

【整番】FE-23-TM-012		【標題】Benedict のオリフィス/ノズル/ベンチュリ圧損計算	
分類：流れ(オリフィス)／種別：技術メモ		作成年月：H18.6／改訂：Ver0.1 (H20.6)	作成者：N.Miyamoto

第1回改訂：誤記訂正

全5枚

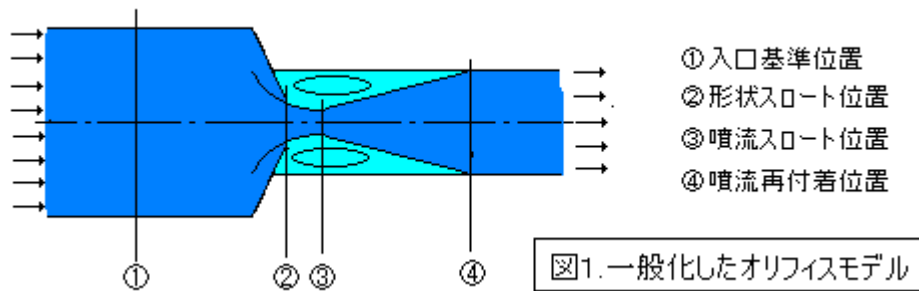


図1.一般化したオリフィスモデル

1. はじめに

オリフィスの圧力損失には種々の資料があるが、オリフィスの流れを追ってその圧力や流速の変化を説明されたものは殆どない。然るに、下記の文献はオリフィス流れを一般化されたモデルで扱っており、絞り要素(オリフィス/ノズル/ベンチュリ)に関する理解を助けるとともに、圧力損失の計算に大変有効である。以下、これを紹介する。

R. P. Benedict 「Fundamentals of Pipe Flow」 10.10 Differential pressure type fluid meters

2. Benedict のオリフィス流れ計算

(1) 一般化されたオリフィスモデルを図1に示す。位置①～④は記号のサフィックスとして用いられる。

なお、以下で使用する記号の定義は次の通り。

変数) A : 流れ断面積、 K =圧力損失係数、 V =平均流速、 P =静圧、

定数) ρ : 比重(密度)、 g =重力加速度、 β = 孔径比

オリフィス前後の全圧力損失は次のようである。

$$P_{t1} - P_{t4} = (K_{14})_2 \left\{ \rho V_2^2 / (2g) \right\}$$

(なお全圧力=静圧+動圧= $P + \rho V_2^2 / (2g)$ である。位置①と④の断面積が等しいなら、 $P_{t1} - P_{t2} = P_1 - P_4$ 即ち通常の圧力損失(静圧降下)に同じ。)

(2) 圧縮性が無視できる密度一定の流れ(非圧縮性流れ)を対象にして以下、記述する。

$(K_{14})_2$ は孔断面位置即ち②の流速に対して定義された①～④間の圧力損失係数である。この $(K_{14})_2$ とスロート(のど)部流速で定義された $(K_{14})_3$ の関係は次のように得られる。

$$P_{t1} - P_{t4} = (K_{14})_2 \left\{ \rho V_2^2 / (2g) \right\} = (K_{14})_3 \left\{ \rho V_3^2 / (2g) \right\} \text{ であるから}$$

$$(K_{14})_2 V_2^2 = (K_{14})_3 V_3^2 \rightarrow (K_{14})_2 = (K_{14})_3 (V_3 / V_2)^2 = (K_{14})_3 \left\{ (m/A_3) / (m/A_2) \right\}^2 = (K_{14})_3 (A_2/A_3)^2$$

$$(K_{14})_3 \text{ は } (K_{13})_3 + (K_{34})_3 \text{ であるから}$$

$$(K_{14})_2 = \{ (K_{13})_3 + (K_{34})_3 \} (A_2/A_3)^2 \quad \text{-----(10.51)}$$

全圧力損失係数をのど(vena contracta)断面基準で考える。そして $(K_{13})_3$ 、 $(K_{34})_3$ を無次元寸法(β)、排出係数(C_D)、収縮係数(C_c)で表現するようにする。

(なお、排出係数→discharge co-efficient、収縮係数(縮流係数)→contraction co-efficient)

実際流れの質量流量 m は、質量保存則より、

$$m = \rho A_1 V_1 = \rho A_2 V_2 = \rho A_3 V_3 \quad \text{----- (10.52)}$$

同じように理想流れ（収縮による流量ロスがない流れ）の質量流量 m'' は、

$$m'' = \rho A_1 V_1'' = \rho A_2 V_2'' \quad \text{----- (10.53)}$$

排出係数は定義によって

$$C_D = m/m'' = \rho A_3 V_3 / (\rho A_2 V_2'') = (A_3/A_2)(V_3/V_2'') \quad \text{----- (10.54)}$$

収縮係数(C_c)は定義によって

$$C_c = A_3/A_2 \quad \text{----- (10.55)}$$

従って $C_D = C_c(V_3/V_2'')$

$$\quad \text{----- (10.56)}$$

次に実際流れと理想流れのエネルギーバランスから

$$P_1/\rho + V_1^2/(2g) = P_3/\rho + V_3^2/(2g) + (K_{13})_3 \{V_3^2/(2g)\} \quad \text{----- (10.57)}$$

$$P_1/\rho + V_1'^2/(2g) = P_3/\rho + V_2'^2/(2g) \quad \text{----- (10.58)}$$

辺々差し引くと

$$V_1^2 - V_1'^2 = V_3^2 + (K_{13})_3 V_3^2 - V_2'^2$$

$$V_2'^2 - V_1'^2 = V_3^2 + (K_{13})_3 V_3^2 - V_1^2$$

$$V_2'^2 \{1 - (V_1'/V_2')^2\} = V_3^2 \{1 + (K_{13})_3 - (V_1/V_3)^2\} \quad \text{----- (XX)}$$

ここで $(V_1'/V_2')^2 = \{(m''/A_1)/(m''/A_2)\}^2 = (A_2/A_1)^2$ また $\beta_{21} = D_2/D_1 = (A_2/A_1)^{0.5}$ であるから

$$(V_1'/V_2')^2 = \beta_{21}^4$$

次に $(V_1/V_3)^2 = \{(m/A_1)/(m/A_3)\}^2 = (A_3/A_1)^2 = (A_2/A_1)^2 (A_3/A_2)^2 = \beta_{21}^4 C_c^2$

従って、(XX)式は

$$V_2'^2 \{1 - \beta_{21}^4\} = V_3^2 \{1 + (K_{13})_3 - \beta_{21}^4 C_c^2\} \quad \text{----- (10.59)}$$

これを变形して

$$(V_3/V_2'')^2 = (1 - \beta_{21}^4) / \{1 + (K_{13})_3 - \beta_{21}^4 C_c^2\}$$

この式を(10.56)に代入すると

$$C_D^2 = C_c^2 [(1 - \beta_{21}^4) / \{1 + (K_{13})_3 - \beta_{21}^4 C_c^2\}] \quad \text{----- (10.60)}$$

この式を变形するとポイント①－③間の損失係数 $(K_{13})_3$ が得られる。即ち

$$(K_{13})_3 = C_c^2 (1 - \beta_{21}^4) / C_D^2 - (1 - \beta_{21}^4 C_c^2) \quad \text{----- (10.61)}$$

次にポイント③～④間の損失係数 $(K_{34})_3$ を求める。これには次の2つのケースがある。

ケース 1. 流れがコントロールされずに膨張する。例えばオリフィスやノズル

ケース 2. 流れがディフューザ壁に導かれて膨張する。例えばベンチュリ

まず、ケース 1 については単純な急拡とみなして、

$$(K_{34})_3 = (1 - A_3/A_4)^2 = \{1 - (A_2/A_4)(A_3/A_2)\}^2 = (1 - \beta_{24}^2 C_c)^2 \quad \text{----- (10.62)}$$

ケース 2 については、縮流部がないので上式で $C_c = 1$ とおき、更にディフューザ効率を考慮して

$$(K_{34})_3 = (1 - \beta_{24}^2)(1 - \eta) \quad \text{----- (10.63)}$$

以上より(10.51)式は次のようになる。

$$\text{ケース 1) } (K_{14})_2 = \{(1 - \beta_{21}^4)/C_D^2 - 1/C_c^2 + \beta_{21}^4\}_{13} + (1/C_c^2 - 2\beta_{24}^2/C_c + \beta_{24}^4)_{34} \quad \text{----- (10.64)}$$

$$\text{ケース 2) } (K_{14})_2 = \{(1 - \beta_{21}^4)/C_D^2 - 1/C_c^2 + \beta_{21}^4\}_{13} + \{(1 - \beta_{24}^2)(1 - \eta)/C_c^2\}_{34} \quad \text{----- (10.65)}$$

(3) (10.64)式及び(10.65)式のアプリケーションを、下図の6つのケースについて考える。

配管オリフィスの場合 (10.64)式において $\beta_{21} = \beta_{24} = \beta$ (孔径比)であるから

$$(K_{14})_2 = (1 - \beta^4)/C_D^2 - 2\beta^2(1/C_c - \beta^2) \quad \text{-----}(10.66)$$

タンクオリフィスの場合 (10.64)式において、 $\beta_{21} = (D_2/D_1)$ で $D_1 \gg D_2$ であるから $\beta_{21} \doteq 0$ として

$$(K_{14})_2 = 1/C_D^2 - 2\beta_{24}^2/C_c + \beta_{24}^4 \quad \text{-----}(10.67)$$

配管ノズルの場合 (10.66)式において $C_c = 1$ (のど無し)であるから、

$$(K_{14})_2 = (1 - \beta^4)/C_D^2 - 2\beta^2(1 - \beta^2) \quad \text{-----}(10.68)$$

タンクノズルの場合、(10.67)式において $C_c = 1$ (のど無し)であるから

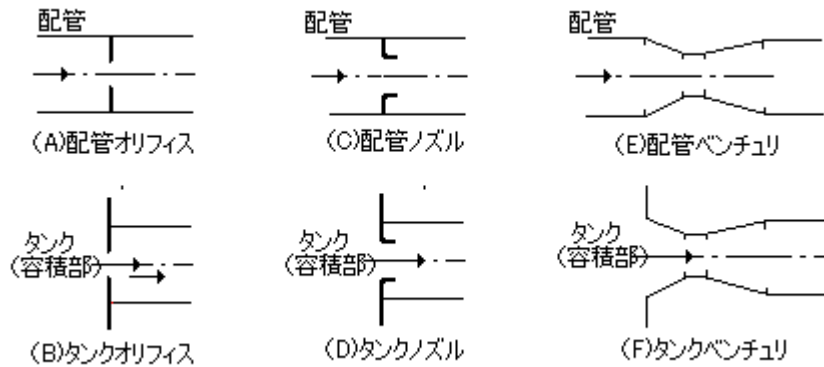
$$(K_{14})_2 = 1/C_D^2 - 2\beta_{24}^2 + \beta_{24}^4 \quad \text{-----}(10.69)$$

配管ベンチュリーの場合、(10.65)式において、 $C_c = 1$ (のど無し)でかつ $\beta_{21} = \beta_{24} = \beta$ (孔径比)であるから

$$(K_{14})_2 = (1 - \beta^4)(1/C_D^2 - \eta) \quad \text{-----}(10.70)$$

タンクベンチュリーの場合、(10.65)式において、 $C_c = 1$ (のど無し)とし、 $\beta_{21} = (D_2/D_1)$ で $D_1 \gg D_2$ であるから $\beta_{21} \doteq 0$ として

$$(K_{14})_2 = (1/C_D^2 - 1) + (1 - \beta_{24}^4)(1 - \eta) \quad \text{-----}(10.71)$$



(4) 次に各位置の静圧を求める。まず位置④では、(10.50)式より

$$P_1/\rho + V_1^2/(2g) = P_4/\rho + V_4^2/(2g) + (K_{14})_2 \{V_2^2/(2g)\}$$

$$\text{従って、} P_4 = P_1 + \rho V_1^2/(2g) - \rho V_4^2/(2g) - (K_{14})_2 \{ \rho V_2^2/(2g) \}$$

$$= P_1 + (1/2) (\rho/g) Q^2 \{ 1/A_1^2 - 1/A_4^2 - (K_{14})_2 (1/A_2^2) \} \quad \text{-----}(yy1)$$

次に位置③ののど部では

$$P_1/\rho + V_1^2/(2g) = P_3/\rho + V_3^2/(2g) + (K_{13})_3 \{V_3^2/(2g)\}$$

従って、

$$P_3 = P_1 + (1/2) (\rho/g) V_1^2 - (1/2) (\rho/g) V_3^2 - (1/2) (\rho/g) (K_{13})_3 V_3^2$$

$$= P_1 + (1/2) (\rho/g) Q^2 [1/A_1^2 - \{1 + (K_{13})_3\} (1/A_3^2)]$$

ここで $A_3 = C_c A_2$ であるから

$$P_3 = P_1 + (1/2) (\rho/g) Q^2 [1/A_1^2 - \{1 + (K_{13})_3\} (1/C_c A_2)^2] \quad \text{-----}(yy2)$$

次に位置②の孔断面では

$$P_1/\rho + V_1^2/(2g) = P_2/\rho + V_2^2/(2g)$$

$$\text{従って、} P_2 = P_1 + (1/2) (\rho/g) Q^2 [1/A_1^2 - 1/A_2^2] \quad \text{-----}(yy3)$$

(3) (10.66)~(10.71)式の計算では、予め収縮係数 C_c 、排出係数 C_D およびディフューザ効率 η を求めておく必要がある。

鋭角オリフィス(sharp-edge orifice)の収縮係数 C_c については、次の Weisbach の式が用いられる。

$$C_c = 0.61375 + 0.13318 \beta^2 - 0.26095 \beta^4 + 0.51146 \beta^6$$

また、オリフィスの排出係数 C_D は、ASME より

$$C_D = [(1 - \beta^4) / \{(1/C_c^2) - \beta^4 + 0.26 - 1.511(\beta - 0.35)^2 - 15R_d^{-0.5} - 0.4505 \beta^{3.8} R_d^{-0.2}\}]^{1/2}$$

ここで R_d はのど径 $(C_c A_2)^{0.5}$ に対するレイノルズ数である。なお、これは[オリフィス面上の上流 1 D のおかれた圧力タップ] 及び [のど部におかれた圧力タップもしくはオリフィス面から 0.5D におかれた圧力タップ]に対するもの。

ノズルの収縮係数は、 $C_c=1$ 即ち縮流なしとする。また排出係数は次の式を採用。

$$\text{層流のとき: } C_D = [(1 - \beta^4) / (1 - \beta^4 + 9.7156 R_d^{-0.5} - 0.4505 \beta^{3.8} R_d^{-0.2})]^{1/2}$$

$$\text{乱流のとき: } C_D = [(1 - \beta^4) / \{1 - \beta^4 + (0.17 - 0.4505 \beta^{3.8}) R_d^{-0.2}\}]^{1/2}$$

通常は乱流になるので、後者を適用する。略値として **Table10.5** の値を採用してもよい。

ディフューザ効率はベンチュリの広がり管の効果を表現するもので、**Fig.10.13 /10.14** による。

3. Benedict 式のまとめ

(i) 配管オリフィスの場合: $(K_{14})_2 = (1 - \beta^4) / C_D^2 - 2 \beta^2 (1/C_c - \beta^2)$

タンクオリフィスの場合: $(K_{14})_2 = 1/C_D^2 - 2 \beta_{24}^2 / C_c + \beta_{24}^4$

ここで $C_c = 0.61375 + 0.13318 \beta^2 - 0.26095 \beta^4 + 0.51146 \beta^6$ タンクオリフィスでは $\beta = 0$?

$$C_D = [(1 - \beta^4) / \{(1/C_c^2) - \beta^4 + 0.26 - 1.511(\beta - 0.35)^2 - 15R_d^{-0.5} - 0.4505 \beta^{3.8} R_d^{-0.2}\}]^{1/2}$$

$$R_d = \{1 / (\beta^2 C_c)^{0.5}\} (V_1 D_1 / \nu), \quad \nu = \text{動粘度}$$

$$\beta = (D_2/D_1) = (D_2/D_4), \quad \beta_{24} = D_2/D_4$$

(ii) 配管ノズルの場合: $(K_{14})_2 = (1 - \beta^4) / C_D^2 - 2 \beta^2 (1 - \beta^2)$

タンクノズルの場合: $(K_{14})_2 = 1/C_D^2 - 2 \beta_{24}^2 + \beta_{24}^4$

$$\text{ここで } C_D = [(1 - \beta^4) / \{1 - \beta^4 + (0.17 - 0.4505 \beta^{3.8}) R_d^{-0.2}\}]^{1/2}$$

$$R_d = (V_2 D_2 / \nu), \quad \nu = \text{動粘度}$$

$$\beta = (D_2/D_1) = (D_2/D_4), \quad \beta_{24} = D_2/D_4$$

(iii) 配管ベンチュリの場合: $(K_{14})_2 = (1 - \beta^4) (1/C_D^2 - \eta)$

タンクベンチュリの場合: $(K_{14})_2 = (1/C_D^2 - 1) + (1 - \beta_{24}^4) (1 - \eta)$

$$\text{ここで } C_D = [(1 - \beta^4) / \{1 - \beta^4 + (0.17 - 0.4505 \beta^{3.8}) R_d^{-0.2}\}]^{1/2}$$

$$R_d = (V_2 D_2 / \nu), \quad \nu = \text{動粘度}$$

$$\beta = (D_2/D_1) = (D_2/D_4), \quad \beta_{24} = D_2/D_4, \quad \eta = \text{Fig.10.14 による。}$$

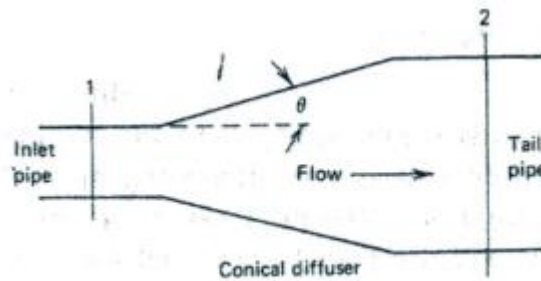


Figure 10.13 Loss element with gradual area increase.

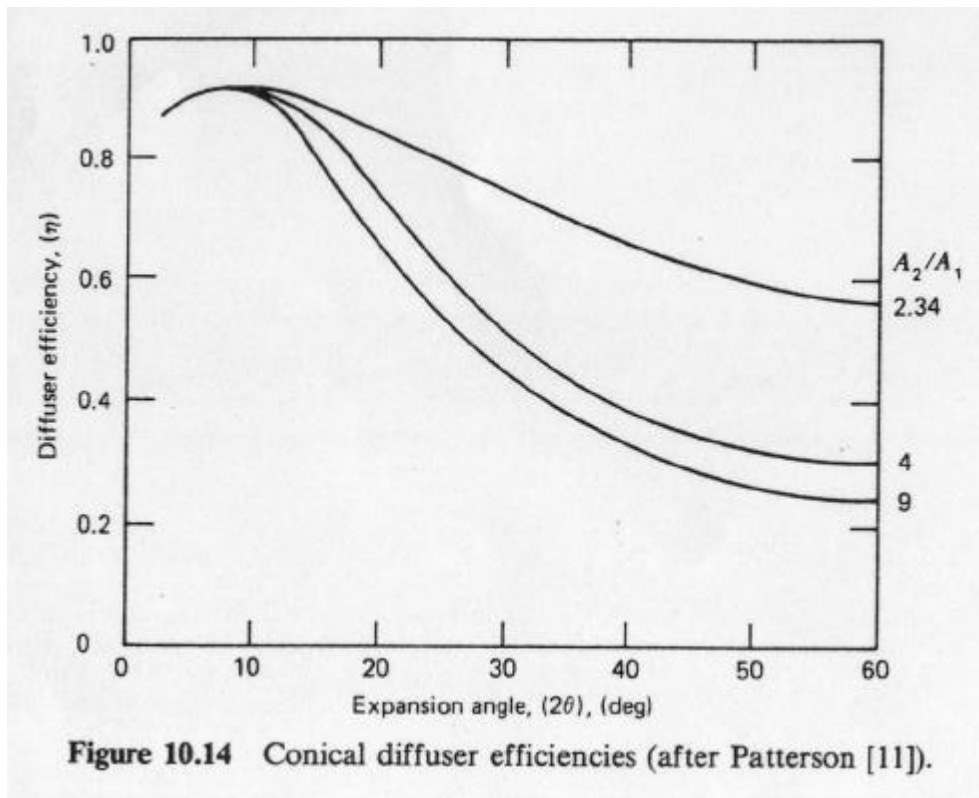


Figure 10.14 Conical diffuser efficiencies (after Patterson [11]).

(注記) 上図の A_1 、 A_2 は、本文の A_2 、 A_4 に該当する。

Table 10.5 Summary of Solutions to Generalized FluidMeter Loss Equations at $R_d = 10^5$

$\beta_{2,4}$	C_D		C_C	Loss Coefficient, $(K_{1,4})_2$						
				Orifice		Nozzle		Venturi		
	Nozzle	Venturi	Orifice	Orifice	Pipe (10.66)	Plenum (10.67)	Pipe (10.68)	Plenum (10.69)	Pipe (10.70)	Plenum (10.71)
0.2	0.977	0.985	0.599	0.620	2.657	2.660	0.969	0.969	0.130	0.130
0.4	0.977	0.985	0.602	0.630	2.232	2.296	0.752	0.753	0.127	0.128
0.6	0.977	0.985	0.613	0.655	1.476	1.755	0.451	0.457	0.114	0.188
0.8	0.977	0.985	0.618	0.730	0.612	1.132	0.158	0.177	0.077	0.090

引用文献)

(0) Robert. P. Benedict 「Fundamentals of Pipe Flow」 (A Wiley-Interscience Publication)

10.10 Differential pressure type fluid meters