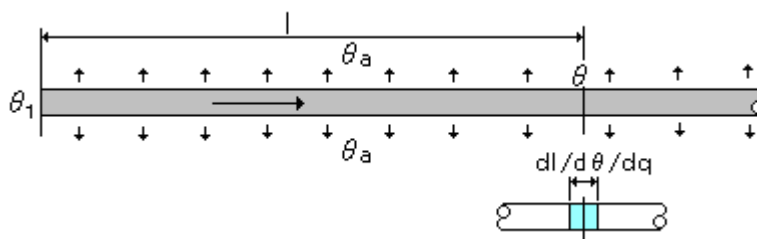


【整番】 HE-02-TM-002	【標題】 管軸方向の定常温度分布の計算
分類：熱(熱伝達)/種別：技術メモ	作成年月：H18.6/改訂：Ver0.0 (H18.8) 作成者：N. Miyamoto

全3枚

通常、配管やチューブの中を流体が流れるとき、軸方向の温度分布は殆ど軽視されるが、流速が遅いとか温度差があるとかで凝固が問題になる場合など(苛性ソーダラインなど)、軸方向の温度分布を計算することがある。この計算は熱交の伝熱管で考えれば容易であるが、装置関係の設計者には厄介なのかもしれない。以下、その簡単な算式を紹介する。

1. 温度分布(θ)及び放熱量(q)の計算式



$$\theta = \theta_a + (\theta_1 - \theta_a) \exp[-2\pi l / (WCR)] \quad \text{-----(1)}$$

$$q = WC(\theta_1 - \theta) \quad \text{-----(2)}$$

ここで、 θ = 管の入口から長さ l の位置での流体温度($^{\circ}\text{C}$)、 θ_1 = 管路入口の流体温度($^{\circ}\text{C}$)、 θ_a = 外気温度($^{\circ}\text{C}$)、 l = 管路長さ(m)

W = 質量流量(kg/hr)、 q = 放熱量(k cal/hr)、 C = 流体の平均比熱(k cal/kg $^{\circ}\text{C}$)、

R = 熱抵抗(mhr $^{\circ}\text{C}$ /k cal) = $\Sigma \{ \ln(r_o/r_i) / \lambda \} + 1/(\alpha_1 r_1) + 1/(\alpha_2 r_2)$

λ = 管壁や断熱層の熱伝導率 (k cal/mhr $^{\circ}\text{C}$)

α_1 = 内表面の熱伝達係数 (k cal/m 2 hr $^{\circ}\text{C}$)

層流： $\alpha_1 = 4.363(\lambda_f/d)$

乱流： $\alpha_1 = (\lambda_f/d)\{0.023(vd/\nu)^{0.8}Pr^{0.4}\}$

λ_f = 流体の熱伝導率 (k cal/mhr $^{\circ}\text{C}$)、 d = 管内径(m)

v = 平均管内流速(m/s)、 ν = 動粘度(m 2 /s)、 Pr = プラントル数(-)

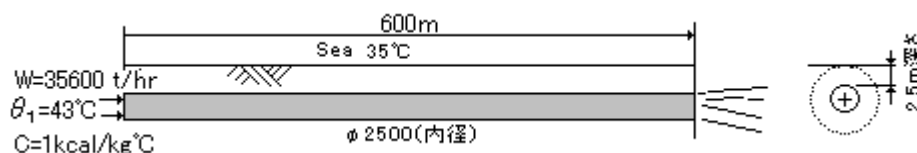
α_2 = 外表面の熱伝達係数 (k cal/m 2 hr $^{\circ}\text{C}$)

r_o = 層(円環)の外半径(m)、 r_i = 層(円環)の内半径(m)、 r_1 = 管内径(m)、

r_2 = 外表面の半径(m)

2. 例題

下図のような温排水配管(FRP)がある。距離が長いので放熱による温度低下は期待できないか？



熱交類と比べれば、殆ど放熱は期待できないと思うが念のため計算する。なお管周辺は点線に

ような範囲で砂層を仮定する。計算パラメータは次のようになる。

$$\begin{aligned} \theta_1 &= 43^\circ\text{C}、\theta_a = 35^\circ\text{C}、l = 600\text{m}、w = 35600 \times 10^3 \text{ kg/hr}、C = \text{約 } 1\text{kcal/kg}^\circ\text{C} \\ \lambda &= 0.25 \text{ k cal/mhr}^\circ\text{C}(\text{FRP})、1.48 \text{ k cal/mhr}^\circ\text{C}(\text{砂層粗砂飽和})、\lambda_f = 0.543 \text{ k cal/mhr}^\circ\text{C} \\ v &= 1.92\text{m/s}、\nu = 0.67 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}、\text{Pr} = 4.4 \\ r_o/r_i &= 1.2795\text{m}/1.25\text{m}(\text{FRP})、r_o/r_i = 3.7795\text{m}/1.2795\text{m}(\text{FRP})、r_1 = 1.25\text{m}、r_2 = 3.7795\text{m} \\ \alpha_2 &= 50 \text{ k cal/m}^2\text{hr}^\circ\text{C}(\text{推定}) \end{aligned}$$

まず、 $\alpha_1 = (\lambda_f/d)\{0.023(vd/\nu)^{0.8}\text{Pr}^{0.4}\}$

$$= 0.543/2.5 \times \{0.023 \times (1.92 \times 2.5/0.67 \times 10^{-6})^{0.8} \times 4.4^{0.4}\} = 2754 \text{ k cal/m}^2\text{hr}^\circ\text{C}$$

$$R = \Sigma \{ \ln(r_o/r_i)/\lambda \} + 1/(\alpha_1 r_1) + 1/(\alpha_2 r_2)$$

$$= \ln(1.2795/1.25) / 0.25 + \ln(3.7795/1.2795) / 1.48 + 1/2754/1.25 + 1/50/3.7795$$

$$= 0.09330 + 0.73183 + 0.00029 + 0.00529 = 0.83071$$

$$\theta = \theta_a + (\theta_1 - \theta_a) \exp[-2\pi l/(WCR)]$$

$$= 35 + (43 - 35) \exp(-6.285 \times 600 / (35600 \times 10^3 \times 1 \times 0.83071)) = 35 + 8 \exp(-1.275 \times 10^{-4})$$

$$= 42.999^\circ\text{C}$$

$$q = WC(\theta_1 - \theta) = 35600 \times 10^3 \times 1 \times (43 - 42.999) = 35600 \text{ k cal/hr}$$

従って、温度降下は $43 - 42.999 = 0.001^\circ\text{C}$ とごく小さく殆ど冷却しない。これは流量 W が相当大きくまた砂層/FRPの断熱効果が大いからである。砂層の断熱効果を外しFRPを金属にすると

$$R = 0.0933 \times (0.25/1.4) + 0.00029 + 0.00529 = 0.00725$$

$$\theta = \theta_a + (\theta_i - \theta_a) \exp[-2\pi l/(WCR)]$$

$$= 35 + (43 - 35) \exp(-6.285 \times 600 / (35600 \times 10^3 \times 1 \times 0.00725)) = 42.88^\circ\text{C}$$

となり、温度降下は 0.12°C になるがこれもまた極めて小さい。外気との温度差が小さく流量 W が大きすぎる。

(上記の熱抵抗 R の計算はかなり近似的なものであるので念為。埋設管の伝熱については別途)

【 解 説 】

(1)式の導出は次による。

まず、管路の微小区間 dl の放熱量 dq は、 $dq = (2\pi/R)(\theta - \theta_a)dl$

また、そのときの温度変化は、 $d\theta = -dq/WC$

$\theta^* = (\theta - \theta_a)$ とすれば、これらは $dq = (2\pi/R)\theta^*dl$ 、 $d\theta^* = -dq/WC$ になる。ここで

dq を $d\theta$ に代入して、 $d\theta^*/\theta^* = -\{2\pi/(WCR)\}dl$ になる。これを積分して

$$\ln(\theta^*/\theta_i^*) = 2\pi l/(WCR) \quad \theta^* = \theta_i^* \exp[-2\pi l/(WCR)]$$

従って、
$$\theta = \theta_a + (\theta_i - \theta_a) \exp[-2\pi l/(WCR)]$$

次のような導出方法もある。

$$\text{管入口からの入熱 } q_i = WC(\theta_i - \theta_r)、\text{管出口からの出熱 } q_o = WC(\theta - \theta_r)$$

管外面から放熱 $q_a = (2\pi l/R)\{(\theta_i - \theta_a) - (\theta - \theta_a)\} / \ln\{(\theta_i - \theta_a)/(\theta - \theta_a)\}$

なお、 $\{(\theta_i - \theta_a) - (\theta - \theta_a)\} / \ln\{(\theta_i - \theta_a)/(\theta - \theta_a)\}$ は、対数平均温度差である。

$q_a = q_i - q_o$ であるから、 $2\pi l/(WCR) = \ln\{(\theta_i - \theta_a)/(\theta - \theta_a)\}$ 、これより

$$\theta = \theta_a + (\theta_i - \theta_a) \exp[-2\pi l/(WCR)]$$

また、放熱量は $q_a = q_i - q_o = WC(\theta_i - \theta)$ となる。この式は伝熱管の基礎式にあたる。

(1)式から、次のことがわかる。

- ・流量 W のみの変化を考えれば、 W が大きくなるほど θ が大きくなり温度降下が少ない。
- ・半径比(r_2/r_1)が小さくなるほど熱抵抗 R は小さく温度降下が大きい。

例題において、この管路の入口で他の温度の低い排水を混ぜて流すアイデアもあった。この場合

$$\theta = \theta_a + [(\theta_i - \theta_a) + x(\theta_i' - \theta_a)] / (1+x) \exp[-2\pi l/(WCR)/(1+x)]$$

ここで θ_i' = 他の排水温度、 x = 混合比(= W'/W)、 W' = 他の排水量

これもまた、ごく簡単に計算できる。

引用文献：

- (1) 熱一抜山四郎論文集(養賢堂)
- (2) 槌田ほか「新訂伝熱工学演習」(学献社)