

【整番】 FE-21-RP-001	【標題】 管内封じ込め液の圧力上昇量の推算
分類：流れ(圧力レリーフ)/種別：推奨指針	作成年月：H19.2/改訂：Ver0.1 (H19.4) 作成者：N.Miyamoto

<H19.4.29(日) 溶存気体介在を考慮して全面内容見直し>

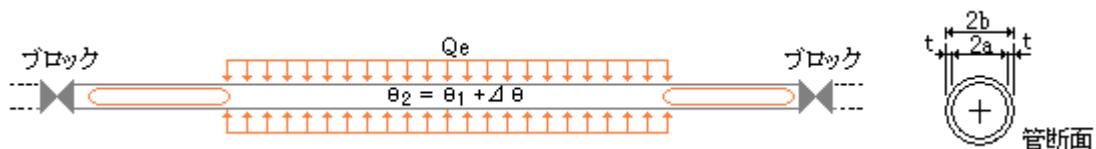
全 8 枚

1. はじめに

配管コード ASME B31.3 は、配管設計上考慮すべき負荷条件の一つとして、**流体の膨張効果**を挙げ

配管部品内の静止流体を加熱し流体の膨張効果によって圧力が増加する恐れのある配管は増加する圧力に耐えるか、その圧力を逃がす設計としなければならない

として二者択一を要求している。液体配管の場合、管路がある区間で隔離されて液封状態にあると液体膨張によって著しく内圧が上昇するので、前者の強度検討を割愛し後者を選んでサーマルレリーフ弁を設置しているケースも多い。しかし、溶存気体の量や温度上昇の程度あるいはその液体の物性によっては強度的に成立するケースも多い。そこで、本 TS では液膨によって生じる圧力上昇の推算式を調製して示す。



2. 圧力上昇の推算式

隔離された様な液体管路において、外部からの入熱によって管路全体の温度が一様に上昇する場合の管内圧力上昇は略々、次式によって推算できる。

$$\text{液中に少量の気体が溶存する場合： } \Delta P = \{-B + (B^2 - 4AC)^{0.5}\} / (2A) \quad \text{----- (1)}$$

$$A = \{D_{ef} + (1-n) \beta_m\}$$

$$B = \{D_{ef} + (1-n) \beta_m\} P_1 + n - \{(1-n) \beta_L + n \beta_a - R \alpha\} \Delta \theta$$

$$C = -\{(1-n) \beta_L + n \beta_a - R \alpha\} P_1 \Delta \theta$$

$$\text{液中に気体が溶存しない場合： } \Delta P = [(\beta_L - R \alpha) / (D_{ef} + \beta_m)] \Delta \theta \quad \text{----- (2)}$$

ここで、 ΔP = 圧力増分(膨張後の圧力 P_2 から膨張前の圧力 P_1 を差し引いたもの) (kg/cm^2)

$\Delta \theta$ = 液温の増分 ((膨張後の液温 θ_2 から膨張前の液温 θ_1 を差し引いたもの) ($^{\circ}\text{C}$)

$$= Q_e T / C_F W_F$$

Q_e = 液体の吸熱量(kcal/hr)、 T = 吸熱時間(hr)

C_F = 流体の比熱(kcal/kg $^{\circ}\text{C}$)、 W_F = 流体重量(kg)

P_1 = 膨張前の初期圧力(kg/cm 2 A)、 P_2 = 膨張後の圧力(kg/cm 2 A)

β_L = 液体の平均膨張係数($\theta_1 \sim \theta_2$ に対し) ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)

β_a = 溶存気体の平均膨張係数($\theta_1 \sim \theta_2$ に対し) ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)

β_m = 液体の平均圧縮率($\theta_1 \sim \theta_2$ に対し) (cm^2/kg)

α = 管材の平均線膨張係数 ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)

n = 溶存気体の容積率(全容積に対し)(\sim)

D_{ef} = 変形係数(\sim)

$$= (\gamma/E) [3(1-2\nu) \{a^2/(b^2-a^2)\} + 2(1+\nu) \{b^2/(b^2-a^2)\}] : \text{軸\&半径方向を拘束しない場合}$$

$$= \{2(1+\nu) \gamma / E\} \{(1-2\nu) a^2 + b^2\} / (b^2 - a^2) \quad : \text{軸方向のみを拘束した場合}$$

$$= 0 \quad : \text{軸\&半径方向を拘束する場合}$$

R=係数=3 : 軸&半径方向を拘束しない場合

$$= 2(1+\nu) : \text{軸方向のみを拘束した場合}$$

$$= 0 : \text{軸\&半径方向を拘束する場合}$$

E=管材の縦弾性係数 (kgf/cm²)、 ν =ポアソン比

a=管の内径(cm)、b=管の外径(cm)、L=管路全長(cm)

$$\gamma = \text{補正係数} = 1 - \{2t_f n_f + t_v n_v + 1.83(n_f + n_v)(rt)^{0.5} + l_0\} / L$$

t_f =フランジ厚み(cm)、 t_v =弁部長さ(cm)、r=平均管半径(cm)、t=管肉厚(cm)

n_f =フランジ箇所数、 n_v =弁箇所数、 l_0 =その他拘束部分長さ(cm)

適用上の注意点)

- (a) 他の設備/配管から遮断され内部に気相空間を持たない液封状態で保持された一様な径を持つ管路に適用する。
- (b) 基本的に加熱を受ける部分は管路全域とするが、部分加熱であっても特に局部的にならない限り適用できるものとする。この場合 $\Delta\theta$ は安全側になるように設定する。
- (c) 「軸&半径方向を拘束しない場合」は、熱膨張変形に対し比較的拘束の少ない地上配管などに適用する。「軸方向のみを拘束した場合」は比較的拘束の強い地上配管や埋設配管などに適用する。また「軸&半径方向を拘束する場合」は、完全剛に近いコンクリート管などに適用する。
- (d) 液温の増分 $\Delta\theta$ については下記 TS を参照下さい。

【 FE-21-TM-001 液封状態のサーマルレリーフ量の算定 】

3. 例題

10°C、1 kg/cm²G の溶存空気 0.2% の水を 100A の配管に閉じ込めた状態で 20°C まで温度を上げた時の圧力上昇を求めよ。なお、液封区間は管のみでフランジなどはない。また管軸/半径方向の拘束は殆どない。

各パラメータは次のようになる。

$$\Delta\theta = 10^\circ\text{C}、P_1 = 1 \text{ kg/cm}^2\text{A}、\alpha = 10.92 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}、R = 3、n = 0.002$$

$$\beta_L = (0.09 \times 10^{-3} + 0.2 \times 10^{-3}) / 2 = 0.15 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \text{ (線形仮定)}$$

$$\beta_a = \{1/(\theta_2 + 273) + 1/(\theta_1 + 273)\} / 2 = (3.41 \times 10^{-3} + 3.53 \times 10^{-3}) / 2 = 3.47 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \text{ (同上)}$$

$$\beta_m = (0.484 \times 10^{-4} + 0.475 \times 10^{-4}) / 2 = 0.48 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \text{ (同上)}$$

$$E = 1.98 \times 10^6 \text{ kg f/cm}^2、\nu = 0.3、a = 5.115 \text{ cm}、b = 5.715 \text{ cm}、\gamma = 1$$

$$\begin{aligned} \text{Def} &= (\gamma / E) [3(1-2\nu) \{a^2/(b^2-a^2)\} + 2(1+\nu) \{b^2/(b^2-a^2)\}] \\ &= \{1/(1.98 \times 10^6)\} [1.2 \{5.115^2/(5.715^2 - 5.115^2)\} + 2.6 \times \{5.715^2/(5.715^2 - 5.115^2)\}] \\ &= 0.505 \times 10^{-6} \times (4.836 + 13.0685) = 9.0418 \times 10^{-6} \end{aligned}$$

$$A = \{\text{Def} + (1-n) \beta_m\} = \{9.0418 \times 10^{-6} + 0.998 \times 0.48 \times 10^{-4}\} = 0.5695 \times 10^{-4}$$

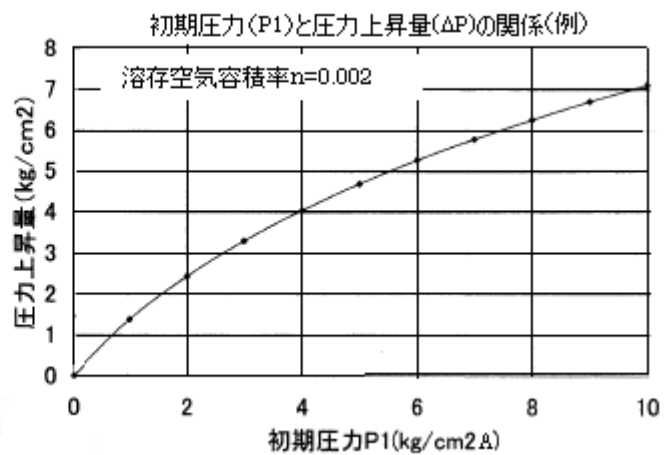
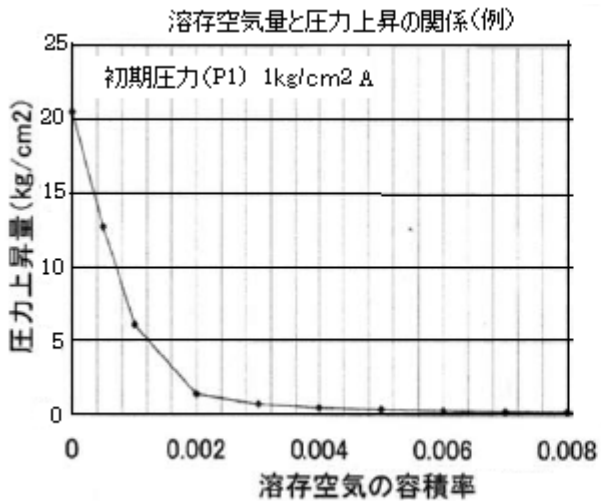
$$B = \{\text{Def} + (1-n) \beta_m\} P_1 + n - \{(1-n) \beta_L + n \beta_a - R \alpha\} \Delta\theta$$

$$\begin{aligned}
&= \{9.0418 \times 10^{-6} + 0.998 \times 0.48 \times 10^{-4}\} \times 1 + 0.002 \\
&\quad - \{0.998 \times 0.15 \times 10^{-3} + 0.002 \times 3.47 \times 10^{-3} - 3 \times 11 \times 10^{-6}\} \times 10 \\
&= 0.5695 \times 10^{-4} + 0.002 - 1.2364 \times 10^{-3} = 8.2055 \times 10^{-4} \\
C &= -\{(1-n)\beta_L + n\beta_a - R\alpha\} P_1 \Delta\theta \\
&= -\{0.998 \times 0.15 \times 10^{-3} + 0.002 \times 3.47 \times 10^{-3} - 3 \times 11 \times 10^{-6}\} \times 1 \times 10 = -1.2364 \times 10^{-3}
\end{aligned}$$

以上より、圧力上昇量及び膨張後の圧力は、次のようになる。

$$\begin{aligned}
\Delta P &= \{-B + (B^2 - 4AC)^{0.5}\} / (2A) \\
&= \{-0.82055 \times 10^{-3} + (0.82055^2 \times 10^{-6} + 4 \times 0.5695 \times 10^{-4} \times 1.2364 \times 10^{-3})^{0.5}\} \\
&\quad / (2 \times 0.5695 \times 10^{-4}) \\
&= 1.38 \text{ kg/cm}^2 \\
P_2 &= 1 + 1.38 = 2.38 \text{ kg/cm}^2 A
\end{aligned}$$

このケースで、溶存空気容積率あるいは初期圧力を変えていった時の様子を下図に示す。
 溶存空気量が増えると圧力上昇は減少する。故に、脱気していない通常の水であれば、液封状態になっても圧力上昇は深刻でない。 また初期圧力が高いほど圧力上昇が大きくなる傾向がある。



【 解 説 】

1. 容器や配管内部の液体膨張/収縮は、外部からの入熱 例えば、

熱交による伝熱、外気温変化による伝熱、火災入熱、太陽輻射熱、ヒートトレース過熱

などによって起きる。その場合、容器や配管の任意区間が閉塞されいわゆる液封状態になっていると、液体の自由膨張量と圧縮量のバランスから $\Delta P = (\beta_L / \beta_m) \Delta \theta$ なる圧力上昇がおきる。水の β_L は β_m の約4倍、太陽輻射熱を長時間受ける場合20°Cぐらいの温度上昇 $\Delta \theta$ があるので、圧力上昇は $\Delta P_i = 4 \times 20 = 80 \text{ kg/cm}^2$ となり極めて高い。ただ液封管路といっても空気などの気体が混入している筈であるから実際はもっと低い、それでもインパクトがある。こんな背景から溶存気体を含まない純液や危険度の高いLPGなどでは流体膨張による圧力上昇を吟味することなく逃がし弁や膨張ポットを設けているのが実態である。しかし、例えば、耐圧試験の圧力保持中に外気温が上昇するなどエンジニアリング状況によっていろんなケースが出現するので、できるだけ**一般化した液膨による圧力上昇の推算式**を作成してみた。それでも、この推算式は単一径/一様加熱の管路を想定しているので適用は限られるが、以下に示すような手続きをまねることで、直面する設備に特化した圧力上昇式を導くことができると思う。

2. 単一径の単純な管路の圧力上昇式の導入過程は次の通り。

(1) 遮断管路に封じ込められた液は自身の温度上昇によって自由膨張する一方で、管壁の拘束によって圧縮される。従って、実際の液膨量(Δf)は次のようである。

$$\Delta f = \Delta V_L - \Delta V_C$$

まず、液の自由膨張量(ΔV_L)は、次のようである(*3)。

$$\Delta V = \{(1-n) \beta_L + n \beta_a\} V_1 \Delta \theta \quad \text{----- (a)}$$

ここで、 β_L = 液体の平均膨張係数($^{\circ}\text{C}^{-1}$)(*1) ----- ($\theta_1 \sim \theta_2$)の間で

β_a = 溶存気体の平均膨張係数($^{\circ}\text{C}^{-1}$)(*4) ----- ($\theta_1 \sim \theta_2$)の間で

V_1 = 膨張前の液の体積(cm^3)、 n = (溶存気体の体積)/(液の体積) (~)

$\Delta \theta$ = 温度差($^{\circ}\text{C}$) = ($\theta_2 - \theta_1$)、 θ_1, θ_2 = 膨張前、膨張後の液体温度($^{\circ}\text{C}$)

次に圧縮量(ΔV_C)は、次のようである(*5)。

$$\Delta V_C = \{(1-n) \beta_m + n / (P_1 + \Delta P)\} V_1 \Delta P \quad \text{----- (b)}$$

ここで、 β_m = 液体の平均圧縮率 (cm^2/kg)(*2) ----- ($\theta_1 \sim \theta_2$)の間で

P_1 = 膨張前の圧力($\text{kg/cm}^2\text{A}$)、 ΔP = 圧力増分(kg/cm^2)

n, V_1 は(a)式に同じ。

(2) 流体の液膨量に対し管路の内容積増分(Δv)は、管の熱膨張分(ΔV_t)と弾性変形分(ΔV_p)の和になる。

$$\Delta v = \Delta V_t + \Delta V_p$$

右辺第1項の管の熱膨張分(ΔV_t)は次式で与えられる。

$$\Delta V_t = \pi (a+u)^2 (L+w) - \pi a^2 L$$

ここで、 a = 管の内径(cm)、 b = 管の外径(cm)、 L = 管路長さ(cm)

u = 内半径の増分(cm)、 w = 管長さの増分(cm)

ΔV_t は、管路の軸方向変位の拘束の有無で違ってくる。まず管路の軸方向変位を拘束しない場合、

$$\text{半径方向の変位: } u = \alpha \Delta \theta a, \quad \text{長手方向の変位: } w = \alpha \Delta \theta L$$

ここで、 α = 線膨張係数($^{\circ}\text{C}^{-1}$)

これらを前式に代入して、次式をえる。なお微小項 u^2 、 uw は無視する。

$$V_t = \pi a^2 w + 2 \pi a u L = \pi a^2 L (w/L + 2u/a) = 3 \alpha \Delta \theta (\pi a^2 L)$$

次に管路の軸方向変位を拘束する場合、 $w = 0$ として

$$\Delta V_t = \pi (a+u)^2 L - \pi a^2 L = 2 \pi a u L = 2(u/L) \pi a^2 L$$

ここで、半径方向変位 u は、軸方向拘束によるポアソン効果を考慮して $u = (1 + \nu) \alpha \Delta \theta L$ なので

$$\Delta V_t = 2(u/L) \pi a^2 L = 2(1 + \nu) \alpha \Delta \theta (\pi a^2 L)$$

以上をまとめて

$$\Delta V_t = R \alpha \Delta \theta (\pi a^2 L) \text{ -----(c)}$$

ここで $R = 3$: 軸方向拘束無し、 $R = 2(1 + \nu)$: 軸方向拘束有り

右辺第 2 項の圧力による弾性変形分(ΔV_p)も、 ΔV_t と同様に、

$$\Delta V_p = \pi (a+u)^2 (L+w) - \pi a^2 L$$

ΔV_t も、管路の軸方向変位の拘束の有無で違ってくる。まず管路の軸方向変位を拘束しない場合(*6)、

$$u = (a/E) \left\{ \frac{(b^2 + a^2)}{(b^2 - a^2)} - \nu \frac{(2a^2 - b^2)}{(b^2 - a^2)} \right\} \Delta P$$

$$w = (L/E) \left\{ \frac{a^2}{(b^2 - a^2)} - \nu \frac{2a^2}{(b^2 - a^2)} \right\} \Delta P$$

ここで、 E = 管材の縦弾性係数(kg f/cm^2)、 ν = ポアソン比

これらを、前式に代入して、次式を得る。なお微小項 u^2 、 uw は無視する。

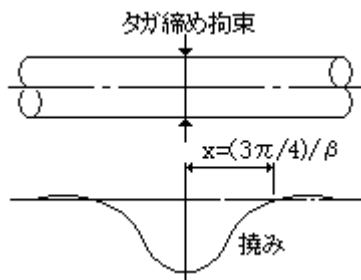
$$V_p = \pi a^2 L (w/L + 2u/a) = (\Delta P/E) (\pi a^2 L) \left[3(1 - 2\nu) \frac{a^2}{(b^2 - a^2)} + 2(1 + \nu) \frac{b^2}{(b^2 - a^2)} \right]$$

次に管路の軸方向を拘束する場合、これは平面ひずみ問題であるから、

$$u = (a/E)(1 + \nu) \left[\frac{(1 - 2\nu) a^2 + b^2}{(b^2 - a^2)} \right] \Delta P, \quad w = 0$$

$$V_p = 2 \pi a u L = (\Delta P/E) (\pi a^2 L) 2(1 + \nu) \left[\frac{(1 - 2\nu) a^2 + b^2}{(b^2 - a^2)} \right]$$

なお、管路には半径方向が拘束される箇所、例えばフランジ/ノズルネック/弁などがある。例えばフランジでは内圧の作用下で丁度下図のように半径方向変位を拘束する。その拘束の波長は $2 \times 3/4 \pi$ 。



故に、 $\beta x = 3\pi/4 \rightarrow x = (3/4) \pi (1/\beta) = 3\pi/4 \left[\frac{(rt)^2/3}{(1 - \nu^2)} \right]^{0.5} = 1.83 (rt)^{0.5}$ (但し β = シェル定数)

そして管部分の拘束範囲は $l_i = (1/2) \times 2 \times 1.83 (rt)^{0.5} = 1.83 (rt)^{0.5}$ 、従って半径拘束のない有効配管長 L_e は

$$L_e = L - \{ 2t_n r_f + t_v n_v + 1.83(n_f + n_v)(rt)^{0.5} + l_o \}$$

$$= [1 - \{ 2t_n r_f + t_v n_v + 1.83(n_f + n_v)(rt)^{0.5} + l_o \} / L] L = \gamma L$$

ここで、 $\gamma =$ 補正係数 $= [1 - \{2t_f m_f + t_v n_v + 1.83(n_f + n_v)(rt)^{0.5} + l_o\}] / L$

$t_f =$ フランジ厚み(cm)、 $t_v =$ 弁部長さ(cm)、 $r =$ 平均管半径(cm)、 $t =$ 管肉厚(cm)

$n_f =$ フランジ箇所数、 $n_v =$ 弁箇所数、 $l_o =$ その他拘束部分長さ(cm)

前式のLの代わりにこの L_e を用いると、安全側に

$$V_p = (\pi a^2 L) D_{ef} \Delta P \text{ -----(d)}$$

ここで $D_{ef} = (\gamma / E) [3(1 - 2\nu) a^2 / (b^2 - a^2) + 2(1 + \nu) b^2 / (b^2 - a^2)]$: 軸方向拘束無し

$= \{2(1 + \nu) \gamma / E\} \{(1 - 2\nu) a^2 + b^2\} / (b^2 - a^2)$: 軸方向拘束有り

(3) 液膨張量(ΔV)と管路内容積の増分(ΔV)は等しいので、(a) - (b) = (c) + (d) とおいて

$$\{(1 - n) \beta_L + n \beta_a - R \alpha\} V_1 \Delta \theta - \{(1 - n) \beta_m + n / (P_1 + dP)\} V_1 \Delta P = D_{ef} V_1 \Delta P \quad (\text{但し } V_1 = \pi a^2 L)$$

これを变形して、次の ΔP についての2次方程式を得る。

$$\{D_{ef} + (1 - n) \beta_m\} \Delta P^2 + [\{D_{ef} + (1 - n) \beta_m\} P_1 + n - \{(1 - n) \beta_L + n \beta_a\} \Delta \theta] \Delta P - \{(1 - n) \beta_L + n \beta_a\} \Delta \theta P_1 = 0$$

従って、 $\Delta P = \{-B \pm (B^2 - 4AC)^{0.5}\} / (2A)$

$$A = \{D_{ef} + (1 - n) \beta_m\}$$

$$B = \{D_{ef} + (1 - n) \beta_m\} P_1 + n - \{(1 - n) \beta_L + n \beta_a - R \alpha\} \Delta \theta$$

$$C = -\{(1 - n) \beta_L + n \beta_a - R \alpha\} P_1 \Delta \theta$$

実際の運用の範囲では分子の±は+側になる。また液中に気体が溶存しない場合は $n = 0$ になるので

$$A = (D_{ef} + \beta_m), B = (D_{ef} + \beta_m) P_1 - (\beta_L - R \alpha) \Delta \theta, C = -(\beta_L - R \alpha) P_1 \Delta \theta$$

従って $\Delta P = \{(\beta_L - R \alpha) / (D_{ef} + \beta_m)\} \Delta \theta$

(4) 上記の ΔP 式でパラメータ D_{ef} 、 R は管路の軸方向の動きを拘束するかしないかで異なってくる。

管路の軸方向の動きを完全に拘束することは殆どないが、埋設管の場合これに近い扱いがされる(*7)。

地上配管は軸方向を完全に止めてしまうと熱膨張応力が大きくなるので、軸方向は半分フリーになっていると考えられる。なお曲がりがあるとそこで变形して容積が増える。ただ、軸方向の拘束有無による影響は通常、それ程大きなものではない。要は安全側に選択する。

(*1) 流体膨張量/膨張係数については下記[JSME 機械工学便覧(第6版)11-1,3,9 抜粋]参照のこと。

1・2 熱膨張係数

固体の線膨張係数 α と固体、液体、気体の体膨張係数 β は次のように定義される。

$$\alpha = \frac{1}{l_0} \frac{dl_t}{dt}, \quad \beta = \frac{1}{V_0} \frac{dV_t}{dt}$$

ここで、 l_0 と V_0 は 0°C における、 l_t と V_t は $t^\circ\text{C}$ における長さや体積である。これらの熱膨張係数は一般に温度の関数であるが、 $t_1^\circ\text{C}$ から $t_2^\circ\text{C}$ までの平均の熱膨張係数は次のように定義される。

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{l_0} \frac{l_2 - l_1}{t_2 - t_1}, \quad \bar{\beta} = \frac{1}{V_0} \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1}$$

ここで、固体や液体では膨張がわずかであるので、 l_0 や V_0 の代わりに l_1 や V_1 を使ってもその差はわずかである。等方性固体の場合には、 $\beta \approx 3\alpha$ (または $\bar{\beta} \approx 3\bar{\alpha}$)、また面膨張係数 $\approx 2\alpha$ (または $\approx 2\bar{\alpha}$) の関係が成り立つ。

a. 固体 各種固体の線膨張係数を第6表⁽⁴⁾および第7表に示す。圧力の影響は通常はわずかであり、無視できる場合が多い。固体元素については、その線膨張係数と融点との間には簡単な関係があることがわかっている。すなわちこの両者の値を縦軸と横軸にとって各元素の位置を表すと、それらはほぼ一本の曲線上に並ぶので、この関係を利用して未知の物質についてもこれらの値を推定することができる。

b. 液体 各種液体の体膨張係数を第8表⁽⁵⁾に示す。圧力の影響は無視できる場合が多い。

c. 気体 多くの気体は比較的低圧では理想気体として近似できるが、理想気体の場合には、体膨張係数 β_t は次式で表される。ここで基準体積としては任意の温度 $t^\circ\text{C}$ における体積 V_t を用いる。

第8表 液体の体膨張係数⁽⁵⁾ (20°C において)

$\times 10^{-3}$		$\times 10^{-3}$		$\times 10^{-3}$		$\times 10^{-3}$	
アセトン	1.487	グリセリン	0.505	ペンタン	1.608	Hg	0.175 ^{*2}
アルコール (エチル)	1.12	クロロホルム	1.273	水	0.207	Li	0.164 ^{*3}
(メチル)	1.199	酢酸	1.071	硫酸 (11% 水溶液)	0.39	Na	0.274 ^{*3}
エーテル	1.656	四塩化炭素	1.236	(100%)	0.56	K	0.296 ^{*3}
オリーブ油	0.721	食塩 (21% 水溶液)	0.41	—液体金属—	—	Na 56% + K 44%	0.304 ^{*3}
塩化カルシウム (6% 水溶液)	0.25	水銀	0.182	Bi	0.125 ^{*1}	Na 22% + K 78%	0.294 ^{*3}
(41% 水溶液)	0.46	二硫化炭素	1.218	Pb	0.110 ^{*1}		
		ベンゼン	1.237	Bi 55.5% + Pb 44.5%	0.133 ^{*1}		

*1 は 427°C 、*2 は 93°C 、*3 は 260°C における体積を基準にした体膨張係数。
温度範囲は *1 は $427\sim 871^\circ\text{C}$ 、*2 は $93\sim 204^\circ\text{C}$ 、*3 は $260\sim 649^\circ\text{C}$ 。

第16表 水の熱的性質 圧力: 1 kgf/cm^2 (飽和温度以上は飽和圧力)

温度 $t^\circ\text{C}$	比重 γ kgf/m^3	定圧比熱 c_p $\text{kcal/kg}^\circ\text{C}$	粘性係数 η kgfs/m^2	動粘性係数 ν m^2/s	熱伝導率 λ $\text{kcal/mh}^\circ\text{C}$	温度伝導率 a m^2/h	プラントル数 Pr	膨張率 β (1°C)
			$\times 10^{-4}$	$\times 10^{-6}$		$\times 10^{-4}$		$\times 10^{-3}$
0	999.9	1.008	1.829	1.79	0.489	4.85	13.3	-0.06
10	999.7	1.002	1.336	1.31	0.505	5.04	9.36	+0.09
20	998.2	0.999	1.022	1.00	0.518	5.08	7.09	0.20
30	995.7	0.998	0.816	0.803	0.531	5.34	5.41	0.29
40	992.3	0.998	0.676	0.668	0.543	5.48	4.39	0.38
50	988.1	0.999	0.559	0.555	0.552	5.59	3.57	0.45
60	983.2	1.000	0.482	0.480	0.562	5.72	3.02	0.54
70	977.8	1.001	0.416	0.417	0.571	5.85	2.69	0.59
80	971.8	1.003	0.365	0.368	0.578	5.93	2.23	0.65
90	965.3	1.005	0.323	0.328	0.583	6.01	1.97	0.72
100	958.4	1.007	0.290	0.297	0.586	6.08	1.76	0.78
120	943.1	1.014	0.238	0.247	0.589	6.16	1.44	0.91
140	926.1	1.023	0.197	0.209	0.588	6.21	1.21	1.05
160	907.3	1.037	0.172	0.186	0.585	6.22	1.08	1.20
180	886.9	1.054	0.152	0.168	0.578	6.25	0.97	1.37

(*2) 流体圧縮量/圧縮率については下記[JSME 機械工学便覧(第6版)8-2 抜粋]参照のこと。

1・1・2 圧縮率 β および比容積 v 体積 V の液体にはたらく圧力を Δp だけ強めたとき、体積が ΔV だけ減少したとすれば、

$$\beta = \Delta V / (V \Delta p) \\ = \Delta v / (v \Delta p) \rightarrow -(1/v)(dv/dp)$$

ここに、 v は比容積(単位重量の体積) $v=1/\gamma$ 。
種々の液体の β を第5表、第6表に、水の v を第7表⁽³⁾に示す。

第5表 水の圧縮率 β m^2/kgf $\times 10^{-8}$

温度 $^{\circ}C$	0	10	20	50
圧力範囲 atm				
1~25	0.508	0.484	0.475	
25~50	0.499	0.476	0.461	
50~75	0.493	0.458	0.441	
75~100	0.486	0.455	0.438	
1~500	0.460	0.433	0.420	0.403
500~1000	0.403	0.382	0.368	0.354
1000~1500	0.346	0.337	0.327	0.315

第7表⁽³⁾ 水の比容積 v (単位は 1 atm, $4^{\circ}C$ の水を1とする)

温度 $^{\circ}C$	0	20	50	100	200	300
圧力 kgf/cm^2						
50	0.9977	0.9995	1.0099	1.0409	1.1532	
100	0.9952	0.9973	1.0077	1.0385	1.1485	1.3979
200	0.9905	0.9929	1.0035	1.0337	1.1395	1.3612
500	0.9774	0.9815	0.9921			
1000	0.9579	0.9631	0.9744			
2000	0.9261	0.9328	0.9446			
4000	0.8808	0.8881	0.8997			

機械工学便覧(第6版)JSME 8-2より抜粋

第6表 液体の圧縮率 β m^2/kgf $\times 10^{-8}$

物 質	温度 $^{\circ}C$	圧力範囲 kgf/cm^2	圧 縮 率
海 水	10	1~150	0.44
水	20	1~100	0.0393
グリセリン	14.8	1~10	0.221
エチルアルコール	14	9~38	1.01
メチルアルコール	14.7	8~37	1.04
ベンゼン	16	8~37	0.9
オリブ油	20	1~10	0.6

(*3) (a)式は、液体の自由膨張量と気体の自由膨張量の和である。

定義(*1)に従えば、液体の自由膨張量(dV)は一般に次のようである。

$$dV = \beta_L \cdot V_0 \cdot d\theta \quad (\text{ここで、}\beta_L = \text{流体の瞬間膨張係数、}V_0 = 0^{\circ}C \text{における液の体積})$$

$$\text{従って } \int dV = V_0 \int \beta_L \cdot d\theta = V_0 \beta_L \int d\theta \rightarrow (V_2 - V_1) = V_0 \beta_L (\theta_2 - \theta_1) \rightarrow \Delta V = V_0 \beta_L \Delta \theta$$

ここで、 $\beta_L = (\beta_{L1} + \beta_{L2})/2$ 即ち平均膨張係数である。また $V_0 = V$ (変化無し)としても実用上

差し支えないので、結局、 $\Delta V = V \beta_L \Delta \theta$ が得られる。ここでは $\Delta V = (1-n)V \beta_L \Delta \theta$

気体の自由膨張量も同じ考えにより、 $\Delta V = n \beta_a \Delta \theta$ になる。

なお、具体的には例題参照のこと。なお、(*1)の便覧の膨張係数は瞬間膨張係数と解釈される。

(*4) 気体の膨張係数は $\beta_a = 1/(\theta + 273)$ 但し θ は気体温度($^{\circ}C$)。

(*5) 液中に気体が含まれるので 液相の圧縮分+気相の圧縮分、即ち $dV_T = dV_L + dV_a$ で考える。

ここで、液相圧縮分 dV_L は、機工便覧の定義式 $\beta = dV/(VdP)$ を用いて、

$$dV_L = (1-n) \beta_m V_1 dP$$

次に気相圧縮分 dV_{Add} は、状態式 $PV = GRT$ を微分して $VdP + PdV = 0 \rightarrow dV = -(V/P)dP$ 、この
符号を改めて $dV = (V/P)dP$ 、 dV_a に適用して

$$dV_a = (V_a/P_2)dP = \{nV_1/(P_1 + dP)\}dP \quad (\text{但し } n = V_a/V, V_a \text{ は気相体積})$$

従って

$$dV_T = (1-n) \beta_m V_1 dP + \{nV_1/(P_1 + dP)\}dP = \{(1-n) \beta_m + n/(P_1 + dP)\} V_1 dP$$

即ち、(b)式が得られる。なお、(*2)の便覧の圧縮率は瞬間圧縮率と解釈される。

(*6) 例えば、鶴戸口英善「材料力学下巻」による。

(*7) 例えば、ASME B31.4 の 419.5 項では、軸方向拘束/半径方向拘束なしになる。