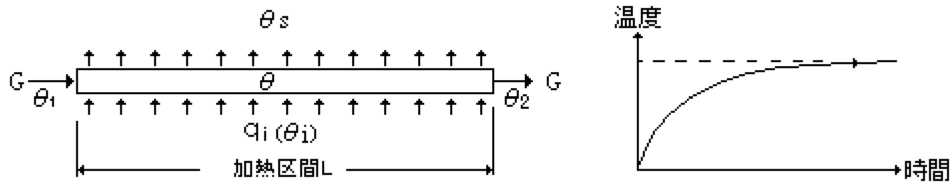
【整番】HE-02-TM-005	【標題】ヒータ加熱管類の昇温特性の計算	
分類：流れ(熱伝達)／種別：技術メモ	作成年月：H19.2／改訂：Ver0.0 (H19.6)	作成者：N. Miyamoto

全6枚

1. はじめに

シーズヒータ/スチームトレース/セクト管など加熱によって配管や機器類の温度保持や昇温操作を行うことがあるが、加熱装置の容量の関係で所定温度までの**昇温特性**などを問題にすることがある。そこで本TSでは配管のような<u>細長い管状の被加熱体</u>を対象に時間－温度上昇の関係式を求める。なお簡便化のために、**集中定数的**にまた**準定常的**に扱っている。



なお、加熱管内には定常的な流れがあるものとする。また、加熱方式として次の2ケースを考える。

ケース①：加熱量一定の場合(例えばシーズヒータ)、　ケース②：加熱温度一定の場合

2. ヒータ加熱管の昇温特性式

加熱時の管体温度の上昇は、簡易的ながら次式によって見積もることができる。

$$\theta = (B/A)\{1-\exp(-At)\} \quad \text{------------------------------} \quad (1)$$

ケース①：$(B/A) = \{q_iL + (h_oL + q_e)(\theta_s - \theta^*)\}/(h_oL + q_e + 2GC_p)$

$A = (h_oL + 2GC_p + q_e)/(CW)$

ケース②：$(B/A) = \{h_iL(\theta_i - \theta^*) + (h_oL + q_e)(\theta_s - \theta^*)\}/(h_oL + q_e + h_iL + 2GC_p)$

$A = (h_oL + q_e + h_iL + 2GC_p)/(CW)$

ここで　θ＝管体の平均温度上昇量(℃)、θ^*＝加熱開始時点の管体温度(℃)、θ_s＝外気温度(℃)、

θ_i＝ケース②の場合のヒータ加熱温度(℃)、t＝加熱経過時間(hr)、

h_o＝外部への単位放散熱量(kcal/mhr℃)＝$2\pi/\{\ln(r_2/r_1)/\lambda_I + 1/(\alpha_o r_2)\}$

λ_I＝断熱材の熱伝導率(kcal/mhr℃)、α_o＝外表面の熱伝達率(kcal/m²hr℃)

r_2＝断熱層外半径(m)、r_1＝断熱層内半径(m)

h_i＝ケース②のヒータからの単位入熱量(kcal/mhr℃)、

q_i＝ケース①の場合のヒータ単位加熱量(kcal/mhr)

G＝ヒータ加熱管通過流量(kg/hr)、C_p＝ヒータ加熱管通過流体の比熱(kcal/kg℃)

q_e＝接続管/サポートなどからの単位放熱量(kcal/hr℃) ----[解説 4]参照

(CW)＝等価蓄熱量(kcal/℃)＝$C_m(W_m+W_a) + C_pW_p + k_IC_IW_I$

C_m＝金属材料の比熱(kcal/kg℃)、C_I=断熱材の比熱(kcal/kg℃)、W_m=区間の管体重量(kg)、

W_a＝付帯物(フランジ･ノズル･金具など)の重量(kg)、W_p=区間の流体重量(kg)、

W_I＝区間の断熱材重量(kg)、k_I＝断熱層の補正係数(-)---[解説 3]参照

L＝加熱区間長さ(m)

なお、<u>流れのない停頓状態で加熱するとき</u>は、<u>通過流量G＝0</u>とおいて計算する。

3. 例　題

下図のような小さな加熱器がある。この昇温特性を推定する。

θ*＝30℃、θ_s＝20℃、G＝0(kg/hr)、L＝4.25m

ヒータ容量：qi=85kcal/mhr。実際仕様は 125kcal/mhr だが、実績より接続管/サポートからのロスを考慮する。よって q_e＝0 kcal/hr℃。

断面パラメータ：λ_I＝0.058kcal/mhr℃)、α_o＝8kcal/m^{2}hr℃、 r_2＝0.108m、r_1＝0.02135m

各部の比熱：C_p＝0.325 kcal/kg℃、C_m＝0.128kcal/kg℃)、C_I=0.2 kcal/kg℃、

各部の比重量：γ_p＝825 kg/m^3、γ_m＝7930 kg/m^3、γ_I＝80kg/m^3、補正係数 k_I＝0.5

****

外部への単位放散熱量：h_o＝2π/{ln(0.108/0.02135)/0.058＋1/(8x0.108)}＝0.216Kkcal/mhr℃

各部重量：W_p≒825 x 0.7853x0.0355^{2}x4.25＝3.47 kg

(Wm＋Wa) ≒1.1x7930x0.7853x(0.0427^2－0.0355^2)x4.25＝16.39 kg(付帯物 10%含む)

W_I≒80x0.7853x(0.216^2－0.0427^2)x4.25＝11.97 kg

熱容量 CW＝0.128x16.39＋0.325x3.47＋0.5x0.2x11.97＝2.098＋1.128＋1.197＝4.423kcal/℃

パラメータ(B/A)＝{85x4.25＋0.216x4.25x(20－30)＋0}/(0.216x4.25＋0＋0)＝352/0.918＝383℃

A＝(0.216x4.25＋0＋0)/4.423 ＝0.2076

よって、θ＝(B/A){1－exp(－At)}＝**383{1－exp(－0.2076t)}**

なお、**弁を開け 0.005m/s 程度で流す**と　G＝825x(0.7853x0.0355^2)x0.005x3600＝14.7 kg/hr

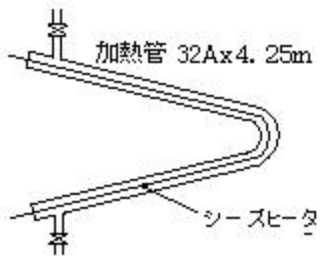
B/A＝{ q_iL＋h_oL(θ_s－θ*) ＋q_e}/(h_oL＋2GC_p＋q_e)

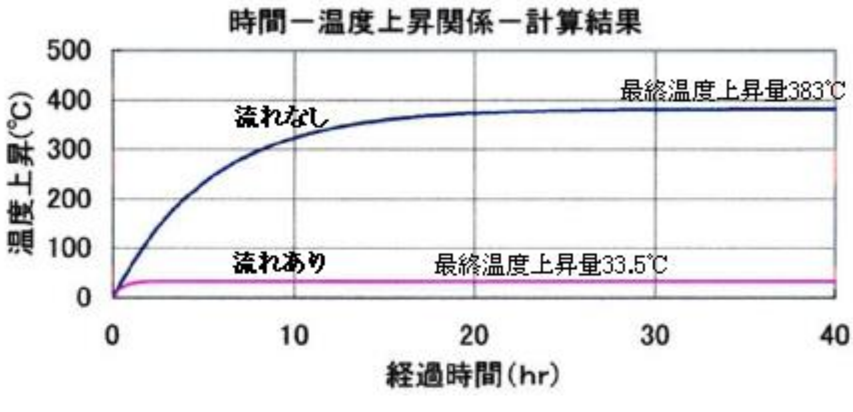
＝{85x4.25＋0.216x4.25x(30－20)＋0}/(0.216x4.25＋2x14.7x0.325)＝352/10.5＝33.5℃

A＝(h_oL＋2GC_p＋q_e) /(CW)＝(0.216x4.25＋2x14.7x0.325＋0)/4.423＝2.368

よって、θ＝(B/A){1－exp(－At)}＝**33.5{1－exp(－2.368t)}**

この２つの結果をグラフに示すと次のようになる。





上昇量は 383℃／33.5℃で、管体温度はこれに 30℃を加えて 413℃/63.5℃になる。また温度は 60hr/15hr で最終温度に到達する。

この図からわかるように、液流れがあるときは系の外に持ち去られる熱量が大きいので管体の温度上昇は少ない。一方、流れがないときあるいはガス流れのときは、逆に上昇量は大きい。また時定数(τ＝1/A)は、流れのないとき 1/0.187＝5.35、流れがあるとき 1/2.14＝0.467 である。従って時定数の高い流れのないときの方が、最終温度上昇量(ここでは 383℃)に到達するまで時間がかかる。

【 解 説 】

1. 本 TS では加熱系を**集中定数化**して簡便に扱っている。この手法は本来、連続体で表現すべき熱移動を単一または複数の一様な状態の分系として扱い、その間に容量のない抵抗をおいて繋いだもので、非定常現象を比較的容易にとらえることが可能である。ティピカルな形で集中定数化された伝熱システムの例(1)を**末尾**に添付する。

さて、ヒータ加熱管のような伝熱システムの基本的な熱収支は、次のようである。

入熱量($Q_i dt$)＝蓄熱量($CWd\theta$)＋放熱量($Q_o dt$) -------------------------(S1)

例えば、入熱量 Q_i＝一定、放熱量 $Q_o=h_oL\theta$ とすれば、

$Q_i dt = CWd\theta + h_oL\theta\, dt \ \rightarrow\ (d\theta/dt)+\{h_oL/(CW)\}\theta = Q_i/(CW)$ （θ は温度上昇分）

のように、最も簡単な一次の変数分離型方程式になる。ここで $A=\{h_oL/(CW)\}$、$B= Q_i/(CW)$ とおいて

$d\theta/dt + A\theta = B$ or $dt=\{1/(B-A\theta)\}d\theta$ (A,B=定数的パラメータ)

積分して、$t=-(1/A)\ln(B-A\theta)+C$ （ 但し C＝積分定数 ）

t=0 のとき、温度上昇量 θ は 0 であるから $C=\ln(B/A)$ となる。従って

$t=-(1/A)\{\ln(B-A\theta)-\ln B\}=-(1/A)\ln\{1-(A/B)\theta\} \ \rightarrow\ EXP(-At)=1-(A/B)\theta$

よって $\boldsymbol{\theta=(B/A)\{1-EXP(-At)\}}$ --(S2)

通常、入熱量 Q_i、放熱量 Q_o は θ 単独の 1 次形で表せるので、本ケースの解のフォームはいずれの場合も(S2)式になる。

なお、本文(1)式で求める温度上昇量 θ は管体温度基準である。管断面は流体/管壁(管体)/断熱層/外装と多層構造になって温度分布があるが、プロセス的な観点から言えば、流体温度上昇を θ にするのが望ましい。ただ、よほど管壁厚さが厚くならない限り流体温度≒管体温度(管外面温度)とみなせるので、ここでは θ を、ヒータから直接熱を受け取る管体(管壁)の平均温度上昇量としておく。

2. ここではヒータについては**一定熱量あるいは一定温度の熱源**と考える。これはシーズトレースには合うがスチームトレースには合わない。ただスチームトレースの加熱は緩慢で飽和温度付近で使用されることを考えれば一定温度の熱源とみなしてもいいと思われる。その場合は単位伝熱量 hi を定義する。

加熱量一定の場合、(S1)式は次のようになる。

$q_iLdt = CWd\theta + \{(h_oL+q_e)(\theta+\theta^*-\theta_s)+GC_p(\theta_2-\theta_1)\}dt$ （θ_1, θ_2＝加熱区間入口,出口温度）

ここで第 1 近似として、加熱区間内で線形の長手方向温度勾配を仮定すれば平均温度上昇は、

$\theta+\theta^*=(\theta_1+\theta_2)/2$

これを変形すると

$2(\theta+\theta^*)=\theta_1+\theta_2 \rightarrow \theta_2=2(\theta+\theta^*)-\theta_1 \rightarrow (\theta_2-\theta_1)=2\{\theta-(\theta_1-\theta^*)\}$

然るに入口温度 θ_1 は初期温度 θ^* のままなので $\underline{\theta_2-\theta_1=2\theta}$ になる。従って

$q_iLdt = CWd\theta + \{(h_oL+q_e)(\theta+\theta^*-\theta_s)+2GC_p\theta\}dt$

変形して

$d\theta/dt + \{(h_oL+q_e+2GC_p)/(CW)\}\theta = \{q_iL+(h_oL+q_e)(\theta_s-\theta^*)\}/(CW)$

よって　$A=(h_oL+q_e+2GC_p)/(CW)$、$B=\{q_iL+(h_oL+q_e)(\theta s-\theta *)\}/(CW)$、

$B/A=\{q_iL+(h_oL+q_e)\ (\theta s-\theta *)\}/(h_oL+q_e+2GC_p)$

加熱温度一定の場合、(S1)式は次のようになる。

$$h_iL\{\theta i-(\theta+\theta *)\}dt=CWd\theta+\{(h_oL+q_e)(\theta+\theta *-\theta_s)+2GC_p\theta\}dt$$

変形して、

$$d\theta/dt+\{(h_oL+q_e+h_iL+2GC_p)/(CW)\}\theta=\{h_iL(\theta_i-\theta *)+(h_oL+q_e)(\theta_s-\theta *)\}/(CW)$$

よって　$A=(h_oL+q_e+h_iL+2GC_p)/(CW)$、$B=h_iL(\theta_i-\theta *)+(h_oL+q_e)(\theta_s-\theta *)$、

$B/A=\{h_iL(\theta_i-\theta *)+(h_oL+q_e)(\theta_s-\theta *)\}/(h_oL+q_e+h_iL+2GC_p)$

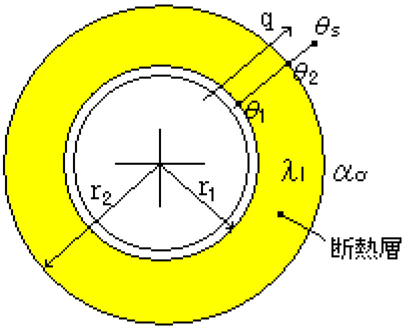
3. (S1)式の変数 CW は加熱管全体の[比熱 x 重量＝**熱容量**]を表現するもので、下記の式で計算される。

$$CW=C_m(W_m+W_a)+C_pW_p+k_IC_IW_I$$

この式で、k_Iは断熱層の平均温度上昇が管体温度上昇θを下回ることを補正するもので

$$k_I=(\theta'/\theta)=(\text{断熱層の平均温度上昇})/(\text{管体の温度上昇})$$

で定義される。この場合、(θ'/θ)は以下のように導かれる。なお下図参照のこと。



断熱層の温度分布は次式で表される。

$\theta(r)=\theta_1-\{\ln(r/r_1)/\ln(r_2/r_1)\}(\theta_1-\theta_2)$　　(但しθ_1,θ_2＝断熱層の内半径,外半径)

平均値$\theta_{av.}$は、

$$\theta_{av.}=\{1/(r_2-r_1)\}\int\theta(r)dr=\{1/(r_2-r_1)\}\int[\theta_1-\{\ln(r/r_1)/\ln(r_2/r_1)\}(\theta_1-\theta_2)]dr$$

$$=[\theta_1-\{(\theta_1-\theta_2)/\ln(r_2/r_1)\}(r\ln r-r-r\ln r_1)]\quad (r=r_1\to r_2)$$

$$=\theta_1-(\theta_1-\theta_2)\{r_2/(r_2-r_1)-1/\ln(r_2/r_1)\}$$

初期温度を$\theta *$とすれば、断熱層の平均温度上昇量θ'は、

$$\theta'=\theta_{av.}-\theta *=(\theta_1-\theta *)-(\theta_1-\theta_2)\{r_2/(r_2-r_1)-1/\ln(r_2/r_1)\}\quad\text{---------(a)}$$

また断熱層を通る熱流束 q は、

$$q=2\pi(\theta_1-\theta_s)/\{\ln(r_2/r_1)/\lambda_I+1/(\alpha_o r_2)\}=2\pi(\theta_1-\theta_2)\lambda_I/\ln(r_2/r_1)$$

よって　$(\theta_1-\theta_2)=[\ln(r_2/r_1)/\{\ln(r_2/r_1)+\lambda_I/(\alpha_o r_2)\}](\theta_1-\theta_s)$

この関係を(a)式に用いて、

$$\theta'=(\theta_1-\theta *)-(\theta_1-\theta_s)\{r_2\ln(r_2/r_1)/(r_2-r_1)-1\}/\{\ln(r_2/r_1)+\lambda_I/(\alpha_o r_2)\}$$

ここで通常、管体初期温度$\theta *$は外気温θ_sと同じであることが多いので

$$\theta'=(\theta_1-\theta *)[1-\{r_2\ln(r_2/r_1)/(r_2-r_1)-1\}/\{\ln(r_2/r_1)+\lambda_I/(\alpha_o r_2)\}]$$

$\theta=(\theta_1-\theta^*)$なので、

$$\theta'=\theta\,[1-\{r_2\ln(r_2/r_1)/(r_2-r_1)-1\}/\{\ln(r_2/r_1)+\lambda_I/(\alpha_o r_2)\}]$$

よって　$(\theta'/\theta)=1-\{r_2\ln(r_2/r_1)/(r_2-r_1)-1\}/\{\ln(r_2/r_1)+\lambda_I/(\alpha_o r_2)\}$

$k_I=(\theta'/\theta)$なので、

$$k_I=1-\{r_2\ln(r_2/r_1)/(r_2-r_1)-1\}/\{\ln(r_2/r_1)+\lambda_I/(\alpha_o r_2)\} \quad \text{-----------------------------------(b)}$$

以上のように管体の初期温度が外気温に等しい時($\theta^*=\theta_s$)は(b)式で十分だが、$\theta^*>\theta_s$のときは違ってくる。これを求めるのは大変であるので、θ_2がθ^*に近いとして

$$\theta'=\theta_{av.}-\theta^*=(\theta_1+\theta_2)/2-\theta^*=(\theta_1+\theta^*)/2-\theta^*=(\theta_1-\theta^*)/2=\theta/2$$

よって、$k_I=(\theta'/\theta)=0.5$　。かなり強引になるがこの近似でも大きなエラーにはならないように思える。以上より暫定的ながらも、

θ^*がθsに近い時：　$k_I=1-\{r_2\ln(r_2/r_1)/(r_2-r_1)-1\}/\{\ln(r_2/r_1)+\lambda_I/(\alpha_o r_2)\}$

θ^*がθsより大きい時：　$k_I\fallingdotseq 0.5$

例えば、[3. 例題]のような場合は

$k_I=1-\{0.108\text{x}\ln(0.108/0.0427)/(0.108-0.0427)-1\}/\{\ln(0.108/0.0427)+0.058/8/0.108\}$

$=1-\{0.108\text{x}0.928/0.0653-1\}/\{0.928+0.067\}=1-0.535/0.995=0.46$

4. 本計算では、接続管/サポートなどからの放熱量q_eの設定が、もっとも難しい。特に加熱区間境界から接続管へ逃げる分は量的に多いので決していい加減には扱えない。管内に流れがある場合は、[3. 例題]で示すように入熱の大半は流れに持ち去られるので、接続管側への熱移動はかなり少ないが流れがない場合は、接続管を無限長の棒とみなして近似的に放熱量が見積もれると思う。即ち

$Q_e=(\lambda S\alpha l_p)^{0.5}(\theta+\theta^*-\theta_s)$　→　**単位放熱量** $q_e=(\lambda S\alpha l_p)^{0.5}$ (2)

ここで　λ=管材の熱伝導率(kcal/mhr℃)、S=管の金属断面積(m^2)$=\pi d\,t$、t=管肉厚(m)、

l_p=管周長(m)$=\pi d$、α=外表面の熱伝達率(kcal/m^2hr℃)$=\{d\ln(d_o/d)/\lambda+d/(d_o\alpha_o)\}^{-1}$

d=管外径(m)、d_o=断熱外径(m)、α_o=断熱外面の熱伝達率(kcal/m^2hr℃)

接続フランジのガスケットがあって熱がセーブされるときは、次の２つの関係、

$Q_e=(\lambda_g/t_g)(\theta+\theta^*-\theta_c)$、　$Q_e=(\lambda S\alpha l_p)^{0.5}(\theta_c-\theta_s)$

を連立して、θ_cを消去し、θを未知数とする放熱分Q_eを基礎式(S1)に適用すればよい。多少面倒になる。

5. (S2)式：$\theta=(B/A)\{1-\text{EXP}(-At)\}$　について補足しておく。EXP指数の**Aの逆数を**τとすれば$\theta=(B/A)\{1-\text{EXP}(-t/\tau)\}$になる。$\tau$は周知のごとく**時定数**と呼ばれ、これが大きくなると、最終温度までの昇温時間tが大きくなり、なかなか昇温しないということのなる。例えば加熱量一定の場合、$\tau=(CW)/(h_oL+q_e+2GC_p)$なので、系の熱容量CWが大きくなると$\tau$が大きくなって昇温に時間がかかることになる。

また最終温度上昇は(S1)式で$CWd\theta$がゼロ、即ち温度上昇の増分$d\theta$がゼロに至ったときの温度であり(B/A)が然りである。

引用文献：

(1) 小泉睦男「移動・速度論」昭晃堂　4.4

(2)　槌田,山崎,前沢「新訂伝熱工学演習」(学献社)　例題 1.26

添付―文献(1)抜粋

b.　十分攪拌された容器内流体

容器内に満たされた流体を何らかの方法でよく攪拌するときは，その容器内の温度は一様であるとみなされる．そこで，図 4.15 に示されるような系を集中定数化して取り扱かう．

ある流量 G kg/h の水が攪拌タンクの中に送り込まれ，ここで電気ヒータによって加熱されて外にとり出される．タンクから外気へは線形の熱通過で放熱が行なわれる．水の入口温度 θ_1 ℃，出口温度 θ ℃，外気温度 θ_o ℃，タンク容積 V m³，水の比重量 γ kg/m³，比熱 c kcal/kg deg，ヒータの熱発生量 H kcal/h，タンクの全面熱通過率 K_s kcal/h deg とすると，熱バランスから

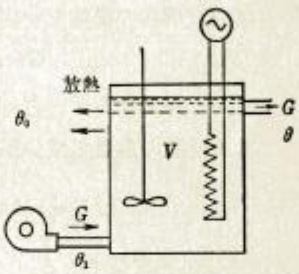


図 4.15

$$Vc\gamma\frac{d\theta}{dt}=H-Gc(\theta-\theta_1)-K(\theta-\theta_o) \qquad (4.49)$$

G を一定とすると，式 (4.47) に類似の形

$$\tau\frac{d\theta}{dt}+\theta=\Theta \qquad (4.50)$$

とすることができる．ここで

$$\tau=\frac{Vc\gamma}{Gc+K_s}$$

$$\Theta=\frac{Gc\theta_1+K_s\theta_o+H}{Gc+K_s}$$

である．τ は時定数，Θ は最終到達温度である．Θ のステップ状の変化に対しては，式 (4.48) に示されるような温度変化になる．容器の容積を一定とすると，時定数は水の流量の小さいほど，熱通過率が小さいほど大きくなる．流量一定の場合，同じ出口温度に制御しようとする場合，保温をよくして K_s を小さくすればヒータに必要な電力 H は少なくてすむが，一方，時定数は大きくなって温度の調整に時間がかかるようになることがわかる．