータの選択は恣意的ではない。一般に適正な選択は次の要件から決められることを勧める。

荷重パラメータと変形パラメータの積が**仕事(inch-pound, Newton-m 等)**を表わすこと。

これは次の積分形で表される。

$$\int Qdq = W_p + W_e = W \quad \text{-----}(7)$$

ここで Q =荷重パラメータ、 q =変形パラメータ、 W_p =塑性仕事、 W_e =弾性仕事
 W =トータル仕事

組合せ荷重の場合、(7)はベクトル方程式で置き換えられる。

$$\int \mathbf{Q} \cdot d\mathbf{q} = W_p + W_e = W \quad \text{-----}(8)$$

ここで \mathbf{Q} と \mathbf{q} はそれぞれ一般化荷重ベクトル、一般化変形ベクトル

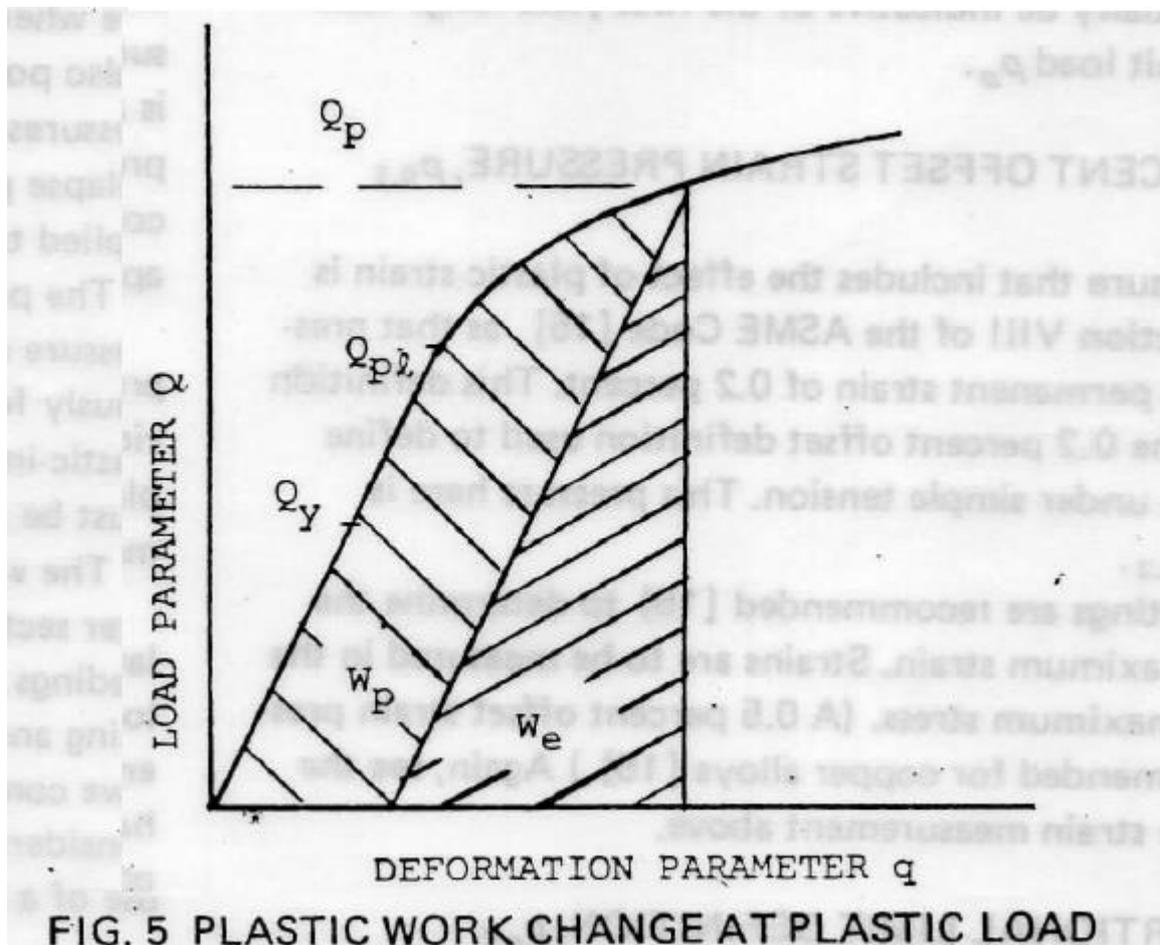


Fig.5 塑性荷重における塑性仕事変化

(7)式は Fig.5 で表される。図示されるように、塑性荷重 Q_p 近くで変形 dq がかなり大きくなり、それと等価に塑性仕事 W_p が弾性仕事 W_e に較べて大きくなる。

荷重 $Q < Q_{pl}$ の比例限界荷重では塑性仕事が零であることに注目！ 比例限界荷重 Q_{pl} は荷重撓み曲線上、材料中の 1 ポイント降伏にあたる第一降伏荷重 Q_y よりも大きい。周辺の弾性材料が塑性荷重 Q_p に達するまでオーバーオールな塑性変形を抑止する。従って塑性仕事の定義は塑性荷重の適正な表示を保証するために推奨される。

Table 1 はいろんな Q に対する q の適正な選択を与える。これらのあるものはかなりわかりきって平凡に見えるが、平凡であるがゆえに間違いが起きない。たとえばひずみゲージを片持ち梁の支持部に貼っても [荷重 \times ひずみ] は仕事ではなく更にひずみ ϵ は撓み δ の非線形関数で比例関係にはない。

積分 $\int F d\delta$ はトータルの仕事をあたえるがサポートの $\sigma \epsilon$ は材料の微小体積の仕事を表わすに過ぎない。 $\sigma - \epsilon$ 曲線は塑性荷重 Q_p のかなり下の Fig.5 の Q_y の非線形性を示しそれ故にオーバーオールの塑性変形を表現していない。また明らかに撓み δ は荷重 F の対して計測されるべきであり、またどこかほかの所ではない(明らかにサポート部ではない)。

TABLE 1 PROPER AND ACCEPTABLE CHOICES OF DEFORMATION PARAMETER q FOR VARIOUS LOAD PARAMETERS, Q FOR DETERMINATION OF PLASTIC LOADS

Table1 塑性荷重決定のための種々の荷重パラメータに対する変形パラメータ q の適正で容認できる選択

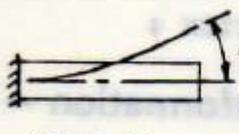
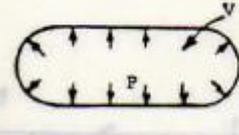
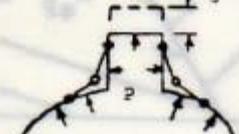
Loading Case	Load Parameter Q	Deformation Parameter, q
A. Cantilever Bending 	Load F $\int Fd\delta = W$	Deflection δ (Proper)
B. Moment Loading 	Moment M $\int Md\phi = W$	Rotation ϕ (Proper)
C. Pressure Loading in Cylinder 	Pressure P $2\pi RL/Pdw = W$	Radial deflection w (Proper)
D. Pressure in Closed Vessel 	Pressure P $\int PdV = W$	Volume of Pressurized fluid, V (Proper)
E. Pressure in Pressure Vessel Head 	Pressure P	Deflection of knuckle w (acceptable)
F. Pressure in A Nozzle 	Pressure P	Axial deflection of nozzle, δ (acceptable)

Table1 Case B モーメント負荷の場合、ときどき回転 ϕ の代りに撓み δ が計測されている。これは δ と ϕ が比例する微小撓みでは問題ないが、大撓みでは ϕ を計測すべきである。

負荷ケース C は、半径方向撓み w が撓みの少ない圧力負荷を受ける開放薄肉円筒に受容の目安を与えることを示している。半径 R 長さ L が変形によって大きく変化しない場合に限りその積分は図に示すように減じられる。閉端を持った容器ではなおそのうえに圧力に由る軸方向の撓みによる

仕事が増え、半径方向の撓みによる仕事は全仕事の一部になる。

しかし不運にも、半径方向の撓みは Tresca や Von Mises の降伏基準に従い全ての塑性仕事を与えることになる。何故なら閉端円筒の周方向応力は軸方向応力の 2 倍になるからである。この応力状態では軸方向の塑性膜ひずみは零(0)になる。

一般に任意形状の容器では加圧流体の容量変化は、Table1 のケース D に示されるように圧力によってなされる仕事を表示するものとして記録されるべきである。

しかし圧力容器ヘッドではケース E に示すようにナックル部の塑性ヒンジにおける撓み w が用いられる。この撓みは圧力と反対方向になり仕事の尺度としては疑問がある。この撓みが受容されている理由はナックル部のフープ力 N_θ が圧縮になって (−圧力 \times 形状ファクタ) に等しくなるからである。 N_θ によってなされる内部仕事は圧力によってなされる外部仕事の一部であるが、その割合は大きい。

このようにナックル部の w は受容できるがベストな選択ではない。最良の選択は容量の計測である。(容量計測に基づく塑性荷重とナックル部の撓み計測による荷重の比較は価値がある)

本レポートではケース F においてノズルの軸方向撓み δ が塑性仕事の良い尺度になることを見出した。これは以下の式で表される。

$$\int \int P dA \cdot d w + \int F d \delta = W \quad \text{-----}(9)$$

ここで $F = \text{ノズル部の軸方向圧力フォース} (= P \pi d^2/4)$ である。フォース $F \cdot$ 撓み δ は圧力積分とは分離されている。この場合、 δ は全仕事を表わすものではないが、いい割合を占めている。

Table1 以外にも負荷ケースはあるが(7)式の仕事定義を考慮することで q の適正な選択が決まる。

最後に組合せ負荷を考える。厳密に云ってこの場合幾つかの変形計測が必要である。容器ノズルにモーメント M をかけてケース B とケース D の組合せを仮定する。トータルの仕事は

$$\int M d \phi + \int P dV = W = W_e + W_p \quad \text{-----}(10)$$

厳密に云えば、ここで 2 つの量 ϕ と V 、2 つの荷重パラメータ M と P の計測が必要になる。

$Q = (M, P)$ および $q = (\phi, V)$ とすれば、(10)式は(8)式に等価である。いま相対変形依存を考え $d\phi > dV$ で曲げモードが支配的ならば $M \cdot \phi$ のプロットから塑性モーメント M_p が得られる。一方 $dV > d\phi$ で圧力モードが支配的ならば $P \cdot V$ のプロットから十分塑性圧力 P_p が得られる。

塑性荷重の新しい定義

ここで、例えば 2 つのパラメータで表される負荷に対して塑性仕事に基づく新しい塑性荷重 Q_p が、次のように定義される。

$$W_p = \alpha W_e \text{ のとき } Q(M, P) \equiv Q_p \quad \text{-----}(11)$$

$$W \text{ は(10)式から得られる。また } W_p = W_{pM} + W_{pP} \quad \text{-----}(12)$$

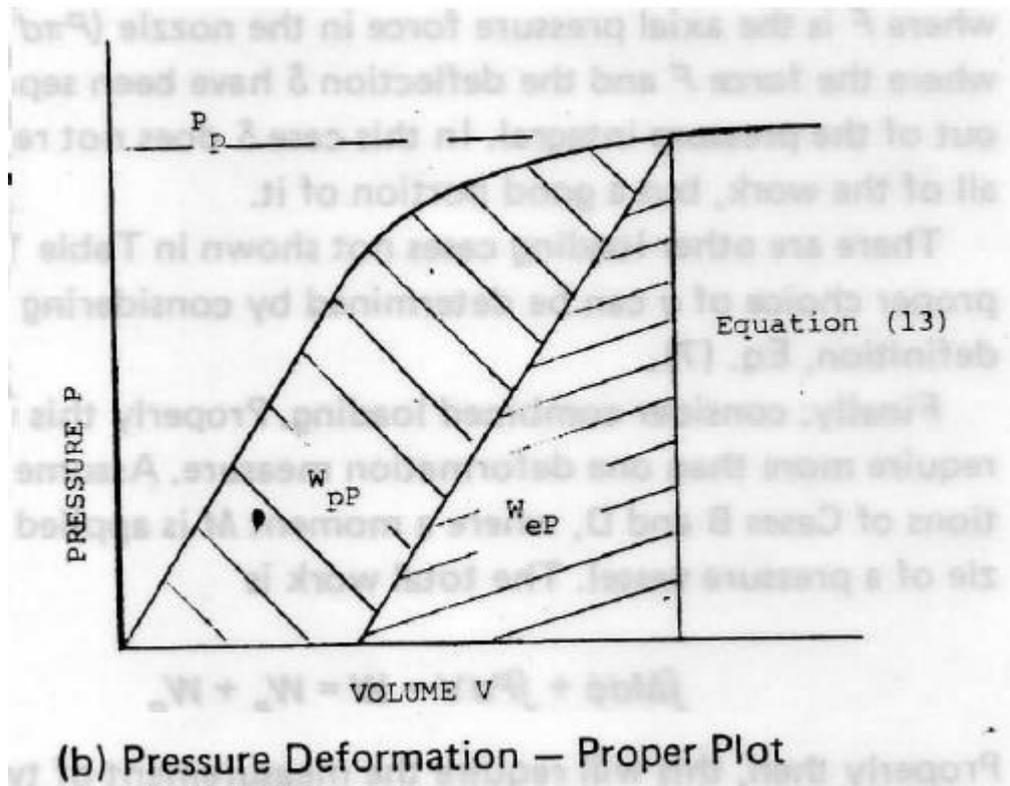
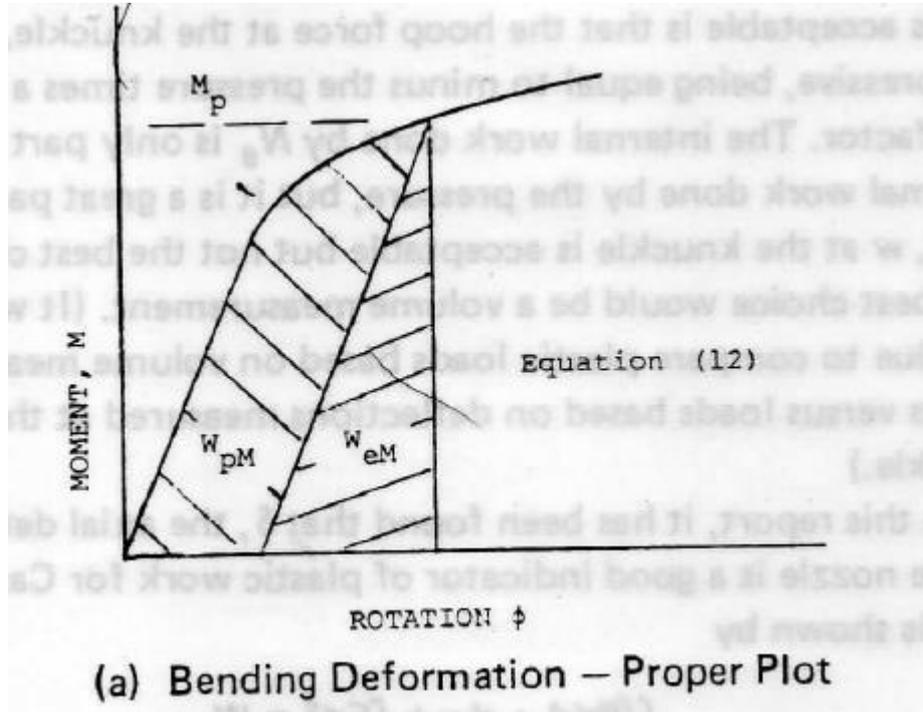
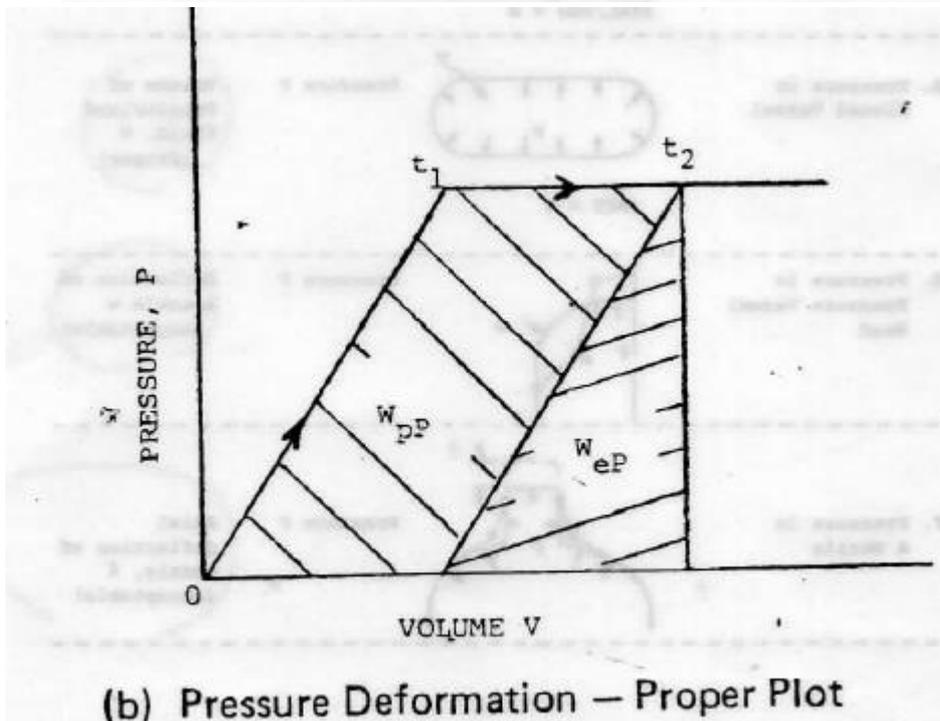
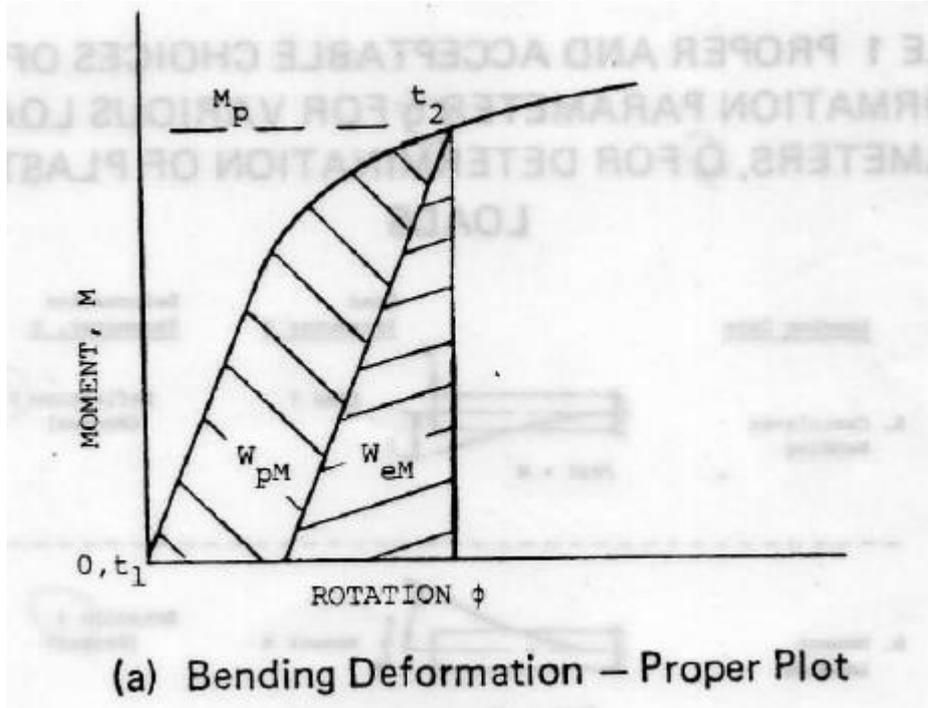


Fig.6 2つのパラメータ負荷で描かれた塑性仕事に基づく塑性荷重の新しい定義。

Fig.6 にしめされるように

$$W_e = W_{eM} + W_{eP} \quad \text{-----(13)}$$

(11)式定義の係数 α は任意であるが、2倍弾性変形あるいは2倍弾性スロープの定義に類似する。 Fig.6 を黙考すると負荷プログラムの考えに行き着く。Fig.6 は比例負荷の結果である、すなわち M と P は互いに比例していっしょに増加している。しかしもし P が最初に負荷されて一定になりそれから M が負荷されるなら、Fig.7 のような結果が起きると予想される。Fig.7(b) は完全塑性挙動のように見えるが、圧力が一定なので同じ挙動がひずみ硬化材料でもまた応力勾配のもとでも発生する。



Loading Program:

$$M = 0, P = k_1 t, \text{ for } 0 \leq t \leq t_1 ; (t = \text{time})$$

$$M = k_2 t, P = k_1 t_1 = \text{constant}, \text{ for } t_1 \leq t \leq t_2$$

FIG. 7. PLASTIC WORK UNDER TWO PARAMETER LOADING, UNDER LOADING PROGRAM WITH FIXED P AND INCREASING M

Fig.7 P固定/M増加の負荷プログラム下の2パラメータ負荷による塑性仕事

2パラメータ負荷の代りにN個の荷重を持った多パラメータ負荷では

$$W_p = \alpha W_e \text{ のとき } Q(Q_1, Q_2, \dots, Q_N) \equiv Q_p \text{ -----(14)}$$

ここで $W_p = \sum W_{pi}, \quad W_e = \sum W_{ei} \quad (i=1,2,3,\dots,N) \text{ -----(15)(16)}$

パラメータ α の選択

α の選択が残っている。あまりに大きな α を選択すると荷重撓み曲線の塑性部分のスロープによつては不可能な解に導かれる恐れがあることが文献(1)の Appendix B に示される。またもし完全塑性構造が Fig.8 に示されるように作られているなら、即ち塑性荷重が下記のように定義されているなら

$$W_p = \alpha W_e \text{ のとき } Q = Q_p \text{ -----(17)}$$

あるいは Fig.8 に示されるように、これと等価に、

$$\tan \phi = (1 + \alpha/2) \tan \theta \text{ -----(18)}$$

あるいは $q_2 = (1 + \alpha/2) q_1 \text{ -----(19)}$

であるなら、その塑性仕事定義は、単一パラメータ負荷に対する **オフセット勾配法** に等価であることも文献(1)に示されている。それによつて塑性仕事定義が $\alpha = 2$ に対する **2倍弾性勾配定義** に等価であることがわかる。示されるオフセット q_2 では面積を計算する必要はない。適切な q_2 値が(19)式から係数 α を表すために使用できる。ここで与えられる **塑性仕事定義は前述の方法より正確でエラーになることが少ない**。何故なら塑性範囲の傾斜や線形からの離脱点の決定は設定する必要がないからである。コンピュータでは荷重変形曲線下の面積の計算は可能である。面積計算は数学的には積分である。一方、傾斜の計算は微分になる。積分の方がより正確で微分より収束がよいと云われている。

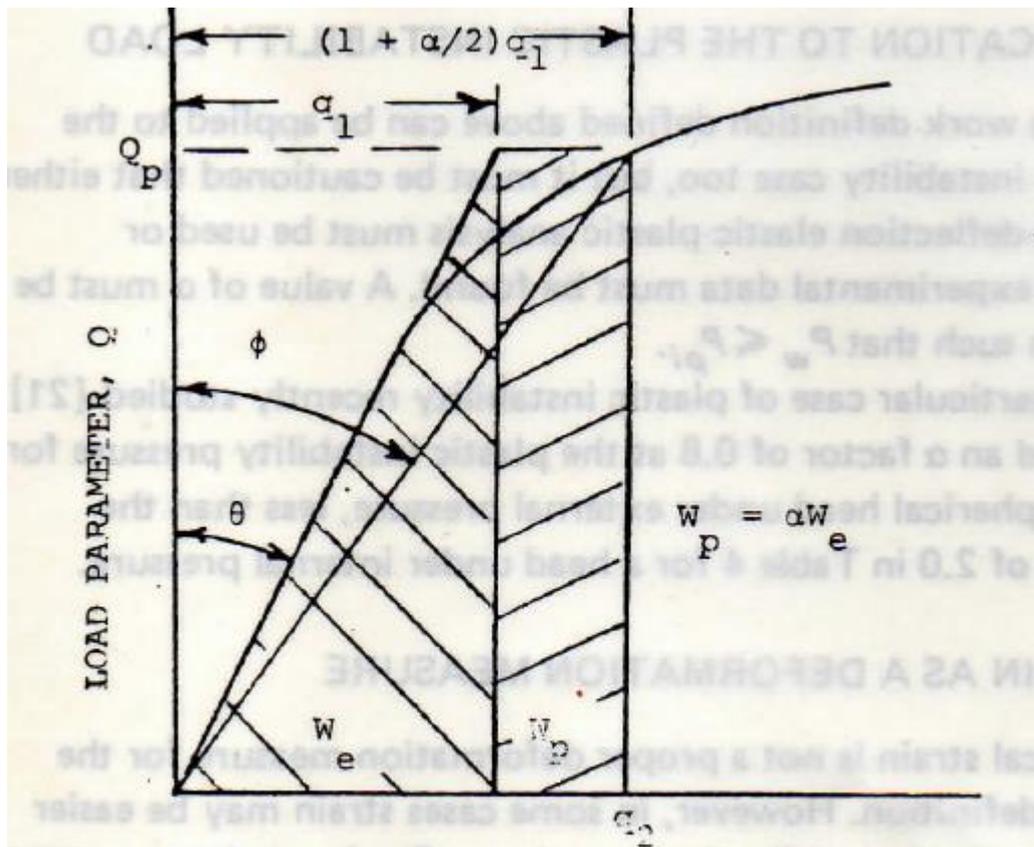


FIG. 8 PERFECTLY-PLASTIC CONSTRUCTION TO APPROXIMATE THE PLASTIC WORK

Fig.8 塑性仕事を近似するための完全塑性構造

ASME BPVCによれば最小2乗適合(退縮ライン)で荷重変形プロットの線形弾性範囲内のデータを求めることが必要になる。

どの α 値を用いるかという疑問が残っている。可能な限り大きな α 値がオフセット $\delta 2$ を求めるときのヒューマンエラーを最小にするために望ましい。しかし α が余りに大きいと解が存在しなくなる。

もし曲線の最初のひざで限界荷重の兆候があるなら $\alpha = 0.2 \sim 0.5$ が妥当である。これより低いともっと安全側の見積りになる。しかしもし限界荷重が2番目のひざに至るまで発生しなければクランプされた梁に対し $\alpha = 2$ 程度が用いられるべき。このように問題に応じて違った α 値を用いるのが最善である。

それを任意のまま放置するよりも係数 α の設定法を追求するのが望ましい。ここでは**2倍弾性オフセット定義**に基づいてその方法を開発する。その方法によれば第1降伏点が既知のとき常に塑性荷重の設定が可能であろう。

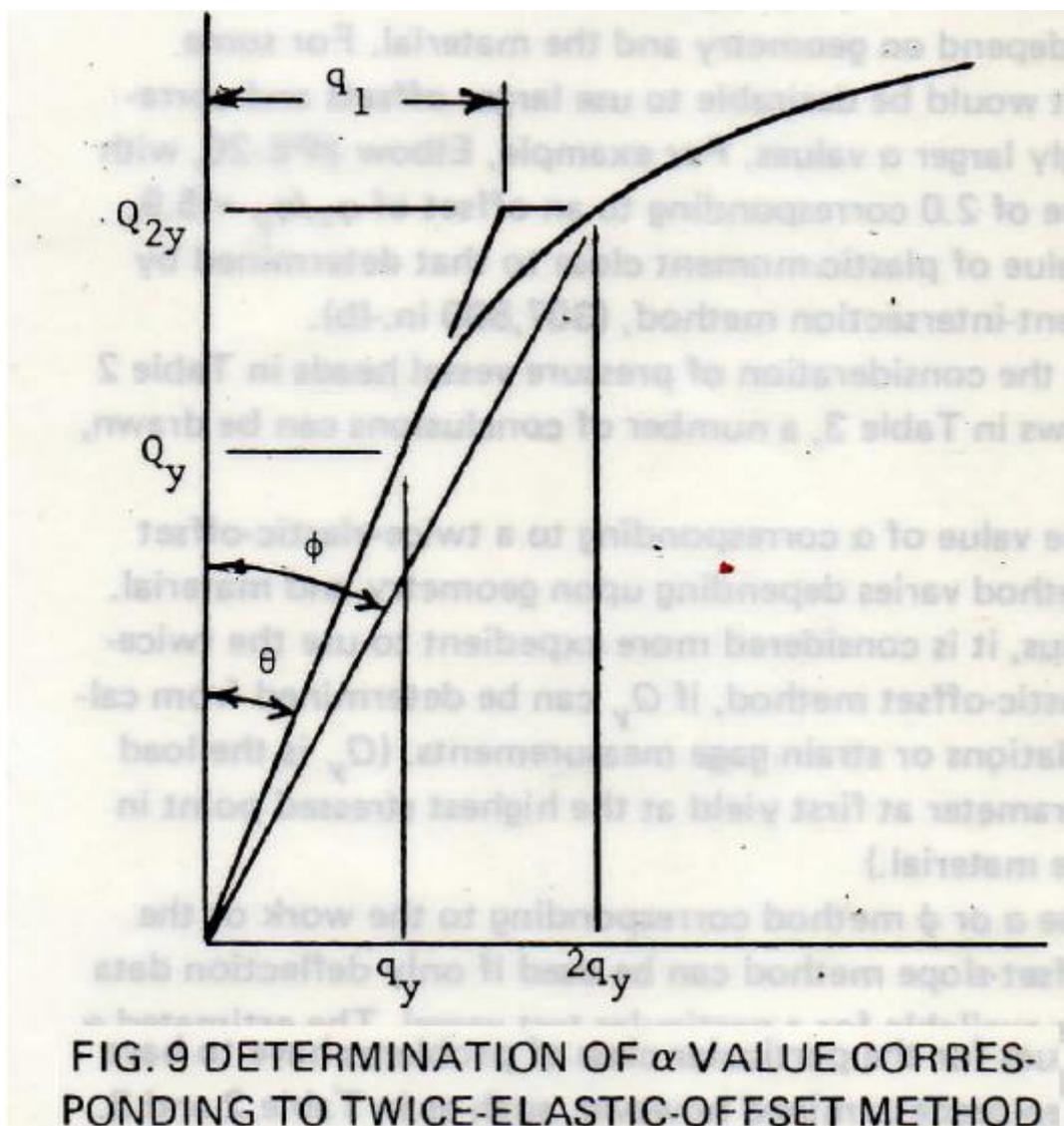


Fig.9 2倍弾性オフセット法に相応する α 値の設定

Fig.9 を参考にしてその問題は $q=2q_y$ における角度 ϕ を設定すること、 $\tan(1+\alpha/2)$ と $\tan \theta$ なのでこのポイントで α 値を設定することになる。明らかに図から、

$$2q_y = q_1 + (\alpha/2)q_1 \quad \text{および} \quad \tan \theta = q_y/Q_y = q_1/Q_{2y}$$

従って、 $2q_y = (q_y Q_p / Q_{2y})(1 + \alpha/2)$ ないし $\alpha = 2(2Q_y/Q_{2y} - 1)$

完全塑性の場合： $Q_y/Q_{2y} = 1$ で $\alpha = 2.0$

完全に形状補強される場合あるいは完全にひずみ硬化される場合： $Q_y/Q_{2y} = 1/2$ で $\alpha = 0.0$

第1降伏荷重 Q_y はコンピュータ計算やひずみゲージ計測から得られる。 Q_y は撓み計測から得ることはできない。

塑性荷重 Q_{2y} と Q_y の比は問題の程度によっては $2q_y$ における計算や計測からわかると思われる。例えば Q_y と Q_{2y} の差(比?)は Tab.2 に示すように圧力容器ヘッドに対し D/T で変わる(減少)する。それゆえ α 値も D/T で変化するはずである。

Q_{2y}/Q_y 比とこれに対応する Table 3 の α 値もまた文献(18)(19)のデータを用いたエルボの曲げに対して求められている。エルボによってはより大きなオフセットと同様により大きな α 値を用いるのが望ましい。たとえば $q_2/q_y = 5.9$ のオフセットに相当する 2.0 の α 値を持ったエルボ #PE-20 は接線交叉法で求められたものに近い塑性モーメント(307,800in-lb)の値を与える。

Table2 の圧力容器ヘッド及び Table 3 のエルボを考慮に入れると幾つかの結論が導かれる。

1. 2倍弾性オフセット法に相当する α 値は形状や材料によって変わる。
2. 例えばもし Q_y が計算やひずみゲージ計測から得られるなら2倍オフセット法の使用はもっと役に立つと考えられる。(Q_y は材料の最大応力点での第1降伏点の荷重パラメータである。)
- 3 仕事に相当する α ないし ϕ 法あるいはオフセット勾配法はもし撓みデータのみが特定の試験容器に有効なら用いることができる。特定クラスの問題に対し見積もられた α 値は Table 2,3 のように予め決定されていなければならない。

Table 2, 3 に加えて文献(1)の Table 16.4 に、既知の解に基づき使用上推奨される α 値が与えられている。しかしこれらの値は与えられた特定形状範囲のみに有効で、認証なしに拡張すべきではない。

提案の定義と以前の定義の比較

Fig.10 の平板の荷重撓みデータと(17)式による適正データについて比較してみる。

$$W_p = \alpha W_e \text{ のとき } Q = Q_p \quad \text{-----}(17)$$

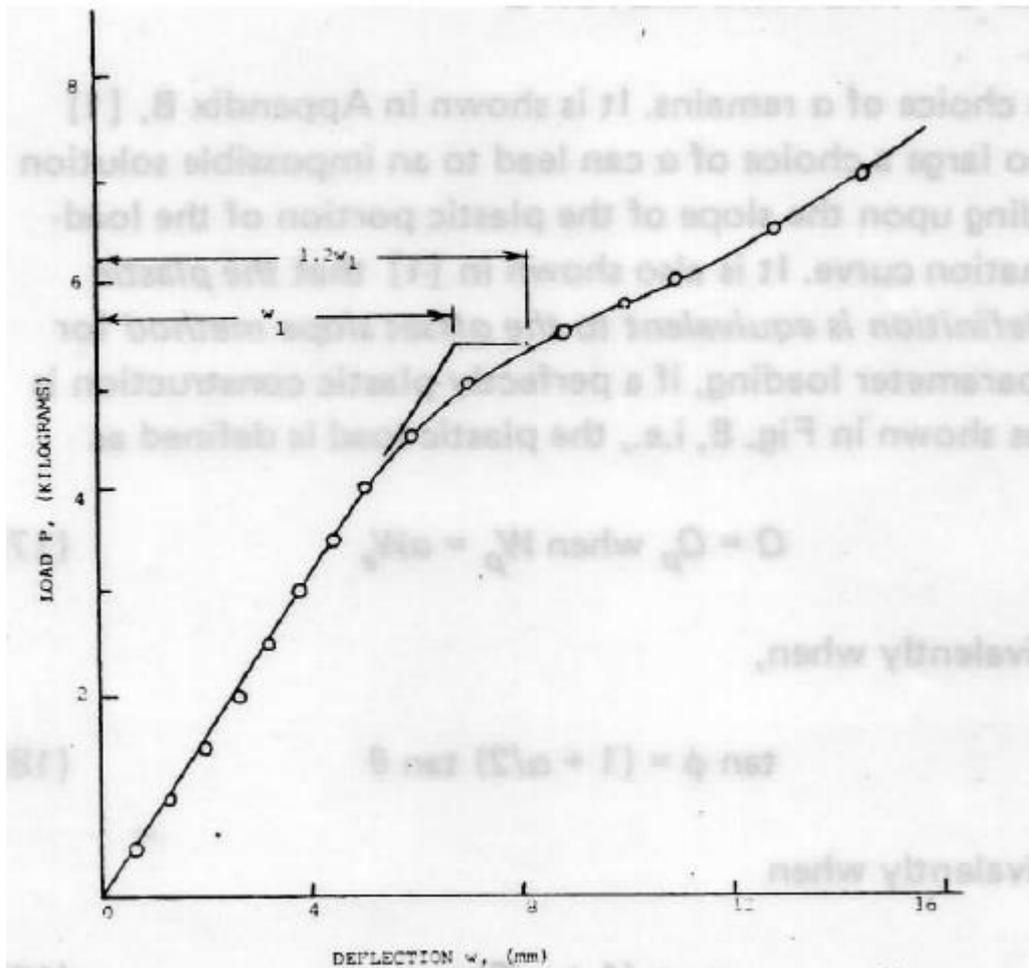


FIG. 10 PLASTIC WORK DEFINITION APPLIED TO DATA FOR FLAT PLATES, REF. [1] FIG. 13.1*

Fig.10 平板データに適用される塑性仕事定義

13.1 節から以下のことが得られた。

$P_0 = 4700$ kg、限界荷重

$P_{ti} = 4600$ kg、接線交叉塑性荷重

$P_{2y} = 5500$ kg、2倍弾性変形塑性荷重

P_ϕ = 未定義、2倍弾性勾配塑性荷重

実験データは Fig.10 に再現される。この負荷に対して $\alpha = 0.4$ が選ばれる(文献(1)のケース A の Table 16.4 から)。(19)式から $w_2 = 1.2w_1$ ($q = w$ および $Q = P$)、この結果 $q_2 = (1 + \alpha/2)q_1$

塑性荷重の仕事定義に対して $P_w = 5400$ kg

これは限界荷重より高いが、この問題は形状的な補強を示すもので P_w はこれを反映している。

塑性不安定荷重への応用

以上で定義された仕事定義は塑性不安定ケースへも適用できるが、大変形弾塑性解析を用いるべき点あるいは実計測データを適用すべき点に注意を要す。 α 値は $P_w < P_{pi}$ になるように選ぶべきである。

最近スタディされた塑性不安定の特例ケースでは外圧下の半球ヘッドで $\alpha = 0.8$ 、内圧下のヘッドでは Table 4 の $\alpha < 2.0$ を示している。

変形計測によるひずみ

局部ひずみは仕事定義に対して適正な変形の尺度ではない。しかし場合によってひずみは撓みや容積より容易に計測できる。もし各特定問題に対して塑性仕事の適正な計測に関連づけられるなら ひずみは受容できる尺度と見なせる。

この相関の成立を期するには、最大塑性仕事が浪費されている容器エリアでひずみを計測すべきである。例えばエルボ曲げデータを吟味すると、もしオフセット勾配法($\rightarrow \tan \phi = (1 + \alpha/2) \tan \theta$)を最大ひずみデータに適用するなら、塑性モーメントに対し受容できる結果が得られることがわかる。

内圧下のヘッドのデータを吟味してみると、オフセット勾配法を用いた ナックル部の最大ひずみもまた塑性圧力の見積りに適用できることがわかる。

このエルボの曲げやヘッドの圧力に関する結論は、例えばヘッド付きノズルのようにひずみが著しく変わるような問題にもひずみベースの適用が拡張できることを意味するものではない。尺度としてのひずみを塑性仕事の適正な尺度に関連付けるために更なるスタディが必要である。

コメント

実験データから塑性荷重を決める場合、実験中に得られた最大荷重にすぐ飛びつく傾向が見られるが、この荷重は破断荷重か極限荷重であって、塑性荷重ではない。限界解析の意図からすれば実験や大変形弾塑性計算から得られる 塑性荷重は材料の降伏強さ S_y に基づくもので材料の極限強さに基づくものではない。(14)式で与えられる塑性仕事定義はこれによるものである。

$$W_P = \alpha W_e \text{ のとき } Q(Q_1, Q_2, \dots, Q_N) \equiv Q_P \quad \text{--}$$

それは十分な材料領域に降伏点応力が拡がり不可逆の塑性仕事が発生することに依存している。

Table 1 のケース A の問題に対する塑性荷重の決定手順は軸方向拘束が何の仕事もしない限り(撓み零)、軸方向拘束には依存しない。しかしもし軸方向反力が仕事をするなら組合せ負荷の手順による必要がある。

要約

多数の異なる幾何形状に関する限界解析や弾塑性解析あるいは実験がレビューされ **限界荷重の意味や塑性荷重の定義**について解釈がなされた。また第1降伏荷重、限界荷重、塑性崩壊荷重、極限荷重、塑性不安定荷重およびシェークダウン荷重についてその違いが明らかにされた。

不安定荷重は材料と構造の2つのタイプに別れる。**限界荷重は実際の塑性荷重の数学的近似であることを指摘した**。また崩壊それ自体は常に起こるわけではないので塑性荷重と云う用語を一般に用いるべきで **崩壊**と云う言葉は混乱をさけるために極限破壊や塑性不安定で使うようにすべきである。ともあれ試験荷重と解析上の荷重は今後も区別すべき。

限界荷重の概念はひずみ硬化材料になお有効であることがわかる。それは感知可能な塑性変形が起り始めるときの塑性荷重を示している。

梁問題では微小撓み弾塑性解析が剛完全塑性解析と同じ限界荷重値を与えることを示している。しかし前者は限界荷重における塑性変形が負荷モードに依存すること(\rightarrow 純曲げに対し弾性変形の6倍、単純支持梁上の集中荷重に対しわずか2.2倍)を示す弾塑性遷移における撓み曲線を与える。

クランプ梁の撓み曲線は、いかに第1降伏ヒンジにおける塑性荷重が33%増しの限界荷重として取り違えられるかを示している。

バーヒンジモデルの大撓み解析は形状的強靱化/形状的弱体化現象を例証している。これらの現象は正負の負荷を加えることで同じ構造物に共に発生させることができる。圧力容器では負の負荷は外圧に相当する。形状的弱体化は塑性不安定を呼び起こし、その不安定荷重は微少変形解析から得られる限界荷重よりも小さい。大撓み弾塑性解析は形状的な弱体化や塑性不安定を引き起こす疑いのある負荷に対して必須である。形状的強靱化は連続的に上昇する荷重撓み曲線に相当し弱体化は零勾配ないし水平接線に達した曲線に相当する。

限界解析理論は文献(1)でレビューされ上下限界定理が与えられている。塑性ヒンジの位置がわからないような複雑な形状の場合、実際の塑性荷重または塑性圧力を得るには大撓み弾塑性ひずみ硬化コンピュータ解析を実行しなければならないことが結論付けられる。

文献(1)では弾塑性コンピュータ解析の結果についても議論されている。古典的な限界荷重解にアプローチするため微少撓み弾塑性解析が示され、正負の負荷/円錐殻に対し限界荷重前後の荷重における大撓み解析によって形状的な強靱化/弱体化が示されている。塑性圧力へのひずみ硬化の影響が半球ヘッドの容器について示されている、

実験あるいは大撓みコンピュータ解析による荷重撓み曲線から塑性圧力を見積もる種々の方法が比較された。解析的な見地からは、1%塑性ひずみ圧力や2倍弾性勾配圧力はコンピュータ解析者にジレンマを与える。何故なら塑性メカニズムが十分発達した圧力や数値解析が制御不能の勢いで増加する圧力よりも、場合によってこれらの圧力が高くなるからである。

2倍弾性勾配圧力は今ではコードに含まれるので、解析者は2倍勾配圧力ないしこれを下限界とするほかの圧力をコード圧力に使用しなければならないようだ。

圧力の見積りはひずみないし撓み計測点にも依存する。測定は塑性挙動を表示するものであるべきで、例えば圧力容器ヘッドのナックル部の撓みはよい指標となる。ナックル部の膜フープひずみも撓みに比例するので然り。表面の最大フープひずみは塑性ヒンジ近くで急激に変化し実験で確認されているようによい指標にはならない。一方ナックル部の最大子午線方向ひずみは良好な指標に思える。

例えば比例限界圧力や2倍弾性変形圧力のような線形離脱点を求める方法はこのポイントを実験的に探り出すことが難しいので無定見な結果を引き出すことになる。

周囲を取り囲む弾性材による拘束は荷重撓み曲線上に第1降伏点が現れるのを妨げ、多くの降伏点が発生した後ですら荷重撓み曲線は線形を保っているように見える。しかしコンピュータ解析では第1降伏点を正確に識別できる。なおひずみゲージを用いても、弾性限界値に到達するポイントを求めることができる。

レポート(1)では圧力容器の結果が与えられている。内圧下ではヘッドは形状的な補強になり、このケースではその限界圧力は塑性圧力の下限界になる。2:1楕円ヘッドでは2倍弾性変形圧力 P_{2y} は降伏ヒンジ塑性メカニズムの発達に相応するが、2倍弾性勾配圧力 P_{ϕ} はもっと高く数値解の収束点を上回っていた。しかし半円錐胴の容器は P_{2y} が限界圧力を下回り所で、また P_{ϕ} が限界圧力に

接近する所で逆の影響(効果)を示している。結論的には塑性圧力の定義の違いによって形状に依存する塑性ヒンジメカニズムの発達に合ったり合わなかったりするようだ。

0.2%オフセットひずみ圧力は膜ひずみには適用できないが、曲げに含まれる表面応力には適用できる、ヘッドの外圧実験では塑性不安定挙動が見られた。解析で実験データを確認する必要がある。

厚肉円筒配管の第1降伏圧力と限界圧力間のマージンは壁厚み比 Do/Di に依存する。限界圧力はひずみが外表面で第1降伏ひずみに達するとき発生するので、結果的に1%ひずみベースは使用できない。同じことが P_ϕ と Do/Di 比の小さな0.2%オフセット圧力にも云える。

常に限界圧力と破裂圧力の違いについても疑問がある。ひずみ硬化薄肉円筒では限界圧力を含め塑性圧力は、塑性不安定圧力を除き全ての場合に極限圧力以下50%マージンを示す。

しかしもし修正降伏強さ S_o がエネルギーとひずみ硬化指数 n に基づいて定義されるならこの S_o を用いた限界圧力 P_o が極限圧力 P_u の良好な見積りを得るために使用できる。

塑性圧力におけるひずみは小さいが、極限圧力におけるひずみは7~14%大きい。パイプの許容楕円化による曲げひずみはかなり小さく内圧による時0.03%以下で、塑性圧力は楕円化無しのパイプとほぼ同じである。一方、外圧下では楕円化によってもっと低い限界圧力で降伏ヒンジメカが起きる。

円筒パイプの曲げは、高い表面ひずみ $\varepsilon \approx T/R$ 例えば $T/R=0.1$ に対し10%の表面ひずみを生じるような限界モーメント以上のモーメントにおいて塑性不安定を引き起こす。この限界モーメントは S_y の代りに S_o を用いることで塑性不安定モーメントをよく近似できる。

曲管やエルボのレビューでは、限界圧力に膜ひずみの下限が存在するが、限界タイプあるいは弾塑性タイプのいずれにも曲げ(ひずみ)の解が欠如しているようであることがわかった。限界圧力や限界モーメントはエルボ係数 TR_o/R^2 に依存する。エルボ曲げ試験では塑性モーメントに対しベンドを閉じようとする形状的弱体化が示された。

データもまたエルボの塑性モーメントが直管の限界モーメントより少ないことを示している。

微少撓み解析と大撓み解析の比較では前者によって得られた塑性モーメントが非安全側にあること即ち前者が閉じモーメントを過大評価していることがわかった。内圧の負荷によって降伏発生モーメントは減少するが、大撓みでは塑性モーメントは増加する。その増加は閉じモーメントに対し最大となる。

球形容器のノズルでは内圧は形状的な補強を引き起こすと見られている。限界圧力より高い塑性圧力ではそれは可能である。形状的弱体化は外圧によって起こるとされるが、実験でこれを証明する必要がある。ノズルの軸圧縮荷重に対しても実験が必要である。内圧データは強度的に球よりも弱いか等しいノズルの場合、ノズルが容器を弱体化することを示している。組合せ負荷に関するデータは内圧性能の減少を示した。

円筒シェルのノズルの場合、かなり強いノズルの実験データでは円筒だけのときに近い限界圧力を示している。ノズルと容器の強度が等しいときは限界圧力ないし塑性圧力は容器単独の場合より少ない。後者は形状的な強靱化を示す。ノズルの軸方向撓みや内圧容積の変化は塑性圧力のよい目安である。ノズルと容器の接合部近くの撓みは目安にならない。

モーメント荷重の場合、形状的な強靱化は面内モーメントに対し起きているが、形状的弱体化や塑性不安定は面外モーメントに対し起きている。後者については大撓み解析が必要になる。どれも有効とは思われない。塑性不安定モーメントは直管単独よりもティの方が低くなり大きな塑性変形が直管(ティ?)で起きる。ティではモーメントと圧力の結合によって面内モーメントが減少した。後者のデータでは険しい上昇曲線がみられ多分データが不十分で限界条件が求められないことを示している、ノズルやティの軸荷重データは不足しているようだ。

平板の場合、限界圧力は純曲げ状態で起きるが、より高い塑性圧力は膜力が大撓みで活発になるので可能性がある。接線交叉法は限界荷重に最もよい一致を与えることがわかっている。現行の ASME コードの 2 倍弾性勾配法は単純支持円輪板のエッジローディングの場合実験データとしては有効でないことがわかっている。撓み曲線は低い d/T 比に対し塑性範囲内で険しい。ただ、2 倍弾性勾配法はクランプされた板に作用する圧力に対しては有効である。設計のための $2/3$ 限界荷重ベースも板にシェークダウンを与えることが示されている。もし板が十分な延性を持つなら薄板の破裂圧力は限界圧力の $20\sim 40$ 倍にもなる。しかし破裂圧力が高くなるとグロスな歪みが派生する。

歪み制限や延性要件もまた文献(1)でレビューされている。ひずみ硬化や形状的補強によって降伏ヒンジにおける表面ひずみが例えば 0.6% まで抑えられることがわかる。大きなひずみは塑性不安定条件のもとで起きるのでこの問題についてはもっと突っ込む必要がある。特に外圧下のヘッドに対して然り。簡単な破壊力学レビューでは、断面サイズや欠陥抑制能力に依存して NDT(無延性温度)以上の運転温度では中強度/低強度鋼の設計に対して限界解析法が受容できるとされている。

シェークダウン問題は限界荷重に関連するので文献(1)で考慮されている。純膜応力状態におけるシェークダウン荷重はそれが 1 方向モーメント負荷下の純単軸曲げモーメントに対するものなので限界荷重に等しい。ただシェークダウンモーメントは完全に可逆な繰返し曲げの第 1 降伏モーメントに制限される。圧力下の厚肉円筒は、もし壁厚比が余り大きくなくて $Do/Di < 4.1$ なら限界圧力の $2/3$ でシェークダウンする。一般に一方負荷(一方向、可逆なし)の場合、もし 第 1 降伏荷重 $> 2/3$ 限界荷重なら、コードの $2/3$ 限界圧力設計規準がシェークダウンを保証する。これは、データが有効な楕円ヘッド、半球ヘッド、ノズル及び円筒交叉の事例で然り。

仕事基準は塑性荷重を求めるための基準を与える。新しい塑性荷重 P_w (組合せ負荷を含む)の定義は仕事基準に基づいて与えられる。この塑性荷重は塑性仕事は弾性仕事の α 倍であるとき発生する。仕事を設定するためには計測された変形パラメータから適正な選択をとらねばならない。 P_w はもしオフセット勾配が修正されるなら塑性荷重を求めるためのオフセット勾配法に関係することがわかる。種々の係数 α が種々の問題に対し提案される。

TABLE 2 RATIO OF Q_{2y} / Q_y FOR ELLIPSOIDAL HEADS UNDER INTERNAL PRESSURE, * [17]

D/T	Q_{2y} / Q_y	α from Eq. (20)
80	1.55	0.581
100	1.52	0.632
150	1.47	0.721
200	1.43	0.857
300	1.38	0.899
400	1.35	0.963
800	1.29	1.101

*Q = Internal pressure in this case.

Table 2 内圧下の楕円ヘッドの Q_{2y}/Q_y 比

TABLE 3 RATIO OF Q_{2y} / Q_y FOR ELBOWS UNDER BENDING *, [18, 19]

Test No.	Loading	Material	D_i/T	h	Q_{2y}/Q_y	α from Eq. (20)
PE-1	+M _z	CS	21.7	0.25	1.78	0.25
PE-2	-M _z	CS	21.7	0.25	1.72	0.33
PE-8	-M _z	CS	13.3	0.405	1.71	0.33
PE-11	-M _z	CS	21.7	0.167	1.91	0.09
PE-15	-M _z	SS	21.7	0.25	1.50	0.67
PE-16	-M _z	SS	21.7	0.25	1.52	0.67
PE-17	-M _z	SS	21.7	0.167	1.65	0.42
PE-18	-M _z	SS	13.3	0.405	1.76	0.27
PE-19	-M _z	SS	21.7	0.167	1.74	0.30
PE-20	-M _z	SS	13.3	0.270	1.77	0.26

* Q = bending moment in this case.

Table3 曲げを受けるエルボの Q_{2y}/Q_y 比

結 論

前章では文献(1)の更に詳細な要約が与えられた。ここでは参考として簡単に結論を述べる。

1. 限界荷重は実際の塑性荷重を数学的に近似したものである。
2. 限界荷重を上回るあるいは下回る塑性荷重はそれぞれ形状的な強硬化あるいは形状的な弱体化によって生じる。
3. 後者(形状弱体化)は塑性不安定に帰着する。これを求めるには大撓み解析が必要になる。
4. 大撓みと云う用語は相対的なもの。大撓み解析ではかなり小さなひずみでも有意になる 2 次的影響も取り込まれる。
5. 比例的限界荷重は線形からの正確な離脱点を求める際にエラーを起し易い。
6. 荷重変位曲線上の比例限界は材料の第 1 降伏点をかなり上回る。
7. 接線交叉荷重は塑性範囲に引かれた接線側に依存する。
8. 塑性荷重を求めるためのひずみ基盤は、荷重 x ひずみが仕事を表わさないのが基本的に適切ではないが、もし塑性仕事に相関するなら依然、受容できる尺度であろう。
9. 2 倍弾性変形荷重は荷重撓み計測から弾性荷重を求めるときにエラーになり易いが、ひずみゲージとコンピュータ解析は弾性荷重を求めるため使用できる。この 2 倍弾性オフセット法

は、本レポートで吟味された問題の全てで利用可能で安全側であることが判明した。

10. 塑性荷重を求めるための2倍弾性勾配法は最もエラーになりにくいが、場合によって適用できないことがある。
11. 塑性仕事基準は塑性荷重を求める統合的方法に対する標準的な基盤を表わす。それは2倍弾性勾配法に関連づけられる。
12. 仕事法を適用する場合、形状の違いによって違った係数が必要になる。
13. 塑性仕事基準はマルチ負荷に適用できる。
14. もし第1降伏荷重が1/3限界荷重より大きければ1方向負荷に対し2/3限界荷重がシェークダウンの成立を保証する、
15. 塑性解析と破壊力学のいずれを設計の基盤にするかは温度、断面サイズおよび欠陥によって決まる。
16. ひずみ硬化及び形状的強靱化によって塑性ヒンジの表面ひずみは0.6%まで小さく抑制される。
17. 塑性不安定の場合や多孔板のようなひずみ集中個所には大きなひずみが発生する。

塑性荷重に関する推奨方法

1. 微少撓み解析に基づく限界荷重は、結論2,3に注意して**継続的な使用**に推奨される。限界解析は通常、上限界と下限界の決定を含んでいる。任意の特定事例で多くの上下限界が求められている。最良の上限界は最低の上限界になる。最良の下限界は最大の下限界である。解析者は下限界ないし**上限界のいずれかの定理に対し各条件を実際に満足していると仮定して下限界ないし上限界を求めていることを留意しなければならない**。
2. 塑性荷重を求める場合、適正な変形パラメータを選択して荷重によってなされる仕事を正しくカウントしなければならない。
3. 現行コードの修正で塑性仕事法に關係するオフセット勾配法塑性荷重は塑性荷重の設定に推奨される。
4. 異なる形状には異なる係数を使用すべきであるから、従って**コード(14)**は変更されるべきである。またコードは2の推奨事項を反映すべきである。

コード14→ASME Sect.VIII div2 Appendix 4,6

(18)式は異なる問題に異なる係数 α を用いて2倍弾性勾配法ないし同等の塑性仕事法を採用する場合に推奨される。この方法を使用するために係数 α の範囲を特定の各問題クラスに応じて予め決定されなければならない。それゆえ2倍弾性変形法(古いASMEの方法)を十分なデータがない問題について使用するのが当を得ていると結論付ける。それゆえコードが2倍弾性変形法の使用を認めることを推奨したい。ただこの方法でも2の推奨事項に留意すべきである、

$$\tan \phi = (1 + \alpha/2) \tan \theta \text{ あるいは } q_2 = (1 + \alpha/2)q_1 \text{-----(18)}$$

5. 塑性不安定に影響されやすい問題に対しコードの中に何らかのガイドラインを設けるべきである。