

【整番 FE-19-TM-150】		ASME Appendix N の流れ誘起振動関連の紹介	
分類：流れ(流体振動)／種別：技術メモ	作成年月：H28.10／改訂：Ver.0.0 (H28.11)	作成者：N. Miyamoto	

全 43 枚

プラントなど各種産業設備の設計の中には**動的設計**というアイテムが含まれていて設計者に負担を与えている。動的設計は静的設計と対をなしており、静的設計を日常的なワークとすれば、動的設計は非日常的なワークということになる。事実、静的設計はテキスト的な力・変位関係や流量・圧力関係等をベースにした設計になり比較的単純で具体性があるが、動的設計は内部流体も含めて設備構成要素が持つ動特性（振動特性/固有振動/固有モード/減衰能力/応答特性など）を考慮した設計になりかなり複雑で抽象性がある。そのため長年、動的設計は特殊扱いされ 極端には R&D 的に扱われることも多かった。しかし近年、各種設備の動特性の解明や事例の究明あるいはソフトウェアの充実などが進んで設計者自らが判断し、行動できる状況になっている。しかしそのような状況ではかえって情報過多に陥って問題の本質が見えにくくなる傾向がある。おそらく R&D 関連も含めて技術情報を概括し合理的な設計に誘導する手引き(ガイド) のようなものが必要である。

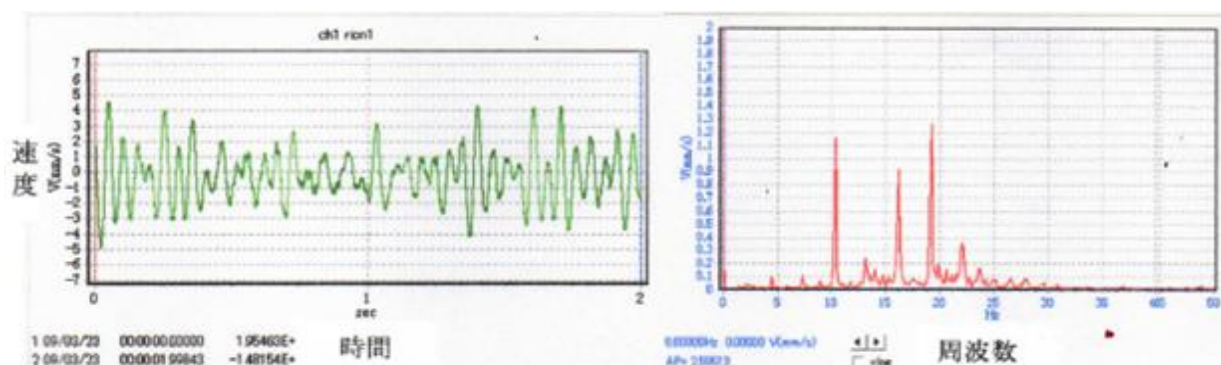
下記の資料は ASME 規格の一部であるが、Nuclear 関連設備の動的設計(→動的解析法)のガイドライン的なコメントを提供している。

ASME Sect.III Div.1 Appendix N Dynamic Analysis Methods
--

Nuclear 設備の構成は炉本体を除けば一般プラントと類似しており Appendix N の内容は恐らく各種産業設備の動的設計にも有効で、ある種の刺激剤になると思われる（事実、プラント設備の振動問題では引用が多い）。Appendix の内容は、地震、構造振動、流体振動、流体・シェル連成問題、流体過渡、衝撃荷重及び組合せ応答になっているが、ここではまず下記の流体振動(**流れ誘起振動**) 関連アイテムを取り上げて紹介してみたい。

① 渦放出振動、 ② 流力弾性振動、 ③ 不規則振動

なお本 TS は訳文を主体にしている。学術的な記述も多くわかりづらい所も多いので補足説明を付けてはいるが、筆者の学力不足でまだ十分ではない(今後拡充する)。エンジニアリング的に重要な①②については、それぞれ別途に設計ガイド的な TS を作成したい。また残りの地震、構造振動及び流体・シェル連成問題などについても引き続き紹介してゆく予定である。



1. Appendix N の流れ誘起振動関連の内容 (訳文)

以下に Appendix の N-1310～N-1340 の記述内容を訳文の形で紹介する(不明部分は原文照合)。

N-1300 チューブ及びチューブバンク(管群)における流れ誘起振動

N-1310 序言と範囲

構造物における流れ誘起振動(FIV)のポテンシャルについては昔からよく知られている⁽⁷⁹⁾⁽⁸⁴⁾。もし当該設備の構成要素(コンポーネント)に高い信頼性が要求されるなら、その設計の妥当性を確認するために、あるいは設計の不確かさに対し実験的検証⁽⁸⁵⁾⁽⁸⁶⁾の要否を判断するために FIV 解析^(*)が必要になる。

発電設備には、パイプやチャンネルといった種々の流体流れや攪拌用の噴流に接する様々な撓性構造物(Flexible structure)が含まれているため、発生する FIV の励振メカニズムも多様である(決して固定されてはいない)。単一のコンポーネント(設備構成部材)であっても周囲の構造物や境界から影響を受けるとともに方向の異なる乱流流れに曝されているため、複数の励振メカニズムに対して FIV 解析が必要になることも珍しくはない。

FIV 解析に使用できる定量的データや相関式は、それぞれのコンポーネントまわりの流れ形状によって異なっている。コンポーネントの中には他のコンポーネントよりも豊富な定量的情報や設計方法が持つものがある。特に円柱構造物^{(*)2}は、最もよくスタディされており情報は豊富である。本付録の N-1320～N-1340 では3つの重要な励振メカニズム(→渦励振/流力弾性不安定/ランダム振動)に曝される円柱アレイ(円柱構造体配列)の FIV 解析を対象に幾つかの手順を提示しているが、そこで採られている一般的方法は他のコンポーネントにも適用できる。ただデータそのものは単一円柱および円柱アレイを対象にしている(注意のこと)。

多数の FIV メカニズムがあるためここでは解析の方法論は文献の引用に終わっているが、そのメカニズムを理解して設計計算を行う上での情報は豊富である。ただこのテーマには開発的な要素が含まれているので、より適切なあるいはより安全な予測が立てられるように、設計者には一組以上の設計データや設計方法を並立的に用いることを(暗に)推奨しておきたい。

FIV では実験データに基づき運動方程式から導かれた半経験式が設計方法のベースになっていることが多い。FIV メカニズムの記述に関する現在の技術レベルとしては、流体-構造連成力について多くの数学モデルが提唱されシミュレーションモデルとしてその有効性が認められているにも拘らず、それらの物理現象については一般的な了解に至っていないのが実情と云える。

N-1311 定義

ここでは、流体誘起振動解析で一般に使用されている用語を定義し簡単に説明する。

(a) **流体力(Fluid force)** は FIV 励振メカニズムを説明する上で2つの一般的なカテゴリーで定義できる^{(79)～(83)}。**流体励振力(Fluid excitation force)**は構造体廻りの付帯的な流れから生み

出され構造体の動きによらずある形で発生する。流体-構造連成力(Fluid-structure coupling force)は構造物の動きから誘起され、流動する流体/流動のない流体のいずれにも発生する。

(b) 付加質量及び付加減衰 (**added mass, added damping**) は流動のない流体中の構造物の動きによって生み出された流体-構造体連成力を特性づけるために有効に使用されている⁽⁸⁷⁾⁽⁹³⁾。これらは流体中で振動する構造体の有効質量^{(*)3}及び減衰を増強するとともに、連結されていない隣接構造物間にある濃密な流体を介してそれらの振動を連成させ、真空中で得られるものとはかなり違った固有振動数、モード形状および減衰を派生させる。なお密度の低い流体 (例えば空気) ではこの付加質量は殆ど無視される。

(c) 連成の弱い流体-構造系(**weakly coupled fluid-structure system**)では FIV 励振メカニズムによって小さな構造的な動きが生じ、これによって誘起された流体力が、構造的な動きには余り依存しない流体励振力と線形的に重なることになる。流体-構造連成力は、第一近似として付加質量、剛性および減衰マトリックスで表される。流体励振力は、水力だけで模擬された解析またはモデル試験によって連成力とは切り離して求めることができる。

弱く連成した流体-構造系を生み出す FIV 励振メカニズムには、例えばロッドやプレートあるいはシェルの突発的な流れの乱れや乱流境界層がある⁽⁸¹⁾⁽⁸²⁾。ブラフボディ^{(*)4}をよぎる流れから生じるウェーキフロー^{(*)4}や多くの音響騒音源が然り⁽⁸⁰⁾⁽⁹⁵⁾。これらの場合では流体回路のどこかで流体の励振エネルギーが発生し構造体はそのエネルギーを受け取る形になる。流れの乱れや付着境界層によって流体力は広帯域で不規則になり、その一方で剥離したウェーキフローが周期的な渦に巻き込まれてかなり不規則な振動力を生じることがある⁽⁸²⁾⁽⁸⁷⁾⁽⁹⁷⁾。

(d) 強く連成した流体-構造系(**strongly coupled fluid-structure system**)では、その FIV 励振メカニズムによって構造的な動きが現われ流れ場を変えるほどの規模に成長する。流体力はこの構造的な動きを増幅したり、逆に動きを抑制したりする。強く連成した流体-構造系では、流体連成力と流体励振力の間を明確に分離することは難しい。一般に連成力は 構造的動きと流速の非線形性の強い関数になる。

(e) 密に詰め込まれた熱交管群の流力弾性不安定(fluid-dynamic instability)⁽⁸⁰⁾⁽⁸¹⁾⁽⁸²⁾⁽⁸⁸⁾は、強く連成した流体-構造系の 1 つの例である。各チューブの動きは流体力や他のチューブの動きに影響を与え自励化^{(*)5}する。不安定化は構造体質量、減衰及び流体-構造連成力における反転変化^{(*)5}によるものと理解されている⁽⁸⁸⁾。ただ大半の不安定化の予測式は不安定発生における限界速度の直接的な計測結果によっている。

(f) **クロスフロー(cross flow)**は構造体の長手軸に直交する流れである。クロスフローは FIV メカニズムが発動する 1 つの例で、弱く連成した流体-構造系、強く連成した流体-構造系の何れも発動することができる。クロスフローにおけるチューブ後流の渦放出は流体励振力と流体-構造連成力を共に引き起こして構造体の動きを増幅する。

理想的なクロスフロー、即ち 殆ど乱れもなく接近する流線の中に滑らかな表面をもった長いチューブが置かれた 2 次元クロスフローでは、非常に周期的な 2 次元渦が放出される。これらの

渦はチューブ軸に直角な揚力を交互に生み出し、チューブ径ベースのレイノルズ数が 2×10^5 以下ならば、定常の流れ方向抗力と殆ど同じ大きさになる⁽⁸²⁾⁽⁸⁷⁾⁽⁸⁹⁾。もし渦放出振動数が構造物の固有振動数と十分に離れていれば交互揚力は単に流体励振力として作用する。

しかし、もし渦放出振動数と構造物の固有振動数の1つが互いに接近し流体励振力によって十分に大きな動きが生み出されるならば、流体-構造連の連成力が派生して明らかにその動きを更に増幅させる。十分な実験データがあるので流体励振力を抑えることはできる。しかし流体-構造連成力の式はいまだスタディ中である(確定していない)。その式の多くは高度な現象論モデルによるもので、モデル的には理想状態の狭い範囲だけをカバーする少量のデータにいろんな形で刺激を与えるものである。

(g) ジョイントアクセプタンス(joint acceptance)は、あるモードで振動している構造物がランダムな力で刺激を受けた時にそのまま同じモードにとどまる可能性の度合いをいい、クロスアクセプタンス(cross acceptance)は、あるモードで振動している構造物がランダムな刺激を受けた時に、別のモードに変化する可能性の度合いをいう。多くの応用例ではジョイントアクセプタンスの方が重要であるとされている。モード形状が単一に正規化(*7)される場合、ジョイントアクセプタンスの和は1に等しい(N-1342.1 参照)。それ故にジョイントアクセプタンス→1という仮定は構造物の応答に対し保守的な見積りを与える。

N-1312 記号定義

C_n =n 次モードの換算減衰率、 C_L =揚力係数、 D =円柱径、 E =ヤング率
 f_n =n 次振動モードの固有振動数(Hz)、 f_s =周期的渦放出振動数(Hz)、 F =力(フォース)
 G_f =強制関数(励振力)のシングルサイドのパワースペクトル密度→Hz 当りの(フォース/長さ)²
 G_y =シングルサイドの応答パワースペクトル密度
 H_j =j 次振動モードの伝達関数、 I =断面の慣性モーメント
 J^2 =ジョイントアクセプタンス、 J_{jk}^2 =j 次・k 次モードのクロスアクセプタンス
 $(J_{ji})^2$ =i 次スパンのアクセプタンス、
 l_c =軸方向相関長さ(*8)= $2 \int_0^L r(x') dx'$ ここで $r(x')$ =相関関数、 x' =分離長さ
 l_{ci} =i 次スパンの相関長さ、 L_c =渦放出を起こす円柱長さ、 L_i =スパン長さ

 m =単位長さ当たりの質量、 m_A =単位長さ当たりの付加流体質量
 m_c =単位長さ当たりの内部流体質量、 m_f =単位長さ当たりの円柱置換流体質量
 m_s =単位長さ当たりの構造物質量、 m_t =チューブ単位長さ当たりの全質量= $m_A + m_c + m_s$
 M_j =モーダル質量、 M_n =n 次振動モードの単位長さ当たりの有効モーダル質量、
 n =振動モード($n=1$ →基本モード)、 p =圧力、 P =チューブピッチ(チューブ中心距離)
 q =動圧($= \rho V^2/2$)、 Re =レイノルズ数($=VD/\nu$)、 R_p =圧力場のクロス相関
 S =ストローハル数($=f_s D/V$)、
 S_f =円柱上の強制関数(励振力)のクロススペクトル密度→Hz 当りの(力/長さ)²
 S_{fo} =強制関数のパワースペクトル密度、 S_p =圧力場のクロススペクトル密度、
 S_y =円柱の応答のパワースペクトル密度、 t =時間
 U_c =対流速度、 V =平均速度、 x =軸方向距離、 y_n^* =n 次振動モードの最大変位、
 \bar{y}^2 =円柱の平均 2 乗応答、 α_n =n 次振動モードの増幅係数、

γ_n = n 次振動モードのモード形状係数、 Γ = 円柱の強制関数の結束度
 Γ^i = i 次スパンの結束度、 δm = 質量-減衰パラメータ ($= \delta n m_t / \rho D^2$)
 δ_n = n 次振動モードの対数減衰比 ($= 2\pi \xi_n$)
 ξ_n = n 次モードの限界減衰比、 ρ = 流体質量密度、 ϕ_n = n 次振動モード形状
 ϕ_n^* = ϕ_n の最大値、 θ = 流れ方向とチューブ軸直角方向の間の角度、
 ν = 動粘度、 Ω = 振動数 (rad./sec)、

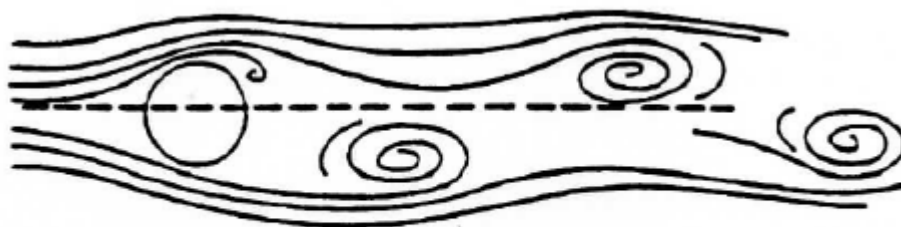


Fig.N-1321-1 Vortices shed from a circular cylinder
 (渦放出の様子)

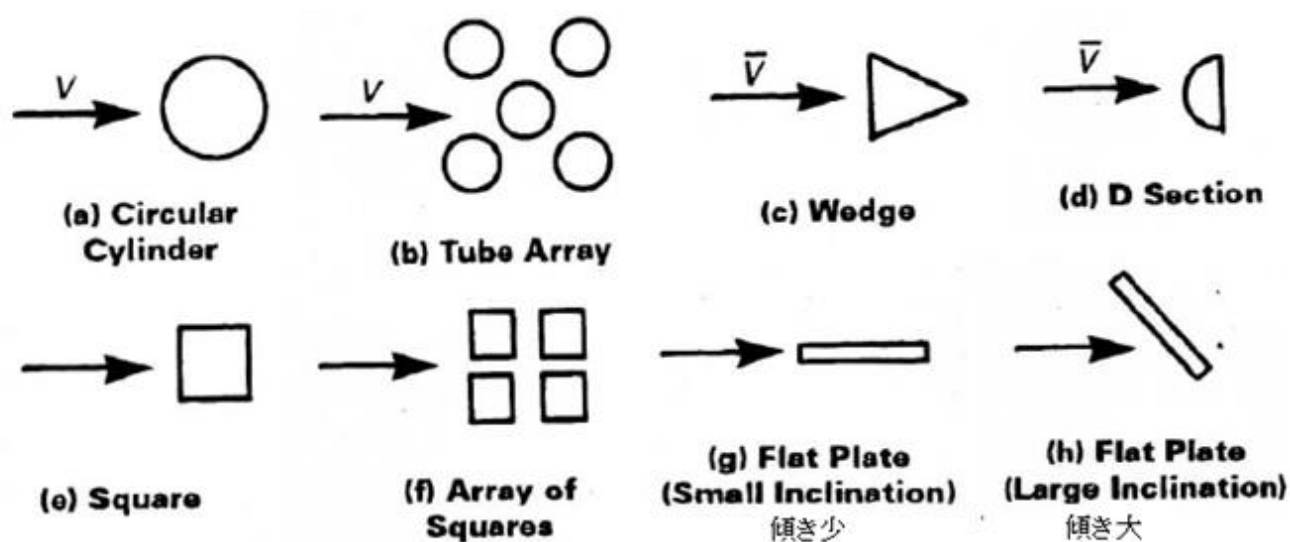


FIG. N-1321-2 SOME TYPICAL CROSS SECTIONS OF BLUFF BODIES
 THAT CAN EXPERIENCE VORTEX SHEDDING (渦放出が起こるブラフボディ断面の典例)

【 N-1310 の補足 】 by TS 作成者

- (*1) 本 Appendix には FIV 解析 について特に具体的な定義/説明はない。直面する構造体に予想される FIV に対する、[ソース特定→メカニズム究明→応答量予測]といった一連の技術検討を指していると思われる。検討はデータ/相関式/実証的知見/コンピュータソフトなどを組み合わせたものになる。
- (*2) ここでは Cylinder あるいは Circular cylinder になっており円筒と訳すべき所であるが、規格や文献では円柱(構造物)という言葉が多く使用されているのでこれにならった。
- (*3) この記述では有効質量は実際の円柱質量(内容物含む)を指すものと思われる。因みに付加質量は $m_A = C_m \rho \pi D^2$ (ここで C_m = 付加質量係数, ρ = 流体密度, D = 円柱径)

で表される。 C_m は円柱の動きを補正するもので真直な円柱では $C_m=1$ となる。 $\rho \pi D^2$ は円柱で置き換えられた流体の質量に相当するので流体置換質量と云われている。

(*4) ブラフボディ(bluff body)は進入してくる流線をかき乱すに十分な幅/長さを持った物体を云い、ウェーキフロー(wake flow)はブラフボディの後背の変形した流れを云う。

(*5) 自励化即ち自励振動は、大きなエネルギー源(通常は上流流速)から自分自身で流体のエネルギーを作り出して振動することを指す。流体振動では負性減衰がその引き金になることが多い。例えば流体力を受ける構造体の運動方程式は、

$$mx'' + cx' + kx = f(x, x', x'') \quad (\text{但し } x' = dx/dt, \quad x'' = d^2x/dt^2)$$

ここで流体励振力 f は復元力 $f(x)$ +減衰力 $f(x')$ +慣性力 $f(x'')$ になる。仮に減衰力 $f(x') = -c_0 x'$ のみを考えると、

$$mx'' + (c + c_0)x' + kx = 0 \rightarrow mx'' + c'x' + kx = 0$$

$$\text{その解は } x = \text{Re}^{-c'/2m} t \cos(\omega_d t - \theta) \quad \text{ここで } \omega_d = \{k/m - (c'/2m)^2\}^{0.5}$$

ここで もし全減衰係数 c' は負であれば、振動変位 x は時間 t とともに増加して発散することになる。しかし実際は、 x が大きくなり速度 x' は増加するにつれて構造体と流体の速度のずれが拡がり実質的な c_0 がダウンし c' が低下して変位 x 即ち振動振幅は落ち着く。この安定した振動を自励振動というが、場合によっては自励化して不安定に至るものもある。

(*6) 原典をみていないのではっきり云えないが質量慣性の方向変化、減衰の正負変転、連成力の方向変化を指していると思われる。

(*7) 固有値解析/モード解析でとられる手法で、 $[\phi_i]^T [M] [\phi_i] = 1$ になるような[固有ベクトル ϕ_i]を求めること。例えば固有値解析では、

$$[M]\{x''\} - [K]\{x\} = 0 \quad ([M] \rightarrow \text{質量マトリックス}, [K] \rightarrow \text{剛性マトリックス})$$

全体変位ベクトル $\{x\}$ を $\{\phi_i\}e^{i\omega t}$ とおいて、

$$([K] - \omega^2 [M])\{\phi_i\} = 0 \rightarrow ([K] - \lambda_i [M])\{\phi_i\} = 0 \quad (\lambda_i = \omega_i^2)$$

左側から変換ベクトル $\{\phi_i\}^T$ を乗じ、更に $[\phi_i]^T [M] [\phi_i] = 1$ になるような $\{\phi_i\}$ を選べば、

$$[\phi_i]^T [K] [\phi_i] - \lambda_i [\phi_i]^T [M] [\phi_i] = 0 \rightarrow \lambda_i = [\phi_i]^T [K] [\phi_i]$$

$\lambda_i (= \omega_i^2)$ であるから角固有振動数($\omega = f/2\pi$)が得られる。

(*8) 相関長さ ℓ_c については定義式があるが意味については示されていない。 ℓ_c は渦放出が起こる軸方向の区間を定義するもので実験ベースになるのではないかと思う(調査は続ける)。

【 N-1320 渦の放出 】

N-1321 固定されたブラフボディからの渦放出

一様な流れの中に置かれたブラフボディの場合、Fig.N-1321-1に示すように後流のウェーキにはっきりした渦が現れることが多い。渦は規則的にボディの両側から交互に放出され、揚力の交互変動を引き起こす。実験による渦放出プロセスのスタディでは、交互揚力の振動数は次の式で表わせることがわかっている⁽⁹⁴⁾⁽⁹⁵⁾。

$$f_s = SV/D \quad \text{----- (68)}$$

渦放出が起きる一般的な構造体の例を Fig.N-1321-2に示す。以下の記述は円柱に基づいているが、その概念は他のブラフボディにもよくあてはまる。

一様なクロスフローによって[直径 D 長さ L]の孤立した単一円筒に生じる振動揚力は次のように表わされる⁽⁹⁶⁾⁽⁹⁷⁾。

$$F = C_L J_q D L \{\sin(2\pi f_s t)\} \quad \text{-----}(69)$$

ここで C_L , f_s , J はレイノルズ数の関数で実験によるもの。一様なクロスフローでは渦放出のエネルギーは中心振動数 f_s のかなり狭い周波数帯で発生しており、レイノルズ数が遷移域 ($2 \times 10^5 \sim 3 \times 10^6$)に移ると、振動はほぼ周期的なものから完全にランダムなものに変化してゆく。

計測されるストローハル数 S は $10^3 < Re < 2 \times 10^5$ で 0.2、それ以上のレイノルズ数ではストローハル数 S と揚力係数 C_L の値^(*)9)はかなりばらつく。

一般に、交互渦の流体力が円柱の全長 L に渡って渦振動に関係することはない^(*)10)。結果的には、一様な剛体モードではそのジョイントアクセプタンスに次の2つの限界ケースがある⁽⁹⁷⁾。

$$\text{もし軸方向関係長さ } \ell_c \ll L \text{ ならば } J^2 = \ell_c / L$$

$$\text{もし十分に関連するならば } J^2 = 1 \quad \text{-----}(70)$$

静止円柱の揚力方向相関長さ ℓ_c は $10^3 < Re < 2 \times 10^5$ に対しおよそ $3D < \ell_c < 7D$ の範囲にある⁽⁸⁷⁾。大きなレイノルズ数では付着境界層が完全に乱流になるのでさらに静止円柱の相関長さは小さくなると予想される。 J^2 は長い静止チューブでは通常 1 よりもかなり小さくなる。渦放出振動数で円柱が動くときは、 $N-1323$ および $N-1324$ で述べられるようにその相関長さは実質的に増加する⁽⁸²⁾⁽⁸⁷⁾。

また渦放出によって流れ方向ないしドラッグ方向にも抗力が生じる。単一円柱の場合この抗力は渦放出振動数の2倍の振動数で派生する^{(*)11)(87)}。ただ、その大きさは一般的に振動揚力のそれよりも小さくなる傾向がある。

N-1322 実際のクロスフロー

理想的なクロスフローは実験室以外では殆ど見られない。多くの実地条件では励振メカニズムとしての渦放出の有効性や強さは低下する。

(a) もし構造体が乱流の中にあるか、チューブ表面が粗いのであれば、乱流によって放出振動数の帯域が拡がり卓越放出振動数におけるエネルギーが減少する傾向がある⁽¹²⁹⁾。

(b) もし円柱が流れに対し傾斜していたら、放出振動数は円柱軸に直角な流速成分を使用することで十分予測できる。すなわち

$$f_s = (SV/D) \cos \theta \quad \text{-----}(71)$$

ここで、 θ は流れ方向と円柱軸直角方向の角度である。傾斜した流れでは渦放出力の大きさが減少する傾向がある⁽⁹⁸⁾。

(c) スパンに沿った流速の変化によって渦放出振動数もスパンに沿って変化する。その影響で正味の渦放出による励振の大きさは一般に低下する。

(d) 2相流では渦放出は起きず単相流のみに関係するという議論^(*)12)には、ある程度の根拠がある⁽⁹⁹⁾⁽¹⁰⁰⁾。

(e) 以上で議論された渦放出特性は一般論として適用可能であるが、特に近隣の構造体の影響に関しては含まれていない。複数以上の円柱配列についてのスタディ⁽¹⁰¹⁾では、渦放出は起きるがその特性は円柱の相対的な配置や間隔に非常に敏感になることがわかっている。実験データがかなりバラついていることからわかるように、重要なチューブ配列ケースに対し、(69)式に使用される S 、 J および C_L は、単一円柱の場合に較べかなり不明瞭な所が多い^{(100)(102)~(105)(139)(140)}。

N-1323 撓性をもった円柱

渦放出振動数 f_s が構造体の固有振動数から十分に離れて共鳴域の外にあるときは、(69)式で与えられる渦放出揚力 F 式は妥当であり、もし $C_L=1$ 、 $J=1$ が選ばれるなら安全側になる。

この安全側の式は非一様な負荷にも用いられ、モーダル応答として多重モード下の円柱の解析を単純化するために使用できる。通常はこの共鳴域外の応答は小さい。しかし共鳴域に近づくにつれて大きな動きが現れる。

撓み性があるしっかりサポートされた単一チューブでは、放出振動数と固有振動数が漸近している場合、いったん振動が始まると、そのまま両者の振動がシンクロナイズ(同調)領域に入る恐れがある。空気の流れに置かれたバネ支持円柱の場合、シンクロナイズが持続する速度域は、減衰パラメータ $[m_t \delta_n / (\rho D^2)]$ に依存している⁽¹⁰⁶⁾。Fig.N-1323-1 の斜線部分はシンクロナイズ領域を示している。縦軸の $V/(f_n D)$ は換算速度である。

ここで f_n はバネ支持円柱の固有振動数である。特に $[m_t \delta_n / (\rho D^2)]$ の増加とともにシンクロナイズ状態にある換算流速範囲が減少し、 $[m_t \delta_n / (\rho D^2)] > 32$ ではシンクロナイズ状態は解消する。Fig.N-1323-1 の斜線部分の外では、前述の N-1321 の(69)式で与えられる交互揚力(→ 静止チューブが渦放出振動数で振動しているときの揚力)になる。

結果的にはシンクロナイズ状態に至る例は多い。流速の増減があるとどうしても放出振動数が構造体の固有振動数に接近して以下のようなことが起きる。

- (a) 渦放出振動数が構造体の固有振動数に移る、即ち、たとえ流速や構造体振動数が変化しても Fig.N-1323-1 に示されるシンクロナイズ域にあれば、構造体振動数にシンクロナイズしてロックイン状態になる。
- (b) スパン方向の渦放出と強制関数(加振関数)の相関は、構造体の応答が増加するにつれて急激に増加する。
- (c) 揚力は構造体の振幅の関数になる。
- (d) 構造体の抗力が増加する。
- (e) 放出渦の強度が増加する。

シンクロナイズ領域内では、減衰の少ない構造体に実質的な共鳴振動が起きる。両振幅でチューブ径の3倍までの振幅が、ケーブルやチューブを覆う水のような密な流体の中でも観察される。その振動は主に流れに直交しており自己制限的である⁽⁸²⁾⁽⁸⁷⁾⁽⁹⁴⁾。

水中の単一円柱では振幅の大きいシンクロナイズした抗力方向の振動が観察されている。これらの揺動は渦放出の分割周波数、即ち N-1321 の(68)式に従った、シンクロナイズに必要な流速の $1/4, 1/3, 1/2$ に相当するかなり低い流速で初生する⁽¹⁰⁷⁾⁽¹⁰⁸⁾。しかしながら抗力方向のシンクロナイズの度合は揚力方向ほど強くはなく、それは常に密な流体中にある減衰の少ない構造体だけに発生する⁽⁸⁷⁾⁽¹¹⁰⁾。

ロックイン現象は 2 相流あるいは間隔の詰まった管群内の 2,3 列以上の深い部分では観察されていない。

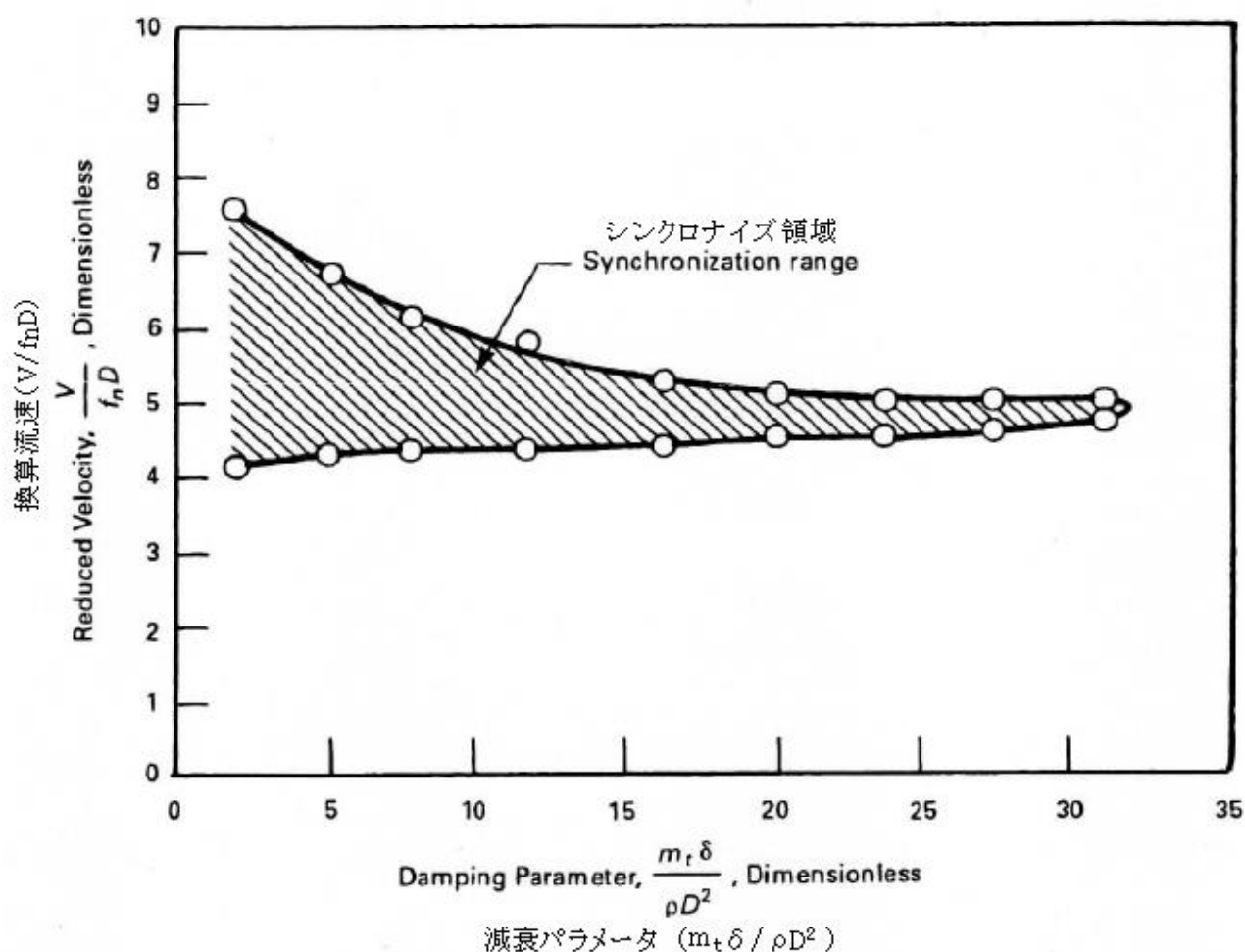


FIG. N-1323-1 SYNCHRONIZATION OF THE VORTEX SHEDDING FREQUENCY AND THE TUBE NATURAL FREQUENCY FOR A SINGLE, FLEXIBLY-MOUNTED CIRCULAR CYLINDER. SYNCHRONIZATION OCCURS WITHIN THE SHADED REGION. (REF. 106)

Fig.N-1323-1 単一撓み性支持円筒の渦放出振動数とチューブ固有振動数のシンクロナイズ

N-1324 円柱における設計手順

可能な限りロックイン運転状態は避けるべきであるが、複雑な設計ではこれを回避できないことも多い。そこで設計規準としては、共鳴無し構造体の動解析を前提にした[ロックイン回避のため基準] および[ロックイン中の応答計算の設計手順] が必要になる。以下これを示す。

N-1324.1 ロックインによるシンクロナイズの回避

単一円柱のロックインは次の 4 つの方法のいずれかで回避できる⁽⁸²⁾⁽¹⁰⁶⁾⁽¹⁰⁸⁾⁽¹⁰⁹⁾。チューブトレイでは (a),(b),(c)のみが適用でき、その場合の V は最小ギャップ(P-D)の流速になる。

- (a) もし基本振動モード($n=1$)の換算流速が次式を満足するならば、揚力及び抗力方向のロックインは回避できる。

$$V/f_1 D < 1. \quad \text{-----}(72)$$

- (b) もし与えられた振動モードにおいて換算減衰が次のように十分大きければ当該モードにおけるロックイン現象は抑制されるだろう。

$$C_n > 64 \quad \text{-----}(73)$$

- (c) もし与えられた振動モードに対して以下の制限が満たされるならば、揚力方向のロックインは回避され、抗力方向のロックインは抑制される。

$$V/f_n D < 3.3 \quad \text{及び} \quad C_n > 1.2 \quad \text{-----}(74) \text{及び}(75)$$

- (d) もし構造体の固有振動数が $f_n < 0.7f_s$ または $f_n > 1.3f_s$ の範囲にあれば、揚力方向のロックインは n 次モードについて回避される。

なお、換算減衰 C_n は次式によって計算される。

$$C_n = 4\pi \xi_n M_n / \{ \rho D^2 \int_{L_e} \phi_n^2(x) dx \} \quad \text{-----}(76)$$

ここで $\xi_n = \delta_n / 2\pi$ は空中で計測された(減衰定数/臨界減衰定数)比。 M_n は一般化質量で次式による。

$$M_n = \int_0^{L_e} m(t) \phi_n^2(x) dx \quad \text{-----}(77)$$

Φ_n は n 次のモード形状関数で、 $m_t(x)$ は単位長さ当たりの円柱質量、 L_e はその積分がロックインに際しクロスフローに曝される円柱長さ部分に限られることを意味する。なお m_t は次式に従って計算される。

$$m_t = m_s(x) + m_c(x) + m_A(x) \quad \text{-----}(78)$$

孤立した円柱では m_A は置換された流体質量である。もし当該円柱部分が他の物体に接近しているならば、付加質量や流体減衰の増加の可能性を考慮する必要がある⁽⁸¹⁾⁽⁸²⁾⁽⁹⁰⁾⁽⁹³⁾。

N-1324.2 渦から誘起される応答

共鳴がなければ、テキスト的な強制振動解⁽⁹⁶⁾や強制関数に関する(69)式⁽⁸²⁾⁽⁸⁹⁾を用い応答量を計算することができる。その結果として発生する応答は通常小さい。運転条件を変えてもロックインが回避ないし抑制できなければ共鳴渦から生じる応答量を計算しなければならない。応答量の計算については、3タイプの構造体—流れ関係、すなわち [一様流れの中の単一様円柱]、[チューブアレイ] および [非一様流れの中の非一様円柱] に対してそれぞれのアプローチが推奨される。

- (a) 一様な構造体と一様な流れ。もし一様な円柱が全スパンにわたって一様なクロスフローに曝されるならば、渦放出振動数も渦力も全スパンにわたって一定になる。周期渦から生じる揚力は(69)式で与えられる。ロックイン状態では渦の放出振動数は n 次振動モードの固有振動数に等しく($\rightarrow f_s = f_n$)、円柱構造体の応答値は次式で与えられる⁽⁸²⁾⁽⁸⁹⁾。

$$\ddot{y}_n^* / D = C_L J \phi_n^* / [16\pi^2 S^2 \{m_t \xi_n / (\rho D^2)\}] \quad \text{-----}(79)$$

揚力係数が 1 に等しく ($\rightarrow C_L=1$)、渦放出が円柱スパンに沿って発生し完全に相関づけられる ($\rightarrow J=1$) ならば、この式は周期的な渦誘起振動の大きさを見積るうえでの上限界を与える。勿論有効な実験データがあるなら $C_L=1$ 及び $J=1$ 以外の値を用いてもよい。

しかし実際の揚力係数は $0.5x$ 直径を越えるような振動振幅域で減少し、より低い振幅では完全なスパン方向の相関が欠如する傾向があるところから、 $C_L=1$ 、 $J=1$ とおいた場合の(79)式は、過度に安全側の予測を与えると思われる。そこでこの過度に安全側の予測をさけるために、3つの半経験的な非線形式を Table N-1324.2(a)-1 に示す。この表ではモード形状係数 γ は一般に $1.0 \sim 1.3$ の間で変わる⁽⁸²⁾。また C_n は空中における ξ_n を用いて(76)式から求める。

Table N-1324.2(a)-1

Semiempirical Correlations for Predicting Resonant Vortex-induced Vibration Amplitude
(共鳴時の渦振動による振幅を予測するための半経験式)

Reference	Predicted Resonant Amplitude
111	$\frac{y_n^*}{D} = \frac{1.29\gamma}{[1 + 0.43 (2\pi S^2 C_n)]^{3.35}}$
82	$\frac{y_n^*}{D} = \frac{0.07\gamma}{(C_n + 1.9)S^2} \left[0.3 + \frac{0.2}{(C_n + 1.9)S} \right]^{1/2}$
110	$\frac{y_n^*}{D} = \frac{0.32}{[0.06 + (2\pi S^2 C_n)^2]^{1/2}}$

(b) チューブアレイ内部。一貫した渦列は、チューブ径の 2 倍以下のチューブ中心間隔を持った円柱配列の始め数列だけに存在しているのがわかっている。その場合は最小ギャップ($P-D$)から得られる流速を用いることで単一円柱に関する設計手順が準用できる。

なおアレイ(配列)の内部には単一明確な振動数ではなく、広帯域の周波数を持った渦放出現象が存在している。アレイ内部の応答は一般に、同種の単一チューブの応答より小さい。アレイ内の振動予測のため導入された技術はランダム(不規則)振動理論に基づくもので、後述の N-1340 で議論する。

(c) 非一様な構造体及び流れ。円柱構造体の中には、非一様な質量および剛性分布を持ちスパンを通して変化する流速に曝されるものもある。この場合、一部の構造体のスパンだけが渦放出と共鳴し、励振に寄与する。この非一様な流れに置かれた非一様な構造体を扱う方法の一つとして以下のようなステップが考えられる。

- (1) 構造体の固有振動数とモード形状を求める。
- (2) スパン方向の流量分布を求める。
- (3) 各モードに対し渦放出振動数と共鳴する恐れのある構造体部分を確認する。この場合、スパン方向の渦放出振動数の分布を計算しその振動数から $\pm 30\%$ の範囲を目安に共鳴のポテンシャルを見積もることで確認できる。

- (4) $f_n=f_s$ 及び $C_L=1$ において N-1321 の(69)式から得られる揚力を、共鳴の起きるスパン区分に適用する。

手順(1)～(4)は文献(89)(112)に図示されている。一様流れ/一様構造体に対しては、完全な相関($f_n=f_s$) 及び $C_L=1$ という仮定、即ち(4)の設定は過度に安全側の予測を与える。 C_L については有効な実験データであればその値を用いてもよい。

【 N-1320 の注記 】 by TS 作成者

- (*9) 何れも Re 数によって変わる。ストローハル数は $10^3 < Re < 2 \times 10^5$ では約 0.2 と安定しているが、 $Re < 10^3$ 以下では 0.2 から 0.1 までダウンし $Re > 2 \times 10^5$ では 0.2 から 0.45 程度までアップする。変動揚力係数は $3.5 \times 10^3 < Re < 1.5 \times 10^5$ までは 0.3～0.6 で、 $Re > 3 \times 10^5$ では 0.13 程度までダウンする。下図にデータ例を示す。

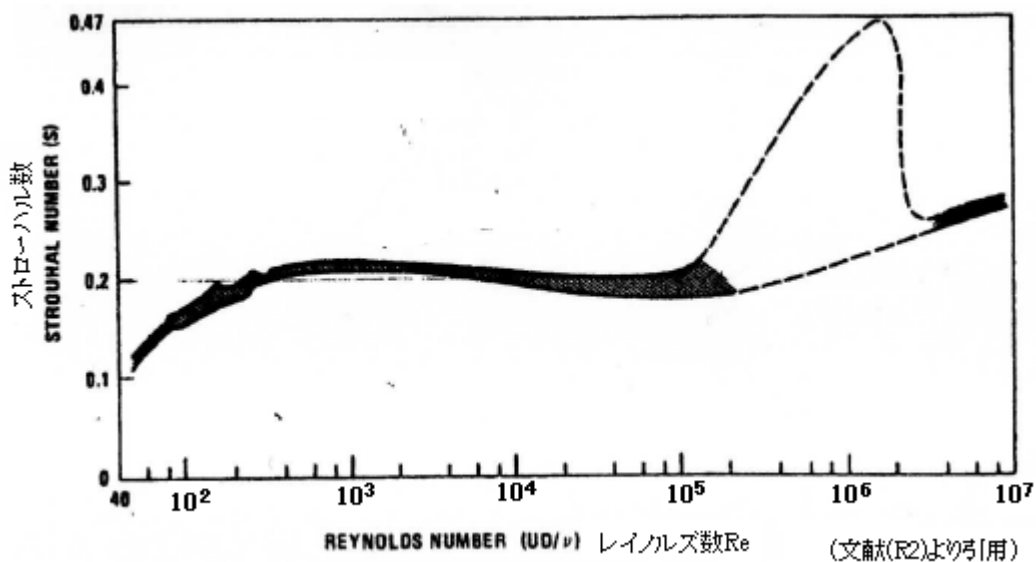
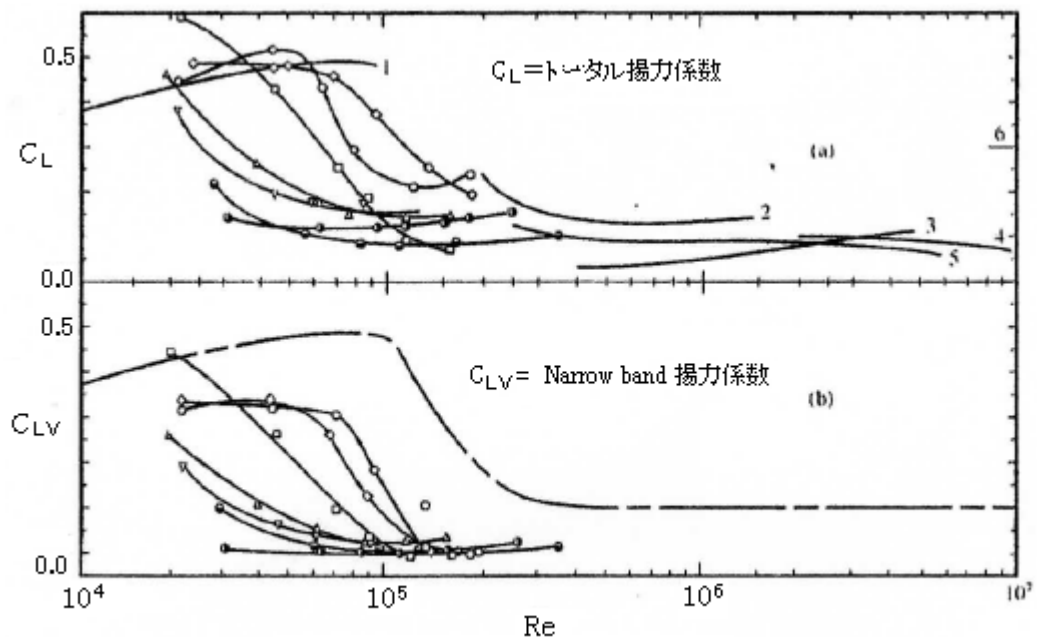


Fig. 3-3 The Strouhal-Reynolds number relationship for circular cylinders. (Ref. 3-6)



JSME S-012 解説図A5-1 変動揚力係数まとめ

- (*10) 相関長さについては(*8)の述べた通り不明だが、 J (→励振力に対する構造物の反応の度合)に関係しており、 lc 極小のとき J 小、 lc 極大のとき $J^2=1$ になっている。この場合、 lc 極小の

ときの $J^2 = \ell c / L$ から類推して ℓc 極大では $\ell c = L$ になると思われるからクロスフローに曝される全区間 L に対して ℓc が渦放出を生じる部分区間を表わしているという推定は間違いではないと思う。なお Re 数が $10^3 \sim 2 \times 10^5$ の範囲で ℓc が $3D \sim 7D$ になっているが、これだけでは不十分でデータとしてはこの場合の全区間($\sim D$)を示すべきである。

(※11) クロスフローでは揚力方向のみならず抗力方向にも渦振動が起きるが、交互渦に由る揚力方向の振動と違って抗力方向の振動は対称渦(双子渦)に由るもので、揚力方向の渦振動数($f_v = SV/d$)の約2倍の渦振動数で振幅のピークになる^(R1)。この抗力方向の振動はインライン振動とも呼ばれ高速増殖炉もんじゅのNa流出事故の原因として有名である。

(※12) 2相流では渦振動が起きないか、起きにくいことはよく言われるが、ボイド率が低く15%以下になると、単相流の場合とおなじような渦振動数が起きている。この場合、気泡が小さくなると渦振動が起きやすくなる。揚力/抗力もボイド率が低くなると急増する。ただロックインによる同期振動は単相流に較べ総じて抑制される傾向がある。

【 N-1330 流力弾性不安定 】

FIV メカニズムの多くは、系に供給されるエネルギーの増加(通常は流速の増加)によって応答量が大きく増加して限界値に達するような所に存在する。供給エネルギーの継続的な増加は結果的に継続的な静的応答ないし動的応答の発散(急激な増加)を引き起こす。この流力弾性不安定は一般に構造体と流体の強い連成から生じる。

N-1331 クロスフロー中のチューブ配列の不安定

弾性チューブの配列を横切る流体流れは、いったん限界クロスフロー速度を越えると大振幅の揺れをもった動的不安定を誘起する可能性があり、チューブ同志の衝突になることも多い。チューブを通る流体流れによってチューブには流体励振力と流体-構造連成力の両方が生じる。その流体-構造系の励振力・連成力はいくつかのグループに分かれる。

- (a) 平衡位置からのチューブ移動を伴っておおむね線形変化する力(*13)(→変位メカニズム)⁽¹¹³⁾
- (b) 揺動チューブの平均流量ベースの相対速度によって誘起された正味の抗力変動(*13)(→流体減衰メカニズム)⁽⁸⁸⁾
- (c) 流れの剥離点の急激なシフトによってある振幅を越えるにつれてステップ状に変化する
上記 a)(b)の力の組合せ(ジェットスイッチメカニズム)^{(114)(*14)}。

これら流体力はチューブ運動の関数になり、不安定はこれら流体力の全てないし何れからか生じる。不安定化したチューブ振動の全般的な特性は以下のようになる。

- (d) 振動振幅。限界クロスフロー速度を越えると振動振幅は流速 V の n 乗(V^n)に比例してかなり急激に増加する。この場合、乗数 n は不安定限界以下における $1.5 \sim 2.5$ を大きく上回って4以上にもなる。この状態は、水流の中の金属チューブ配列の応答を示した Fig.N-1331-1 からわかる。この図の最初の盛り上がりは、傾向として空気流よりも水流の中で大きく揺れるという渦列の性質を示している。

(e) 振動挙動の経時変化。大振幅の振動は時間的に安定していないことが多く、むしろ模擬的にランダム化して平均値廻りに振れまわって叩き廻っている傾向がある⁽¹¹⁵⁾。

(f) チューブ間のシンクロナイズ化。通常、チューブが個々に動き廻ることはないが、少しシンクロナイズ域にはいると **Fig.N-1331-2** に示すように隣接チューブと一緒に動く。この挙動は水/空気によるテスト中に確認されていて^{(113)(115)~(117)}、ほぼ円からほぼ直線までの軌跡を描いている。チューブが楕円軌道ぐるぐると回るにつれて流体からエネルギーが引き出される。その剛体的なメカニズムには隣接チューブの動きが必要であるが、減衰メカニズムには必要でない。

(g) 構造的変化の影響。個々のチューブ間の運動の制約や振動数の違いから、不安定に至る限界速度が増加することが多い⁽¹¹⁵⁾⁽¹¹⁶⁾⁽¹¹⁸⁾。一般にその増加は約 40%未満にとどまる。また自由振動の同一チューブをもった管束よりもチューブ間に振動数の違いを持った管束の方が不安定の発生はゆるやかである。

N-1331.1 限界速度の予測

無次元解析による考察では、不安定の発生が以下の無次元パラメータに左右されることが予想される。

質量比 $m_t / \rho D^2$ 、換算流速 $V/f_n D$ 、流体中の減衰比 ξ_n 、ピッチ-径比 P/D 、配列形状(**Fig.N-1331-3** 参照)(*15)、レイノルズ数 VD/ν

本項では、 V はチューブギャップ間の流速で、 $P/(P-D)$ とチューブ無しの近寄り流速の積から得られる。全質量 m_t の付加質量部分は、隣接チューブの抑制効果によって置換流体質量よりもかなり大きくなる⁽⁸¹⁾⁽⁹⁰⁾⁽⁹²⁾。また多くの場合、流れは完全乱流($VD/\nu > 2000$)域にあるが、不安定状態ではレイノルズ数が大きな役割を演じることはないと思われる。従って、不安定発生の限界速度はレイノルズ数以外の無次元パラメータの関数として表わすことができる。

パラメータ間の関係は理論的ないし実験的に吟味できる。実験データにフィットさせて使用されている式は、

$$V_c / f_n D = C (m_t / \rho D^2)^a (2\pi \xi_n)^b \quad \text{-----}(80)$$

ここで C および指数 a, b はチューブ配列形状の関数である。実験データでは a, b は 0.0~1.0 の範囲にはいることが予想される⁽¹¹⁵⁾⁽¹¹⁶⁾⁽¹¹⁹⁾⁽¹³⁸⁾⁽¹³⁹⁾。

N-1331.2 推奨される公式

不安定が発生するときの平均速度は半径験式を実験データに適合させる形で設定できる。最適の相関式は次式で与えられる(*16)。

$$V_c / (f_n D) = C [m_t \{2\pi \xi_n / (\rho D^2)\}]^a \quad \text{-----}(81)$$

ここで、 V_c =限界クロスフロー速度、 f_n =流体中のチューブの固有振動数

一様なクロスフローでは、クロスフロー流速(代表値)が限界速度 V_c を越えなければチューブは安定している。もし流れがチューブ長さ方向に一様でなければ、等価なクロスフローギャップ

流速は、最大クロスフロー流速または下記の modal weighted velocity (モードごとに重み付けた速度?) のいずれかで定義できる。

$$V_e^2 = \int_0^L V^2(x) \phi_n^2(x) dx / \int_0^L \phi_n^2(x) dx \text{ -----(82)}$$

ここで V(x)はチューブ軸方向の各位置におけるクロスフロー流速。もし全てのモードに対して $V_e < V_c$ であるならチューブは安定する。

Fig.N-1331-4 は不安定発生⁽¹²⁰⁾に関する有効データ 170 点を収めており $m(2\pi \xi_n)/\rho D^2 > 0.7$ の範囲内で、(81)式が各チューブ配列のデータに適合しているのを認めるのに十分なデータがある。C の平均値は次のようになる。

	Triangle	Rotated Triangle	Rotated Square	Square	All
C _{max}	4.5	4.0	5.8	3.4	4.0

また、有効な変位メカニズム理論⁽¹¹³⁾によれば、このパラメータ範囲で $a=0.5$ が適合している。流体の減衰メカニズムが本来効力を持っている領域すなわち $m(2\pi \xi_n)/\rho D^2 < 0.7$ では、理論もデータも不十分で、(81)式の C および a を確定できない。ただ、 $m(2\pi \xi_n)/\rho D^2 < 0.7$ における $V/\rho D^2$ の平均値は、 $a=0.5$ および上記の表で与えられる C を用いることで安全側に見積もることができる。また Fig.N-1331-4 の全体の質量減衰パラメータ範囲では、 $a=0.5$, $C=3.3$ とおいた(81)式の使用も推奨されている⁽⁸⁰⁾⁽¹⁰⁰⁾。

N-1331.3 実際運用に関する提案

実際の流れや構造形状には、Fig.N-1331-4 のデータベースの作成に用いられたような単純化され制御されたラボテストには存在しないものが含まれているので、正確に限界流速を予測するには、個々のアプリケーションについて縮尺モデルによるテストを行って、C 値および減衰比を求める必要がある⁽¹²⁰⁾。通常、産業設備で使われているチューブアレイは多数のスパンで構成されチューブ径より少し大きな穴を設けた板で直接サポートされている(それだけ減衰が大きい)。また流れは管束の縁を廻ってパスし、管束内であっても Fig.N-1331-3 のクロスフロー方向のように流れないことも多い。更に、限界値以下の振動で経験されているように振幅が小さいときは、全ての支持板が有効に機能するとは限らない。また、微少振動モードではその減衰比はガスとき 0.1%、蒸気/水とき約 1%と概して小さいが、不安定が発生して振動振幅が大きくなると、支持板とチューブの干渉が増えて減衰比は 5%以上にもなる。

以上述べたような事実はいずれも限界速度を底上げする傾向がある。**Fig.N-1331-4** に示されるデータベースを、流力弾性不安定回避のための安全基準として用いることができる(*17)。もし(82)式の設計的に等価な一様クロスフローにおけるギャップ流速が、Fig.N-1331-4 の実線ラインで与えられる設計値($C=2.4, a=0.5$)およびガスに対し 0.5%ないし湿り蒸気/液体に対し 1.5%の減衰比を用いて(81)式から計算された限界速度よりも少ないならば、ほぼ確実に不安定問題は解消し、縮尺モデルによる試験も必要ない。

しかし(82)式のギャップ流速が(81)式の限界流速よりも大きくなるならばモデル試験あるいは運転経験の何れかによって、より正確な C 値及び浸漬チューブの減衰比あるいは限界速度そのものを求めなければならない。

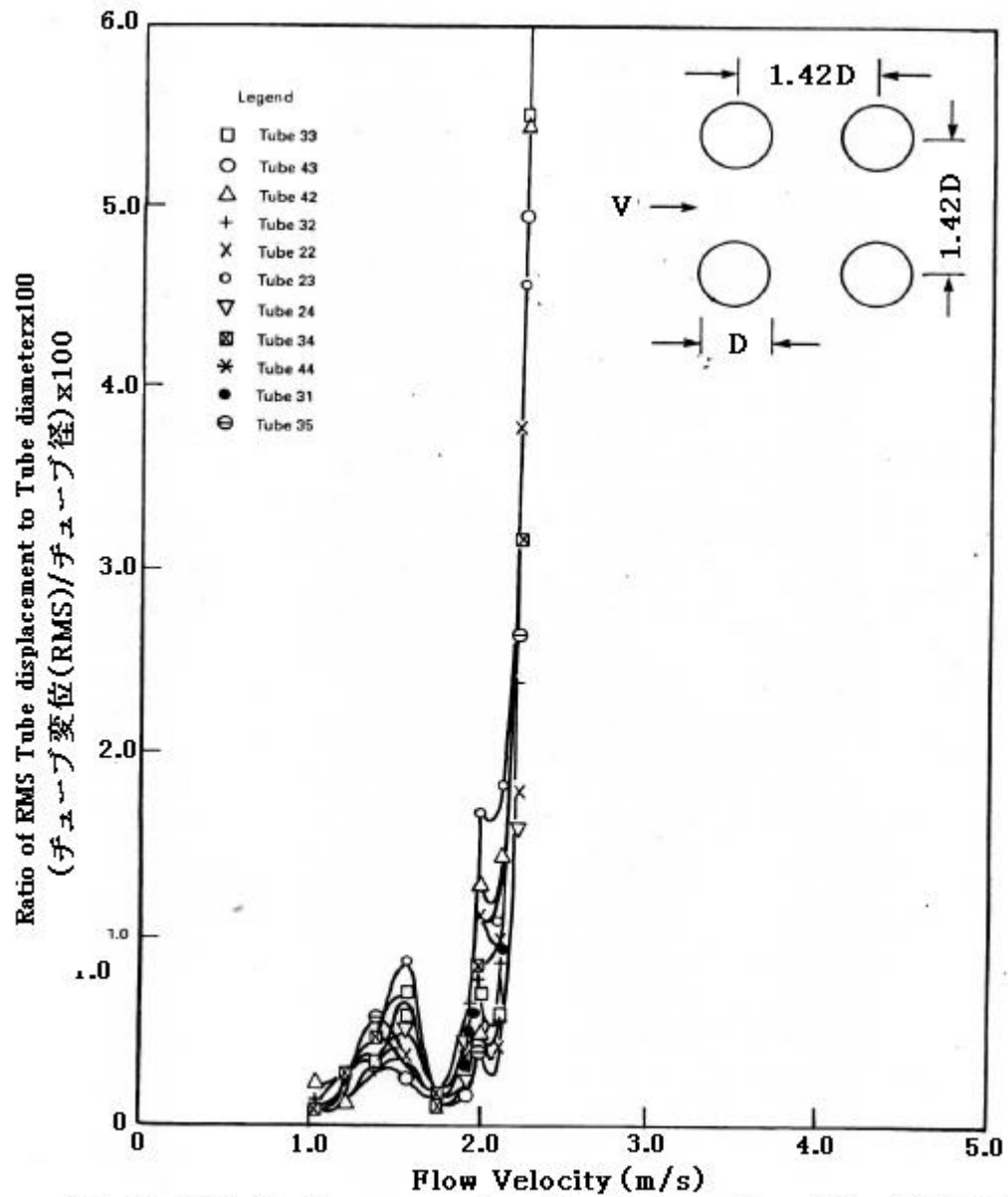


Fig.N-1331-1 Response of a Tube Bank to Cross Flow (Ref 115)
(クロスフローに対する管群の応答)

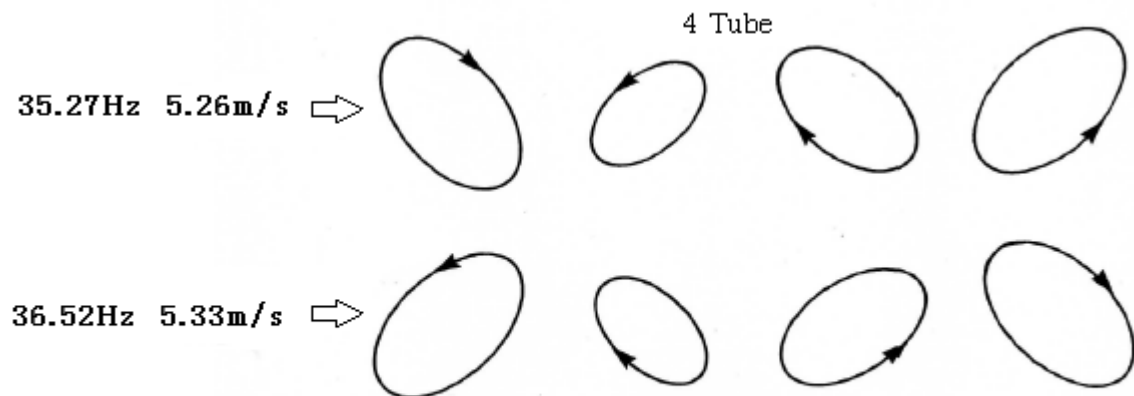


Fig.N-1331-2 Tube Vibration Patterns at Fluid-elastic Instability for four tube row (Ref 118)
(4列チューブの流力弾性振動におけるチューブ振動パターン)

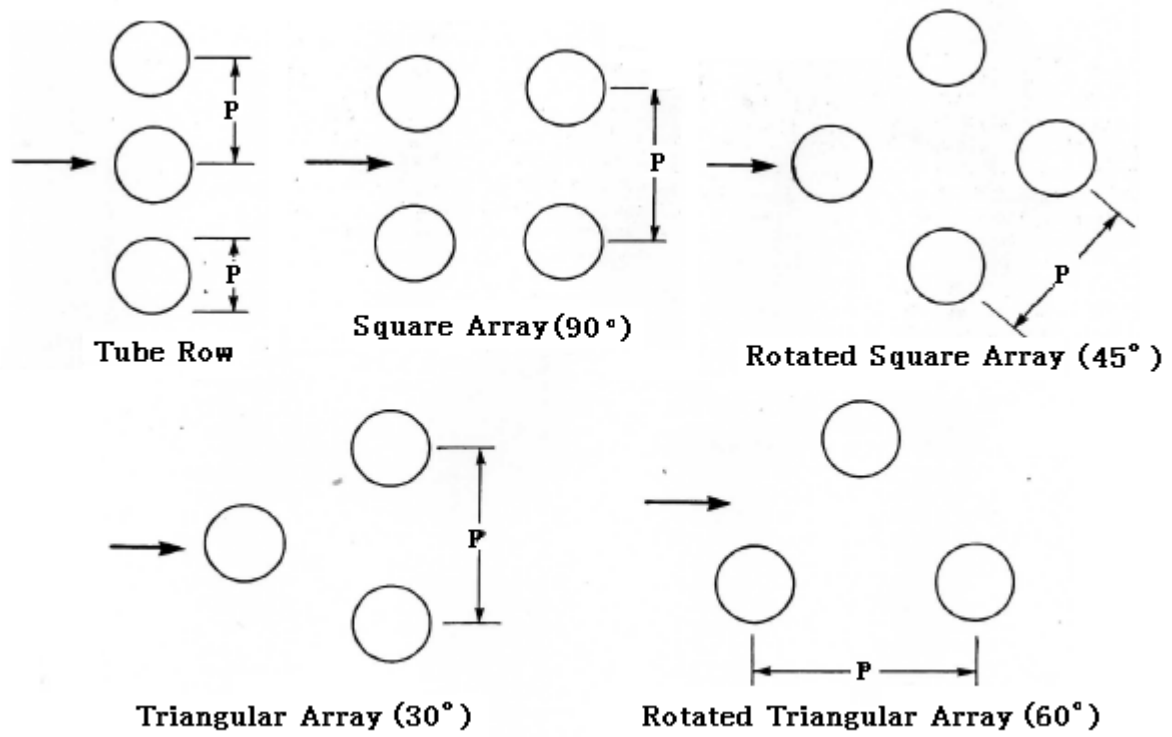


Fig. N-1331-3 Tube Arrangement (チューブ配置)

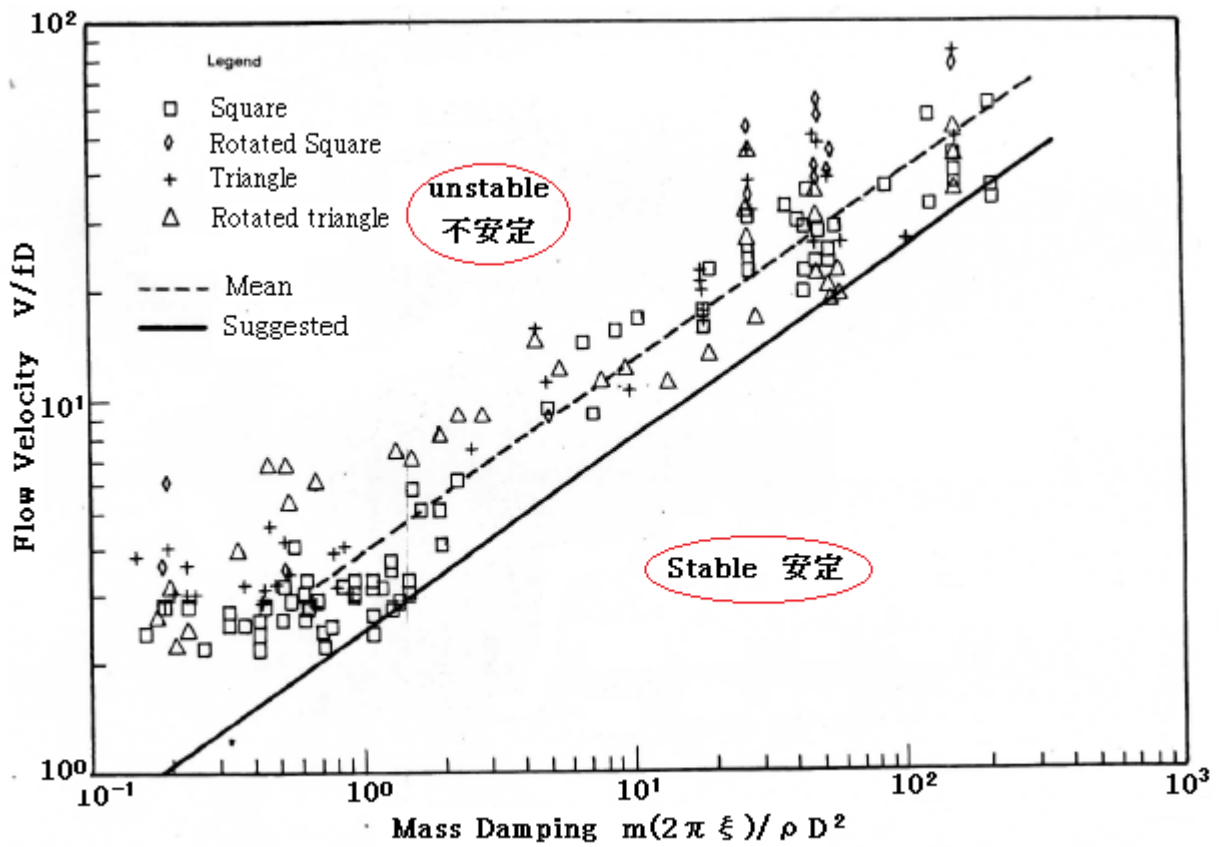


Fig. N-1331-4 Stability Diagram (安定性判別図)

【 N-1330 の注記 】 by TS 作成者

- (*13) 円柱には定常的な流れから生じる外力(定常的流体力)のほかに円柱が振動することによって生じる非定常流体力(下記)が作用する^(R1)。

$$F=f(x'',x',x)=-m_a x''-c_a x'-k_a x \quad \text{----- (i)}$$

ここで云う(a)の[チューブ移動に伴って線形的に変化する力]は右辺第3項の $-k_a x$ に該当する。円柱が密度の濃い流体の中を移動するとき流体側から抵抗を受けるのでこれをバネ的に扱って $k_a x = (\rho V^2/2) C_k x$ (ここで C_k は剛性力係数)でカウントする。

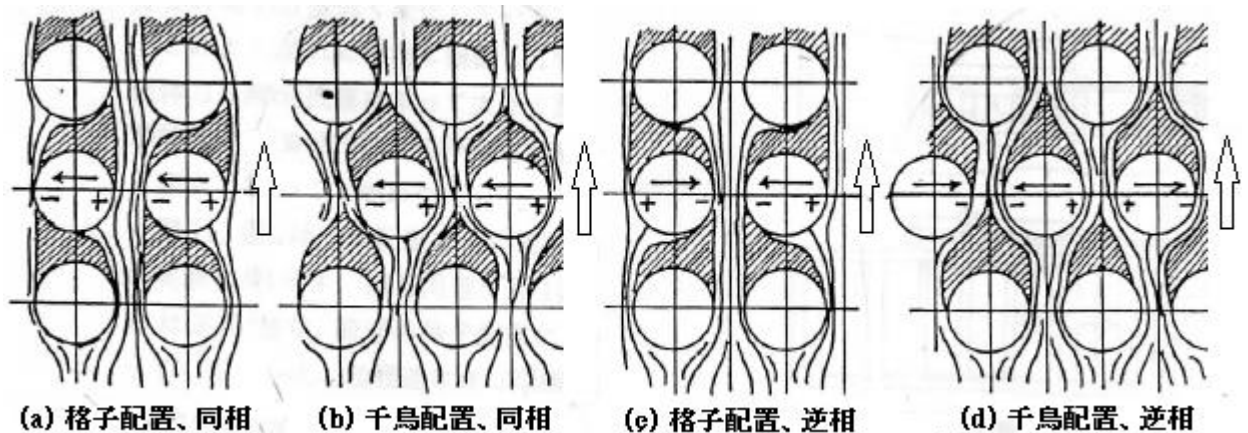
また、(b)の[相対速度に由る抗力変動]は右辺第2項に該当する。ここで相対速度とは流体速度 V から円柱の移動速度 x' を差し引いた $(V-x')$ である。そのときの抗力は、 x' が軽少と仮定して

$$F_D = (1/2) \rho (V-x')^2 D C_D = (\rho V^2/2) D C_D (1-2x'/V) = (\rho V^2/2) D C_D - \rho V D C_D x'$$

この場合、 $(\rho V^2/2) D C_D$ は定常抗力なので、 $-\rho V D C_D x'$ が非定常流体力ということになる。

この非定常流体力は速度を変数とするので円柱の減衰項と組み合わせて扱い、振動円柱の減衰メカニズムを構成する。

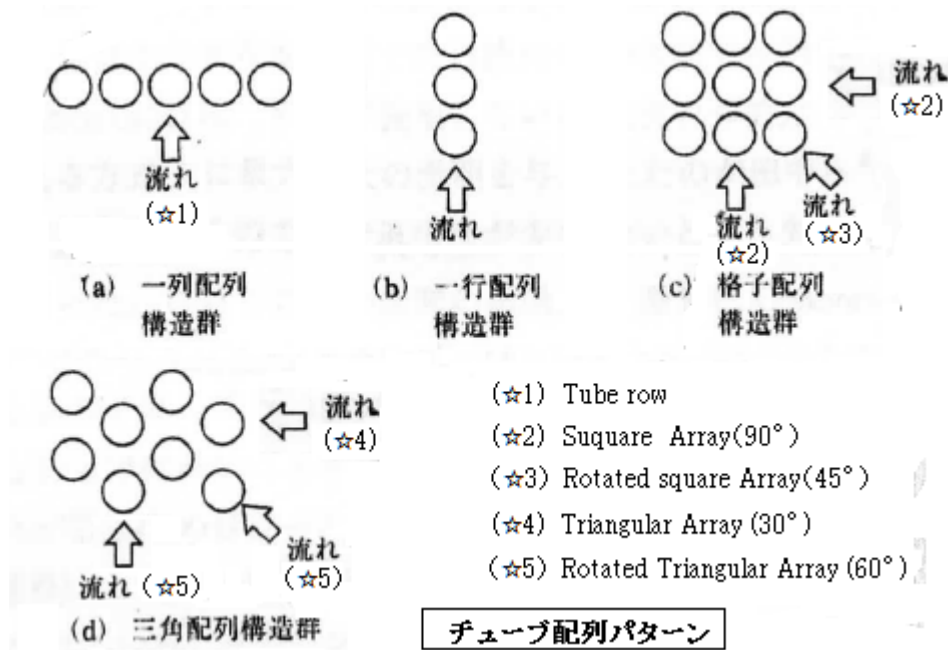
- (*14) ジェットスイッチ現象は円柱群廻りのフローパターンの一つであってこの振動の自励化あるいは不安定化の原因とされているもの。その例(断面図)を下図に示す^(R9)。



各図において第2列目の円柱+側の斜め下に淀み部分があって、第1列目の円柱の隙間からの噴流片側部分の流れが第2列円柱の横方向移動(矢印)を後押しする形になる。第2列円柱の動きはやがて反転するが、噴流の片側流れも反転して第2列円柱を矢印と反対方向に後押しする。このように噴流の流れ方が切替わりに同期して円柱が揺れ動く所からこのようなフローパターンを総称的にジェットスイッチ現象と呼んでいるようである。以上文献(R9)より。

流力弾性振動の研究過程では、当初、変位メカニズムを不安定振動の原因にしていたようであるが、円柱の動きに対する流体力の位相遅れなどを考えれば推論に無理があって、今ではジェットスイッチ現象が不安定振動(自励振動)の原因とされている。なおこの現象は変形メカニズム+流体減衰メカニズムの組み合わせによるとされている(細かい議論は不明…)。

- (*15) Fig.N-1331-3はチューブ配列(トレイ)の基本例を示しているが細かすぎて少しわかり難いので下記に図例(次頁)を示す^(R1)。



(※16) (81)式の形は次のように導かれている^(R12)。

励振力： $F \propto (1/2) \rho V^2 C_L D (A/D)$ 、エネルギー逸散力： $P = 8m \pi^2 f f_0 A \xi$

ここで C_L = 動的揚力係数、 A = 振動振幅、 f, f_0 = 流体中、真空中のチューブ固有振動数
 励振力 F が逸散力 P を上回る時に不安定になるので

$$K(1/2) \rho V^2 C_L D (A/D) > 8m \pi^2 f f_0 A \xi \quad (\text{調整係数})$$

これを変形し、 $\xi \rightarrow \xi_n$ 、 $f \rightarrow f_n$ 、 $m \rightarrow m_t$ とおいて、

$$V/(f_n D) > \{8 \pi f_0 / (f_n K C_L)\}^{0.5} [m_t \{2 \pi \xi_n / (\rho D^2)\}]^{0.5} \rightarrow V_c / (f_n D) = C [m_t \{2 \pi \xi_n / (\rho D^2)\}]^a$$

C 値、 a 値は実験データによって決まる。

(※17) この部分の記述は多少、判りにくくなっている。おそらく

「Table N-1331-4 はラボ的な試験データをプロットしたもので、これを設計に使用する場合は当然ながら安全裕度を持たせる必要がある。然るに実際の設備(管群)ではその限界流速は試験データより低くなる傾向があるので、特に試験データの使用に際し安全裕度をとる必要はなく Fig. N-1331-4 をそのまま運用しても構わない。」ということではないかと思われる。

【 N-1340 乱流(流れの乱れ) 】

一般には冷却水を流しその流量を調整することで熱伝達に最適な乱流が促進され維持されているが、一方でその冷却水流れにおける乱流は構造体の振動源にもなっている。またこのような乱流は、渦放出に関連して N-1320 でも議論したように、剥離境界層流れ(ウェーキ)に由来する別の励振メカニズムの消長と強さにも影響を与える。本セクションでは流体励振力のソースとしての乱流(流れの乱れ)を取り上げてみたい。

N-1341 ランダム振動(不規則振動)

乱流が構造物の表面に接触する所では流れのモーメント(運動量)の一部が変動圧力に転換する。平均流成分から生み出された力の上に、乱流速度成分によって不規則な表面圧力変動が

加算される。乱流速度成分と同様に表面圧力変動の時刻歴は複雑なものになっており、実際には統計ベースで表現するほか手がない。ただ、変動圧力とそれから派生する流れ誘起応答は、常にエルゴード的(*21)とみなされ、時間の原点に依存しない **a finite-time record** で解析できる(*22)。

構造解析や構造設計を意図する場合、いったん圧力場の空間スペクトル密度 $S_p(x_1, x_2, \Omega)$ が決まると変動圧に関する有用情報が利用できる。そのスペクトル密度は、圧力場における相互相関式をフーリエ変換したものになる(*22)。即ち

$$S_p(x_1, x_2, \Omega) = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} \{ \lim_{t \rightarrow \infty} (1/2t) \int_0^t p(x_1, \tau) p(x_2, \tau + \tau) d\tau \} e^{-i\Omega \tau} d\tau \quad \text{-----}(83)$$

またスペクトル密度は、構造物において対をなす全てのポイント(同一ポイントも含め) x_1, x_2 について円周波数 Ω (rad/s) の関数としての圧力 $p(x, t)$ 成分の積平均に関する情報を与える。

S_p は (圧力)²x(秒) の単位を持っている。スペクトルの周波数の内容は、0 から乱流源で決まる最大周波数までの周波数帯である。パワースペクトルの大きさは周波数 Ω における乱流エネルギーが増えるときに増加する。

異なる位置の圧力が一体化したり何らかの因果関係を持つような構造領域のサイズが、その圧力場の相関長さあるいは連合した乱流渦のサイズに他ならないと理解される(82)。

表面圧力の選択部分(*23)だけが動的構造応答を励起する際に効果的である。これら選択部分は構造体の固有振動数を中心とした狭い周波数の帯域と、関連する振動モードの空間波長とサイズ的に類似した相関長さを持っている(122)。その結果生じる構造的応答は不規則な振幅をもった狭い周波数帯で起こり、その周波数帯の幅はシステム減衰から決まる。表面圧力の統計量がわかれば、構造動力学の蓋然論(*24)を利用して関連する構造的応答の統計量を予測することができる。

N-1342 チューブ及び梁の構造的応答

N-1342.1 均質乱れ励振に対する応答

線形構造物の仮定は、弱く連成した流れ-構造系の乱れ励振に伴う微振動に対しその妥当性が認められており、梁構造物に対する任意で不規則な負荷に対する動的な線形構造解析理論は大変進んでいる。乱流のエネルギー拡散メカニズムによって構造物境界や流路内に起きる擾乱は平滑に均されるため、乱流クロスフローの統計上の特性は、単一チューブ及び管束の選択されたスパン全長にわたって徐々に変化することが多い。従ってたいていのアプリケーションでは、一様平均流速及び均質乱流という仮定は理にかなっている。

均質でエルゴード的な圧力場を仮定すれば、運動方程式を切り離してモーダル解析によって解を得ることができる(*25)(N-1222 参照)。円柱構造物の応答におけるパワースペクトル密度の式は次式で与えられる(123)。

$$S_y(x_1, x_2, \Omega) = S_{f_0} L_j^3 \sum \phi_j \phi_k J_{jk}^2 H_i H_k^* \quad (k=1 \sim \infty) \quad \text{-----}(84)$$

ここでモード形 $\phi_j(x)$ は次の直交関係を満足する。

$$\int_0^L m_t(x) \phi_i(x) \phi_j(x) dx = M_j \delta_{ij} \quad \text{-----}(85)$$

ここで、 M_j は一般化質量で、ここでは m_t と同じディメンジョンを持つ。従ってもし m_t が一定なら $M_j = m_t$ で、直交条件は次のように縮小する。

$$\int_0^L \phi_i(x) \phi_j(x) dx = \delta_{ij} \quad \text{-----}(86)$$

また j 次モードの伝達関数は、次の通り。

$$H_j(\Omega) = [M_j(\Omega_j^2 - \Omega^2 + 2i \xi_j \Omega \Omega_j)]^{-1} \quad \text{-----}(87)$$

ここで Ω_j 及び ξ_j はそれぞれモーダル固有振動数、減衰比である。アクセプタンス積分(→ジョイントアクセプタンス)は(*26)、

$$J_{jk}(\Omega) = L^{-1} \int_0^L \int_0^L \phi_j(x_1) \Gamma(x_1, x_2, \Omega) \phi_k(x_2) dx_1 dx_2 \quad \text{-----}(88)$$

ここで複素コヒーレンス関数 $\Gamma(x_1, x_2, \Omega)$ は(*27)、

$$\Gamma(x_1, x_2, \Omega) = S_f(x_1, x_2, \Omega) / S_{f_0}(\Omega) \quad \text{-----}(89)$$

また S_f は円柱長さ上の異なるポイント $x = x_1 \sim x_2$ 間の、単長当たりの乱流強制関数の相互スペクトル密度である。 $x_1 = x_2 = x$ のとき $S_f(x_1, x_2, \Omega) = S_{f_0}(\Omega)$ は、均質圧力場の位置には拠らないパワースペクトル密度(あるいは Auto-spectrum)である(*23)。

そのジョイントアクセプタンス $J_{jj}(\Omega)$ は j 次振動モードを励起するための強制関数の相対的な有効性を反映している。一方、クロスアクセプタンス $J_{jk}(\Omega)$ (但し $j \neq k$) は、異なるモード間の連成による寄与を反映している。全般に 2 つの異なるモード間の応答は相互依存になる。

2 乗平均応答 $y^2(x)$ は、振幅あるいは応力ひずみをデザインする上で最も有効な尺度であり、それは応答パワースペクトル密度 $S_y(x, \Omega) = S_y(x, x, \Omega)$ の全周波数帯にわたる積分から得られる。

$$\bar{y}^2(x) = \int_{-\infty}^{\infty} S_y(x, \Omega) d\Omega \quad \text{-----}(90)$$

変位における正負のピークの分布から平行流中のロッドの基本モードがガウス関数(*28)であることがわかっている(81)(82)(124)。ガウスの変動圧力分布を仮定すれば応答振幅(絶対値)のレイリー分布(*28)が予期される(82)(125)。

物理学的推論や実験データによれば、クロスフロー中のチューブに対し均質乱流圧力場の複素コヒーレンス関数は次のように特性化される(122)(126)。

$$\Gamma(x_1, x_2, \Omega) = \exp[-2|x_1 - x_2| / \ell_c] \cdot \exp[-i\Omega(x_1 - x_2)\sin\theta / U_c] \quad \text{-----}(91)$$

ここで $\ell_c (\ll L)$ は相間長さで、乱流圧力場の結束範囲の尺度である。 U_c は対流速度または乱流渦が流れと共に動く速度である。そして θ は流れ方向とチューブ軸直交方向のなす角度である。なお $U_c / \sin\theta$ はチューブ沿いの圧力信号の位相速度である。

十分に分離したモードを持ち軽く減衰した構造物の場合は、その応答に対する相互モーダル分布は無視できる。そして (90)式は文献(112)(125)にあるように解析的に評価できる。

$$-12\bar{y}^2(x) = \sum 2\pi \xi_j \Omega_j S_y(\Omega_j) = \sum \pi \xi_j f_j G_y(f_j) \quad \text{-----}(92)$$

2 番目の等式では、一般に用いられる工学変数である振動数 $f(\text{Hz})$ 及び下記のシングルサイドのパワースペクトル密度 $G(f_j)$ の関数を用いて応答量を表わしている。

$$f = \Omega/2 > 0 \text{ のとき } G(f) = 4\pi S(\Omega), \quad f < 0 \text{ のとき } G(f) = 0 \quad \text{-----}(93)$$

同様に軽い構造減衰を仮定して

$$\ddot{y}^2(x) = \sum \{L G(f_j) \phi_j^2(x) / (64 \pi^3 M_j^2 f_j^3 \xi_j)\} J_{jj}^2 \quad (\Sigma \rightarrow j) \quad \text{-----}(94)$$

ここで $G(f_j)$ は j 次振動モードの固有振動数 f_j における乱流圧力場によって発生したシングルサイドのパワースペクトル密度 $[(\text{force/length})^2/\text{Hz}]$ である。

N-1343 乱流クロスフローに曝されるチューブ及び梁について設計手順

ほとんどの状況で、円柱軸直交の乱流成分は平行な乱流成分よりも支配的な励振メカニズムになる。しかし流れ方向がチューブ軸に対し平行か、あるいはわずかに傾くとそうではなくなる。円柱に直交する流れ成分を用いるクロスフロー解析以外にも常に、小さな傾角について N-1345 の平行流(アキシアルフロー)解析を行って補完するべきである。

以下のサブセクションに示される理論は 1 次元構造物全般に適用できるが、圧力場の統計量についての特定情報は チューブ(円柱)のみ に限定され、他の梁断面に対しては別途とする。

N-1343.1 一様なクロスフロー

全質量が均等に分散し両端をバネ支持された減衰の少ない剛な円柱の全長にわたって一様なクロスフローが作用する最も単純なケースでは、 $\phi = L^{-1/2}$ に、(91)式では $\theta = 0$ になり、(88)式のジョイントアクセプタンス積分(但し $i=j=1$)は次のように縮小される⁽¹¹²⁾⁽¹²⁷⁾。

$$J_{jj}^2 = \ell_c/L, \quad \ell_c \ll L \quad \text{-----}(95)$$

チューブ(円柱)をよぎる大半のクロスフローにおける相関長さ ℓ_c は円柱径の 3 倍より大きくなることはない(N-1322 参照)。また(95)式は、剛でバネ支持された円柱の横振動の基本モードについて導かれているが、この式は単純支持で両端でクランプされた円柱の基本モードにおけるジョイントアクセプタンスを見積もるためにも使用できる。もちろん、(94)式で rms 応答を求めるときは実際の境界条件に相応し(86)式に従って正規化されたモード形が用いられる。

他の境界条件や高次モードについては、ジョイントアクセプタンス積分は数値計算(大半然り)あるいは(91)式によるクローズドフォームの形で評価されねばならないだろう。 $J_{jj}^2 \leq 1.0$ なので⁽¹²⁷⁾、応答値の上限は、(94)式の全ての J_{jj} を 1 とおいて見積もることができる。

乱流によってチューブに加わる力の不規則特性は試験から求めなければならない。チューブアレイにおけるチューブ単位長さ当りの乱流力に対するパワースペクトル密度の表式には次の 2 通りがある。

$$\text{文献(100)} \rightarrow G(f) = [C_R(f) \rho V_g^2 D/2]^2 \quad \text{-----}(96)$$

$$\text{文献(128)} \rightarrow G(f) = [C_L(f) \rho V_g^2 D/2]^2 (D/V_g) \quad \text{-----}(97)$$

ここでギャップ速度 V_g はチューブの上流速度 V_∞ に関係する。即ち

$$V_g/V_\infty = P/(P-D) \quad \text{-----}(98)$$

(96)式の係数 $C_R(f)$ は $\text{sec}^{-1/2}$ の単位を持ち振動数 f の関数として Fig.N-1343-1 に与えられる。

それ故(96)式の適用は、データ採取のパラメータ範囲即ち 12~19mm 径の熱交チューブ(狭間隔)に流入する乱流度の高い水流(1~2m/s)に限られる(Fig.N-1343-1 のデータベースに準じて)。

管束内部への浸透に伴う $C_R(f)$ の減少は、高い入口乱流と最初数列のチューブ列で観察される渦励振にその原因がある。(97)式の無次元揚力係数 $C_L(f)$ のデータは多くのチューブ配列形状に対して得られている⁽¹⁴¹⁾⁽¹⁴²⁾わけではないが、この代替式[→(97)式]は安全裕度の少ない応答を予測する恐れがある⁽¹⁴²⁾(使用上注意)。

渦列がロックインすることなくクロスフローの中で隔絶されたチューブでは、そのパワースペクトル密度 $G_f(f)$ と相関長さ ℓ_c は、上流の構造体によって偶発した流れの中の乱流に強く依存している。割合に少量の乱流によって、励振メカニズムとしての渦列の有効性が著しく減じられ相当に強い偶発性の乱流によって、周期性が殆ど失われる。

偶発性流れの任意の乱流強さとスケール長さ(規模)に対し $G_f(f)$ は有効であり⁽¹²⁹⁾、相関長さ ℓ_c は偶発性流れのスケール長さで近似できる。偶発性流れについての具体的な情報が欠如している場合は、たいていの隔絶されたチューブの $G_f(f)$ を見積もる上で Fig.N-1343-1 の上流チューブに対する不規則乱流係数($C_R?$) が使用できる。Fig.N-1343-1 にはそのデータベースの中に広範囲で多様な偶発性流れ状態のデータが含まれているからである。

隔絶されたチューブの場合は、式(96)(97)で用いられる速度はチューブ無しの自由流速にすべきである。

もし上流の構造体が定義通りの渦を発生するならば、強い励振メカニズムが 20x チューブ径の下流側にある隔離チューブに生み出される⁽¹³⁰⁾。

N-1343.2 一様クロスフローの複合スパン

アプリケーションによっては、相互にはあるいは円柱の残り部分とは相関を持たず、一様ではあるが異なる速度/密度のクロスフローに曝される 1 つあるいはそれ以上の部分スパンが、一つのチューブに含まれていることがある。この状態は圧力容器(熱交/反応器など)内で密度差のある流れを導くためにバップルを使用する時によく起きる。

そのような状態にたいする 2 乗平均応答は、均質乱流励振に対し N-1342.2 で与えられた結果を単純に一般化することで得られる。

スパン長 L_i の一様クロスフローは、他のスパンの一様クロスフローとは相関しないので(94)式の $G_f J_{ji}^2$ は、有意なクロスフローに曝されるスパン i の全てにわたって局部定義のスペクトラム G_f^i とジョイントアクセプタンス $(J_{ji})^2$ の積の総和をとって計算できる⁽¹²⁷⁾。

$$\ddot{y}^2(x) = \sum \sum [L_i G_f^i(f_j) \phi_j^2(x) / (64 \pi^3 M_j^2 f_j^3 \xi_j)] (J_{ji})^2 \quad \text{-----}(99)$$

$$G_f^i(f_i) = G_f(f_j) \int_0^{L_i} \phi_j^2(x) dx \quad \text{-----}(100)$$

$(J_{ji})^2$ は、長さ L_i を持った i 番目スパンで効力のある、 ϕ_j^i と表された ϕ_j の当該部分を用いて(88)式から得られる。N-1343.1 でも述べたように、もし ϕ_j^i が各端で単純クランプ支持された 1 スパン梁の基本モード形に類似しているなら、 $(J_{ji})^2 = \ell_c^i / L_i$ になる。管束内の相関長さは隔離

チューブのそれより小さく、チューブ径の1～2倍程度になる。 $G_R(f)$ を特定した後、例えば式(96)(97)を用いて二乗平均応答値を求めることができる。

N-1343.3 非一様クロスフロー

産業用熱交では、チューブ全長はもちろんのこと、1チューブスパンでさえもクロスフロー流速が一樣になることはめったにない。速度分布が有効な場合は平均クロスフロー流速を用いて(96)～(98)式のフォーススペクトルを見積もることができるが、確率論解析で用いられる一般化フォースに類似したモード形で重み付けしたパワースペクトル密度を用いればもっと精度のよい見積りを得ることができる⁽¹²⁷⁾。

一様な質量密度の単一スパンチューブに対して、

$$G_R(f_j) = (D/2)^2 C_{R^2}(f_j) \int_0^L \{ \rho U^2(x) \}^2 \phi_j^2(x) dx \quad \text{-----}(101)$$

スパン方向に一樣質量密度のマルチスパンのチューブに対して

$$G_R(f_j) = (D/2)^2 C_{R^2}(f_j) \int_0^L \{ \rho_i U^2(x) \}^2 \phi_j^2(x) dx \quad \text{-----}(102)$$

これら見積りは厳密なものではないが、速度分布のピークが特に振動モードの腹(antinodes)に近いときは、これらの式からより正確な応答値を見積ることが可能である。

N-1344 管束の渦誘起振動

管束の奥深くで起きる渦放出の存在は単一円柱に較べそれほどはっきりと定義されている訳ではない。管束に関連する実験計測では、たとえ共鳴ピークが動圧パワースペクトル密度にあっても、それはかなり広がりがあり単一チューブの場合ほどはっきりしたものではない。更に共鳴ピークは(96)式で与えられる圧力パワースペクトル密度に拘束されている。しかし、もし特定スパンでロックインされた渦誘起振動が起きるならばその強制関数(励振力)とチューブのモード形は完全に相関してそのスパンで同位相になる。これはそのスパンのジョイントアクセプタンスが $J_{ji}=1.0$ であることを意味する。安全側にはマルチスパンの管束の奥にあるロックインされた渦誘起振動の振幅は、N-1324.1に従いロックインが回避/抑制することができない全てのスパン及びモードについて、(99)式に $J_{ji}=1.0$ を代入することで計算可能である。

古典的な渦放出は境界にあるチューブで発生する。管束外面から2,3列目まではN-1320の手順に準じた渦誘起振動解析が推奨される。

N-1345 アキシャルフロー(軸方向流れ)に曝される円柱

一般にアキシャルフローの乱れによる励振メカニズムは、流れが振動体から剥離するクロスフローに比べてかなり弱い。

またはアキシャルフローは流量と共に増加する流れの減衰源でもある⁽⁸¹⁾⁽⁸²⁾⁽¹³¹⁾。結果的に、アキシャルフローにおけるチューブの振動振幅(rms)はチューブ径のわずか数%に過ぎない。

アキシャルフローの中のチューブをゆさぶる表面の圧力変動には多くの源泉がある。例えば

- ・発達する境界層のせん断流れによって生じる局部乱流
- ・上流の障害(格子/流路急変/エルボ/弁など)から生じる自由乱流(→急速に消散)
- ・局部音響ノイズや長距離を伝播するシステム音響ノイズ⁽¹³⁶⁾

十分に発達した流れだけに曝されるパイプや円環ロッドについては、それらが局所的な流路形状や流量のみに依存しているので、かなり一般的な均質圧力場の実験による特性化が可能である⁽¹³¹⁾。しかし一般的な特性化は、多くの特定システムではスタディされているものの、上流の擾乱や隣接する物体を考慮したものにはなっていない⁽¹³¹⁾⁽¹³⁷⁾。

明らかに、応答が計測されたときと同じシステムで圧力場が特性化されたときに正確な予測が得られる。しかしシステムが異なるときの予測では同じ軸方向流速であっても桁違いの差がでるかも知れない。

応答値はいつも圧力場特に非均質な圧力場を特性化するために必要な圧力変動よりももっと容易に計測できるので、重要なコンポーネント形状については経験的な応答の相関式が開発されている⁽⁹⁹⁾⁽¹³⁷⁾。相関式のベースになったコンポーネント/プロトタイプ試験には殆どのコンポーネント形状及び励振源が含まれているが、これら相関式の使用はもちろん開発のベースになったコンポーネントタイプやパラメータ範囲に限定されなければならない。

N-1345.1 推奨設計手順

- (a) 圧力場の特性化が有効な場合、構造体の応答は N-1342 で概説された一般的な方法で予測することができる。ただクロスフローのときと違って、アキシアルフローの対流速度 U_c は重要なパラメータで式(91)→式(88)でアクセプタンス積分を計算する前に判っていないなければならない。

アキシアルフローでは、一般に、クロスフローのように相関長さ l_c が大きくなるほど応答が大きくなるということはない。むしろパワースペクトル密度に加えて、その圧力場の構造モード形と位相一貫性とのマッチングに支配される⁽¹¹²⁾⁽¹²²⁾。

- (b) 圧力場の特性化における有効性の如何によらず次の経験式⁽⁹⁹⁾を用い最大の運動振幅を一桁内の精度で見積ることができる。

$$y^*/D = [5 \times 10^{-4} K_n / \alpha^4] [u^{1.6} \varepsilon^{1.8} R_e^{0.25} / (1 + u^2)] [D_h/D]^{0.4} [\beta^{2/3} / (1 + 4\beta)] \cdots \cdots (103)$$

但し円柱に関するパラメータはその相関式でカバーできる範囲内(下記)でなければならない。

$$2.1 \times 10^{-3} \leq u^2 = m_A V^2 L^2 / (EI) \leq 8 \times 10^{-1}$$

$$26.8 \leq \varepsilon = L/D \leq 58.7$$

$$2.6 \times 10^4 \leq R_e = VD/\nu \leq 7 \times 10^5$$

$$4.9 \times 10^{-4} \leq \beta = m_A/m_t \leq 6.2 \times 10^{-1}$$

$$2.1 \leq \alpha^2 = \Omega_1 [m_t L^4 / (EI)]^{1/2} \leq 20.8$$

$$1 \leq K_n \leq 5$$

ここで K_n は静寂から離隔を表わすノイズ係数で安定したアキシアルフローで $K_n=1$ である。商業設備では $K_n=5$ までと思われる。 E は弾性係数(ヤング率)、 I は梁の断面 2 次モーメント、 ν は流体の動粘度である。

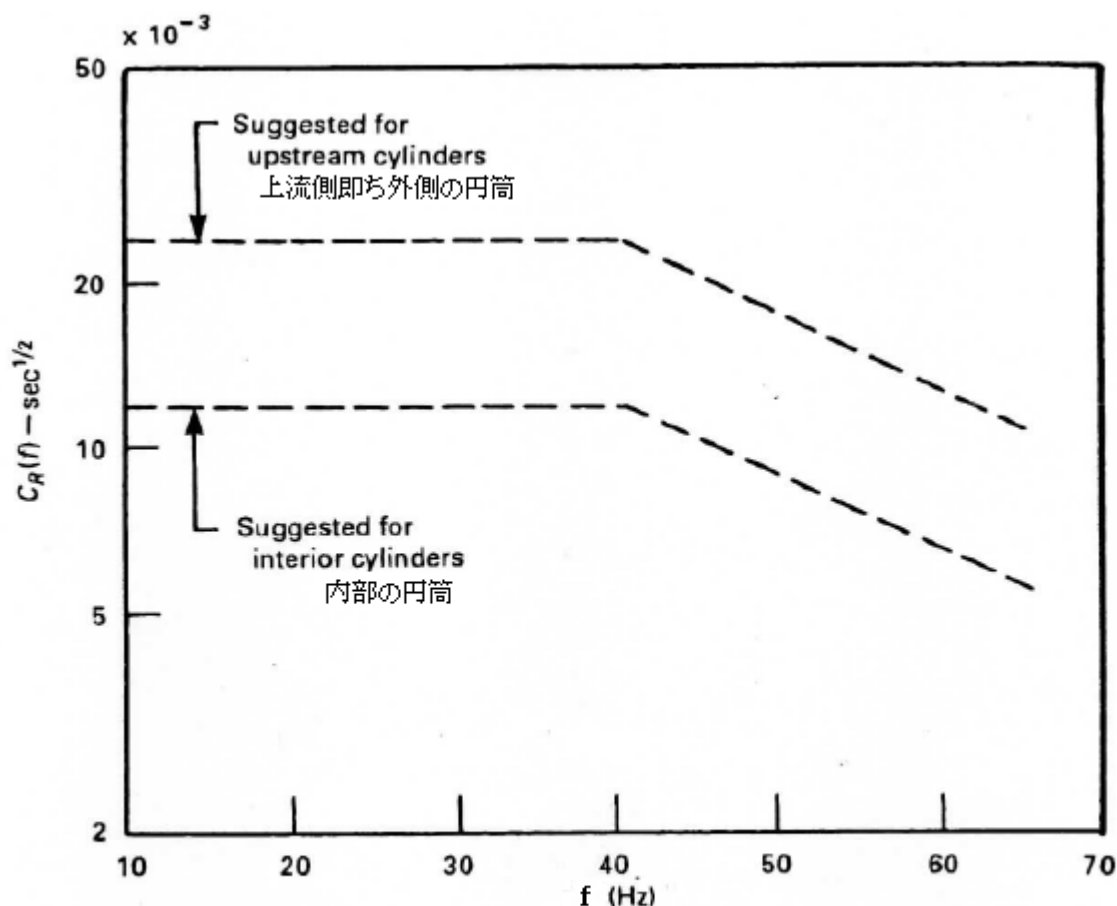


FIG. N-1343-1 RANDOM EXCITATION COEFFICIENT FOR ARRAYS IN CROSS FLOW (REF. 100)

(クロスフロー中のチューブ配列でのランダム励振係数 $C_R(f)$) 文献(100)

【 N-1340 の注記 】 by TS 作成者

- (*21) “エルゴートの”とは統計論的な言い回しで、アンサンブル平均と時間平均が等しいことを云う。アンサンブル平均とは、複数の波形 $x_i(t)$ が存在している場合にある時刻 t_1 における各波形の値 $x_1(t_1), x_2(t_1), x_3(t_1), \dots$ の平均値を云う。また時間平均とは、ある波形の各時刻における平均値を云う。アンサンブル平均と時間平均が等しいということは、その振動状態が空間的にも時間的にも均一であることを意味し、エルゴートのであるなら1組のサンプルを考えることで全体の統計量を推定できる。振動の場合はたいていエルゴートのであることを前提において統計量を求めている。エルゴートのであれば適当な時間範囲の記録だけで解析できる。なお平均の取り方は通常の代数平均から自乗平均(ms)までを考慮することが多い。(以上文献(R10)より引用)

- (*22) ここで云う相互相関式はいわゆる相互相関関数を指す^(R11)。この相互相関関数と自己相関関数(Auto-spectrum)の総称を相関関数と呼ぶ。自己相関関数は、物理量 A に揺らぎがある場合、異なる時刻 t, t' における A の値からその積 $[A(t)A(t')]$ を求め、多数の t, t' の組み合わせについてその平均をとったものである。一方、相互相関関数は2つの物理量 A, B について同様に積 $[A(t)B(t')]$ を求め多数の平均をとったもので、 $A=B$ とすれば自己相関関数になるので汎用性がある。ここでも相互相関関数式の方が採られている。相関式は相対的な物理量(信号/ベクトル)の集合量の多寡をあらわすもので、これをフーリエ変換すれば周波数領域の関数が得られる。ここでは円柱廻りの変動圧力を円振動数 ω (無次元化し Ω) の関数群に変換してスペクトル密度(クロスパワースペクトル密度)にしたのが(83)式である。(83)式では

$$\lim(1/2t_0) \int_{-t_0}^{t_0} p(x_1, t) p(x_2, t + \tau) d\tau$$

が相互相関関数ということになる。

- (*23) 表面圧力の選択部分とは、無数のランダム振動数のうち構造体の固有振動数に近い部分即ち共鳴部分を云っていると思われる。そのとき固有振動の波長(v/f_n)が相関長さに類似してくる。固有振動数は高次まで無数にあるので、選択部分は確率的なものになる。

- (*24) 蓋然論について。絶対に確実な知識はあり得ないから蓋然性の高い命題で満足しなければならないとする見解である。

- (*25) 多自由度の運動方程式は 次式で与えられる。

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\}$$

ここで $[M]$ 、 $[C]$ および $[K]$ は全体のそれぞれ質量マトリックス、減衰マトリックス及び剛性マトリックス、 $\{F\}$ は全体荷重ベクトル、また $\{\ddot{x}\}$ 、 $\{\dot{x}\}$ および $\{x\}$ は加速度ベクトル、速度ベクトルおよび変位ベクトルである。この場合、 $\phi = [\phi_1, \phi_2, \phi_3 \dots \phi_n]$ とにおいて、 $x = [\phi] \{\xi\} e^{i\omega t}$ 、 $\dot{x} = i\omega [\phi] \{\xi\} e^{i\omega t}$ 、 $\ddot{x} = -\omega^2 [\phi] \{\xi\} e^{i\omega t}$ 及び $\{F\} = \{f\} e^{i\omega t}$ とすれば、上記の運動方程式は

$$-\omega^2 [M] [\phi] \{\xi\} + i\omega [C] [\phi] \{\xi\} + [K] [\phi] \{\xi\} = \{f\}$$

転置マトリックス $[\phi]^T$ を左掛けして、

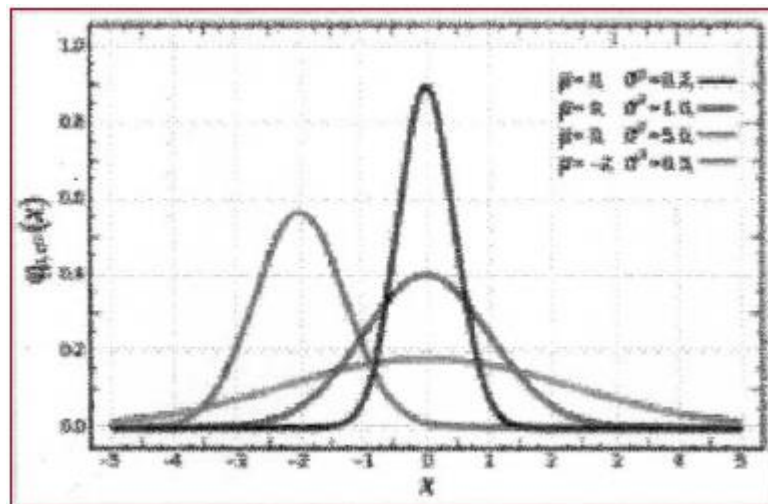
$$[-\omega^2 [\phi]^T [M] [\phi] + i\omega [\phi]^T [C] [\phi] + [\phi]^T [K] [\phi]] \{\xi\} = [\phi]^T \{f\}$$

この式を解くことがモーダル法(モード法)による周波数応答解析である。この場合、 $[\phi]^T [M] [\phi]$ と $[\phi]^T [K] [\phi]$ は対角マトリックスになるので、連立方程式の数は激減して、オリジナルの運動方程式を解くのに較べて解析時間が大幅に短縮される。以上文献(R10)引用。

- (*26) ジョイントアクセプタンスとも云う。変動抗力の円柱軸方向に沿った空間相関特性の寄与効果を表わす。

- (*27) 相互(パワー)スペクトルを無次元化したもの。相互スペクトルは元々複素数なのでこの関数も複素数になる。実用上は周波数ごとの関係の違いを表わすために2乗コヒーレンス $[\cosh^2(f) = |P_{xy}|^2 / \{P_{xx}(f) P_{yy}(f)\}]$ が用いられる。

- (*28) ガウス関数(ガウシアン)は $a \exp\{(x-b)^2/2c^2\}$ で与えられ、正規分布を表わす確率密度関数である。下図のように釣鐘型になる。レイリー分布は $(x/a) \exp(-x^2/2\sigma^2)$ で与えられ連続型の確率密度分布になる。



2. Appendix N-1310～N1340 に関する補足説明

2.1 N-1310「序言と範囲」について^(R4)

- (1) Appendix N の N-1300「チューブ及び管群における流れ誘起振動」は旧来からあった動的解析法(Dynamic Analysis Method)を増補する形で 1991 年付けで追加されたもの。Au-Yang, Blevin, Chen など流体振動のオーソリティがその作成に関与している。文書としては Non-mandatory であって設計手引きないし参考情報という位置づけになる。同類の Nuclear 関連の米国基準として PVRC「Guidelines for FIV Prevention in Heat Exchanger」があるが、原子力規制になるため内容的には N-1300 よりかなり厳しい規制になっている。従って一般産業用という視点からみて N-1300 の方が PVRC 基準より汎用性がある。

国内の規格/規準で N-1300 に相当するものはないが、類似規準としては、唯一、

JSME S-012 配管内円柱構造物の流力振動評価指針(1998)

がある。これは 1995 年末の高速増殖炉もんじゅの Na 漏洩事故を受けて調製されたもので、配管の温度計測用サーモウエルの渦振動/不規則振動を対象とした設計指針である。内容的には N-1320「渦放出」にほぼ重なる(むしろ N-1320 の方法が取り込まれている印象がある)。

- (2) 流体振動は構造物(塔槽類/配管類)の内部で起きるものと外部でおきるものがある。N-1300 が対象にしているのは後者で、外面全体を流れに曝される構造物である、その場合、

渦放出による振動、流力弾性不安定、乱流による不規則振動、共鳴による音響振動

などがあるが、音響振動は流体力が直接関係する振動ではないので、ここでは前 3 者が指針の対象となっている。これらの振動は全ての構造・流れで同程度に発生するわけではなく下表のようにそれなりに強弱がある。この辺りを斟酌して設計検討の要否基準を作るのは難しいが、下表のような傾向を念頭において N-1300 を運用するのが望ましいと思う。

表 1 流体と構造の形態による流力振動の種類と重要性
(Pettigrew, M.J. ほかによる) (文献(4)より引用)

流れの形態 (直交流)	流力弾性 不安定 振動	渦励起 振動	乱流励起 振動	音響共振
単一円柱				
液体	U	I	I	U
ガス	U	P	P	U
2 相流	U	U	I	U
管群				
液体	I	P	P	U
ガス	I	U	P	I
2 相流	I	U	I	U

U：起こりにくい、P：起こりうる、I：重要

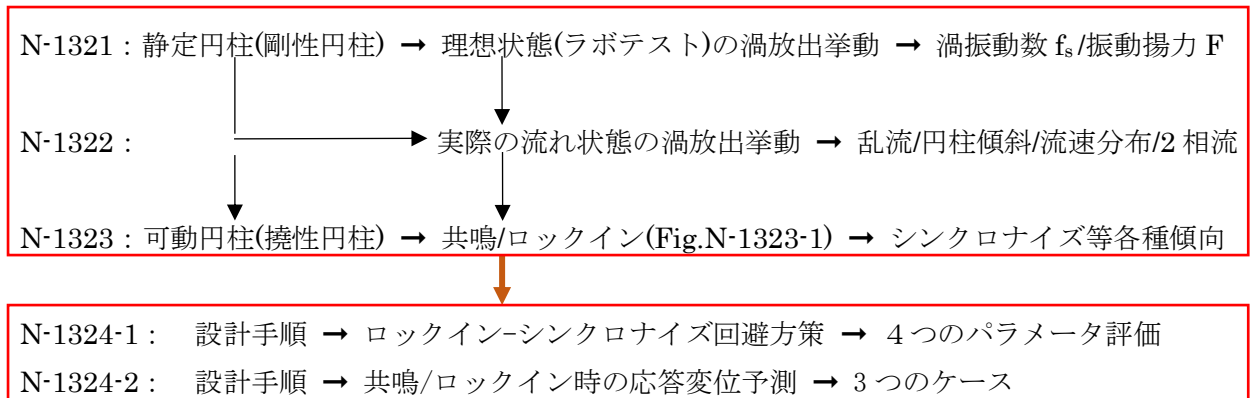
- (3) 流体問題は構造問題のようにある妥協点を見込み規準化できる所が少ない。流体振動も然り。流体の多様性、流れの変幻、相互干渉あるいは物性変化など旧来から掴みがたい要素にあふれていた。しかし近年、知見の蓄積と解析技術の進歩で定量的な定性把握も進み、ある程度の規準化も可能になっている。ただこの N-1310 でも記述されているように流れ・構造系の動的問題にはまだまだ不確実が多い。コメントに従い複数の設計アプローチを探るべきなのだろう。例えば

①解析的アプローチ(流れ/構造/連成) & ②文献/データ依存の近似解アプローチ

- (4) 上記のように流体の動的問題にはまだ不確実が多く、設計的には文献/資料/データ等への依存が大きい。その場合、情報の読み取りが重要になるので N-1311 のような、文献で暗黙に使用されている用語の解説は有益である(たいへん助かる)。ただビギナーにとってはは余りに少なすぎるのでガイドライン的にはさらに充実させる必要がある。

2.2 N-1320「渦の放出」について^{(R1)(R2)(R4)}

- (1) N-1320 は外面をクロスフローに曝される円柱の渦放出に伴う振動(いわゆるカルマン渦振動)に関する設計指針を与えている。その記述の構成は次のようになっている。



N-1321 では固定されたブラフボディ(剛性円柱)即ち真直で固有振動数無限大の円柱を仮定し構造側から影響を受けない理想状態の渦放出現象を記述している。従って N-1321 で与えられる渦放出振動数 f_s 及び振動揚力 F は全くの基本形である。しかし剛性円柱であっても設備運転における実際の流れ状態では渦放出手動は変化する。N-1322 はその幾つかの例を記述している。

実際の工業設備では剛性円柱は少なく、殆ど支持スパンを持った撓性円柱である。撓み性があれば円柱の固有振動数は有限になり、渦放出振動数に接近すると共鳴を起こす(ロックインは完全共鳴を、シンクロナイズはその音響を云う)。N-1323 ではロックイン判定図(Fig.N-1323-1)を示し共鳴に伴う変化を説明している(判定図については次項で補足する)。

設計的に如何にロックイン状態を回避するか? これについて N-1324-1 では4つの評価基準が提示されている(これについては(3)項で補足する)。なお設計事情によってロックインが回避できないこともある。ロックインが回避できなければかなり大きな応答変位(振幅)がでて隣接構造物との干渉が懸念される。これについて N-1324-2 では3つのケースについて応答変位の予測方法を与えている。

N-1320 の情報はコンパクトによくまとめられているが、応力に関するデータ(式)が見あたらない。ガイドライン的には Blevins—Iwan 文献辺りの応力計算式を追加する必要がある。

- (2) N-1323 のロックイン判定は重要なので Fig.N-1323-1 の判定図について補足しておく。この判定図は Scruton のオリジナルによる。縦軸に換算流速($V_r = V / f_n D$)、横軸に減衰パラメータ($m_t \delta / \rho D^2$)をとり、ロックイン領域をハッチングで示している。

縦軸の換算流速はクロスフローの近寄り流速 V を無次元化したもので、

$$f_s = S(V/d) \rightarrow 1/S = V/(f_s D) \rightarrow (\text{完全共鳴時 } f_s = f_n \text{ において}) \rightarrow 1/S = V/f_n D = V_r$$

換算流速はストローハル数の逆数($1/S$)ということになる。 S は200～ 2×10^5 の範囲で0.2(一定)になるので、完全共鳴時は $V_r = 5$ ということになる。判定図でハッチ部分が $V_r = 5$ の廻りにあるのはこれを反映したものである。横軸の減衰パラメータが大きくなり右に移動するとハッチ部分は縮小してゆく(減衰が効いて振動範囲が狭まる)。

ロックイン判定図は強制振動の応答倍率図から読まれる傾向と同じなので理解しやすい。ただこの判定図は完全共鳴域を定義したもので振動評価基準にはなり難い。確かに完全共鳴状態にはいると急激に振幅が増加するのでこの部分を回避するのは必須条件であるが、ハッチ部分に漸近する領域をどう見るかという問題が残る。

(3) N-1324-1「ロックインによるシンクロナイズの回避」は設備設計上最も重要である。ここで提示された4つの回避策をまとめると下記ようになる。

	判定式 (→評価式)	判定結果	
		揚力方向	抗力方向
①	$V/(f_1 D) < 1$	同期振動回避	同左
②	$C_n < 64$	同期振動抑制	同左
③	$V/(f_n D) < 3.3 \quad \& \quad C_n > 1.2$	同期振動回避	同期振動抑制
④	$f_n < 0.7f_s \quad \& \quad f_n > 1.3f_s$	n 次モード同期振動回避	

この表で同期振動はシンクロナイズした振動を指す。 $V/(f_1 D)$ と $V/(f_n D)$ はそれぞれ1次とn次の換算流速 V_r を示している。 f_n と f_s はそれぞれ円柱のn次固有振動数と渦放出振動数である。 C_n はn次の換算減衰で、通常スクルーン数と呼ばれている。これは減衰係数の2倍になる。

$$2 \times \text{減衰パラメータ}(m_t \delta / \rho D^2) \rightarrow \text{スクルーン数}(2m_t \delta / \rho D^2)$$

なお C_n は(76)(77)式で一般化されているが、長さ当たりの励振力が一率であれば上記の $(2m_t \delta / \rho D^2)$ になる。一般式(76)では円柱質量 m_t にモード形状関数(固有関数) ϕ_n^2 が乗じられているが、これは円柱の長さ方向に重み付けを行ったものである。

さて判別/評価式を逐次見てみる。まず①について。前述のように換算流速は $1/S$ なので

$$S = V/f_n D \rightarrow (1 \text{ 次にて}) \rightarrow 1/S = V/f_1 D$$

この時の流速 V は限界流速 V_c であるから $V_c = f_1 D/S = 5f_1 D$ になる。 V_c に安全率 SF を見込むと

$$V = V_c/SF = 5f_1 D/SF \rightarrow SF = 5f_1 D/V = 5/(V/f_1 D) \rightarrow V/f_1 D = 5/SF$$

判別式は $V/f_1 D < 1$ なので $5/SF < 1 \rightarrow SF > 5$ になる。即ち完全共鳴時の限界流速の1/5以下の流速であれば、判別式を満たすことになる。Fig.N-1323-1のロックイン判別図では V が V_c の1/1.5まではロックインしてしまうので、少なくとも安全率は1.5以上ということになる。仮に1.5を越えても応答倍率は厳しいので結果的に SF を5まで底上げしたようである。確かにこれだけの安全率があれば振動は起きない(→振動回避)。しかし限界流速の1/5は厳しい。もしエンジニアリング的に①を満たすことが無理であれば、残りの判別式を検討することになる。

次に②について。Fig.N-1323-1のロックイン判別図では横軸の減衰パラメータが32を超えるとロックイン領域は消滅している。これをスクルーン数 C_n で云えば、 $C_n > [2 \times 32 = 64]$ では

振動はそこそこ緩和する(→振動抑制)ということになる。ただ $C_n=64$ では裕あまり裕度がないように思える(その辺は十分斟酌されているのかも知れないが…)。

次に③について。ロックイン判別図では、減衰パラメータ γ 約2の領域で、換算流速 V_r が4辺りを下回るとロックイン域から外れる。③の $V_r < 3.3$ 、 $C_n > 1.2$ はこの部分に該当する。ただ判別式①の $V_r < 1$ に較べて V_r 制限がかなり緩くなっている。これは抗力方向の安全率を切下げ揚力方向に的を絞ったためと思われる。事実、揚力方向では振動回避、抗力方向では振動抑制と差がついている。おそらく①の $V_r < 1$ という厳しい要求は、抗力方向に安全裕度を持たせことに由るものと思われる。下図に円柱振動数と振幅の関係を示すが、抗力方向振動は広範な振動数範囲(→広い流速範囲)で振幅が大きくなっておりこれが $V_r < 1$ の制限に繋がったと思われる。

最後に④について。この制限は、旧来から一般プラント設備で取られてきた判定基準に他ならない。実績も多いので採用されたと思われる。ただ裕度があまりないので振動抑制になっている。なお低振動数側の $f_n < 0.7f_s$ は高次の f_n では厳し過ぎる。構造物は1次固有振動が卓越するので2次あるいは3次程度まで考慮すればいいと思う。高振動数側の $f_n > 1.3f_s$ にはこの問題はない。

参考に判別式①②③をイメージ化したものを下図に示す

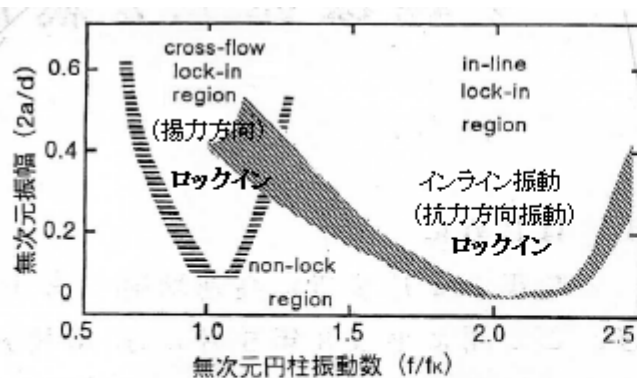


図3 ロックイン限界を与える振動数比と振幅の関係
(文献(R5)より引用)

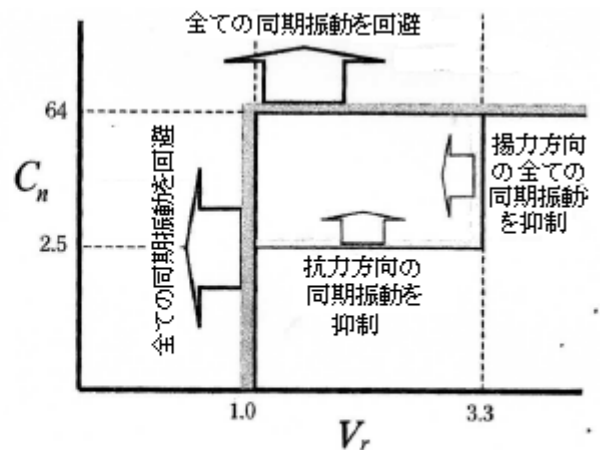


図2.1-1 同期振動の回避・抑制範囲
(文献(R1)より引用)

- (4) **N1324-2「渦から誘起される応答」**は円柱強度や隣接構造物との干渉を考えると重要である。渦振動による共鳴時の応答変位は Blevins/Iwan 等によってスタディされておりその結果がここで反映されているようである。一様円柱一様流れの応答変位(79)式を以下のように導かれている⁽⁸²⁾。

Blevins によれば、相関長さの影響と振幅の渦力依存を考慮した相関モデルにおける共鳴時の円柱の運動方程式は次式で与えられる^(R2)。

$$\ddot{y}'' + 2\xi\dot{y}\omega\ddot{y}' + \omega_s^2\ddot{y} = \int_0^L F(z,t)\phi(z)dz / \int_0^L m(z)\phi^2(z)dz$$

$$F(z,t) = (1/2)\rho U^2 DC_L(z)\cos\omega_s t$$

ここで \ddot{y}, \dot{y}, y'' = 撓み変位とその時間微分、 $\omega_s, \omega\ddot{y}$ = 渦角振動数、円柱固有角振動数、 U = 一様流速
 z = 軸方向位置、 $C_L(z)$ = 分布揚力係数、 $F(z,t)$ = 変動揚力、 $\phi(z)$ = 分布モード形(固有関数)
 これを解いて、次の応答変位を得る。

$$\ddot{y}(t) = A_y \sin\omega_s t = D\{\pi/(2\pi S)^2\}\{C_{LE}/\delta\ddot{y}\}\{\int_0^L \phi dz / \int_0^L \phi^2 dz\}\sin\omega_s t$$

$$C_{LE} = \int_0^L C_L(z) \phi(z) dz / \int_0^L \phi^2(z) dz$$

ここで $\delta \ddot{y} = 2m(2\pi\zeta)/\rho D^2$ なので、

$$\ddot{y}(t) = DC_{LE} / \{16\pi^2 S^2 (m\xi/\rho D^2)\} \{ \int_0^L \phi dz / \int_0^L \phi^2 dz \} \sin \omega_s t \quad (S=\text{ストローハル数})$$

$Y(z,t) = \ddot{y}(t) \phi(z)$ であるから、

$$Y(z,t)/D = C_{LE} \phi(z) \sin \omega_s t / \{16\pi^2 S^2 (m\xi/\rho D^2)\} \{ \int_0^L \phi dz / \int_0^L \phi^2 dz \} \sin \omega_s t$$

ここで $C_{LE} = \int C_L(z) \phi dz / \int \phi dz$ 、 $J = \int_0^L \phi dz / \int_0^L \phi^2 dz$ 、 $y_n^* = Y$ 、 $\phi_n^* = \phi(z) \sin \omega_s t$ において

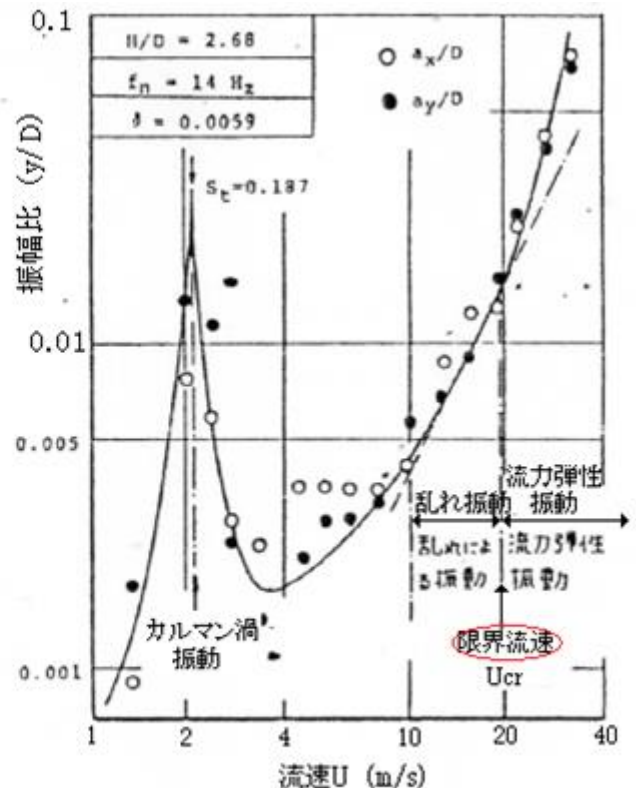
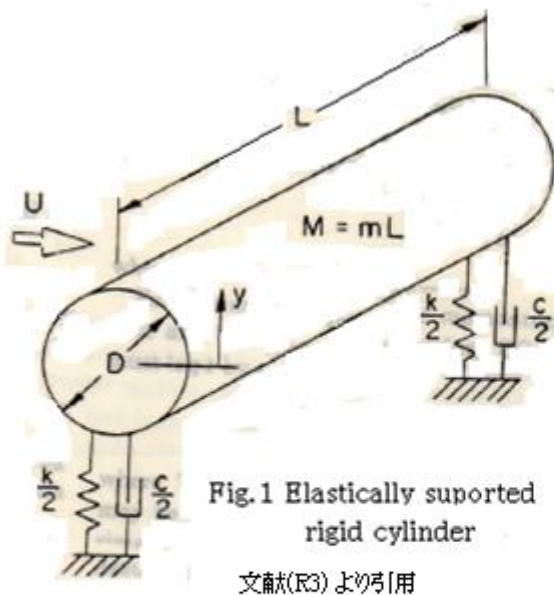
$$y_n^*/D = C_{LE} J \phi_n^* / \{16\pi^2 S^2 (m\xi/\rho D^2)\} \rightarrow C_{LE} \text{を } C_L \text{に置き換えて} \rightarrow (79) \text{式}$$

揚力係数が一定で渦放出が全スパンで起きるならば、(79)式は応答変位の上限を見積るが、実際の揚力係数も相関長さも振幅によって変化するので過度に安全側になってしまうことがある。そこで、Iwan & Blevins は次の方程式を連立させて応答量を求めている^(R3)。

$$\text{円柱の運動式: } \ddot{y}_n'' + 2\xi_n \omega_n \dot{y}_n' + \omega_n^2 y_n = (a_4 \rho DU/m) z_n'$$

$$\text{流体-構造相関式: } z_n'' - \{[(a_1 - a_4)/a_0](U/D) - (a_2 m/a_1 UD) \int \xi^4(x) dx z_n''\} z_n' + \omega_s^2 z_n = (a^4 U/a_0 D) \ddot{y}_n'$$

流体-構造相関式はフォンデアポール方程式(真空管方程式)の形になる。諸係数について既知のデータを用いて解かれたものが Table N-1324.2(a)-1 の真ん中の式になる。



2.3 N-1330 「流力弾性不安定」について^{(R6)~(R9)}

(1) 流力弾性振動はチューブバンク(管群)構造において最も警戒すべき振動現象である。管群を通過するクロスフロー流速がある限界を越えると発生し、チューブが大揺れして互いに叩き合い、支持板の貫通穴廻りで擦り減って破損してしまう。渦(放出)振動と混同されることがあるが、

- ・渦振動が管群表面 2,3 列に限られるのに比べ管群全域で発生する、

- ・渦振動がある流速範囲に限られるのに較べある限界流速を越えると必ず発生する(上右図)、
- ・渦振動が多分に強制振動であるのに較べ明らかに自励化した振動である

ことから識別できる。

(なお管群内の渦振動ではストローハル数が特定できず振動形態がはっきりしないと云われる。)

(2) Chen らによれば流弾性振動は以下のような流弾性力(流体-構造連成力)によって生じる^(R8)。

$$F = -(m_a x'' + c_a x' + k_a x) = (\rho D^2/2) C_m x'' + (\rho DV/2) C_D x' + (\rho V^2/2) C_x x$$

ここで m_a = 付加質量、 c_a = 流体減衰係数、 k_a = 流体復元係数、 x, x', x'' = 振動変位, 速度, 加速度

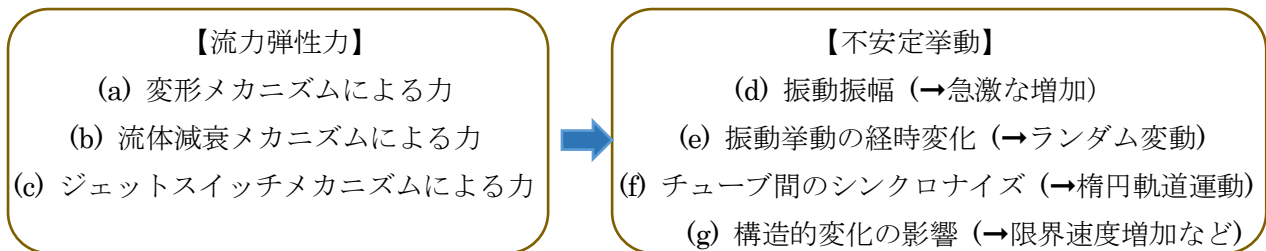
ρ = 流体密度、 D = チューブ径、 V = ギャップ流速、

C_m = 付加質量係数、 C_D = 減衰力係数、 C_x = 剛性力係数

この式で第1項($m_a x''$)は慣性力、第2項($c_a x'$)は減衰力、第3項($k_a x$)は復元力を表わしている。

N-1331 は Chen の流弾性力を説明するもので、注記(*13)でも述べたように $c_a x$ は[相対速度に由る抗力変動]で、 $k_a x'$ は[チューブ移動に伴って線形的に変化する力]に該当する。慣性力 $m_a x''$ は不安定挙動には直接かかわらないので除外してある。

因みに N-1331 の記述の構成は以下のようになっている。



(3) 流弾性力は構造体に運動を与える。その運動方程式は、

$$m_s x'' + c_s x' + k_s x = -(m_a x'' + c_a x' + k_a x)$$

$$\rightarrow (m_a + m_s) x + (c_s + c_a) x' + (k_s + k_a) x \rightarrow m x'' + c x' + k x = 0$$

この式は単一円柱で然り。下図のような円柱配列(但し y 方向考慮)を考えると、

$$m_{si} \ddot{y}_i'' + c_{si} \dot{y}_i' + k_{si} \ddot{y}_i = \sum (m_{aij} \ddot{y}_j'' + c_{aij} \dot{y}_j' + k_{aij} \ddot{y}_j) = 0$$

ここで添字 i は円柱 O を、添字 j は円柱 L, R, U, D を表示している。

これら管同士の連立 2 次微分方程式は

$$[m_{ij}] \{\ddot{y}_j''\} + [D_y] \{\dot{y}_j'\} + [K_y] \{\ddot{y}_j\} = 0$$

ここで $[m_{ij}]$, $[D_y]$, $[K_y]$ = 質量、減衰、剛性のマトリックス。振動振幅を $y = \ddot{y} e^{\lambda t}$ とおくと

$$\lambda^2 [m_{ij}] + \lambda [D_y] + [K_y] = 0 \quad \text{ここで } \lambda \text{ は固有値}$$

この 2 次式から得られた λ の実数部が正であれば振幅 \ddot{y} は発散し振動は大きくなる。

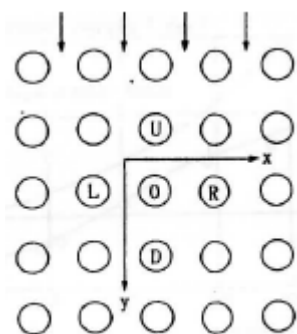


図2 円柱配列図

以上は文献(R7)によった。中央の円柱は周囲の円柱の振動で10種類の流力弾性力に曝されると云われる。これら流体力に対しx,y方向に多数の円柱の挙動を解析すれば、菅群の挙動を把握することができる。Nuclear関連の蒸気発生器や復水器などではこの種のコンピュータ解析が行われているようである。

- (4) コンピュータ解析による流力弾性振動のシミュレーションは時間・費用がかかり過ぎる。一般には公式によって限界流速を求め、円柱間のギャップ流速と比較して流力弾性不安定の可否を判定している。ここでは限界流速式のフォームとして(81)式を与えているが、注記(*16)に記したようにChenは別途、下記の表のような限界流速式を与えている(Table 6の U/fD が $V_g/f_n D$ に該当している)。この場合、チューブトレイの各タイプに対し限界式のパラメータが与えられるので、煩雑にはなるがそれなりに合理的である。N-1331-2でもこれと多少異なったタイプ別のパラメータが与えられている。ただChen公式にしろN-1331-2の推奨パラメータにしろ、設計的にいくらの裕度をもたせるかという問題が残る。これに対しN-1331-3では、個別パラメータによる公式を包括する形で次の設計判別式を提案している。

$$V_g/(f_n D) > V_c/(f_n D) = 2.4 [m_t \{2\pi \xi_n / (\rho D^2)\}]^{0.5} \rightarrow \text{不安定発生!}$$

ただし $\xi_n = 0.005$ (ガスに対し)、 0.015 (湿り蒸気/液体に対し)

V_g はギャップ流速になっているが具体的でないので、Chen式で定義される最大ギャップ流速を使用すればよいと思う。詳しくは下記のTSを参照されたい。

[FE-19-RP-002 クロスフローにおけるチューブ振動の可否]

TABLE 6
Lower bound on critical flow velocity

Array	Parameter range for δ_m	U/fD
Tube row	$0.05 < \delta_m < 0.3$	$1.35(P/D - 0.375)\delta_m^{0.06}$
	$0.3 < \delta_m < 4.0$	$2.30(P/D - 0.375)\delta_m^{0.5}$
	$4.0 < \delta_m < 300$	$6.00(P/D - 0.375)\delta_m^{0.5}$
Square (90°)	$0.03 < \delta_m < 0.7$	$2.10\delta_m^{0.15}$
	$0.7 < \delta_m < 300$	$2.35\delta_m^{0.50}$
Rotated square (45°)	$0.1 < \delta_m < 300$	$3.54(P/D - 0.5)\delta_m^{0.5}$
Triangular (30°)	$0.1 < \delta_m < 2$	$3.58(P/D - 0.9)\delta_m^{0.1}$
	$2 < \delta_m < 300$	$6.53(P/D - 0.9)\delta_m^{0.5}$
Rotated triangular (60°)	$0.01 < \delta_m < 1$	$2.8\delta_m^{0.17}$
	$1 < \delta_m < 300$	$2.8\delta_m^{0.5}$

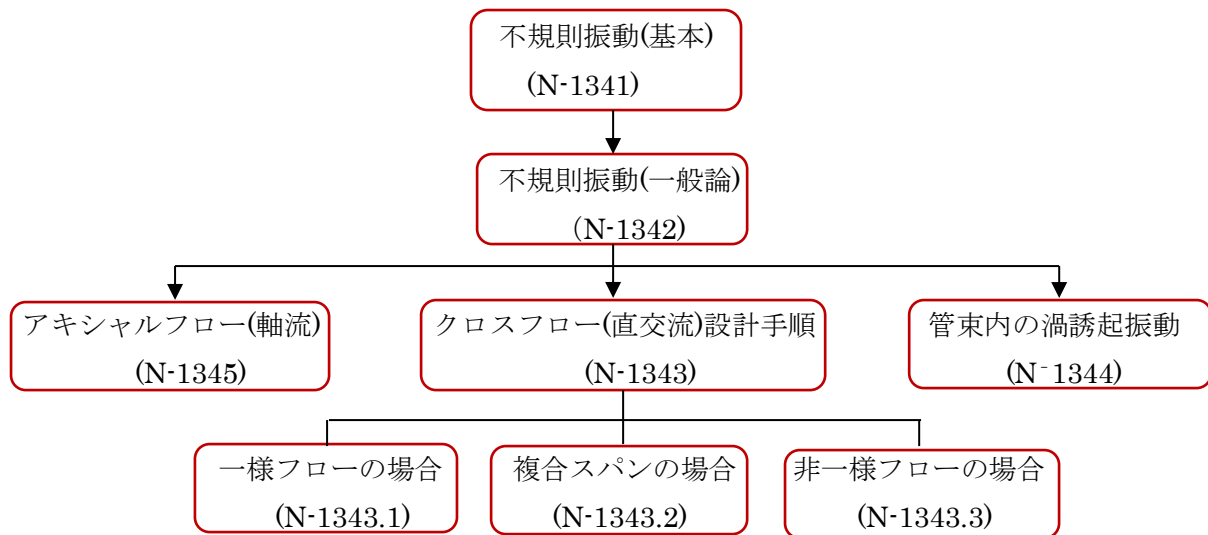
- (5) N-1330では一組以上の設計データや設計方法を並立的に用いることを(暗に)推奨している。流力弾性不安定の深刻さを考えれば、限界流速 V_c の算定には

① Chenの推奨式、② N-1331.2の推奨値を用いた(81)式、③ N-1331-3の設計判別式を並立して検討するのがよいと思われる。③が最も安全側になると思われるがどれだけの裕度を持つか確認できる。また、ここではコメントされていないが、チェック対象になるギャップ流速の設定は重要である。チューブバンクの流れが複雑になって予測がつかないときは流れ解析で

流速をスタディして設定するか、設計流速を割り増して運用すべきである。

2.4 N-1340「不規則振動」について^{(R10)(R11)}

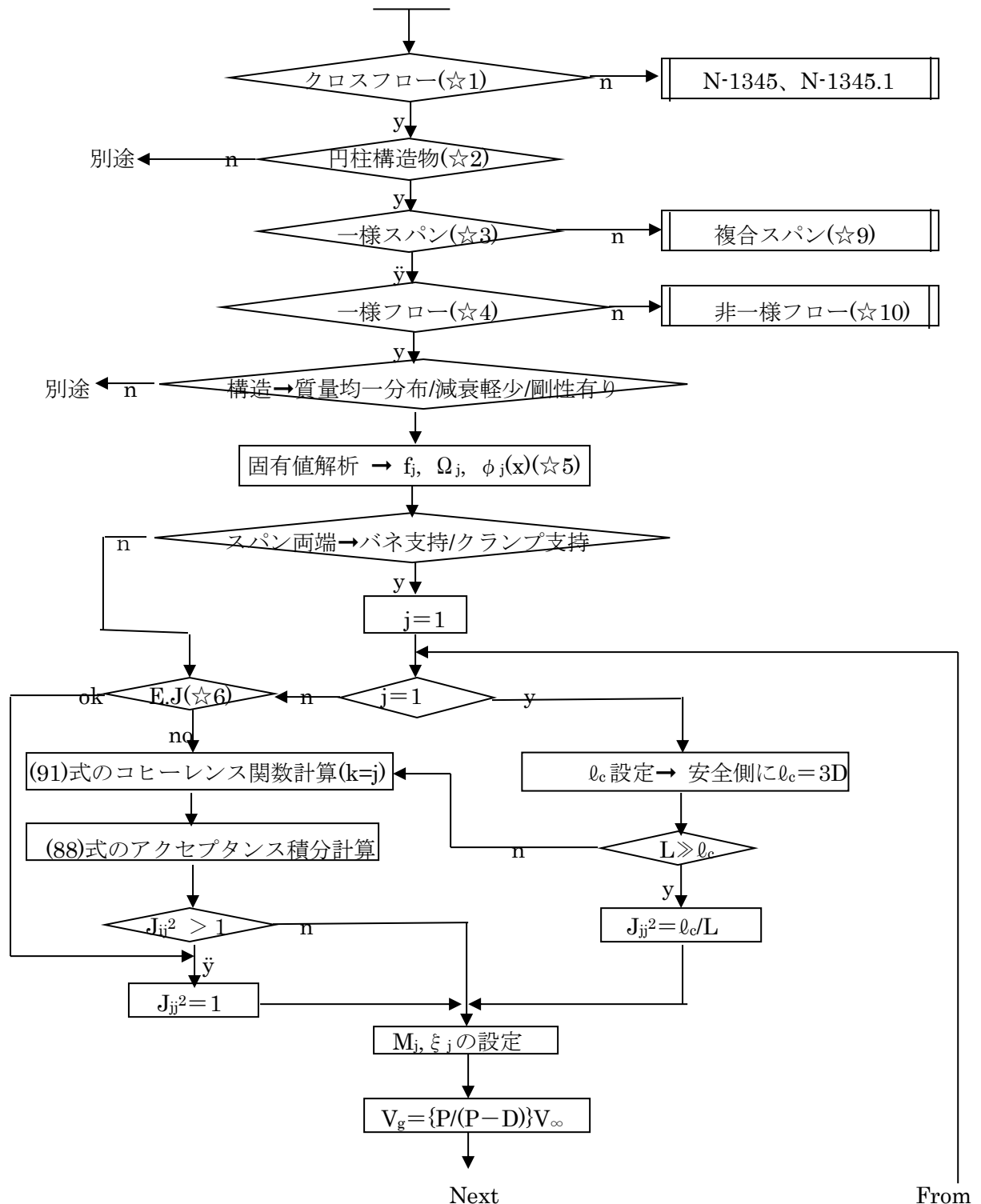
- (1) ここでは乱流によるランダム振動(不規則振動)を議論している。乱流の定量的な記載がないので振動そのものが曖昧になっているが、要は N-1320 の単一円柱を主対象にした渦誘起振動及び N-1330 の流力弾性振動に入らないような乱れに由る振動現象を絡げて、不規則振動として扱っていると理解すればよいと思う。N-1340 の構成は次のようになっている。

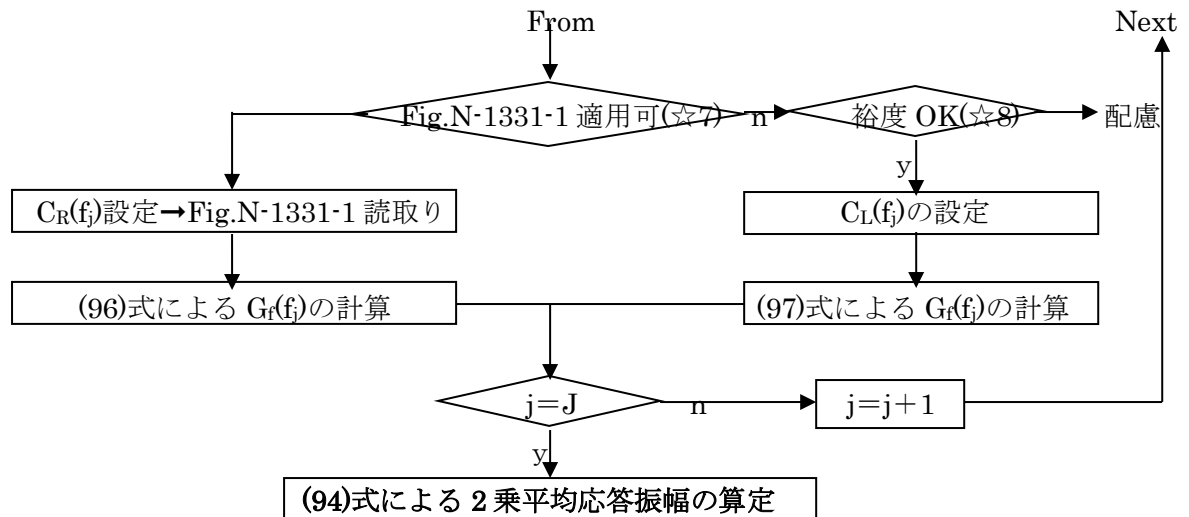


- (2) **N-1341** では、不規則振動とその扱いに関する基本概念が記述されている。即ち、ランダム振動の源泉は乱流である。乱流速度成分によって構造体表面に圧力変動が生じるが、あまりに複雑なのでこれを統計的に扱いその強さを圧力場のパワースペクトル密度(PSD)で表す。この圧力場の PSD には表面圧力の濃淡とは違った選択部分がある。この選択部分は表面圧力のある成分が構造体の固有振動成分に接近することで派生する共鳴域に相当する。選択部分では当然、応答が増加して $PSD \propto$ 応答量の関係が生じる。圧力場の PSD は(83)式で与えられる。
- (3) **N-1342** では、更に不規則振動の応答についてその一般的なアクセスが記述されている。即ち多くの場合、乱流は均されて平滑になるので、一様流速/均質乱流という仮定を置いたモーダル解析から、圧力場 $PSD(S_p) \rightarrow$ 応答 $PSD(S_y)$ が導かれる。更にこの応答 PSD を全周波数域で積分することで応答変位量(\ddot{y})が得られる。応答 PSD は(84)式から得られるが、直交条件/伝達関数/アクセプタンス積分/コヒーレンス関数などの解析的パラメータが含まれていて、かなり難解になっている(多分オリジナルのモーダル解析まで帰る必要がある…)。応答変位量の方は(90)式で定義されるが、よほど特異な振動状態にならない限り、(94)式から求めることができる。
- (4) N-1342 は均質流れを前提とした理論ベースの一般論である。**N-1343** ではその議論をクロスフロー下の円柱構造物(3 ケース)の設計に具体化している。チャート 1 にその内容を例示してみた。チャートではメインとしての N-1343.1 の一様フローケースの流れを追っている。ほかの 2 つのケースについては詳細を割愛しているが、いずれにせよ、一様フローケースを補正して運用することとなる。

- (5) N-1320 は主に単一円筒の渦振動について議論されている。管群の場合、管束の外側数列ではこの議論が通るが、内部になると渦の存在そのものがはっきりしなくなる。それでも Fitz-hugh などのデータを用いて N-1324.1 のシンクロナイズ回避策を調整して運用することは可能と思われる。しかし **N-1344 では**、管束の内部で起きる渦振動を乱流による不規則振動ととらえて、ロックインを前提にして応答変位を(99)式で求めることを提案している[(99)式は(94)式を一般化したものとみていい]。

[チャート 1: 乱流クロスフロー下の応答振幅の計算]





【 チャート 1 の記号説明 】

j = 円柱の固有振動数次数、 $J=j$ の打ち切り次数、 J_{ij} =アクセプタンス積分、 l_c =相関長さ、
 L =円柱長さ、 ϕ_j =モード形(固有関数)、 P =チューブピッチ、 D =チューブ径、
 M_j = j 次モーダル質量、 ξ_j = j 次減衰比、 f_j = j 次固有振動数、 Ω_j =固有角振動数、
 $C_R(f_j)=f_j$ におけるランダム励振係数、 $G_r(f_j)=f_j$ におけるパワースペクトル密度(PSD)、
 $C_L(f_j)=f_j$ における変動揚力係数、

【 チャート 1 の注記 】

- (☆1) 円柱に直交するか、直交寄りに斜交するクロスフローを云う。円柱に平行するかやや平行寄りに斜交するアキシアルフローについては N-1345 及び N-1345.1 による。
- (☆2) 円柱構造物(チューブ)をベースにする。円筒断面以外のものは除く。ただ断面が違っても 1 次元構造物であれば基本的なアプローチは同じになる。
- (☆3) 各スパンは流速/密度が一樣なクロスフローに曝されるものとする。異なる流速/密度に曝される一連のスパンが含まれる複合スパンの場合は N-1342.2 によるものとする。
- (☆4) 円柱構造物は一樣な流速(均一流速)に曝されるものとする。非一樣な流速に曝される場合は N-1343.3 によるものとする。
- (☆5) 応答計算に用いる j 次のモード形 $\phi(x)$ は(86)式で正規化したものを用いる。
- (☆6) EJ はエンジニアリングジャッジの意。(88)式のアクセプタンス積分計算は煩雑になるので J_{ij} を安全側に 1 とおいて計算を割愛する場合に OK を選ぶ。
- (☆7) Fig.N-1331-1 の適用はそのデータベース即ち 12~19mm 径の熱交チューブ(狭間隔)に流入する乱流度の高い水流(1~2m/s)に限られる。
- (☆8) (97)式には安全裕度が少ないので、状況的に裕度を採る必要があるときは注意。
- (☆9) 異なる流れのスパンは他のスパンと関連しないので、(94)式を一般化した(99)式を用いて応答変位を計算する。
- (☆10) 実際の熱交などではチューブにかかる流速が一樣になることは殆どない。この場合は平均フロスフロー流速を用いて(94)式で応答計算すればよいが、モード形 $\phi_j(x)$ で重み付けした PSD を用いれば、精度がよくなる。重み付けした PSD は(101)(102)式で計算できる。

- (6) アキシアルフローによる乱流振動はクロスフローによる振動に較べて格段に軽少であるが、稀れながら疲労源になる。そこで **N-1345 では**、アキシアルフローの議論を追加している。即ちアキシアルフローにおける圧力変動の源泉としては、①構造体表面の局部乱流、②上流/近隣

の障害物による乱流、③局部あるいは上流からの音響ノイズの3つがある。①の PSD を特性化することは容易であるが、②ないし③の PSD を特性化するのは厄介である。それでも PSD がえられるなら、N-1324 で示される一般的な方法で応答変位を求めることができる。また、(103)式の経験式を用いてもそこそこの応答量を見積もることができる。

本 TS の引用文献/テキスト)

- (R0) ASME Sect.III Div.1 Appendix N Dynamic Analysis Methods
- (R1) JSME 編「事例に学ぶ関連振動(第2版)」 2. 直交流れによる流体励起振動
- (R2) R.D.Blevins ” fluid-induced vibration” 3. Vortex induced Vibration (Van Nostrand)
- (R3) W.D,Iwan “The Vortex Induced Oscillation of Elastic Structural Elements”
(Transactions of ASME J.of Engineering for industry Nov.1975)
- (R4) JSME 流体力学部門ニュースレターN0.32 Mar.20,1999
- (R5) 「物体からの渦放出による振動現象」 亀本 【JSME 講習会(東京)No.97-28】
- (R6) 「直交流管群の管外気流の構造及びそれに起因する振動に関する検討」
(日本船舶学会誌 第10号第1号昭50)
- (R7) 「管群における流動誘起振動」 田中(博)ら (ターボ機械第26巻第4号1998年)
- (R8) 「円柱群の流力弾性振動に関する研究(一列円柱群)」 田中(博)(JSME 論文集 Vol.46No408)
- (R9) 「円柱群の流力弾性不安定振動の励振機構」 船川、石松ら(JSME 論文集 Vol.51No.471)
- (R10) CAE 技術者のための情報サイトー胴解析入門 (iT)
- (R11) 坂田「振動と波動の工学」エンジニアリングサイエンス講座 11(共立出版)
- (R12) HTFS Hand book VP2: Fluid-elastic Instability Mechanism

原文の引用文献は次ページ以下に示す。

【 原文の引用文献 】

- (79) Chen, P. Y. (ed.) *Flow-Induced Vibration Design Guidelines*, ASME, Vol. pp. 1-52, New York, 1981.
- (80) Paidoussis, M. P. A Review of Flow-Induced Vibrations in Reactors and Reactor Components. *Nuclear Science and Engineering*: 74, pp. 31-60, 1983.
- (81) Chen, S. S. *Flow-Induced Vibration of Circular Cylindrical Structures*, Hemisphere Publishing Corporation, Washington, DC, 1987.
- (82) Blevins, R. D. *Flow-Induced Vibration*, 2nd Ed., Van Nostrand Reinhold, New York, 1990.
- (83) Mulcahy, T. M., and Wambsganss, M. W. Flow-Induced Vibration of Nuclear Reactor System Components, *Shock Vib. Dig.* 8(7), pp. 33-45 1976.
- (84) Naudascher, E., and Rockwell, D. (eds.) *Practical Experiences with Flow Induced Vibrations*, Springer-Verlag, New York, 1980.
- (85) Mulcahy, T. M. Flow-Induced Vibration Testing Scale Modeling Relations. *Flow-Induced Vibration Design Guidelines*, pp. 111-126.
- (86) Bohm, G. J., and Tagart, S. W., Jr. Flow-Induced Vibration in the Design of Nuclear Components. *Flow-Induced Vibration Design Guidelines*, pp. 1-10.
- (87) Sarpkaya, T. Vortex-Induced Oscillations — A Selective Review. *Journal of Applied Mechanics*, 6, pp. 241-258 1979.
- (88) Chen, S. S. Vibration of a Group of Circular Cylinders Subjected to a Fluid Flow. *Flow-Induced Vibration Design Guidelines*, pp. 75-88.
- (89) Connors, H. J., Jr. Vortex Shedding Excitation and the Vibration of Circular Cylinders. *Flow-Induced Vibration Design Guidelines*, pp. 47-74.
- (90) Chen, S. S. Fluid Damping for Circular Cylindrical Structures. *Nucl. Eng. Des.* 63(1), pp. 81-109, 1981.
- (91) Mulcahy, T. M. Fluid Forces on Rods Vibrating in Finite Length Annular Regions. *Journal of Applied Mechanics* 102(2), pp. 234-240, 1980.
- (92) Blevins, R. D. *Formulas for Natural Frequency and Mode Shape*, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1979. Reprinted Robert E. Krieger Publishing Co., Malabar, FL.
- (93) Au-Yang, M. K. Generalized Hydrodynamic Mass for Beam Mode Vibration of Cylinders Coupled by Fluid Gap. *Journal of Applied Mechanics* 44, pp. 172-173, 1977.
- (94) King, R. A Review of Vortex Shedding Research and Its Application. *Ocean Engineering* 4, pp. 141-171, 1977.
- (95) Blevins, R. D. Review of Sound Induced by Vortex Shedding from Cylinders. *J. Sound Vib.* 92, pp. 455-470, 1984.

- (96) Den Hartog, J. P. *Mechanical Vibrations*, 4th Ed., McGraw-Hill, New York, p. 305, 1956.
- (97) Keefe, R. T. An Investigation of the Fluctuating Forces Acting on a Stationary Circular Cylinder in a Subsonic Stream and of the Associated Sound Field. University of Toronto, UTIA Report No. 76, 112, 1961.
- (98) Ramberg, S. E. The Influence of Yaw Angle Upon the Vortex Wakes of Stationary and Vibrating Cylinders. Naval Research Laboratory Memorandum Report 3822, Washington, DC, 1978.
- (99) Paidoussis, M. P. Fluid-elastic Vibration of Cylinder Arrays in Axial and Cross-Flow State of the Art. *Flow-Induced Vibration Design Guidelines*, pp. 11–46.
- (100) Pettigrew, M. J., and Gorman, D. J. Vibration of Heat Exchanger Tube Bundles in Liquid and Two-Phase Cross-Flow. *Flow-Induced Vibration Design Guidelines*, pp. 89–110.
- (101) Zdravkovich, M. M. Review of Flow Interference between Two Circular Cylinders in Various Arrangements. *Journal of Fluids Engineering* 99, pp. 618–633, 1977.
- (102) Owen, P. R. Buffeting Excitation of Boiler Tube Vibration. *J. Mech. Eng. Sci.* 7, p. 437, 1965.
- (103) Chen, Y. N. Flow-Induced Vibration and Noise in Tube Bank Heat Exchangers Due to von Karman Streets. *Journal of Engineering for Industry* 90(1), pp. 135–146, 1968.
- (104) Fitz-Hugh, J. S. Flow-Induced Vibration in Heat Exchangers. *International Symposium on Vibration Problems in Industry*, Keswick, England, Paper 427, 1973.
- (105) Chen, Y. N. Fluctuating Lift Forces of the Karman Vortex Streets on Single Circular Cylinders and in Tube Bundles, Part 3 — Lift Forces in Tube Bundles. *Journal Engineering for Industry* 94, pp. 603–628, 1972.
- (106) Scruton, C. On the Wind Excited Oscillations of Stacks, Towers, and Masts. *National Physical Laboratory Symposium on Wind Effects on Buildings and Structures*, Paper 16, pp. 798–832, 1963.
- (107) Bishop, R. E. D., and Hassan, Y. A. The Lift and Drag Forces on a Circular Cylinder in a Flowing Field. *Proc. Royal Soc., London*, A 227, pp. 51–75, 1964.
- (108) King, R. On Vortex Excitation of Model Piles in Water. *J. Sound Vib.* 29(2), pp. 169–188, 1973.
- (109) Mulcahy, T. M. Avoidance of the Lock-in Phenomenon in Partial Cross Flow. *J. Sound Vib.* 112(3), pp. 570–574, 1987.
- (110) Sarpkaya, T. Fluid forces on oscillating culinder J Water Way Port Ccoastal and Ocean Division 104 , pp275-290 ASCE, 1978
- (111) Griffin, O. M., Skop, R. A., and Ramberg, E. The Resonant, Vortex-Excited Vibrations of Structures and Cable Systems. *Offshore Technology Conference*, Houston, TX, Paper No. OTC-2319, 1975.

続く

- (112) Au-Yang, M. K. Flow-Induced Vibration — Guidelines for Design, Diagnosis, and Trouble Shooting of Common Power Plant Components. *Joint Flow-Induced Vibration Symposium*, ASME Winter Annual Meeting, New Orleans, LA, 1984; and *Journal of Pressure Vessel Technology* 107, pp. 326–334, 1985.
- (113) Connors, H. J. Fluid-elastic Vibration of Tube Arrays Excited by Cross Flow. *Symposium on Flow-Induced Vibration in Heat Exchangers*, ASME Winter Annual Meeting, Dec. 1970.
- (114) Roberts, B. W. Low Frequency, Acro-elastic Vibrations in a Cascade of Circular Cylinders. Mechanical Engineering Science Monograph No. 4, 1966.
- (115) Chen, S. S., Jendrzeczyk, J. A., and Lin, W. H. Experiments on Fluid-elastic Instability in Tube Banks Subject to Liquid Cross Flow, Part I: Rectangular Arrays. Argonne National Laboratory Report ANL-CT-78-44, July 1978.
- (116) Weaver, D. S., and Grover, L. K. Cross Flow Induced Vibrations in a Tube Bank. *Journal of Pressure Vessel Technology* 101, 1979.
- (117) Guerrero, H. N., et al. Flow Induced Vibrations of a PWR Upper Guide Structure Tube Bank Model. Paper presented at *Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics*, Saratoga, NY, Oct. 1980; Combustion Engineering Technical Paper, Windsor, TIS-6297.
- (118) Southworth, D. J., and Zdravkovich, M. M. Cross Flow Induced Vibrations of Finite Tube Banks with In-Line Arrangements. *J. Mech. Eng. Sci.* 17, pp. 190–198, 1975.
- (119) Paidoussis, M. P. Flow-Induced Vibrations in Nuclear Reactors and Heat Exchangers. In *Practical Experience with Flow Induced Vibrations* (E. Naudascher and D. Rockwell, eds.), Springer-Verlag, New York, pp. 1–81, 1980.
- (120) Chen, S. S. Guidelines for the Instability Flow Velocity of Tube Arrays in Cross Flow. *J. Sound Vib.* 93(1), pp. 439–455, 1984.
- (121) Blevins, R. D. Discussion of Guidelines for the Instability Flow Velocity of Tube Arrays in Cross Flow. *J. Sound Vib.* 97, pp. 641–644, 1984.
- (122) Au-Yang, M. K., and Connelly, W. H. A Computerized Method for Flow-induced Random Vibration Analysis of Nuclear Reactor Internals. *Nucl. Eng. Des.* 42, pp. 257–263, 1977.
- (123) Lin, Y. K. *Probabilistic Theory of Structural Dynamics*, McGraw Hill, New York, 1967.
- (124) Wambsganss, M. W., and Boers, B. L. Parallel-Flow-Induced Vibration of a Cylindrical Rod. ASME Paper No. 68-WA/NE-15, Dec. 1968.
- (125) Crandall, S. H., and Marks, W. D. *Random Vibration in Mechanical Systems*, Academic Press, New York, 1963.
- (126) Corcos, G. M. The Structure of the Turbulent Pressure Field in Boundary Layer Flow. *J. Fluid Mech.* 13, 1964.

< 続 >

- (127) Au-Yang, M. K. Turbulent Buffeting of a Multi-Span Tube Bundle. *Journal of Vibration, Stress and Reliability in Design*, 108, pp. 150–154 1986.
- (128) Blevins, R. D., Gibert, R. J., and Villard, B. Experiments on Vibration of Heat Exchanger Tubes in Cross Flow. *Sixth International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology*, Paris, France, Paper B6/9, 1981.
- (129) Mulcahy, T. M. Fluid Forces on a Rigid Cylinder in Turbulent Cross Flow. *Symposium on Flow-Induced Vibrations, Vol. 1—Excitation and Vibration of Bluff Bodies in Cross Flow*, pp. 5–28, ASME, New York, 1984.
- (130) Chen, S. S. A Review of Flow-Induced Vibration of Two-Circular Cylinders in Cross Flow. *Journal of Pressure Vessel Technology* 108, pp. 382–393, 1986.
- (131) Chen, S. S., and Wambsganss, M. W. Parallel-Flow-Induced Vibration of Fuel Rods. *Nucl. Eng. Des.* 18, pp. 253–278, 1972.
- (132) Mulcahy, T. M., Wambsganss, M. W., Lin, W. H., Yeh, T. T., and Lawrence, W. P. Measurements of Wall Pressure Fluctuations on a Cylinder in Annular Water Flow with Upstream Disturbances. *Sixth International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology*, Paris, France, Paper B6/5*, 1981.
- (133) Gibert, R. S. Etude des fluctuations of pression dans les circuits para courus par des fluides — Sources de fluctuations engendrees par les singularites d'écoulement. Note CEA-N 1925, 1976.
- (134) Mulcahy, T. M., Yeh, T. T., and Miskevics, A. J. Turbulence and Rod Vibrations in an Annular Region with Upstream Disturbances. *J. Sound Vib.* 69(1), pp. 59–69, 1980.
- (135) Lin, W. H., Wambsganss, M. W., and Jendrzeczyk, J. A. Wall Pressure Fluctuations Within a Seven Rod Array. General Electric Report GEAP-24375 (DOE/ET/34209-20), San Jose, CA, Nov. 1981.
- (136) Kadlec, J., and Ohlmer, E. On the Reproducibility of the Parallel-Flow Induced Vibration of Fuel Pins. *Nucl. Eng. Des.* 17, pp. 355–360, 1971.
- (137) Wambsganss, M. W., and Mulcahy, T. M. Flow-Induced Vibration of Nuclear Reactor Fuel. *Shock Vib. Dig.* 11(11), pp. 11–22, and 11(12), pp. 11–13, 1979.

- (138) Weaver, D. S., and Yeung, H. C. The Effect of Tube Mass on the Flow Induced Response of Various Tube Arrays in Water. *J. Sound Vib.* 93(3), pp. 409–425, 1984.
- (139) Weaver, D. S., and Fitzpatrick, J. A. A Review of Flow Induced Vibrations in Heat Exchangers. *International Conference on Flow Induced Vibrations*, Bowness-on-Windermere, England, Paper A1, pp. 1–17, May 1987.
- (140) Weaver, D. S., Fitzpatrick, J. A., and ElKashlan, M. Strouhal Numbers for Heat Exchanger Tube Arrays in Cross Flow. *Journal of Pressure Vessel Technology* 109, pp. 219–223, 1987.

＜続＞

- (141) Chen, S. S., and Jendrzejczyk, J. A. Fluid Excitation Forces Acting on a Square Tube Array. *Journal of Fluids Engineering* 109, pp. 415–423, 1987.
- (142) Axisa, F., Antunes, J., Villard, B., and Wullschleger, M. Random Excitation of Heat Exchanger Tubes by Cross Flow. 1988 *International Symposium on Flow-Induced Vibration and Noise*, ASME, Chicago, IL, Vol. 2 — *Flow-Induced Vibration of Cylinder Arrays in Cross Flow*, pp. 23–47, 1988.