

【整番】FE-20-TM-003	【標題】 基本的なターボコンプレッサ系のサージングの可否
分類：流れ(流れ不安定)／種別：技術メモ	作成年月：H19.11／改訂：Ver0.1 (H20. 1) 作成者：N.Miyamoto

誤謬訂正

全6枚

## 1. はじめに

(1) 通常サージングは流量不安定をいい、性能ダウン、計測/制御不能、振動あるいは衝撃音など、設備の運転に障害を与え、場合によって設備を損傷する。プラント設備においてサージングはターボマシン(遠心ポンプ/ターボコンプレッサ/タービン)で駆動されるシステムに発生することが多く、その現象および原因についてはよくスタディされている。ただその成果が行き渡って、十分な設計認識になっているようには見受けられない。その点、下記の Greitzer 文献に示される代表的なサージングパターンに関する判別式は、因果関係の認識に役立つと思われる。

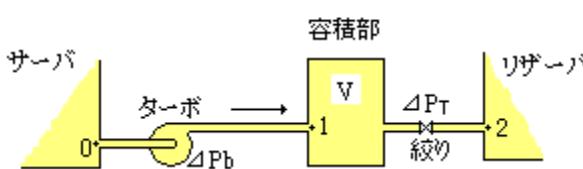
The Stability of Pumping System—The 1980 Freeman Scholar Lecture

By E. M. Greitzer (J of Fluid Engineering June 1981 Vol.103/193)

ターボポンプについては、既に[FE-20-TM-001]、[FE-20-TM-002]でその判別式を示した。本 TS では引き続いてターボコンプレッサ(遠心圧縮機/ターボプロワ類)のサージングについて述べる。

(2) ターボコンプレッサの場合、流体はガス or ベーパであるから、非圧縮性流体を扱うターボポンプと異なって、圧縮性を考慮して不安定性解析を行う必要がある。圧縮性流体をフィードする管路の特徴は慣性としての働きと容積としての働きが混在することである。比較的短い管路であれば後者を無視しても構わないが管路が長くなれば容積としての働きが強まり決してこれを無視することができない。従って長い管路を扱う場合、[FE-20-TM-002]のように管路の慣性のみに着目して  $[H - (\Delta P_p / \gamma) + (1/\gamma)(L/A_{in})(dm/dt)]$  の様に扱うことはできない。即ち集中定数的扱いではなく連続体としての扱いが必要になるが、ここでは簡便で目安的な不安定性判別という趣旨から、下図のモデルによって敢えて集中定数的な扱いを行う。

図1 ターボコンプレッサ系モデル



<仮定条件>

- ① 管路流れは低マッハ数で非圧縮性流れで扱えるものとする。
- ② 容積部の気体は断熱変化するものとする。
- ③ 系の両端(サーバ/リザーバ)の圧力  $P_0, P_2$  は一定とする。
- ④ 管路の動圧や圧損は無視できるオーダーとする。
- ⑤ プロワは過渡状態でも定常の特性曲線に従うとする。
- ⑥ 絞りを含む区間(1~2)の流体慣性は無視できるとする。

## 2. 安定性判別式

(1) 系の安定性に関する特性方程式は下記の通り。

$$s^2 + [1/\{B(d\Delta P_T/d\phi)\} - B(d\Delta P_b/d\phi)]s + \{1 - (d\Delta P_b/d\phi)/(d\Delta P_T/d\phi)\} = 0 \quad \dots \quad (1)$$

この特性方程式に基づく安定性判別は下記による。

$$\{1 - (d\Delta P_b/d\phi)/(d\Delta P_T/d\phi)\} < 0 \text{ のとき} \rightarrow \text{ 静的不安定} \quad \dots \quad (2)$$

$$\{1/(B d\Delta P_T/d\phi) - B(d\Delta P_b/d\phi)\} < 0 \text{ のとき} \rightarrow \text{ 動的不安定} \quad \dots \quad (3)$$

ここで、 $B$ =安定性パラメータ  $= U/(2\omega L)$ 、 $s$ =Growth rate(増分率)、 $d$ =微分演算子

$d\Delta P_T/d\phi = \phi$  の変化に対する  $\Delta P_T$  の変化の割合  $= (2A_{in}/U)\{k/(\rho g^2 A^2)\}m$  -----解説(5)参照

$d\Delta P_b/d\phi = \phi$  の変化に対する  $\Delta P_b$  の変化の割合 ----- プロワの性能曲線より設定。解説(6)参照

$$\phi = \text{質量パラメータ} = m / (\rho A_{in} U),$$

$$\Delta P_T = \text{圧力降下パラメータ(無次元)} = \Delta P_T / (0.5 \rho U^2)$$

$$\Delta P_b = \text{圧力上昇パラメータ(無次元)} = \Delta P_b / (0.5 \rho U^2)$$

$$\omega = \text{ヘルムホルツの共鳴円振動数} = a \{A_{in} / (VL)\}^{0.5}, U = \text{プロワの羽根周速度(m/s)}$$

$$m = \text{質量運転流量(kg/s)}, \rho = \text{流体密度(kg s}^2/\text{m}^4\text{)}, g = \text{重力加速度} (= 9.807 \text{m/s}^2)$$

$$\Delta P_T = \text{絞りによる圧力降下(kg/m}^2\text{)}, \Delta P_b = \text{プロワによる圧力上昇(kg/m}^2\text{)}$$

$$A_{in} = \text{管路代表面積(プロワ出口面積)(m}^2\text{)}, V = \text{容積部の容量(m}^3\text{)}$$

$$L = 0 \sim 1 \text{区間の基準長さ(m)} = \sum A_i L_i / A_{in} \cdots \cdots \text{異なる管径で管路が構成されているとき}$$

$$k = \text{絞り部の圧損係数}, A = \text{絞りのある管路の公称流路断面積(m}^2\text{)}$$

なお、(3)式からサージ発生に関して次の傾向が読み取れる。

- ①  $(d\Delta P_b/d\phi)$ はコンプレッサの性能曲線(流量-吐出圧力関係)の勾配を表わすが、これが正(即ち右上がり)になると、 $\{1/(B d\Delta P_T/d\phi)\} < B(d\Delta P_b/d\phi)$ となって、左辺が負すなわちサージが起きる可能性がでてくる。 $(d\Delta P_b/d\phi)$ が負(即ち右下がり)であれば、 $\{1/(B d\Delta P_T/d\phi)\}$ が常に正であるから、左辺は正になってサージは発生しない。  
[これは(2)式の静的不安定でも同様で、曲線が右上がりのとき静的不安定の恐れがでてくる。]
- ②  $(d\Delta P_T/d\phi)$ は流量-絞り差圧の関係を示すもので常に正であるが、これが大きいと $\{1/(B d\Delta P_T/d\phi)\}$ がダウンして、左辺が負になる傾向が強まりサージが起こり易くなる。
- ③ パラメータ B が大きくなると第 1 項はダウンし第 2 項はアップして左辺は負になり易い。  
[パラメータ B については解説(7)を参照のこと]

(2) 式の運用について。コンプレッサの性能曲線(流量-吐出圧力関係)の右上がり部分[少流量域]で運転する場合は上記のようにサージが起きる恐れがあるので判別式を用いる。性能曲線の右上がり部分[中/大流量域]で運転する場合はサージは起きない。判別の手順は次の通り。

ステップ 1： 当該設備に対して大雑把にみて図 1 のモデルが成立するか考察する。

ステップ 2： コンプレッサの性能曲線[流量-吐出圧力関係]から運転点の流量に対する吐出圧力勾配 $[d\Delta P_b/d\phi]$ を求める。

ステップ 3： 絞り部の流量 - 圧損関係から差圧勾配 $[d\Delta P_T/d\phi]$ を求める。またパラメータ B を計算する。

ステップ 4： これらを(2),(3)式に代入して安定性を調べる。

## 【解説】

(1) Greizer の文献に基づいて判別式の導入過程を以下に示す。

区間  $0 \sim 1$  の非定常流れを考えると

$$P_0 + \rho v_0^2/2 = P_1 - \angle P_b + \rho v_1^2/2 + P_{loss1} + \rho \int_0^1 (\partial C_x / \partial t) dx$$

$$\text{変形して } P_0 - P_1 = \rho \int_0^1 (\partial C_x / \partial t) dx - (\angle P_b - P_{loss1}) + \rho (v_1^2 - v_0^2) / 2$$

動圧項  $\rho v^2/2$  / 壓損項  $P_{loss}$  を無視し、 $C_x = Q/A_x = (m_1/\rho) (1/A_x)$  とすれば

$$P_0 - P_1 = \rho \int_0^1 (\partial C_x / \partial t) dx - \Delta P_b = \rho \int_0^1 (1 / \rho / A_x) (\partial m / \partial t) dx - \Delta P_b = (dm / dt) \int_0^1 (1 / A_x) dx - \Delta P_b$$

ここで、等価長さ  $L = A_{in} \int_0^1 (1/A_x) dx$  を定義すれば、

次に、容積部においては出入の質量流量の変化は容積部の質量変化に等しいので

$$m_1 - m_2 = d(\rho V)/dt = V(d\rho/dt) + \rho(dV/dt)$$

ここで  $dV/dt=0$  であるから  $m_1 - m_2 = V(d\rho/dt)$  になる。

更に容積部では等エントロピー関係:  $P/\rho^\kappa = \text{一定}$  ( $\kappa = \text{比熱比}$ ) より  $\rho = (P/C)^{1/\kappa}$  ( $C = \text{定数}$ ) であるから

$$m_1 - m_2 = V(d(P/C)^{1/\kappa}/dt) = V\{d(P/C)^{1/\kappa}/dP\} (dP/dt) = \{V/(\kappa P)\} (P/C)^{1/\kappa} (dP/dt)$$

$$= \{\rho V/(\kappa P)\} (dP/dt)$$

$P = P_1$  として、

$$m_1 - m_2 = \{ \rho V / ( \kappa P_1 ) \} (dP_1/dt) \quad \text{----- (b)}$$

次にボリュームタンクからリザーバ入口までは、慣性抵抗(イナータンス)を無視し、絞りによる圧力降下のみを考えて、

$$P_1 - P_2 = \angle P_T \quad \text{----- (c)}$$

(a)(b)(c)式を連立させることで、特性方程式が得られる。

(2) (a),(b)式は系の流れを記述するもので、(a)式を(b)式に代入して

$$m_1 - m_2 = \rho V / (\kappa P_1) \cdot d[-(L/A_{in})(dm_1/dt) + P_o + \Delta P_b] / dt = -(L/A_{in}) \{ \rho V / (\kappa P_1) \} (dm_1/dt)$$

ここで  $m_2 = 0$  とすれば、 $m_1 - m_2 = m_1$  なので

$$(L/A_{in}) \{ \rho V / (\kappa P_1) \} (d^2m_1/dt^2) + m_1 = Mm_1'' + Km_1 = 0$$

これは流路の固有振動数を与える自由振動式である。従って固有角振動数  $\omega$  は

$$\omega = (K/M)^{0.5} = [(A_{in}/L) \{ \kappa P_1 / (\rho V) \}]^{0.5} = [\{A_{in}/(VL)\} (\kappa P_1 / \rho)]^{0.5}$$

$(\kappa P_1 / \rho)^{0.5}$  は、流体音速  $a$  であるから

$$\omega = a \{A_{in}/(VL)\}^{0.5} \quad \dots \quad (d)$$

この $\omega$ は、いわゆる **Helmholtz** の共鳴振動数である。

(3) ここで、与えられた系に微小擾乱が加わったとして、各質量  $m$ 、各圧力  $P$  を平均成分 + 変動成分に展開する。

$$m_1 \equiv m^* + \delta m_1, \quad m_2 \equiv m_2^* + \delta m_2$$

$$P_0 \equiv P_0^*, \quad P_1 \equiv P_1^* + \delta P_1, \quad P_2 \equiv P_2^*$$

$$\angle P_b = \angle P_b^* + \delta \quad \angle P_b = \angle P_b^* + \{d(\angle P_b)/dm\} \delta \quad m_1$$

$$\angle P_T = \angle P_T^* + \delta \quad \angle P_T = \angle P_T^* + \{d(\angle P_T)/dm\} \delta m_2$$

これらを(a)(b)(c)式に用いる。結果として

$$\{d(\angle P_b)/dm\} \delta m_1 - (L/A_{in})(d \delta m_1/dt) - \delta P_1 = 0 \quad \text{----- (d)}$$

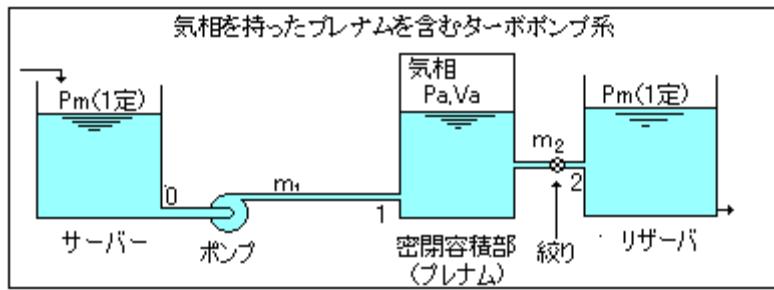
$$\delta \mathbf{m}_1 - \delta \mathbf{m}_2 = \{ \rho \mathbf{V} / (\kappa P_1) \} (d \delta P_1 / dt) \quad \text{----- (e)}$$

$$\{ d(\angle P_T^*)/dm\} \delta m_2 - \delta P_1 = 0 \quad \text{----- (f)}$$

(d)(e)(f)式から、2次成分  $\delta m_2$  と  $\delta P_1$  を消去すると

$$d^2 \delta m_1/dt^2 + [(a^2/V)(L/A_{in})\{1/(d\angle P_T/dm)\} - (d\angle P_b/dm)(A_{in}/L)d\delta m_1/dt + \{1 - (d\angle P_b/dm)/(d\angle P_T/dm)\}(A_{in}/L) \{ \kappa P / (\rho V) \} \delta m_1 = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (g)$$

この式は、 $P_a$ ,  $V_a$ が  $P$ ,  $V$ になることを除けば、[FE-20-TM-002]で扱った下記のターボポンプモデルと全く同じフォームになる。



更に、 $(A_{in}/L) \{ \kappa P / (\rho V) \} = (\kappa P / \rho) \{ A_{in} / (VL) \} = [a \{ A_{in} / (VL) \}^{0.5}]^2 = \omega^2$  であるから

(4) ここで、 $t = \omega t$ 、 $\phi = m/(\rho A_{in}U)$ 、 $\angle P_b = \angle P_b / (\rho U^2/2)$ 、 $\angle P_T = \angle P_T / (\rho U^2/2)$  とおくと  
 $t = t/\omega$ 、 $m = \phi \rho A_{in}U$ 、 $\angle P_b = \angle P_b (\rho U^2/2)$ 、 $\angle P_T = \angle P_T (\rho U^2/2)$

このとき、 $d(\delta m)/dt = \rho A_{in} U \omega d(\delta \phi)/dt$ 、 $d^2(\delta m)/dt^2 = \rho A_{in} U \omega^2 d^2(\delta \phi)/dt$  であるから

$$\begin{aligned} \frac{d^2(\delta - \phi)}{dt^2} + (1/\omega) [ (a^2/V)(L/A_{in}) \{ 1/(d\angle P_T/dm) \} - (d\angle P_b/dm) ] (A_{in}/L) d(\delta - \phi)/dt \\ + \{ 1 - (d\angle P_b/dm) / (d\angle P_T/dm) \} (\delta - \phi) = 0 \end{aligned}$$

$d/dt = \mathbf{s}$  とすれば、

$$\mathbf{s}^2 + (1/\omega) [(a^2/V)(L/A_{in})\{1/(d\angle P_T/dm) - (d\angle P_b/dm)(A_{in}/L)\mathbf{s} \\ + \{1 - (d\angle P_b/dm)/(d\angle P_T/dm)\} = 0$$

ここで、 $d\angle P_T/dm = \{U/(2A_{in})\}(d\angle P_T/\delta\phi)$ 、 $d\delta P_b/dm = \{U/(2A_{in})\}(d\angle P_b/\delta\phi)$ 。これを上式に用いて整理すると、次の特性方程式を得る。

$$\mathbf{s}^2 + \{1/(B \Delta P_T/d\phi)\} - B(\Delta P_b/d\phi)(A_{in}/L)\mathbf{s} + \{1 - (\Delta P_b/d\phi)/(\Delta P_T/d\phi)\} = 0 \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

ここで  $B = \text{安定性パラメータ} = U/(2\omega L)$

これは 2 次式  $s^2 + \alpha s + \beta = 0$  の形を採り  $\alpha$  及び  $\beta$  が負のとき不安定になる。故に

$\{1/(B \frac{d\angle P_T}{d\phi})\} - B(\frac{d\angle P_b}{d\phi}) < 0$  のとき 動的不安定

$\{1 - (d\angle P_b/d\phi)/(d\angle P_T/d\phi)\} < 0$  のとき 静的不安定

になる(この辺りについては[FE-20-TM-002]を参照のこと)。

(5)  $(d\Delta P_T/d\phi)$ について。これは $\phi$ の変化に対する絞り圧損 $\Delta P_T$ の変化の割合を示す。圧損 $\Delta P_T$ は

$$\Delta P_T = (1/2)k \rho v^2 = (1/2)k (\gamma/g) (m/\gamma A)^2 = \{k/(2g\gamma A^2)\}m^2$$

ここで、 $k$ =圧損係数、 $v$ =管路の流速、 $\gamma$ =流体比重、 $A$ =管路断面積、  
微分して  $d(\Delta P_T)/dm = \{k/(g\gamma A^2)\}m$  これを用いて、

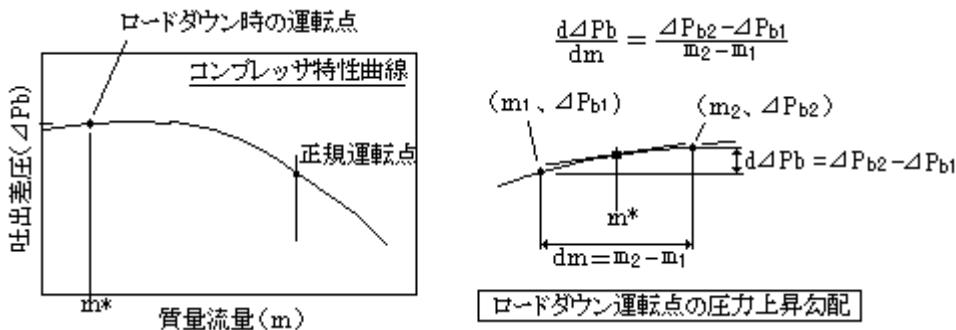
$$d\Delta P_T/d\phi = d\{\Delta P_T/(0.5 \rho U^2)\}/d\{m/(\rho A_{in}U)\} = (2A_{in}/U)(d\Delta P_T/dm) = (2A_{in}/U)\{k/(g^2 A^2)\}m$$

この式を用いて任意の質量流量 $m$ に対する $(d\Delta P_T/d\phi)$ が計算される。

(6)  $(d\Delta P_b/d\phi)$ について。これは $\phi$ の変化に対するコンプレッサによる昇圧 $\Delta P_b$ の変化の割合であって、

$$(d\Delta P_b/d\phi) = d\{\Delta P_b/(0.5 \rho U^2)\}/d\{m/(\rho A_{in}U)\} = (2A_{in}/U)(d\Delta P_b/dm)$$

$(d\Delta P_b/dm)$ は、コンプレッサの流量 - 吐出差圧の関係から得られる。即ち、性能曲線(特性曲線)を $\Delta P_b = f(m)$ で表わしこの関数 $f(m)$ を1回微分した上で、当該運転流量を $m$ に代入して得られる。しかし多くの場合、ここで対象とする性能曲線の右上がり部分はリニアに近いので、下図のように当該運転流量の前後にポイントをとって $(d\Delta P_b/dm)$ を求めてよい。



(7) 安定性パラメータ Bについて。このパラメータはもともと Greizer が軸流圧縮機系の安定性の指標に用いたものである。この無次元パラメータは、

- ① サージと回転ストール(\*1)の発生境界の指標
- ② 圧縮システムのオーバーオールな過渡挙動の指標

として用いられる。

①については、Fig.19 と Fig.20 が参考になる。パラメータ B には限界値があつて、これによって

$B < B_{critical}$  のとき → 回転ストール領域 (Fig.19 左図)

$B > B_{critical}$  のとき → サージ領域 (Fig.19 右図)

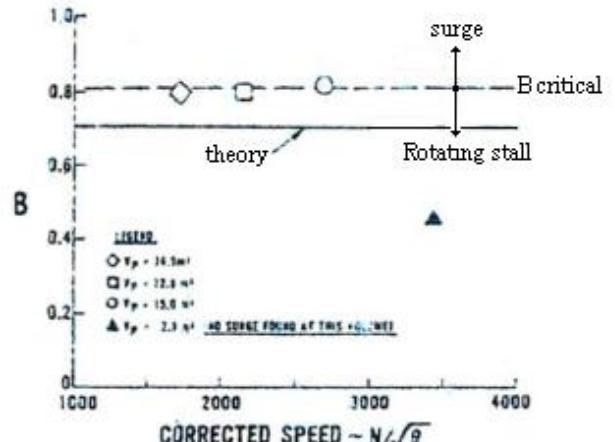
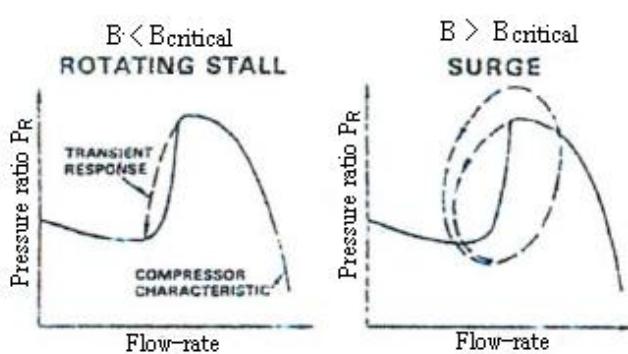
に別れる。Fig.20 からわかるように  $B_{critical}$  は一定値で理論値よりやや高めになる。なおこの図では  $B_{critical}$  は 0.8 になっているが、システムによって異なり一率ではない。B パラメータは

$$B = U/(2\omega L) = (\rho U^2/2)A/(\rho U \omega L A)$$

=(ダクト中の流体を加速するための駆動力)/(局部的な流体の加速から生じる慣性力)

で定義される。分子は、ダクト前後の差圧に打ち勝って流体を流すための力で、その一部が分母の流体慣性力に変わる。上記の定義式では、分子/分母とも回転体の速度  $U$  を含んでいる。ここで速度  $U$  が上がれば  $B$  は大きくなるが、分子の方が  $U$  の 2 乗、分母の方が  $U$  の 1 乗に比例するので駆動力即ち

内部流体を加速させる力は強まるものの、慣性力はこれに遅れて軸方向速度の逸走が著しくなる。故にサージ傾向は強まり、回転ストール傾向は弱まる。



②は、たとえ異なるシステムであっても、同じ B 値であればその過渡的挙動は同一傾向になることをいう。これについては種々議論があるようであるが、別途 TS で扱うものとしてここでは割愛する。

①において B が増加するとサージ傾向が強まるという事実は、特性方程式において  $\{1/(B d\Delta P_T/d\phi)\} - B(d\Delta P_b/d\phi) < 0$  のとき 動的不安定 という事実にマッチするようだ。 $[d\Delta P_b/d\phi]$  が正即ち性能曲線の右上がり部分では、B が大きくなると左辺の第 1 項と第 2 項の差が開き不安定の傾向が強まると考えられるからである。安定性パラメータは

$$B = U/(2\omega L) = U/[2a\{A_{in}L/V\}^{0.5}]$$

であるからコンプレッサの回転周速度 U が高く、容積部の容積 V が大きく、管路の容積  $A_{in}L$  が小さいときに不安定度が強まると思われる。

(\*1) 回転ストールは、少流量域で回転羽根の外周に剥離渦ができるこれが回転とともに移動して不安定化し、揺動/振動がでる現象。

以上