

【整番】FE-19-TM-033	【標題】配管振動評価基準 ASME OM3 - 簡易法レビュー
分類：流れ(流体振動)／種別：技術メモ	作成年月：H23.1／改訂：Ver0.0 (H23.1)
	作成者：N.Miyamoto

全 34 枚

1. はじめに

ASME OM3-1982⁽¹⁾は原子力プラント/一般プラントの配管振動に関する評価基準を与えるものである。その要点は[FE-19-TM-032 配管振動評価基準 ASME OM3 - 内容紹介]で示した。

OM3ではVMG1～VMG3の3つの監視グループを設けてそれぞれに評価方法・基準を与えている。その中でも**VMG2**で用いられる簡易評価法[変位法/速度法]は、やや計測に手間をかけるものの、比較的容易に運用できる(各種プラント設備で使用できる)。

ただ実際の配管振動は多様であって配管構造・形状は複雑である。振動の是正措置に関連しプラントユーザに評価基準の内容説明を求められることがあるかも知れない。あるいは、他の評価基準(例えばSWRI判定図)との差異を説明する必要があるかも知れない。そこで本TSでは簡易評価法の導出過程も含め、可及の範囲でその背景や根拠について考察するとともに運用上の問題点などを議論してみたい。なお検討項目が多くどうしても記述が冗長になっている。少なくとも2, 8項には目を通して欲しい。

2. 簡易評価法の内容

変位法/速度法に関する規定内容を下記に示す([FE-19-TM-032]”内容紹介”の記述を転記)。なお、これらの方法は、**鋼管(炭素鋼/合金鋼/ステンレス鋼の類い)**を用いた配管に適用される。他の金属材料に運用する場合は、式に含まれる鋼管の縦弾性係数や金属密度の値を当該材料の値に変える必要があるので注意して欲しい。また、これらの方法は配管を梁構造物とみなし配管振動を専ら、梁の曲げ振動として扱ったもので、内圧変動による管壁の応力変動や、板シェル振動は除外されているので、注意して欲しい。

(1) 変位法における許容基準

変位法では、高サイクル疲労防止の観点から、各配管ユニット(振動スパン)につき計測された最大たわみが、**耐力限界(疲労限界応力)から得られる許容たわみ以下になるように制限する**。即ち、

$$\delta_{\max.} \leq \delta_{\text{allow}} \quad \rightarrow \quad \text{受容(OK)}$$

$$\delta_{\text{allow.}} = \{0.8S_{\text{el}} / (10000C_2K_2)\} \delta_n \quad (C_2K_2 \rightarrow 2i \text{ でも可})$$

ここで $\delta_{\max.}$ = 計測結果による最大たわみ(0-P)(inch)、 $\delta_{\text{allow.}}$ = 許容たわみ(0-P)(inch)

S_{el} = ASME Sect. III Figs. I-9.1 or I-9.2 による耐力限界(psi)

C_2 = ASME Sect. III 定義の 2 次応力指数(－)、 K_2 = ASME Sect. III 定義の局部応力指数(－)

i = ASME Sect. III や ASME B31 系コードで定義される応力増加係数(－)、

δ_n = 基準たわみ(inch) = KL^2/D_0 。[OM3 の Fig.1 のモノグラフからも得られる]

K = 形状係数[Fig.3～9 による]、 D_0 = 振動配管の外径(inch)、

L = 特性スパン長 (ft 単位) [Fig.3～8 による]

基本的に、 $C_2 \cdot K_2$ は ASME Sect. III Class1 配管に、これと等価な $2i$ (i の 2 倍) は ASME Sect. III Class2,3 及び ASME B31.1, B31.3 などのプラント配管に適用される。

(2) 速度法における許容基準

同様に高サイクル疲労防止の観点に拠る。変位法では、各振動区間につき計測された最大振動速度が

耐力限界(疲労限界応力)から得られた許容振動速度以下になるように制限する。

$$V_{\max.} \leq V_{\text{allow}} \rightarrow \text{受容(OK)}$$

$$V_{\text{allow.}} = (C_1 C_4 / C_3) \{3.64 \times 10^{-3} \times 0.8 S_{\text{el}} / (C_2 K_2)\} \quad (C_2 K_2 \rightarrow 2i \text{ でも可})$$

ここで $V_{\max.}$ = 計測結果による最大速度 (inch/sec.)、 V_{allow} = 許容速度 (inch/sec.)

C_1 = パイプの特性スパン内にある集中質重の効果を補正する係数 (Fig.10 による)

C_3 = パイプの内容物や断熱材の重量を考慮した補正係数 $= (1.0 + W_F/W + W_{\text{INS}}/W)^{0.5}$

W = 単長当たりのパイプ重量 (lb/inch)、 W_F = 単長当たりの内容物重量 (lb/inch)、

W_{INS} = 単長当たりの断熱材の重量 (lb/inch)

C_4 = 配管形状及び支持境界に対する補正係数 (図 A1 による)

S_{el} 、 C_2 、 K_2 及び $i \rightarrow$ 変位法の場合と同じ

配管に振動が発生した時、”それ以下の振動応答については評価を実施することなく受容できる“という足きり基準(スクリーニング則)があれば対応が速い。OM3 では速度法の場合について

振動区間内の振動速度を計測して区間内の最大振動速度 $V_{\max}$ を求め、
これが 0.5 inch/s を越えていなければその振動は受容され、対策不要

というスクリーニング則を提案している。スクリーニング則については、7 項で議論する。

3. 簡易評価基準のベースとしてのモーダル解析

- (1) 質点系の振動は自由振動と強制振動の 2 つがある。前者は系に擾乱が加えられた時に発生し、その後減衰するもので、例えば、破裂板が破れた後の配管の揺れに該当する。強制振動は外力(加振力)による通常の振動であり加振振動数が系の固有振動数に漸近すると共振して大きく増幅される。従って定常的に存在する振動に関しては、強制振動が対象になる。

強制振動の場合、モーダル解析を用いてその応答量を見積もることが多い。モーダル解析は自由振動の解を利用するもので、系の固有関数 (固有モード) が用いられる。梁のモーダル解析の要点は以下のようになる⁽⁷⁾⁽⁸⁾(理論説明なので、本項末尾の結論だけをみて次項にパスしてもよい)。

- (2) 細長いほぼ一様な梁に加振力 $F(z, t)$ が作用するときの運動方程式は次式で与えられる。

$$EI \partial^4 Y(z, t) / \partial z^4 + m \partial^2 Y(z, t) / \partial t^2 = F(z, t) \quad \text{----- (a)}$$

ここで、 EI = 梁の曲げ剛性、 m = 単位長さ当りの梁質量、 $Y(z, t)$ = 梁軸に直交する変位、

$F(z, t)$ = 梁軸に直交して作用する単位長さ当りの外力、 z = 梁の軸方向の位置、 t = 時間
梁の自由振動式 即ち加振力 $F(z, t)$ が作用しない時の強制振動式は、右边を零とおいて、

$$EI \partial^4 Y(z, t) / \partial z^4 + m \partial^2 Y(z, t) / \partial t^2 = 0 \quad \text{----- (b)}$$

この式の解は、次の変数分離形で、次式で表わされる。

$$Y(z, t) = \phi(z) x(t) \quad \text{----- (c)}$$

これを自由振動式に代入して

$$(1/\phi) \{d^4 \phi(z) / dz^4\} = -\{m/(EI)\} (1/x) \{d^2 x(t) / dt^2\} = \text{一定} \quad \text{----- (d)}$$

梁の幾何的/運動的境界条件を用いてこれを解くと、解を構成する $\phi(z)$ 、 $x(t)$ の式が得られる。例えば
両端単純支持梁では境界条件が、たわみ零 即ち $Y(0, t) = Y(L, t) = 0$ 、およびモーメント零 即ち
 $\partial^2 Y(0, t) / \partial z^2 = \partial^2 Y(L, t) / \partial z^2 = 0$ であるから、

$$\phi(0) = \phi(L) = 0, \quad \phi''(0) = \phi''(L) = 0$$

これを(d)式に適用して、次の結果を得る。

$$x(t) = A \sin \omega_n t + B \cos \omega_n t \quad \text{但し } \omega_n = (n\pi/L)^2 (EI/m)^{1/2}, \quad A, B = \text{定数}$$

$$\phi_n(z) = \sin(n\pi z/L)$$

$n=1, 2, 3, \dots$ であるから、(b)の完全解 [(a)式の一般解]は、

$$Y(z, t) = \sum (A \sin \omega_n t + B \cos \omega_n t) \sin(n\pi z/L) \quad (n=1 \sim \infty) \quad \text{----- (e)}$$

ϕ_n は構造物(梁)の固有モード(固有関数)で、 ω_n は構造物(梁)の固有角振動数である。固有モード形状および固有振動数は、典型的な梁形状について振動テキスト/便覧で与えられている(添付 F 参照)。代表的なパターンについては下記の通り。

支持-支持:	$\phi_n = \sin \lambda_n \xi$ 、 $\omega_n = (\lambda_n^2/L^2)(EI/m)^{0.5}$ 、但し $\lambda_1 = \pi$ 、 $\lambda_2 = 2\pi$ 、 $\lambda_3 = 3\pi \dots$
固定-自由:	$\phi_n = (\cosh \lambda_n \xi - \cos \lambda_n \xi)/(\cosh \lambda_n + \cos \lambda_n) - (\sinh \lambda_n \xi - \sin \lambda_n \xi)/(\sinh \lambda_n + \sin \lambda_n)$ $\omega_n = (\lambda_n^2/L^2)(EI/m)^{0.5}$ 、但し $\lambda_1 = 1.875$ 、 $\lambda_2 = 4.694$ 、 $\lambda_3 = 7.855 \dots$
固定-固定:	$\phi_n = (\cosh \lambda_n \xi - \cos \lambda_n \xi)/(\cosh \lambda_n - \cos \lambda_n) - (\sinh \lambda_n \xi - \sin \lambda_n \xi)/(\sinh \lambda_n - \sin \lambda_n)$ $\omega_n = (\lambda_n^2/L^2)(EI/m)^{0.5}$ 、但し $\lambda_1 = 4.73$ 、 $\lambda_2 = 7.853$ 、 $\lambda_3 = 10.996$
固定-支持:	$\phi_n = (\cosh \lambda_n \xi - \cos \lambda_n \xi)/\cosh \lambda_n - (\sinh \lambda_n \xi - \sin \lambda_n \xi)/\sinh \lambda_n$ $\omega_n = (\lambda_n^2/L^2)(EI/m)^{0.5}$ 、但し $\lambda_1 = 3.927$ 、 $\lambda_2 = 7.069$ 、 $\lambda_3 = 10.21$

上記の ξ はモデル右端からの梁の長手方向無次元距離(z/L)、また n はモード次数 $1, 2, 3 \dots$ を示す。

(3) さて強制運動方程式(a)式の特解も自由振動の展開式と同じフォームで近似できる。即ち

$$Y(z, t) = \sum \phi_n(z) y_n(t) \quad (n=1 \sim \infty) \quad \text{----- (f)}$$

この表式を(a)式に代入すると

$$\sum [EI \phi_n'''(z) y_n(t) + m \phi_n(z) y_n''(t)] = F(z, t) \quad (n=1 \sim \infty)$$

ここで $\phi_n'''(z) = (p_n^2/c^2) \phi_n(z)$ であるから

$$\sum [EI (p_n^2/c^2) y_n(t) + m y_n''(t)] \phi_n(z) = F(z, t)$$

$c^2 = EI/m$ 、 $p = \omega_n$ であるから

$$\sum [\omega_n^2 y_n(t) + y_n''(t)] m \phi_n(z) = F(z, t)$$

$\phi_j(z)$ を辺々に乗じて、梁全長($0 \sim L$)で積分すると

$$\sum [\omega_n^2 y_n(t) + y_n''(t)] \int_0^L m \phi_n(z) \phi_j(z) dz = \int_0^L F(z, t) \phi_j(z) dz$$

固有モードの直交性(添付 B)より、

$$n \neq j \text{ のとき } \int_0^L m \phi_n(z) \phi_j(z) dz = 0$$

$$n = j \text{ のとき } \int_0^L m \phi_n(z) \phi_j(z) dz = \int_0^L m \phi_n^2(z) dz \neq 0$$

であるから、

$$\begin{aligned} & \downarrow [\omega_n^2 y_n(t) + y_n''(t)] \int_0^L m \phi_n^2(z) dz = \int_0^L F(z, t) \phi_n(z) dz \\ & \downarrow y_n''(t) + \omega_n^2 y_n(t) = \int_0^L F(z, t) \phi_n(z) dz / \{ \int_0^L m \phi_n^2(z) dz \} \quad \text{----- (g)} \end{aligned}$$

この常微分方程式を解けば、(f)式左辺の $y_n(t)$ が得られ更に梁の任意位置・時刻の応答変位量 $Y(z, t)$ が得られる。この(g)式の右辺は一般化フォースと呼ばれる。(g)式は一般化フォースに応答する1セットの1次元バネ支持構造物の運動を記述している。この等価な構造物の応答量 $[\phi_n(z) y_n(t)]$ の合計即ち(f)式が連続構造物の応答に対して一つの近似解を与える。

このように、固有モードの直交性[即ち $\int_0^L \phi_i \phi_j dz = 0$]が保有されているなら、偏微分方程式(a)式を一組の等価な常微分方程式(g)式に変形することが出来る。構造物が直交性を持たない場合でも、(f)式は

任意モードの構造物の応答に対して一つの近似解を与える。

もし構造物(梁)の質量がスパンに沿って変化するなら、固有モードの直交性はない。しかし質量変化がモード形状に大きな影響を与えないなら、次のように**単位長さ当りの等価質量**を定義できる。なおこの m の使用は、構造物が主に単一モードで振動すると予想される場合に限られる。

$$m = \int_0^L m(z) \phi_n^2(z) dz / \int_0^L \phi_n^2(z) dz \quad \text{----- (h)}$$

またこの m は、単長当りの質量が一定なら単長当りの質量と同じになる。この等価質量を用いると、

$$y_n'' + \omega_n^2 y_n = \int_0^L F(z, t) \phi_n(z) dz / \{m \int_0^L \phi_n^2(z) dz\} \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad \text{----- (i)}$$

念為的に云えば、この式は[単長当りの質量 m が一定の場合]ないし前述のように[質量変化がモード形状に大きな影響を与えず殆ど単一の振動モードで振動する場合]に適用できる。

(4) (g)(i)式の $F(z, t)$ は、**減衰成分と励振成分の和**で $F = F^d + F^e$ で表わされる。構造物の減衰成分 F^d は、粘性ダンパで近似され、

$$F^d = -c(\partial Y / \partial t) = -2m \omega_n \zeta_n \phi_n(z) y_n' \quad \text{ここで } c = \text{減衰定数、} \zeta_n = \text{減衰比}$$

これを(i)式に代入すると、

$$\begin{aligned} y_n'' + \omega_n^2 y_n &= \int_0^L \{F^e(z, t) - 2m \omega_n \zeta_n \phi_n(z) y_n'\} \phi_n(z) dz / \{m \int_0^L \phi_n^2(z) dz\} \\ y_n'' + 2\zeta_n \omega_n y_n' + \omega_n^2 y_n &= \int_0^L F^e(z, t) \phi_n(z) dz / \{m \int_0^L \phi_n^2(z) dz\} \quad \text{----- (j)} \end{aligned}$$

結局、(j)式で与えられる常微分方程式を解いて $y_n(t)$ を求め、これに自由振動の固有モード $\phi_n(z)$ を乗じて強制振動による梁のたわみ $Y(z, t) = \sum \phi_n(z) y_n(t)$ が得られる。[以下\(j\)式の解を求めてみる。](#)

(j)式において、加振力 $F^e(z, t)$ を $F(z) e^{i\omega t}$ (ここで ω = 加振角振動数) と仮定すると、

$$\begin{aligned} y_n'' + 2\zeta_n \omega_n y_n' + \omega_n^2 y_n &= \int_0^L F(z) e^{i\omega t} \phi_n(z) dz / \{m \int_0^L \phi_n^2(z) dz\} \\ &= (e^{i\omega t} / m) [\int_0^L F(z) \phi_n(z) dz / \{\int_0^L \phi_n^2(z) dz\}] \end{aligned}$$

更に、 $[\int_0^L F(z) \phi_n(z) dz / \{\int_0^L \phi_n^2(z) dz\}]$ は、 L の関数でパラメータにはならないので、 f_0 とおくと、

$$y_n'' + 2\zeta_n \omega_n y_n' + \omega_n^2 y_n = (f_0 / m) e^{i\omega t}$$

ここで、特解を $y_n = y_0 e^{i\omega t}$ とし、上式に代入すると、

$$\begin{aligned} (\omega_n^2 - \omega^2 + 2i\zeta_n \omega_n \omega) y_0 e^{i\omega t} &= (f_0 / m) e^{i\omega t} \\ \therefore y_0 &= (f_0 / m) / (\omega_n^2 - \omega^2 + 2i\zeta_n \omega_n \omega) = (f_0 / m) [(\omega_n^2 - \omega^2) - (2\zeta_n \omega_n \omega) i] / \{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta_n \omega_n \omega)^2\} \\ &= (f_0 / m) [1 / \{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta_n \omega_n \omega)^2\}^{0.5}] [(\omega_n^2 - \omega^2) / \{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta_n \omega_n \omega)^2\}^{0.5} \\ &\quad - (2\zeta_n \omega_n \omega) / \{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta_n \omega_n \omega)^2\}^{0.5} i] \\ &= (f_0 / m) [1 / \{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta_n \omega_n \omega)^2\}^{0.5}] (\cos \theta - i \sin \theta) \\ &= (f_0 / m) [1 / \{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta_n \omega_n \omega)^2\}^{0.5}] e^{-i\theta} \quad \text{ここで } \theta = \tan^{-1} \{(2\zeta_n \omega_n \omega) / (\omega_n^2 - \omega^2)\} \\ \text{よって } y_n &= (f_0 / m) [1 / \{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta_n \omega_n \omega)^2\}^{0.5}] e^{i(\omega t - \theta)} \end{aligned}$$

強制振動による梁の撓み $Y(z, t)$ は、この y_n に固有モード ϕ_n を乗じて、

$$\begin{aligned} Y(z, t) &= \phi_n y_n = \sum (f_0 / m) (\phi_n / \omega_n^2) [1 / \{1 - \omega^2 / \omega_n^2 + (2\zeta_n \omega / \omega_n)^2\}^{0.5}] e^{i(\omega t - \theta)} \quad \text{----- (k)} \\ \text{但し、} f_0 &= [\int_0^L F(z) \phi_n(z) dz / \{\int_0^L \phi_n^2(z) dz\}], \quad \theta = \tan^{-1} \{(2\zeta_n \omega / \omega_n) / (\omega_n^2 - \omega^2)\} \end{aligned}$$

この式は1質点-バネ-粘性モデルの強制振動の解によく似ており、 ω が ω_n に漸近すると、[] 内の分母が2にまで減少して急激に撓みが増幅する。この撓みは時間変動してある振れ幅で反復するが、振れのプロポーション (z 方向の波形分布) は、固有関数 $\phi_n(z)$ によって定義された形状になっている。加振力 $F(z)$ はスパン内 ($0 \sim L$) で定義される、念為。

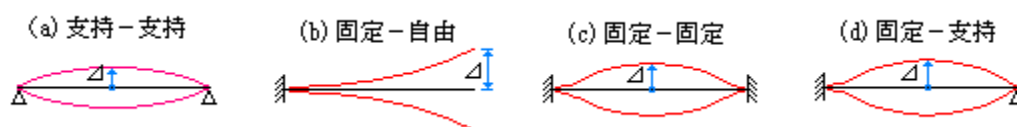
以上の議論は、以下のように要約できる。

- (a) 強制振動の運動方程式の解には、加振力を零とした時の一般解と加振力を与えた時の特解があり、一般解は自由振動を表わし、一方、特解は**狭義の強制振動**を表わす。
- (b) 自由振動は、多くの場合、時間と共に減衰するので無視できる(流れには軽微な衝撃や振動が存在するので自由振動が皆無になることはない、ただ微少のレベルに留まることが多い)。但し一般解と共に得られる**固有関数(固有モードとも云う)**及び**固有振動数**は強制振動を記述する上で、重要なパラメータとなる。即ち固有モード(固有関数)で定義される一定の波形で梁は揺れる。
- (c) 強制振動のたわみ式の[]項は、加振振動数が固有振動数に漸近すると、揺れ(撓み)が急激に増幅され、いわゆる共振状態になることを示している。その場合、固有振動数に漸近した加振振動数のみが卓越しそれ以外は軽微に留まる。**OM3の基準式は最も強い1次共振を前提**にしている。

4. 変位法における許容たわみ式の導入

ASME 出版の文献(2)の記述をベースにして、まず ASME OM3 の変位法について、その背景と導出過程を述べる。

実際の配管形状は様々で、これに統括的に扱う手法はないから、ここでは下図のような4つの典型的な真直梁パターンを考える(なお OM3 ではこれらパターンがそのまま採られている訳ではない)。



上図の(a)は、いわゆる両端単純支持梁で、配管における基本的なパターンである。(b)はいわゆる片持ち梁でドレンやベントなどの行き止まり配管でみられる。(c)(d)は機器廻り配管などでみられる。(単純支持であってもサポート形状によっては曲げ拘束が加わり、支持/固定の間になることがあり、実際の所、端部の支持拘束条件(**支持境界**)の確定は難しい。)

上図の朱線は梁曲げ振動の基本モード(1次モード)を示しており、前項のモーダル解析によれば、このモード曲線は次のような固有関数(ϕ)で与えられる。即ち強制振動の振動波形は自由振動の波形と同じになる。

$$\text{支持-支持: } \phi_1 = \sin(\lambda_1 x/L) = \sin(a_1 x) \quad (a_1 = \lambda_1/L = \pi/L)$$

$$\text{固定-自由: } \phi_1 = \{\cosh(\lambda_1 x/L) - \cos(\lambda_1 x/L)\} / (\cosh \lambda_1 + \cos \lambda_1) \\ - \{\sinh(\lambda_1 x/L) - \sin(\lambda_1 x/L)\} / (\sinh \lambda_1 + \sin \lambda_1)$$

$$\lambda_1 = 1.875 \text{ であるから}$$

$$\phi_1 = 0.3292\{\cosh(\lambda_1 x/L) - \cos(\lambda_1 x/L)\} - 0.24167\{\sinh(\lambda_1 x/L) - \sin(\lambda_1 x/L)\} \\ = 0.3292[-0.7341\{\sinh(a_1 x) - \sin(a_1 x)\} + \{\cosh(a_1 x) - \cos(a_1 x)\}]$$

最大撓み点($x=L$)で ϕ を1とするには、0.3239を0.5に変更する必要があるから

$$\phi_1 = 0.5[-0.7341\{\sinh(a_1 x) - \sin(a_1 x)\} + \{\cosh(a_1 x) - \cos(a_1 x)\}]$$

固定-固定: $\lambda_1 = 3\pi/2$ として上記と同様に、

$$\phi_1 = 0.63[-0.9825\{\sinh(a_1 x) - \sin(a_1 x)\} + \{\cosh(a_1 x) - \cos(a_1 x)\}]$$

固定-支持: $\lambda_1 = 5\pi/4$ として上記と同様に、

$$\phi_1 = 0.6624[-1.0007\{\sinh(a_1x) - \sin(a_1x)\} + \{\cosh(a_1x) - \cos(a_1x)\}]$$

この調整された固有関数に、最大たわみ Δ を乗じて、次の1次モードの撓み曲線が得られる。

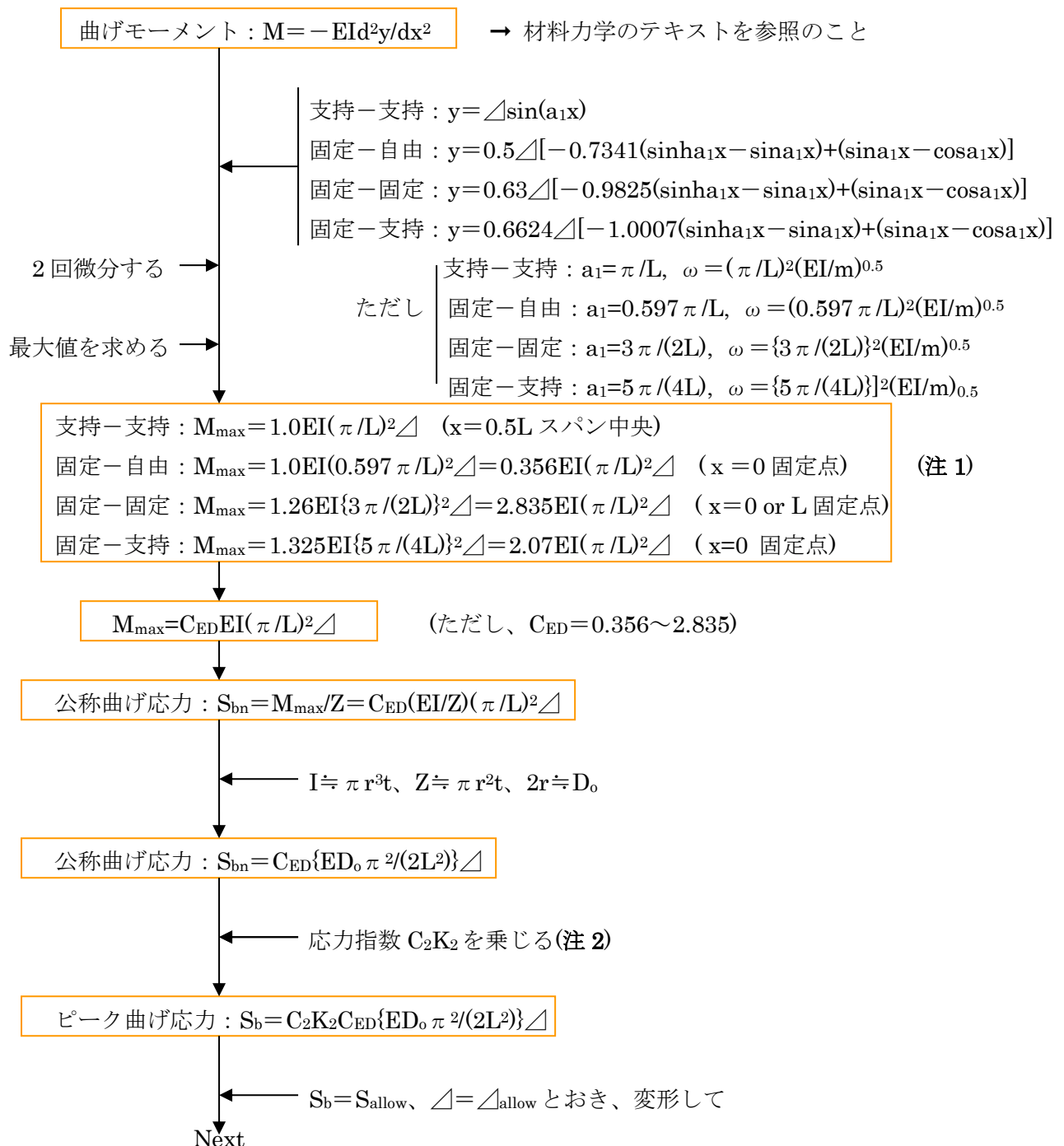
$$y = \Delta \sin(a_1x) \quad (\text{ここで } a_1 = \pi/L)$$

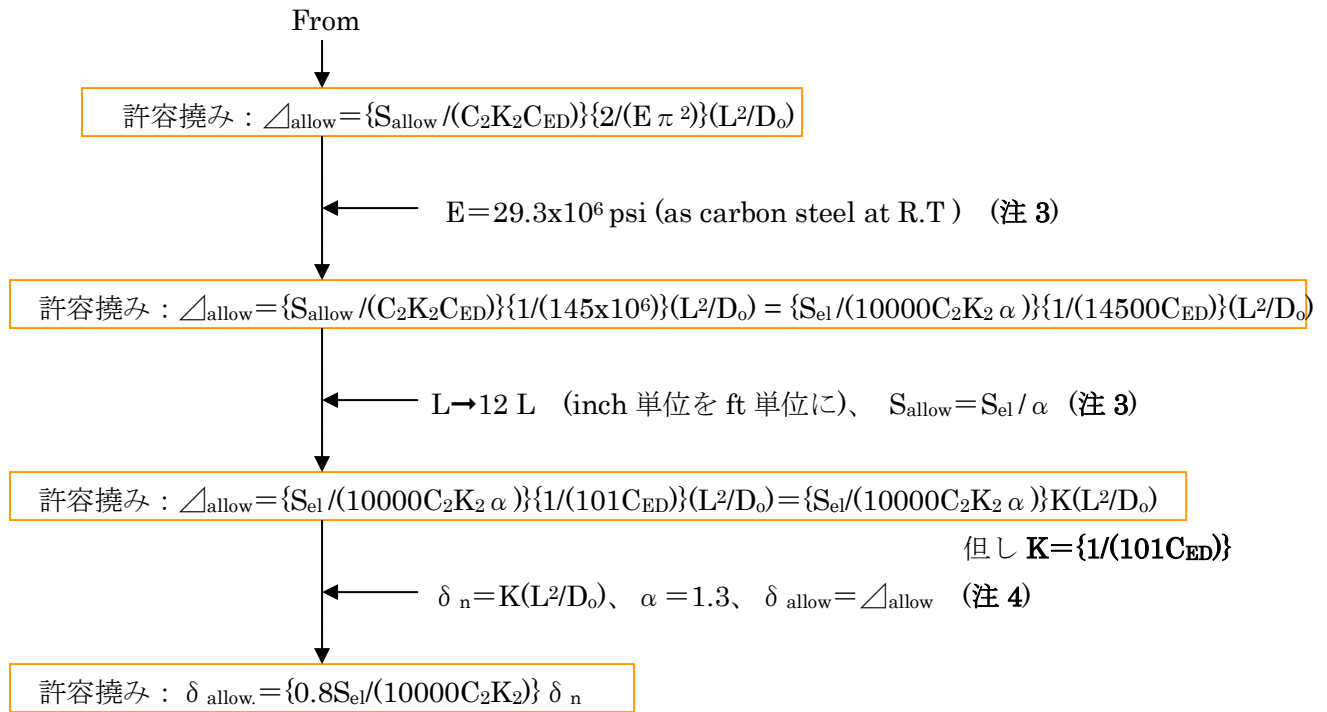
$$y = 0.5\Delta[-0.7341\{\sinh(a_1x) - \sin(a_1x)\} + \{\cosh(a_1x) - \cos(a_1x)\}] \quad (\text{ここで } a_1 = 0.597\pi/L)$$

$$y = 0.63\Delta[-0.9825\{\sinh(a_1x) - \sin(a_1x)\} + \{\cosh(a_1x) - \cos(a_1x)\}] \quad (\text{ここで } a_1 = (3/2)\pi/L)$$

$$y = 0.6624\Delta[-1.0007\{\sinh(a_1x) - \sin(a_1x)\} + \{\cosh(a_1x) - \cos(a_1x)\}] \quad (\text{ここで } a_1 = (5/4)\pi/L)$$

OM3の許容撓み式は、この撓み曲線をベースにして導かれる。即ち撓み曲線 y から最大の梁曲げモーメント $M_{\max}$ を求め、これを断面係数 Z で割ってMax.公称(梁曲げ)応力 S_{bn} を求める。次いで公称応力に応力集中係数 C_2K_2 を乗じて、配管の局部に生じるMax.ピーク応力 S_b を求める。この S_b 式は最大撓み Δ を含んでいるので、Max.ピーク応力 S_b を疲労限界応力 S_{allow} に、また最大撓め Δ を許容撓め Δ_{allow} に置き換え、応力式を変形して許容撓み式を得る。このプロセスをチャートにして以下に示す。





記号説明: Δ = 最大撓み(inch)、 Δ_{allow} = OM3 規定の許容撓み(inch)、 δ_n = OM3 規定の基準撓み

M = 梁曲げモーメント(lb-inch)、 y = 梁の撓み(inch)、 x = 梁の長手方向の位置(inch)

M_{max} = Max. 梁曲げモーメント(lb-inch)、 S_{allow} = 許容応力(疲労限界応力)(psi)

S_{el} = ASME Sect. III 規定の Endurance Limit(psi)(注 3 参照)、 ω = 1 次固有角振動数(rad./s)

E = 管材の縦弾性係数(psi)、 m = 単位長さ当りの配管質量(lb-s²/inch⁴)、

I = 断面 2 次モーメント($\div \pi r^3 t$)(inch⁴)、 Z = 断面係数($\div \pi r^2 t$)(inch³)、 r = 管平均半径(inch)、

t = 管肉厚(inch)、 D_o = 管外径(inch)、 L = 梁の有効スパン長(inch $\rightarrow$ ft)、

α = 疲労強度減少係数(-)、 C_{ED} = 梁撓みに関する端部係数(-)、 K = 形状係数、

C_2 = 梁曲げに対する 2 次応力指数(-)、 K_2 = 梁曲げに対する局部応力指数(-)、

(注 1) 梁曲げモーメントは $M = -EI(d^2y/dx^2)$ 即ち梁曲げ曲線の湾曲度(d^2y/dx^2)に、梁の曲げ剛性 EI を乗じて得られる。例えば支持-支持梁では

$$d^2y/dx^2 = d\{d\{\Delta \sin(a_1 x)\}/dx\}/dx = \Delta d\{a_1 \cos(a_1 x)\}/dx = -\Delta a_1^2 \sin(a_1 x)$$

$$\therefore M = -EI(d^2y/dx^2) = EI \Delta a_1^2 \sin(a_1 x) = EI \Delta (\pi/L)^2 \sin(\pi x/L)$$

最大モーメントは梁中央の $x = 0.5L$ の位置に生じる。即ち $M = EI(\pi/L)^2 \Delta$ が得られる。

固定-自由梁、固定-固定梁、固定-支持梁ではいずれも固定端部分で最大モーメントが生じる。

(注 2) $S_{\text{bn}} = M/Z$ はいわゆる公称応力である。振動による応力は 1 次応力の観点からも制約を受けるが破損防止の観点からは高サイクル疲労防止に主眼がおかれるので、公称応力に応力集中係数(通常は**応力係数**と云う)を乗じて局部に生じる最大ピーク応力を求めておく必要がある。応力集中係数としては ASME Sect. III NB Component[Cass1 配管]に規定される応力指数 C_2, K_2 の積を用いればよい。 C_2 は 2 次応力指数で、 K_2 は局部応力指数でありいずれも梁曲げ応力に使用される。なお Class 2, Class 3 配管や ASME B31.1, B31.3 などの配管コードを使用するときは、 $C_2 K_2$ の代わりにこれと等価な[2x 応力増幅係数 i]即ち $2i$ を用いる。なお $C_2 K_2$ は配管要素によって異なる。OM3 には配管スパン内のどの部分の配管要素の $C_2 K_2$ を使用するかは、具体的に規定していない。これについては 6 項で議論する。

(注 3) 振動の場合、応力は高サイクル疲労破損防止の観点から制限される。この場合、制限応力としては 疲労限界応力(10^{11} 回程度の高サイクル振動に耐えうる限界応力)が採られる。ASME Sect.Ⅲで定義される Endurance Limit (S_{el}) がこれに該当する。 S_{el} には、S-N 曲線の読み取り値(S_a)をひき当てるが、コードの SN 曲線で 10^{11} サイクルの S_a が示されるのは高合金鋼の場合のみ。これ以外の材料については、 10^6 サイクルの S_a 値に 0.8 を乗じて使用する。すなわち、

- ・ オーステナイトステンレスなど高合金鋼： $S_{el}=1.0 \times (10^{11} \text{ サイクルでの許容くり返し応力強さ } S_a)$
- ・ 炭素鋼や低合金鋼など： $S_{el}=0.8 \times (10^6 \text{ サイクルでの許容くり返し応力強さ } S_a)$

なお許容応力 S_{allow} は、この制限応力 S_{el} を許容応力減少係数 α で除したものである。 α 値は、

オーステナイトステンレス鋼や高合金鋼： $\alpha = 1.0$

炭素鋼や低合金鋼など： $\alpha = 1.3$

OM3 では、安全側に $\alpha = 1.3$ を用いている。即ち $S_{allow} = S_{el}/1.3 \div 0.8 S_{el}$ となる。

[以上は、1980 年代の ASME Sect.Ⅲの古い規定に準じているようだが、現行の規格では明確ではない(見当たらない?)。しかし工学的には固定したものであるから特に異同はない。]

管材の縦弾性係数 E は、材種や温度によって異なる。ここでは炭素鋼/常温の場合の $E=29.3 \times 10^6$ psi(2.05×10^6 kgf/cm²)を用いる。炭素鋼はオーステナイト鋼に比べ若干高めであるから、多少安全側の設定になる。高合金鋼に対しては低めになるが、高合金鋼が高温で使用され E 値がダウンすることを考えれば、特に気にする必要はないと思う。なお、常温の E 値を用いているが、これは高温で E 値がダウンすることを考えれば、許容たわみに関して安全側になる。

(注 4) K は、 $K=\{1/(101C_{ED})\}$ で与えられる形状係数で、これを用いて基準撓み $\delta_n=K(L^2/D_0)$ が定義されているが、この δ_n には特に意味はない(と思う)。各梁パターンについて K 値は次のようになる。

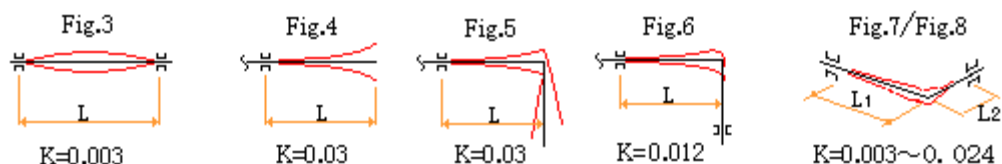
支持－支持： $K=1/(101 \times 1.0)=0.01$

固定－自由： $K=1/(101 \times 0.356)=0.027$

固定－固定： $K=1/(101 \times 2.835)=0.0035$

固定－支持： $K=1/(101 \times 2.07)=0.0048$

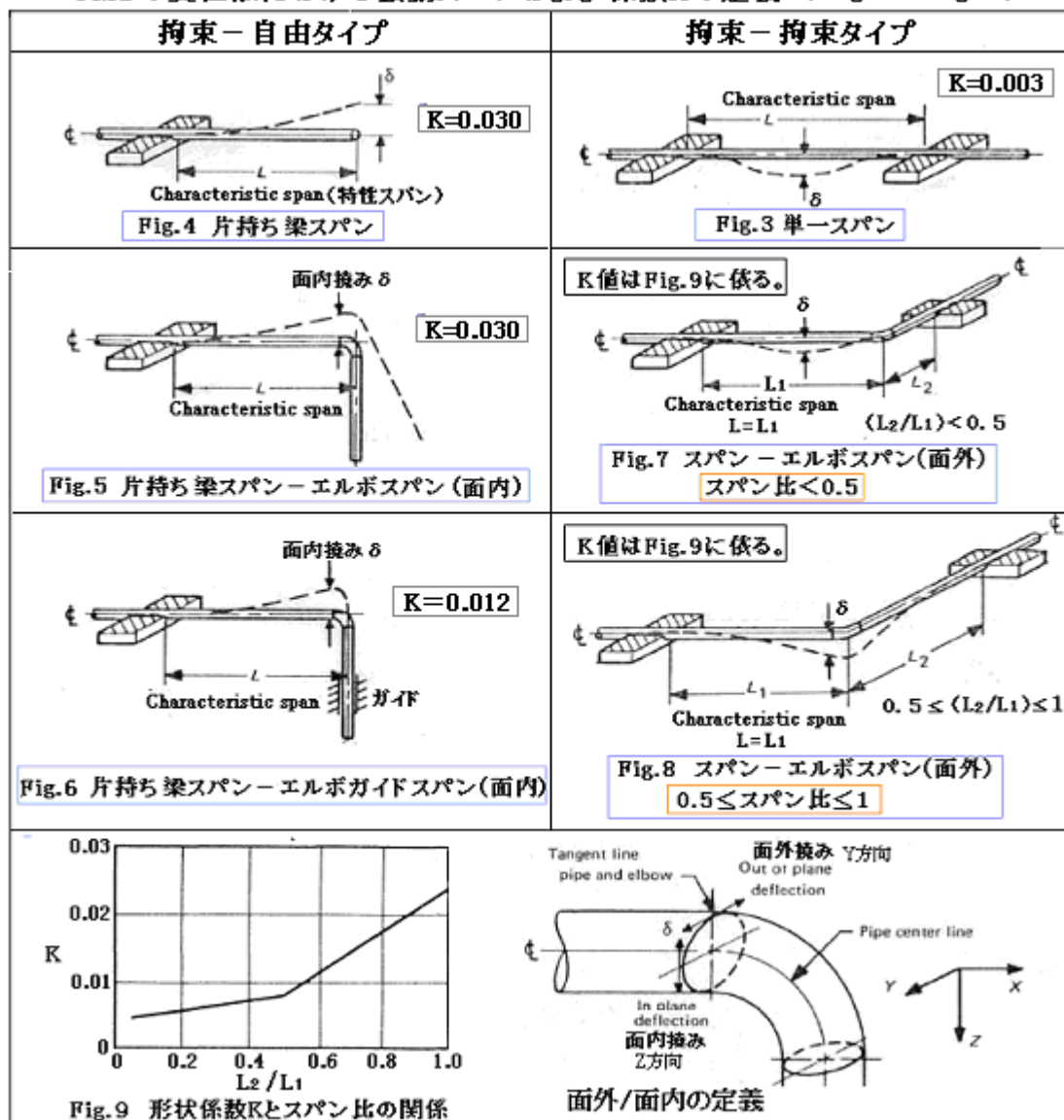
一方、OM3 では、次のように定義されている(詳しくは次頁参照)。



いずれも支持点はガイドになっているので、固定に近い扱いになっている。従って、Fig.3 は固定－固定に近いので $K=0.003$ (~0.0035)、Fig.4,5 は固定－自由に近いので $K=0.03$ (~0.027)、Fig.6 は固定－自由が横拘束を受けて $K=0.012$ に減退している。Fig.7/8 ではスパン比(L_2/L_1)によって変わるが、(L_2/L_1)=0 のときは固定－固定の状態に近づくので $K=0.003$ 、(L_2/L_1)=1 のときは固定－自由に近づくので $K=0.024$ になる。

なお Fig.5~Fig.8 は L 形の振動スパンで、2 次元形状になるが、モデルでは 1 次元のストレート梁で近似化されていると云える(後述の 6.項(3)の②を参照のこと)。

OM3の変位法における振動スパンおよび係数Kの定義 (Fig.3~Fig.9)



5. 速度法における許容速度式の導入

前項に引き続き、ASME 出版の文献(2)の記述をベースにして、ASME OM3 の速度法に関しその背景と導出の過程を述べる。

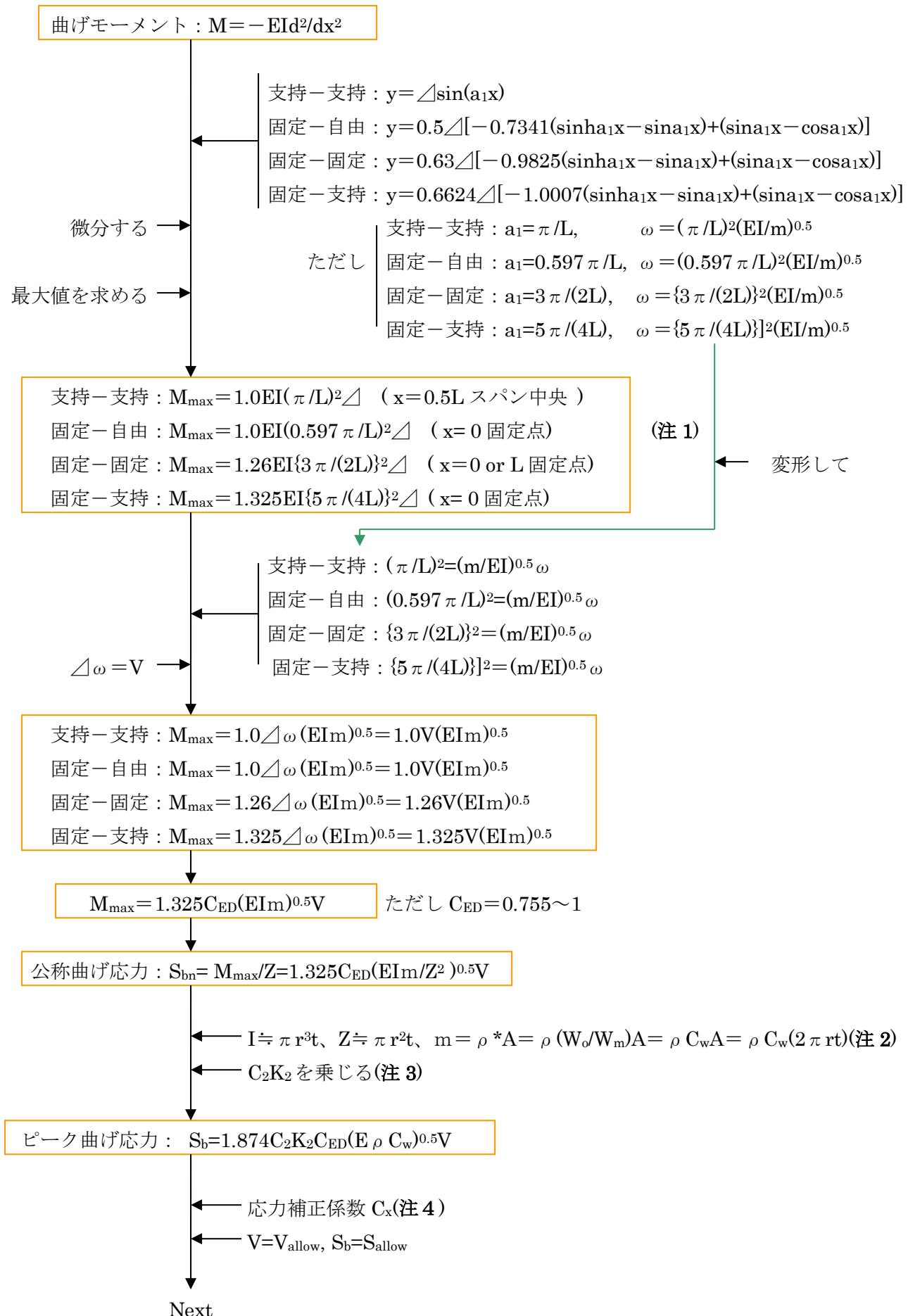
変位法の場合と同様に4つの典型的な真直梁パターンを考える。変位法の場合は固有関数を用いて最大変位が Δ になる関数 y で撓み曲線を表わし、これを2回微分して最大モーメント $M_{\max}$ を得た。

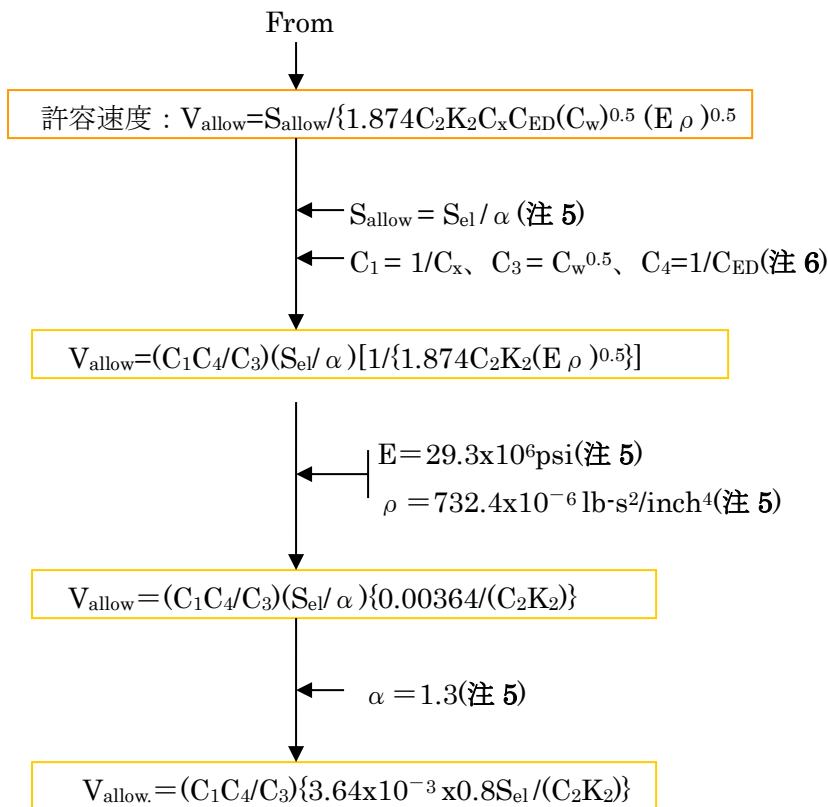
速度法でも全く同様に Δ を含んだ最大モーメントを求める。しかし速度法では更に固有角振動数を用いて最大モーメント式に含まれる Δ とスパン L を排除する。例えば、固定－固定梁では、1次固有角振動数 $\omega = \{3\pi/(2L)\}^2(EI/m)^{0.5}$ を変形して $\{3\pi/(2L)\}^2 = (m/EI)^{0.5}\omega$ とし、これを $M_{\max}$ 式に代入すると、

$$M_{\max} = 1.26EI\{3\pi/(2L)\}^2\Delta = 1.26\omega\Delta(EIm)^{0.5}$$

ここで、 Δ を1次固有モードにおける最大撓みに引き当てるのが可能であれば、 $\omega\Delta$ は速度 V に置き換えることができるので、結局 $M_{\max} = 1.26(EIm)^{0.5}V$ となる。最大撓み Δ の代わりに振動速度 V が変数になっている。最大モーメント以降の措置は変位法とだいたい同じ。最終的に Max.ピーク応力 S_b

を疲労限界応力 S_{allow} に、振動速度 V を許容速度 V において、応力式を変形し許容撓み式を導く。速度法における導入プロセスを以下に示す。





記号説明: Δ =最大撓み(inch)、 V =最大振動速度(inch/s)、 V_{allow} =OM3 規定の許容振動速度(inch/s)

M =梁曲げモーメント(lb-inch)、 y =梁の撓み(inch)、 x =梁の長手方向の位置(inch)

M_{max} =Max.梁曲げモーメント(lb-inch)、 S_{allow} =許容応力(疲労限界応力)(psi)

E =管材の縦弾性係数(psi)、 ρ =管材の密度(lb/inch³)、 ρ^* =管材の見掛け密度(lb/inch³)

m =単長当りの配管質量(lb-s²/inch⁵)、 ω =1 次固有角振動数(rad./s)

W_o =単長当りの配管重量(流体/保温等含む)(lb/inch)、 W_m =単長当りの管材重量(lb/inch)

S_{el} =ASME Sect.III 規定の Endurance Limit(psi)

I =断面 2 次モーメント($\doteq \pi r^3 t$)(inch⁴)、 Z =断面係数($\doteq \pi r^2 t$)(inch³)、 r =管平均半径(inch)、
 t =管肉厚(inch)、 D_o =管外径(inch)、 L =梁の有効スパン長(inch)、 A =管材の断面積(inch²)

α =疲労強度減少係数(-)、 C_{ED} =速度法の場合のエンド係数(-)、 C_w =重量比($=W_o/W_m$)

C_2 =梁曲げに対する 2 次応力指数(-)、 K_2 =梁曲げに対する局部応力指数(-)、

C_x =集中質量による割り増し係数(応力補正係数)、

C_1 =パイプの特性スパン内にある集中荷重の効果による補正係数 (OM3 の Fig.10 による)

C_3 =パイプの内容物や断熱材の重量を考慮した補正係数($= (W_o/W_m)^{0.5}$)

C_4 =配管形状/境界条件に対する補正係数 (図 A1 による)

(注 1) 変位法チャートの(注 1)に同じ。

(注 2) 変位法と違って、速度法では最大モーメント式に単位長さ当りの配管質量 m が含まれる。配管質量には、管材のほか保温材や内容物などの付加質量が含まれるので、ここでは配管重量/管材重量の比を管材の密度 ρ に乗じて、配管等価密度 ρ^* としている。

(注 3) 変位法チャートの(注 2)に同じ。

(注 4) OM3 では、配管スパンの中に弁やストレーナなどの集中質量が含まれるときは、**梁中央**に集中質量を持った固定－固定の真直梁として扱っている。同一の振動速度 V のもとで、この集中質量付き梁を集中質量無し梁と比較すると、質量が大きいために、その固有角振動数 ω^* は集中質量無し梁の固有角振動数 ω より小さくなる代わりに、最大振幅(撓み) Δ^* は、集中質量無し梁の最大振幅 Δ より大きくなる。即ち

$$V = \Delta \omega = \Delta^* \omega^* \rightarrow \omega / \omega^* = \Delta^* / \Delta \rightarrow \omega > \omega^* \text{ の故に } \Delta^* > \Delta$$

従って、当然ながら固定端の最大モーメント即ち最大公称応力は集中質量無し梁より大きくなる。その増加割合が C_x でありその逆数が C_1 である。ただ、この説明では Δ^* と Δ の比をいう必要があり混乱するのでこれをさけて、少し回り道して C_1 式を導いてみる。

集中質量付き梁の固有モードを集中質量無し梁のそれで近似できるとすると、集中質量(無し、有り)の場合の最大モーメント($M_{\max}, M^*_{\max}$)及び固有角振動数(ω, ω^*)は、

$$\begin{aligned} M_{\max} &= 1.325 C_{ED} (EI m)^{0.5} V, & \omega &= a_1^2 (EI/m)^{0.5} \\ M^*_{\max} &= 1.325 C_{ED} (EI m^*)^{0.5} V^*, & \omega^* &= a_1^2 (EI/m^*)^{0.5} \end{aligned}$$

これらの比をとると、

$$M^*_{\max}/M_{\max} = (m^*/m)^{0.5} (V^*/V), \quad \omega / \omega^* = (m^*/m)^{0.5}$$

故に $M^*_{\max}/M_{\max} = (\omega / \omega^*) (V^*/V)$ 、ここで $M_{\max}$ が限界にあるとすれば、 $M^*_{\max}/M_{\max} \leq 1$ でなければならないので、 $(\omega / \omega^*) (V^*/V) \leq 1 \rightarrow V^* \leq (\omega^* / \omega) V \rightarrow V^*_{\text{allow}} = (\omega^* / \omega) V_{\text{allow}}$ 。この場合 $\omega^* < \omega$ であるから、集中質量付き梁の V^*_{allow} は集中質量無し梁の V_{allow} よりも小さくなる(小さくする必要がある)。

ここで V_{allow} は集中質量無しの時の許容速度で、 $V_{\text{allow}} = (C_1 C_4 / C_3) (S_{el} / \alpha) \{0.00364 / (C_2 K_2)\}$ であるから、これを上式に代入して、

$$\begin{aligned} V^*_{\text{allow}} &= (\omega^* / \omega) (C_1 C_4 / C_3) (S_{el} / \alpha) \{0.00364 / (C_2 K_2)\} \\ &= \{(\omega^* / \omega) C_1\} C_4 / C_3 (S_{el} / \alpha) \{0.00364 / (C_2 K_2)\} \\ &= (C_1^* C_4 / C_3) (S_{el} / \alpha) \{0.00364 / (C_2 K_2)\} \quad \text{但し } C_1^* = (\omega^* / \omega) C_1 \end{aligned}$$

梁中央に集中質量を持つ固定－固定梁の場合の固有角振動数比(ω^* / ω)は、添付 C より

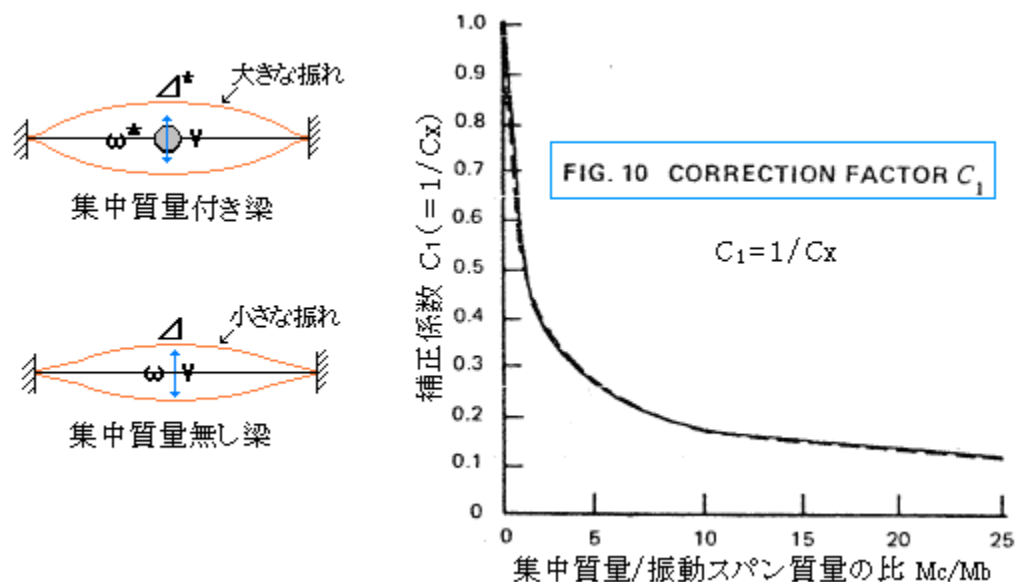
$$C_1^* = [1 / \{1 + 2.7 (M_c / M_b)\}^{0.5}] C_1$$

固定－固定梁では図 A1 に示されるように $C_1 = 1$ であるから、

$$C_1^* = [1 / \{1 + 2.7 (M_c / M_b)\}^{0.5}]$$

この式は、OM3 の Fig.10 のベースになっている。

何故、固定－固定梁の結果が共通な C_1 として採用されているか？ 梁中央ではなく偏った位置にある集中質量の場合はどうなるか？については、次項 6.の(2)で議論する。



(注 5) E 、 α については変位法チャートの(注 3)に同じ。 ρ については炭素鋼の密度 0.283lb/inch^2 (7830kg/m^3)を重力加速度 386.4inch/s^2 で除して $732.4\text{lb}\cdot\text{s}^2/\text{inch}^4$ とする。ステンレス鋼では若干密度が増えるが殆ど影響は無視できる。

(注 6) 配管形状/境界条件に関する補正係数 C_4 は、 C_{ED} より次のようになる。

支持—支持および固定—自由： $C_4 = 1/C_{ED} = 1/0.755 = 1.325$

固定—固定： $C_4 = 1/C_{ED} = 1/0.95 = 1.05$

固定—支持： $C_4 = 1/C_{ED} = 1/1.0 = 1.0$

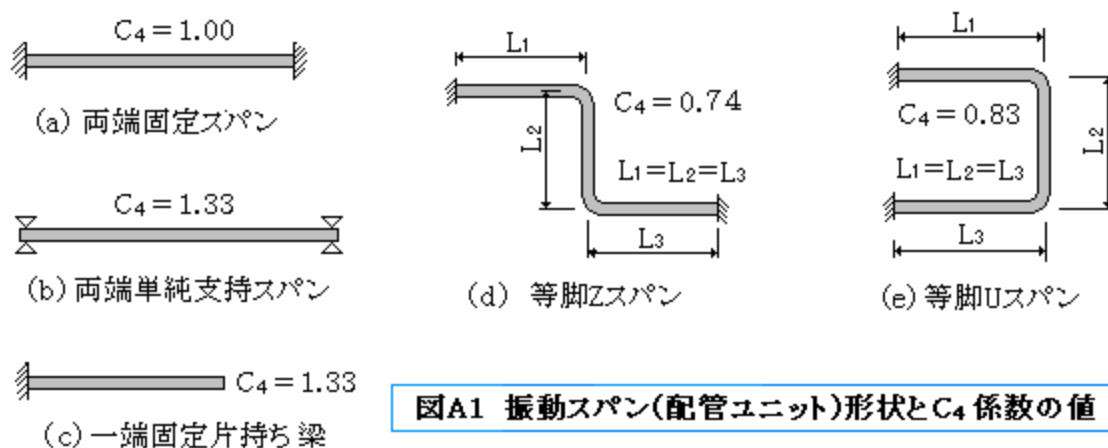
OM3の5.1.2.4によれば、

支持—支持および固定—自由： $C_4 = 1.33$ 、固定—固定など両端拘束： $C_4 = 1.0$

等脚Zスパン： $C_4 = 0.74$ 、

等脚Uスパン： $C_4 = 0.83$

等脚スパンについては根拠がわからないが、それ以外は合致している。梁両端が“固定”であるか、“支持”であるかは判断がつかない(多分にその中間になることが多い)。その場合は $C_4 = 1.0$ とすればよい(やや安全側になる)。



図A1 振動スパン(配管ユニット)形状と C_4 係数の値

6. 簡易評価基準に関する議論

(1) 変位法について。変位法は梁の最大撓みから直接、最大モーメントを想定しているの、一見単純明快で判り易いが、次の問題がある。

係数 K とスパン長 L の設定如何によって、基準変位 $\delta_n (=K(L^2/D_0))$ が変わる

係数 $K [=1/(101C_{ED})]$ は、支持境界に依存して、

支持－支持 $K=0.01$ 、固定－自由 $K=0.027$ 、固定－固定 $K=0.0035$ 、固定－支持 $K=0.0048$ と $0.0035 \sim 0.027$ の範囲で大きく変化する。これは速度法による同趣の係数 C_4 が $0.74 \sim 1.33$ と小さく変化するのに比べて、計算結果に及ぼす影響が大きい。配管の支持境界が固定であるか、単純支持であるかは、実際上の判定が難しい。例えば配管支持によく使われる U ボルトは一見単純支持であるが、U ボルトが固く締め付けられて受梁端との間で拘束しあうと固定に近くなる。OM3 では、変位法の導出チャートの(注 4)で示したように、

拘束－自由タイプ) 片持ち梁 $K=0.03$ 、片持ち梁(エルボ端) 0.03 、片持ち梁(ガイド付き) 0.012

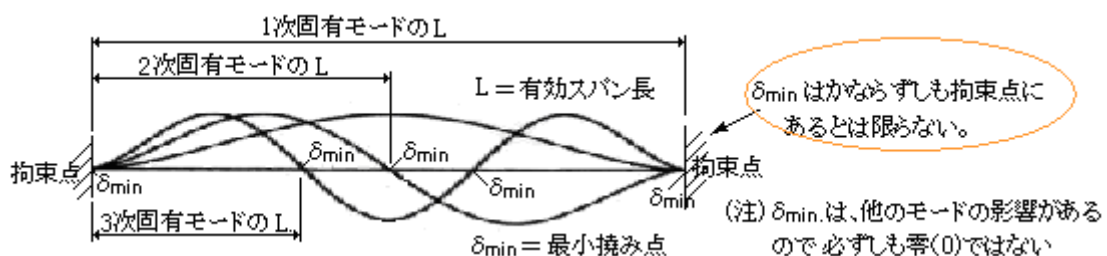
拘束－拘束タイプ) 真直梁 $K=0.003$ 、L 形梁 $K=0.004 \sim 0.024$

としているが、**拘束とは実質的に固定を意味している**ので、たとえ”支持”に近いものでも”固定”として扱っている(固定と解釈している)ことになる。これは基準たわみ δ_n を小さく見積もり、結果として許容たわみ δ_{allow} を小さく見積もるので安全側ではある。しかし明らかに支持に近い場合は $0.01/0.003=3.3$ 倍程度の違いを生じることになる。

有効スパン長 L は、OM3 の Fig.3~8 に記載される通りであるが、問題はこれが一次固有モードであることである。前にも述べたように、**変位法も速度法も根底は、振動が一次固有モードで揺れている、即ち一次の共振を前提**としている。もしそれが 2 次共振であれば、添付 F のテーブルをみれば判るように、例えば支持－支持梁の有効スパン(最小撓み点－ピーク撓み点－最小撓み点)は $1/2$ に減少する。これは許容たわみ δ_{allow} が $1/4$ に減少することを意味する。3 次共振であれば δ_{allow} は更に大きく縮退する。従って、有効スパン長 L の査定は重要である。これに関連して OM3 では 5.1.1.3 で、次のように記述している。

Measurements are taken along the piping to measure peak deflection and establish node point of **minimum deflection. The node points establish the characteristic span lengths.** Node points (zero deflection points) are generally found at restraint points, **but could be located between constraints on long runs of piping.**

即ち、撓みのピークポイントのみならず、最小ポイントも計測して有効スパン長を設定するが、最小ポイントは常に拘束点にあるとは限らず、長い走りでは拘束点の間にあるとしている。これは、単にスパン長 L の確認を言っているのかも知れないが、下図のような 2 次、3 次共振の可能性も暗示しているはずである。



もし計測した有効スパン長が、1次固有モードのそれでないときはどうするか？ 係数 K をリセットし、有効スパン長 L を変えて基準撓み δ_n を計算する必要がある。いずれにしる面倒である。

- (2) 速度法について。速度法は、基本的には変位法と同じである。振動スパン(梁パターン)を仮定して最大モーメントから発生応力を計算しこれを許容応力で判定する。しかし式のフォームは異なっている。

変位法も速度法も次のように最大モーメントを求めるまでは同じである。

$$\text{支持-支持: } M_{\max} = 1.0EI(\pi/L)^2 \Delta \quad (x=0.5L \text{ スパン中央})$$

$$\text{固定-自由: } M_{\max} = 1.0EI(0.597\pi/L)^2 \Delta \quad (x=0 \text{ 固定点})$$

$$\text{固定-固定: } M_{\max} = 1.26EI\{3\pi/(2L)\}^2 \Delta \quad (x=0 \text{ or } L \text{ 固定点})$$

$$\text{固定-支持: } M_{\max} = 1.325EI\{5\pi/(4L)\}^2 \Delta \quad (x=0 \text{ 固定点})$$

変位法ではそのまま応力算定に進むが、速度法では更に、各固有振動数を次のように変形して

$$\text{支持-支持: } (\pi/L)^2 = (m/EI)^{0.5} \omega, \quad \text{固定-自由: } (0.597\pi/L)^2 = (m/EI)^{0.5} \omega$$

$$\text{固定-固定: } \{3\pi/(2L)\}^2 = (m/EI)^{0.5} \omega, \quad \text{固定-支持: } \{5\pi/(4L)\}^2 = (m/EI)^{0.5} \omega$$

これを上記の $M_{\max}$ 式に代入し変位法とは異なる式のフォームを得る。変位法と速度法の結果を並べると次のようになる(なおどちらの C_{ED} も支持境界によって変化するが、定義は夫々異なっているので注意)。

$$\text{変位法: } M_{\max} = C_{ED}EI(\pi/L)^2 \Delta \quad (\text{但し } C_{ED} = 0.356 \sim 2.835)$$

$$\text{速度法: } M_{\max} = 1.325C_{ED}(EI\omega)^{0.5} V \quad (\text{但し } C_{ED} = 0.755 \sim 1)$$

これらの式を比較すると、

- ①振動の指標(計測値)が、最大変位振幅 Δ から振動速度 $V(=\omega \Delta)$ に変わっている。
- ②有効スパン長 L が消え、質量 m が顕われている。
- ③変位法の C_{ED} の変動幅は大きい、速度法のそれは極く小さい。

①について。現場の振動による破損データでは当然変位振幅が大きいほど破損し易いが、振動数が高くなると小さい振幅でも破損する傾向がある。これは運動速度 $V(=\omega \Delta)$ の自乗に比例して振動エネルギーが増加し、材料に蓄積されるからと説明されている(少し?)。従って振動指標としては変位振幅よりも合理的ということになる。

②について。前述の如く変位法における有効スパン長 L は計測による確認が必要である。然るに速度法では L が消去されているので、厄介な計測確認が不要になる。ただ質量項が顕われるので、管質量に加えて付加質量(断熱材/内容物など)や集中質量について対処が必要になる。

[実際、OM3 では速度計測の場合、計測値の確実性は要求しているものの、変位法のときのような最小点の計測(スパン長の計測)は要求していない。]

③について。変位法の端部係数 C_{ED} の変動幅は Max.8 倍(=2.835/0.356)にもなる。一方速度法では Max.1.33 倍(=1/0.755)になる(OM3 の規定では 1.9 倍)。従って、変位法の C_{ED} の方が影響が大きい。(1)でも述べたように係数 K は $K=1/(101C_{ED})$ であるから、支持境界の解釈(固定,支持 or 中間支持)によって K 値は大きく変化し許容変位 δ_{allow} のブレが大きくなる。その点、速度法のブレは軽小である。

結局、速度法には次の 2 つの大きなメリットがあり、運用上、変位法よりも優れている。

有効スパン長の計測確認が不要であること、支持境界の解釈に悩まされることがないこと

このメリットは更に、

計測された振動が何次の固有モードであるかは不問(問わない)

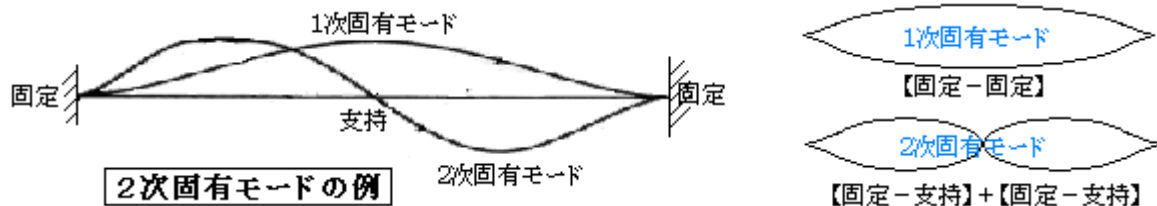
ということに短絡する。この短絡は支持 - 支持、固定 - 自由、固定 - 支持では問題ないが、固定 - 固定では多少の誤差がでる。これについて以下、補足しておく。

5.の速度法の導入チャートでは、一次固有モードにおける最大モーメント式を示しているが、固有関数の式が1次でもn次でも同一フォームであるため、任意の固有モードでも、最大モーメント式は結局、変わらない。然るに実際の振れのパターンは1次と異なっているので、果たして1次相当の最大モーメント式が実際と適合しているかは？になる。ややこしいので説明は割愛するが、支持 - 支持、固定 - 自由、固定 - 支持の場合は、実際と適合する。しかし固定 - 固定の場合は適合しない。即ち、

$$1 \text{ 次相当の最大モーメント : } M_{\max} = 1.26V(EI_m)^{0.5} \quad \rightarrow \text{固定 - 固定}$$

$$\text{実際の振れに基づく最大モーメント : } M_{\max} = 1.325V(EI_m)^{0.5} \quad \rightarrow \text{固定 - 支持}$$

従って実際は、固定 - 固定で計算される最大モーメントの約5%増しになる。ただ、基本的に簡易基準式は、精度の高いものではなく略算式の域をでないで、この程度の誤差は無視できる。

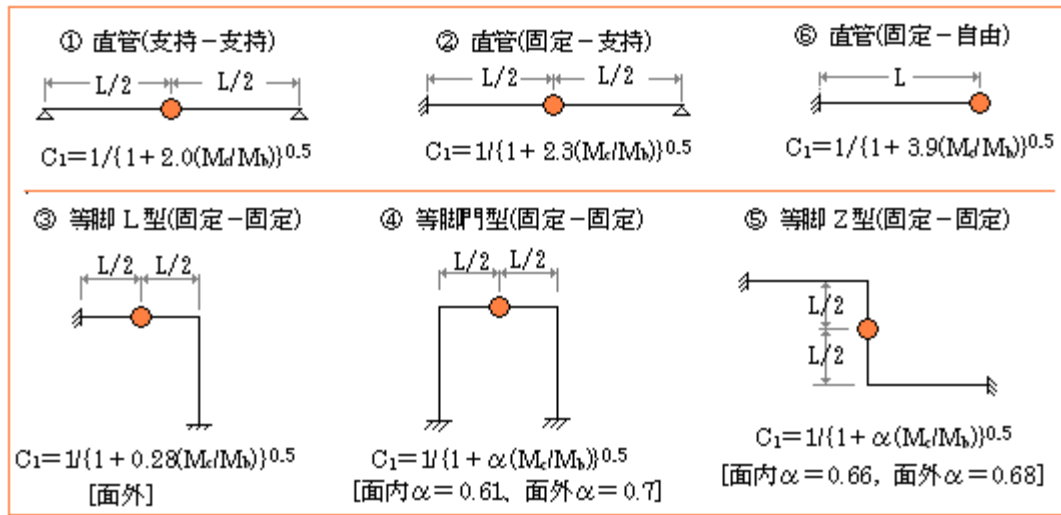


なお変位法の場合は、2次モードで大きな変位が発生しているのに気がつかず、一次固有モードの有効スパン長を使用すると大きな誤差が発生する。対象とする配管スパンはその全域にわたり慎重に計測されなければならない。何次の振動になっているかは重要なチェックポイントになると思う。

以上の如く変位法に比べて、速度法は格段に有利である。事実、大半の関連文献は速度法に関心をよせており、変位法が議論されることは少ない。

さて、許容速度式では有効スパン長 L が式から排除された代わりに、質量項が新たに追加になった。その場合、振動スパンが均一な管だけで構成されていれば、単に単位長さ当りの管質量 m が考えるだけである。また流体重量や断熱材重量が均一に付加されていれば、管質量 m を係数 C_3 で補正すれば済む。問題は集中質量(弁類/ストレーナなど)の扱いである。

速度法の導出チャートの(注4)で述べたように、計算に使用する Fig.10 は、中央に集中質量を持つ固定-固定梁の C_1 を示している。一方、添付 C を用いると、固定-固定梁以外の梁パターンの C_1 は次図のようになる。



OM3の固定-固定梁と比較すると、

- ・①～⑤の梁パターンについてはOM3の式は安全側の結果を与える。
- ・①②は程々であるが、③～⑤については場合によって過度に安全側になる。
- ・⑥については集中質量位置が自由端にあり、若干ダウンする。

従って、③～⑥のケースはFig.10を用いず、上記の C_1 式から計算するのが、ベターと思われる。例えば M_d/M_b が5の時は、OM3で $C_1=0.27$ 、下図④の面内振動で $C_1=0.5$ になるから、門型(U形)形状ではOM3の1.85倍の振動速度が許容できることになる。門型形状は撓み性があるて揺れ易いが、剛性が低いので揺れの割には曲げモーメントが小さくなる。この許容速度の増加は妥当と思われる。

以上は、すべて集中質量が梁中央にある場合(あるいは最大撓み点にある場合)を取り上げている。集中質量が偏るときはどうか？ 次図のような固定-固定梁モデルを考える。公式集⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾から

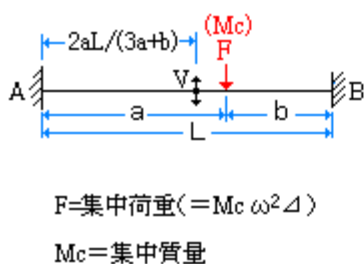
$$\text{固有角固有振動数: } \omega = [3EI/L^3 \{M_c(a^3b^3)\}]^{0.5}$$

$$\text{最大撓み: } \Delta = \{F/(EI)\} [2a^3b^2 / \{3(3a+b)^2\}] \quad (a > b)$$

最大たわみ点で振動速度は最大となり、 $V = \omega \Delta = \{F/(EIM_c)^{0.5}\} \{(1.155L^{1.5}a^{1.5}b^{0.5}) / (3a+b)^2\}$ である。故に 集中荷重 $F (=M_c \omega^2 \Delta)$ は、 $F = \{(3a+b)^2 / (1.155L^{1.5}a^{1.5}b^{0.5})\} (EIM_c)^{0.5} V$ となる。そして、梁曲げモーメントは $a > b$ なので、B点で最大になる。モーメント M_B は、

$$M_B = Fa^2b/L^2 = \{a^{0.5}b^{0.5}(3a+b)^2 / (1.155L^{3.5})\} (EIM_c)^{0.5} V$$

ここで、 $(EIM_c)^{0.5} V$ を一定(ここでは仮に1)とし、 $L=100$ とすれば、下記の表ようになる。梁中央に集中質量 M_c がシフトされた時 $M_B=0.173$ 、梁長の75%の位置付近にシフトされた時最大 $M_B=0.234$ になるので、同一の振動速度に対し、発生モーメントは約35%増える。



L	a	b	MA	MB	
100	50	50	0.17316	0.17316	OM3
100	55	45	0.155415	0.189952	
100	60	40	0.13686	0.205291	
100	65	35	0.11763	0.218456	
100	70	30	0.097943	0.228534	
100	75	25	0.078105	0.234314	Max
100	80	20	0.058528	0.234113	
100	85	15	0.039772	0.225372	
100	90	10	0.022626	0.203636	
100	95	5	0.008352	0.158694	
100	100	0	0	0	

実際は、速度は異なるのでこれを V 、 V^* とおくと

$$M_B = 0.173(EIM_c)^{0.5}V, M_B^* = 0.234(EIM_c)^{0.5}V^* \rightarrow M_B^*/M_B = (0.234/0.173)(V^*/V) = 1.353(V^*/V)$$

M_B が限界にあるとすれば $M_B^*/M_B = 1.353(V^*/V) \leq 1 \rightarrow V^* \leq 0.74V \rightarrow V_{allow}^* \leq 0.74V_{allow}$

従って集中質重が偏る場合は、梁中央の集中質量に比べて C_1 は約 36% ダウンする。以上の計算は通常の静的たわみ計算から求めたもので近似的である。文献(2)辺からみて約 30% 程度が妥当かもしれない。

以上の結果からみて、OM-3 の Fig.10 による補正係数 C_1 は、実質的に、

- ・ 1 次元梁(ストレート梁)形状について、Max. 30% 減少
- ・ 2 次元梁(等脚 U,Z)形状について、Max. 85% 増加 (但し質量比 $M_c/M_b < 5$)
- ・ 2 次元梁(等脚 L)形状について、Max. 135% 増加 (但し質量比 $M_c/M_b < 5$)

するので、集中質重が介在する時、 C_1 はかなりのバリエーションを持つことになる。これは速度法のメリット “有効スパン長の計測確認が不要であること、支持境界の解釈に悩まされることがないこと” に対する反動といえる。実際には、

(a) 1 次元の振動スパンについては、集中質重の位置を考慮して多少安全側に Fig.10 を運用、

(b) 2 次元/3 次の振動スパンについては、多少厳しく Fig.10 を運用(但し根拠は準備)

することになる。むろん(b)については議論を回避して安全側に Fig.10 通りにするか、速度法をやめて変位法を適用してもよい。

(3) 以上、変位法と速度法について個々に議論した。このほか変位法/速度法に共通して、次のような問題点や不明点がある。以下、これについて議論を試みる。

- ① 具体的な変位振幅/振動速度の計測？
- ② 具体的な許容変位/速度式の応力係数(C_2K_2 or $2i$)の設定？
- ③ OM3 規定はどのような振動荷重にも対応できるのか？
- ④ 規定外の配管ユニットの形状係数 K 及び C_4 の設定？
- ⑤ 曲げ剛性の変化の影響など…

①について。OM3 の振動評価は、その配管形状で許される振動パラメータの上限を求め、これと計測結果と比較して高サイクル疲労の可否を判定するものである。その場合、振動パラメータの計測は重要で、OM3 では計測システムとしては多点計測が可能な本格的な計測システムが想定されているようである。一方、プラント分野ではハンド式の分析器付き振動計がよく使用されているが、その性能は信頼でき精度もよい。故に多点同時計測はできないが、ハンド式振動計は OM3 の計測システムとして適用できると考えたい(この種の議論は Nuclear 分野で予想される)。

また OM3 では配管を振動スパン(サブシステムとも)に分けて、振動パラメータ即ち変位振幅と振動速度の計測に関して、次のように規定している。

変位法：スパン内で最大の変位(&変位点)をサーチして評価対象とする。同時に最小変位点をサーチして、有効スパン長を確定する(暗に卓越する固有モードを把握する)。

速度法：最大変位点を起点にスパン内をくまなくサーチし最大速度をサーチし評価対象とする。計測値は十分確認された、トレース性のある時刻暦データによる。

当然ながら、計測データとしては分析値ではなく **Over-all** の時間変化値が要求されているが、**[時間波形計測 or 振動計モード計測]**のいずれかが、これにフィットする。どちらかと言えば、時間

波形計測の方がよいが、振動計モード計測でも十分であると思う。振動計モードについては添付 E の例を参照のこと。RMS 値ではなく **EQ-Peak 値** を採る (RMS 値は低い)。

②について。応力係数の積 C_2K_2 (あるいは $2i$) の設定には、悩ましい問題がある。 C_2K_2 は配管の構成要素 (例えば突合せ溶接、ソケット溶接、エルボ、ティ、レデューサ) によって大きく異なっている。許容変位/速度は最大曲げモーメント $M_{\max}$ に対して与えられたものであるから、本来はその $M_{\max}$ 発生点の C_2K_2 が用いられる。しかし構成要素によって C_2K_2 は大きく変わるし梁パターンを定義する支持形態 (固定/支持/自由/それらの中間形) が定まらず、 $M_{\max}$ 発生点自身が変わることもある。この場合の最も端的な解決は、振動スパン内で最も高い C_2K_2 値を使うことである。しかし、例えば $M_{\max}$ 発生点における応力指数 2 の代わりに、モーメントが余りかかっていない箇所のエルボの応力指数 6 を使用すれば、200% のマージンを付加することになる。

このように過度な評価に陥る可能性があるならば、高い C_2K_2 を持った要素位置 x におけるモーメントを求め、最大モーメント $M_{\max}$ と比較すればよい。以下にこれを示す。

前 4 項で示したように、任意の位置 x での撓みは次のようである。

$$\text{支持-支持: } y = \Delta \sin(a_1 x) \quad (\text{ここで } a_1 = \pi/l)$$

$$\text{固定-自由: } y = 0.5 \Delta [-0.7341 \{ \sinh(a_1 x) - \sin(a_1 x) \} + \{ \cosh(a_1 x) - \cos(a_1 x) \}] \quad (a_1 = 0.597 \pi/l)$$

$$\text{固定-固定: } y = 0.63 \Delta [-0.9825 \{ \sinh(a_1 x) - \sin(a_1 x) \} + \{ \cosh(a_1 x) - \cos(a_1 x) \}] \quad (a_1 = (3/2) \pi/l)$$

$$\text{固定-支持: } y = 0.6624 \Delta [-1.0007 \{ \sinh(a_1 x) - \sin(a_1 x) \} + \{ \cosh(a_1 x) - \cos(a_1 x) \}] \quad (a_1 = (5/4) \pi/l)$$

これを 2 回微分して EI を乗じれば、 x 点の曲げモーメント $[M = -EI(d^2/dx^2)]$ が得られる。

$$\text{支持-支持: } M_x = EI \Delta a_1^2 [\sin(a_1 x)]$$

$$\text{固定-自由: } M_x = 0.5 EI \Delta a_1^2 [0.7341 \{ \sinh(a_1 x) + \sin(a_1 x) \} - \{ \cosh(a_1 x) + \cos(a_1 x) \}]$$

$$\text{固定-固定: } M_x = 0.63 EI \Delta a_1^2 [0.9825 \{ \sinh(a_1 x) + \sin(a_1 x) \} - \{ \cosh(a_1 x) + \cos(a_1 x) \}]$$

$$\text{固定-支持: } M_x = 0.6624 EI \Delta a_1^2 [-1.0007 \{ \sinh(a_1 x) + \sin(a_1 x) \} - \{ \cosh(a_1 x) + \cos(a_1 x) \}]$$

これらの式を次のように表示する。

$$M_x = K_j EI \Delta a_1^2 |F_j| \quad \text{但し } K_j = 1, 0.5, 0.63, 0.6624, F_j = [\quad] \text{ 内}$$

速度法の場合は、 $(a_1)^2 = (m/EI)^{0.5} \omega$ を代入して、

$$M_x = K_j |F_j| \Delta \omega (EI m)^{0.5} = K_j |F_j| V (EI m)^{0.5}$$

x 点の C_2K_2 を $\{C_2K_2\}_x$ 、 $M_{\max}$ 点の C_2K_2 を $\{C_2K_2\}_m$ とすれば、 x 点の応力が $M_{\max}$ 点の応力よりも大きくなるには、次の条件が必要になる。

$$\{C_2K_2\}_x M_x > \{C_2K_2\}_m M_{\max} \rightarrow M_x / M_{\max} > \{C_2K_2\}_m / \{C_2K_2\}_x$$

もしこの条件が成立するなら OM3 の許容変位と許容速度に $[\{C_2K_2\}_m M_{\max}] / [\{C_2K_2\}_x M_x]$ を乗じて

$$\delta^*_{\text{allow}} = [\{C_2K_2\}_m / \{C_2K_2\}_x] (M_{\max} / M_x) \delta_{\text{allow}}$$

$$V^*_{\text{allow}} = [\{C_2K_2\}_m / \{C_2K_2\}_x] (M_{\max} / M_x) V_{\text{allow}}$$

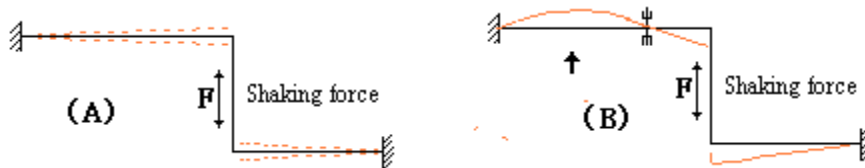
ここで、 δ^*_{allow} 、 V^*_{allow} が、補正された許容変位、許容速度で、OM3 計算値よりダウンする。

③について。OM3 の許容基準式は導入プロセスからわかるように、振動スパンの梁質量が、固有振動数 ω ないしこれに近い振動数すなわち共振域で揺れていることを前提にしている。この前提は実際の有意な振動現象の多くが、なにがしかの共振傾向で発生していることを考えれば妥当である。然るに、レシプロ系配管の脈動による振動の中には、共鳴によって圧力変動が増幅され、それが配管や容器などのターンエンドで不平衡力 (Shaking force) となって強制振動を生じる場合も多々ある。

(【FE-18-TM-004 脈動状態におけるターンエンド間の不平衡力について】を参照)

このように共鳴に由らない強制振動では、次の2つの影響が考えられる。

- ・加振力 F として作用する不平衡力の影響
- ・固有振動数 ω と加振振動数 ω^* の乖離による影響



まず加振力の影響について。上図のようなZ型配管スパンでは中央にある不平衡力が加振力となって梁を揺さぶる。(A)では、固定区間内に加振力 F があるので、固定－固定梁の揺れは3項(k)式のように定義できる。ところが(B)のように左側の中間に支持拘束があると、固定－支持区間については加振力が外部に存在することになり、3項(k)式と異なってくる(逸脱してくる)。ただどれだけの逸脱になるかは、全体的にモーダル解析を試みなければわからない(議論しだすとキリがない)。このような逸脱については、OM3の分岐管のたわみ計測に関する5.1.1.4(b)の記述でも指摘されているようだ。しかし、(B)の固定－支持区間で、それほど顕著な固有関数の逸脱がおきるとも思えない。おそらくある程度のマージンをとる事で対処できるのではないかと思う(この問題は今後の課題として更に検討してゆく)。

次に ω と ω^* が離れて共振域から外れる場合を考える。これについては速度法の導出チャートの注(4)で示した集中質量補正係数と全く考えて補正できる。即ち補正後の非共振域の許容速度 V_{allow}^* は、

$$V_{allow}^* = (\omega^* / \omega) V_{allow} \quad \text{但し } \omega^* = \text{加振振動数、} \omega = \text{固有角振動数}$$

V_{allow} は、補正前即ち共振域にある場合の許容速度である。

この相関関係によれば、加振振動数 $\omega^* < \text{固有振動数 } \omega$ のとき補正後の許容速度はダウンする。逆に加振振動数 $\omega^* > \text{固有振動数 } \omega$ のときは許容速度 V_{allow} は増加する。即ち

共振域からはずれて加振振動数 ω^* で揺れる場合は振動数比による補正が必要となる。

ただこの場合、固有値 ω が必要になるのでスパン長/支持境界の問題が復活する。従って、速度法のメリットは崩れてしまう!!

なお、文献(2)(3)によれば、この補正は ASME OM-S/G コード(*)で、新しい補正係数 C_5 として許容基準式に取り込まれている。即ち、 $V_{allow} = \{C_1 C_4 / (C_3 C_5)\} \{3.64 \times 10^{-3} \times 0.8 S_{el} / (C_2 K_2)\}$ となる。

C_5 の式は、OM-S/G が手元にないので、上記の検討とマッチするかどうかはわからない。おそらくもっと詳細な解析がされていると思う。OM-S/G の内容が判り次第、この項は変更したい。

(*) ASME OM-S/G Standards and guides for operation and maintenance of nuclear power plant (1990)

④について。OM3 では、振動スパン(or 配管ユニット)で、対象配管の形状を指定している。例えば
変位法→Fig.3～9、速度法→図 A1(OM3 の記述を図にしたもの)

これらの形状に限って、形状係数 K および配管形状/境界条件に対する補正係数 C_4 が与えられている。速度法について云えば、前にも述べたように C_{EV} の変動幅が小さいため、補正係数 C_4 も変動幅が

0.74～1.33 と小さい。これは変位法における形状係数 K が 0.003～0.03 と変動幅が大きいのに比べて、
 相当に幅が縮まっている。後述のスクリーニング則のように、振動スパンの形状によらず最小 0.74(Z 形)
 より小さい $C_4=0.7$ を採っても、それほど過度には陥らず、ほどほどの安全裕度がキープできる。ただ
 $1.33/0.74=1.9$ 倍とやや大き目なので、次のように設定したらどうかと思う。

- ・ ストレート形状[図 A1 の(a)～(c)] → $C_4=1.0$
- ・ 上記以外の 2 次元/3 次元形状 → $C_4=0.7$
- ・ L 形形状[Fig.5～8 相当] → 変位法で対処

L 形については、速度法でなんとか処理できないか、考えてみる。変位法では

$$M_{\max} = C_0 a_1^2 EI \Delta = C_0 (R \pi / L)^2 EI \Delta = C_0 R^2 (\pi / L)^2 EI \Delta = C_{ED} (\pi / L)^2 EI \Delta$$

定義より $K=1/(101C_{ED}) \rightarrow C_{ED}=1/(101K)$ であるから、 $M_{\max}=1/(101K) (\pi / L)^2 EI \Delta$ となる。一方、
 速度法では、固有振動式を変形した $a_1^2=(R \pi / L)^2=(m/EI)^{0.5} \omega$ を用いて、 $M_{\max}=C_0 (EI m)^{0.5} (\omega \Delta)$ 。
 変位法と速度法の $M_{\max}$ を等しいとして、

$$C_0 = \{1/(101K)\} (1/\omega) (\pi / L)^2 (EI/m)^{0.5}$$

なおこの式は、固有振動式を変形した $(1/\omega) (\pi / L)^2 (EI/m)^{0.5} = 1/R^2$ を用いると、

$C_0 = \{1/(101K)\} (1/R^2) \rightarrow K=1/(101C_0 R^2) = 1/(101C_{ED})$ となって、 K の定義に一致する。速度法に
 おける形状係数 C_4 は $C_4=1.325/C_0$ であるから、

$$K = C_4 / (133.8 R^2) \quad \text{あるいは} \quad C_4 = 133.8 R^2 K$$

なる関係が得られる。例えば、

$$\text{支持-支持} \quad R=1 \text{ で } K=0.01 \text{ なので } C_4 = 133.8 \times 1^2 \times 0.01 = 1.338 \quad (1.33)$$

$$\text{固定-自由} \quad R=0.597 \text{ で } K=0.027 \text{ なので } C_4 = 133.8 \times 0.597^2 \times 0.027 = 1.29 \quad (1.33)$$

$$\text{固定-固定} \quad R=1.5 \text{ で } K=0.0035 \text{ なので } C_4 = 133.8 \times 1.5^2 \times 0.0035 = 0.9 \quad (1.0)$$

$$\text{固定-支持} \quad R=1.25 \text{ で } K=0.0048 \text{ なので } C_4 = 133.8 \times 1.25^2 \times 0.0048 = 1.0 \quad (-)$$

となり図 A1 とほぼ合致する。 K と C_4 の相関式から判るように、振動数係数 R (即ち固有角振動数) が
 定義されない限り K と C_1 の関係 (即ち許容たわみと許容速度) の関係はわからない。

少し廻り道になったが、OM3 の Fig.5-8 を振動モデルとしてみると次のようになる。

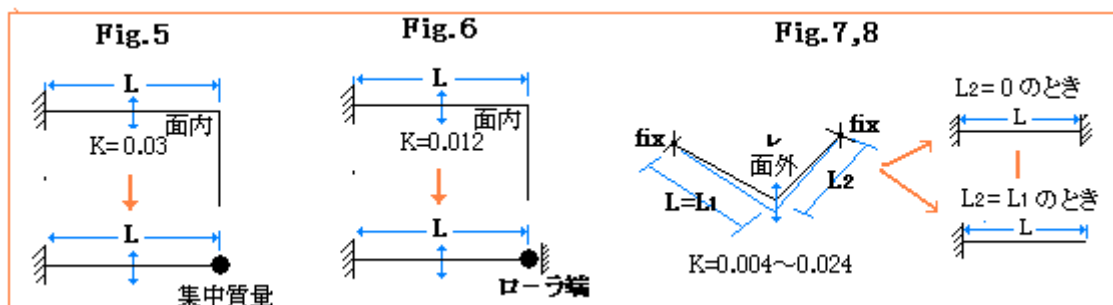


Fig.5 は基本的に固定-自由梁モードであって、 $R=0.597$ であるから $C_4=133.8 \times 0.597^2 \times 0.03=1.33$
 ところが折れ曲がり部分が集中質量として作用するので、その時の速度 V^* は、速度法の導出チャートの
 (注 4) と同様に $V^*_{\text{allow}} = (\omega^*/\omega) V_{\text{allow}}$ になるが、 $V_{\text{allow}} = (C_1 C_4 / C_3) (S_{el} / \alpha) \{0.00364 / (C_2 K_2)\}$ なので、

$$V^*_{\text{allow}} = (\omega^*/\omega) (C_1 C_4 / C_3) (S_{el} / \alpha) \{0.00364 / (C_2 K_2)\} = [C_1 \{(\omega^*/\omega) C_4\} / C_3] (S_{el} / \alpha) \{0.00364 / (C_2 K_2)\}$$

$$= (C_1 C_4^* / C_3) (S_{el} / \alpha) \{0.00364 / (C_2 K_2)\} \quad \text{但し} \quad C_4^* = (\omega^*/\omega) C_4$$

また振動数比 (ω^*/ω) は、添付 C より $(\omega^*/\omega) = 1/\{1 + 3.9(M_c/M_b)\}^{0.5}$ であるから、

$$C_4^* = [1/\{1 + 3.9(M_c/M_b)\}^{0.5}] C_1 = 1.33/\{1 + 3.9(M_c/M_b)\}^{0.5} \quad \text{但し、} M_c = \text{集中質量、} M_b = \text{梁質量}$$

これが集中質量付き固定-自由梁の配管形状補正係数である。集中質量が増加するにつれ、減少する。

Fig.6 は基本的には固定－ローラ端である。この場合、 $R=2.365/3.1413=0.753$ であるから
 $C_4=133.8 \times 0.753^2 \times 0.012=0.91$ これは、固定－固定の場合にほぼ同じ。上記と同じく
 $(\omega^*/\omega)=1/\{1+3.9(M_c/M_b)\}^{0.5}$ なので、次の結果となる。

$$C_4^*=[1/\{1+3.9(M_c/M_b)\}^{0.5}]C_1=0.91/\{1+3.9(M_c/M_b)\}^{0.5}$$

以上は、集中質量効果を配管形状補正係数に取り込んだものである。もし折れ曲がり部分の管の全質量を集中質量として C_1 で扱うときは、当然、配管形状補正係数は $C_4^*=C_4$ としなければならない。

Fig.7,8 は、図に示すように $L_2=0$ の時は固定－固定梁に他ならないので、 $C_4=$ 約 1.0 となる。一方、 $L_1=L_2$ の時は、両レグの撓みがバランスするので、固定－自由梁のようになる。文献(5)の Fig.2 によれば、各 2 次元梁の振動数係数 $\lambda=(R\pi)^2$ は、

等脚 U 形(面外) : $\lambda=2.0$ 、 等脚 U 形(面内) : $\lambda=3.1$

等脚 Z 形(面外) : $\lambda=2.25$ 、 等脚 Z 形(面内) : $\lambda=2.8$

等脚 L 形 : $\lambda=3.75$ 、 1 対 2 不等脚 L 形 : $\lambda=8.4$

であるから、本ケースでは、 $\lambda=3.75 \rightarrow R=0.62$ になる。従って $C_4=133.8 \times 0.62^2 \times 0.024=1.23$
 これは、固定－自由梁の $C_4=1.33$ に近い。故に L 形のときは $C_4=1.0 \sim 1.23$ ということになる。

しかし状況によってはもっと現実的にギリギリで評価したいときもある。その場合、どのようにして C_4 を設定するか？文献(3)は、3 次元形状等に対して以下のように C_4 を計算している(添付 G 参照)。

- ・弁などの集中質量や付加質量(流体,断熱材など)を除外して振動スパンをモデル化し、
- ・動解析(モーダル解析)を行い 1 次の最大モーダル応力 $\sigma_{\max}$ と最大モーダル変位 $d_{\max}$ を求め、
- ・以下の式によって補正係数 C_4 を求める。

$$C_4=2\pi f_0(d_{\max}/\sigma_{\max})(C_3/\alpha)$$

ここで、 $f_0=1$ 次のモーダル振動数(固有振動数)、 $C_3=OM3$ の係数、 $\alpha=3.64 \times 10^{-3}$

なお単位系は OM3 の許容変位式に合わせる。 C_3 は付加質量(液体/断熱材)より設定する。

上記の C_4 式は、許容速度式 $V_{\text{allow}}=(C_1C_4/C_3)\{3.64 \times 10^{-3} \times 0.8S_{\text{el}}/(C_2K_2)\}$ を変形して得られる。即ち、

$$C_4=(C_3C_2K_2/C_1)V_{\text{allow}}/(3.64 \times 10^{-3} \times 0.8S_{\text{el}})$$

と変形し、 $V_{\text{allow}} \rightarrow 2\pi f_0 d_{\max}$ 、 $C_1 \rightarrow 1.0$ (集中質量無し)、 $C_3=1$ (付加質量無し)、 $C_2K_2=1$ 、 $0.8S_{\text{el}} \rightarrow \sigma_{\max}$ 、 $3.64 \times 10^{-3} \rightarrow \alpha$ とおいて得られる。 C_4 の設定法として一応、この方法は妥当な所ではないかと思う。ただその結果に対しては、なにがしかのマージンが必要な気がする。

⑤について。変位法/速度法とも振動スパン内は均一な曲げ剛性 EI あるいは単位質量 m を仮定している。配管サイズや断熱区間の変更などで EI や m が変化する場合はどう対処するか？

ワンサイズ変化する場合は、平均化して扱えば大きな誤差にはならないと思われる。またハーフサイズ以下にダウンする時は剛性が著しく変わるので、そこを固定境界に扱えばよいと思われる。なお変位法は支持境界の影響が強いので、速度法の方を採って、安全側に C_4 を設定するのがよい。

またどちらの許容基準式も、高サイクル疲労防止の観点から疲労限界応力 $[0.8S_{\text{el}}]$ を許容応力にして、腐食環境で運転される場合はこれを腐食疲労の議論がでてくる。

7. スクリーニング則に関する議論

- (1) OM3には、配管に振動が発生した時、“それ以下の振動応答については評価を実施することなく受容できる”という足きり基準(スクリーニング基準)が示されている。すなわち **Appendix D** で

振動区間の速度をくまなく計測して区間の最大振動速度 $V_{\max}$ を求め、
これが **0.5 inch/s** を越えていなければその振動は受容され、対策不要

としている。この基準は許容速度式の諸係数および疲労限界応力を以下のように設定して得られている。

- ・集中荷重補正係数 C_1 ： 集中質量がスパン質量の 20 倍以下として $C_1=0.12$ を採る。
- ・応力集中係数の積 C_2K_2 ： ASME Sect.III NB Component で定義される応力係数、大半の配管について 4 以下なので、 $C_2K_2=4$ を採る。
- ・付加重量補正係数 C_3 ： 内容物/断熱材等の重量が管材重量に等しいときは 1.414 なのでここでは $C_3=1.5$ を採る。
- ・配管形状補正係数 C_4 ： 等脚 Z ベンドが最小で 0.74 なので、ここでは $C_4=0.7$ を採る。
- ・許容応力限界 $0.8S_{el}$ ： 炭素鋼の耐力限界 S_{el} は API Std.618 の例からみて判るように 9 kg f/mm^2 ($\leq 371^\circ\text{C}$)とされるので $0.8 \times 9 = 7.2 \text{ kgf/mm}^2 \rightarrow 10285 \text{ psi}$ になる。炭素鋼の疲労強度は合金鋼より低レベルなので、ここでは炭素鋼の $0.8S_{el} = 10000 \text{ psi}$ を採る。

$$\begin{aligned} \text{結果として } V_{\text{allow}} &= (C_1 C_4 / C_3) \{ 3.64 \times 10^{-3} \times 0.8 S_{el} / (C_2 K_2) \} = (0.12 \times 0.7 / 1.5) \times \{ 3.64 \times 10^{-3} \times 10000 / 4 \} \\ &= 0.51 \text{ inch/sec} \rightarrow \mathbf{0.5 \text{ inch/s} (=12.7 \text{ mm/s})} \end{aligned}$$

このしきい値 **0.5 IPS** は、現場計測から直ちに当該振動の可否判断ができるので非常に便利である。ここでは前 6.項の議論をベースにして、以上のパラメータ設定について議論する。

- (2) まず**集中質量補正係数 C_1** について。自重による撓みを抑えるため集中質量が大きくなるとスパンを縮めるので、質量比は増加傾向ではあるが、せいぜい 5 倍内に留まるのではないかと思う。重量比 5.0 の時は Fig.10 から $C_1=0.27$ 程度なので、ここで設定されている 0.12 はその半分程度になる。なお、片持ち梁(固定-自由梁)では、 $C_1=1/\{1+3.9(5)\}^{0.5}=0.22$ と若干減少して 20%程度のダウンになる。また片持ち梁以外については、集中質量がスパン中心(集中質量無しの場合の最大撓み点)からずれると C_1 は小さくなるが、これも 25%程度のダウンに留まる。故に、**特殊な集中質量のシフトがない限り、設定値 0.12 は少なくとも 70%近くのマージンを持っていると思う。**

次に**応力集中係数の積 C_2K_2** について。添付 D に示すように、梁振動が問題になりそうな 400A サイズ程度までであれば、少なくとも C_2K_2 は Max.5~6 程度は欲しい。故に設定値は約 30%の負のマージンを持っているようだ。ただ、

- ・配管構成要素(溶接要素も含む)によって、例えば 1.5~7.0 とバリエーションがある、
- ・前 6.項の(3)の②で議論したように、配管構成要素の位置によっては応力レベルが変わるのでスクリーニング則で絡げるよりも状況によってその都度、設定するのが望ましいと思われる。

次に**付加重量補正係数 C_3** について。管内液体重量のときは小口径ほど影響は少なく、断熱材重量のときは大口径ほど影響は少ない。設定値 **1.5(重量比 2.25)** はいい線だと思われる。

次に配管形状補正係数 C_4 について。ベースになっている等脚 Z ベンドは、擬似的にスパン中央に集中質量をもつ形になるせいか、代表的な配管形状の中で最も低い値を持っているようだ。設定値 0.7 はいい線だと思う(場合によっては前項で述べたように裕度がやや大き目になる)。

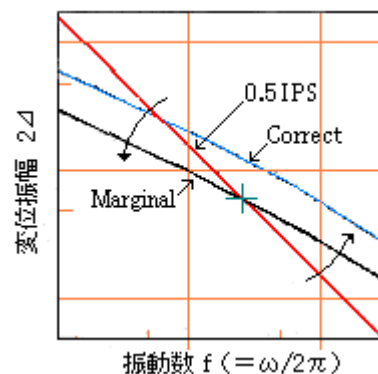
次に許容応力限界 $0.8S_{el}$ について。これについても妥当だと思う。ただオーステナイトステンレス鋼の場合は 22000psi 程度にできる(JISB8266 などの S-N 曲線で確認のこと)。

以上より、 V_{allow} を見積もると、

$$V_{allow} = (C_1 C_4 / C_3) \{ 3.64 \times 10^{-3} \times 0.8 S_{el} / (C_2 K_2) \} = \{ (0.12 \times 1.7) \times 0.7 / 1.5 \} \times \{ 3.64 \times 10^{-3} \times 10000 / 5 \} \\ = 0.0952 \times 7.28 \rightarrow 0.693 \text{ inch/s } (= 17.6 \text{ mm/s})$$

結果的に C_1 のマージンのお陰で、実質的に約 40% 程度アップすることになる。

- (3) 以上より OM3 の云う 0.5 IPS は、多少安全側である見通しがたった。これを振動評価で多年実績を有する SWRI の簡易判定図にプロットすると次のようになる(詳しくは添付 H 参照)。



判定図では Marginal ラインが敷居ラインである。これを上回ると振動破損の恐れがある。その上にある Correct ラインを越えると、破損が起きる確率が高いため配管サポート強化などの補正が必要になる。朱線は 0.5 IPS ラインを示しているが、ラインの傾きが Marginal/Correct ラインよりきつく低振動数域で Correct ラインをオーバーしている。印象としては、図中の矢印のように反時計方向に捻じれている。0.5IPS は理屈を追って得られた曲線であり、Marginal/Correct は実績ベースの統計的な曲線である。大げさにいえば、この捻じれ傾向は、理論と実際の乖離ということになる。

この現象の説明は容易ではないが、唯一考えられるのは、前 6 項の(3)で議論した

固有振動数 ω と加振振動数 ω^* の乖離による影響

である。おそらく傾向としては、

加振振動数 $\omega^* < \text{固有振動数 } \omega \rightarrow \text{許容速度 } V_{allow} \text{ は減少し、}$

加振振動数 $\omega^* > \text{固有振動数 } \omega \rightarrow \text{許容速度 } V_{allow} \text{ は増加する}$

と思われるので、統計的にみて、縦軸の変位振幅は低い振動数域ではダウンし、高い振動数域ではアップして、図のような捻じれ傾向が起きているような気がする。

ただこの場合、共振無しで破損するにはかなり強烈な不平衡力(Shaking force)の介在が必要であるから、頻繁におこるケースとは思えない。現状、補正係数 C_5 が未知数なので、これ以上の追究はストップして、後日議論を再開したい。

8. 簡易法の運用等に関するまとめ

以上簡易法について種々のレビューと議論を試みた。これをまとめる形で次のように結論づけたい。

(1) 基本的に変位法よりも速度法によるのが便利で、判定の誤差も小さい。

感覚的には変位法の方がマッチするが、支持条件や有効スパン長の設定で、結果が大きく変わる。それに比べ速度法は支持境界設定への依存度がより穏便で、仮に見込みと実際の食い違いがあっても判定へのインパクトが小さい。また許容変位の計算に有効スパン長が含まれないのでこれを計測確認する必要がない。従って速度法が一応好ましい。ただ変位法は支持境界設定が安全側なので、計測によって有効スパンが OM3 の Fig.3~8 に定義される通りであることを確認すれば、十分、安全側に使用できる。以下では、速度法を前提にして記述する。

(2) スクリーニング則 0.5 IPS は単に目安であって絶対的なものではない(OM3 では添付扱い)。当面する状況に合うように計算パラメータを設定して許容速度を計算し、評価するのがよいと思う。スクリーニング則では 0.5 IPS という簡潔無二のしきい値が与えられている。これを何の批評も無しに鵜呑みのまま扱うのは問題が残る。顧客への報告などは許容基準式に準じて行うべき。

(3) 集中質重補正係数 C_1 はバリエーションが大きいので、スクリーニング則のような安全設定ではなく実際の質量比を用いて C_1 を設定するのがよい。

因みに Fig.10 の集中荷重補正係数 C_1 は 1 次元形状ではおおむね妥当である。しかし門形/Z 形/L 形などの 2 次元/3 次元形状では実際の値が大きくなって、Fig.10 の C_1 値がかなり安全側になるので、他のパラメータのマージンをとるときなどにこれを考慮して調整する。なお集中荷重が梁中央から外れて偏ると、 C_1 が低下するので、このときは 0.7 掛けで C_1 を減じる必要があると思う。ただし 1 次元形状に限る。

(4) 付加質量補正係数 C_3 、および耐力限 S_{el} についても、定義に従い設定する。

特殊材で ASME に S_{el} 値がないときは、当該材料の高サイクル疲労データの 10^6 サイクルにおける応力振幅(0-P)の最小値の 0.8 倍を S_{el} として採用する(材料温度には注意)。

(5) 応力係数 C_2K_2 は配管構成要素によって大きく異なるので設定が難しい。基本的には振動スパン内で最も高い C_2K_2 値を採る。しかし、過度に安全側になることが予想されるなら 6.項(3)の②のような方法で C_2K_2 を選ぶ。ただストレート梁に限る。それ以外の形状については、振動スパンモデルにつきモーダル解析を行ってモーメント比 (M_{max} / M_x) を求め、 C_2K_2 を設定すればよい。

(6) 支持境界がはっきり確定できない場合や振動スパン形状が図 A1 にない場合は下記のように、配管形状補正係数 C_4 を設定するか、6.項(3)の④のような方法で C_4 を設定する。

- ・ ストレート形状[図 A1 の(a)~(c)]及び L 形状[OM3 の Fig.7,8 相当] → $C_4=1.0$
- ・ 上記以外の 2 次元/3 次元形状 → $C_4=0.7$

なお、OM3 の Fig.5,6 については、折れ曲がり部分の質量を付加質量と見なして補正する。

(7) 共振域に入っていない強制振動で、加振振動数がかなり低いときは、許容速度はかなりダウンする可能性があるので注意を要する。残念ながら情報不足で明言できないが、添付 H から推察するに、10Hz 未満については、OM3 の許容速度式で得られた値の $1/1.5 \sim 1/3$ を許容速度にする必要があるのかも知れない。

- (8) 全般に振動問題には **Unkown** や **Variation** が多く、これを簡易的な代数式で絡げるのは、相当に無理があることは事実である。ただ、それだからといってむやみに安全マージンを積み重ねるのはどうか？各パラメータを多少厳しく設定して許容値を計算し、全体として実質的なマージンが 100% (安全率 2) をこえるように調整するのがいいと思う。
- (9) 評価に用いる振動速度の計測は、時間波形計測 or 振動計モード計測のいずれか。振動計モードでは **EQ-Peak(0 - P)** 値を採る。添付 E 参照。

＜あとがき＞

変位法 vs 速度法については、当初、諸文献からみて速度法の断然優位でスタートしたが、**集中質量の扱いや非共振域の扱い**に難点があることがわかり、決して優位とは限らないと思い直している。変位法には質量項も振動数項もない。とにかく情報を集め、更に考究してゆきたい。

引用文献・テキスト)

- (1) ANSI/ASME OM3 - 1982 「Requirements for Preoperational and Initial Start-up Vibration Testing of Nuclear Power Plant Piping Systems」
- (2) 「Pipng Stress Engineering」 by Liang-Chuan(L.C) Peng and Tsen-Loong(Alvin) Peng, Peng Engineering, Houston, Texas, USA (ASME PRESS)
- (3) 「Correction Factors for ASME/ ANSI- OM3 Stress/Velocity Relationship With Respect to Static Design」by Stebstien Caillaud etc (Transactions of the 17 International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology(SMiRT 17))
- (4) 「Controlling The Effects of Pulsations and Fluid Transients in Piping Systems」
Presented by Southwest Research Institute Applied Physics Division Staff (San Antonio Texas)
- (5) 「Escape Piping Vibrations while designing」 Hydrocarbon Processing Oct 1976
- (6) 「回転機械の振動－実用的振動解析の基本－」松下, 田中, 神吉, 小林 (コロナ社)
- (7) エンジニアリング・サイエンス講座「振動と波動の工学」 坂田勝 (共立出版)
- (8) R.D.Blevins 「Flow-induced Vibration」 Appendix A (Van Nostrand Reinhold Company)
- (9) 土木学会「構造力学公式集」 (丸善)
- (10) 小堀与一「実用振動計算法」 (工学図書出版)

*****添付一覧*****

- 添付 A 調和波における 振幅－速度－加速度の関係
- 添付 B 固有関数の直交性とその運用について
- 添付 C 集中質量梁の固有振動数の算定式
- 添付 D 応力係数($C_2K_2, 2i$)について
- 添付 E 最大変位/速度の具体的な計測方法
- 添付 F 各種梁の固有振動モードのデータ
- 添付 G 補正係数 C_4 、 C_1 の精算手順
- 添付 H SWRI の配管振動簡易判定図

2.1 調和運動

平面内に直角座標系 $O-x, y$ をとり、原点 O のまわりを回転する一定長さ a のベクトル $\vec{OA} = \vec{A}$ を考える (図 2.1(a)). 時刻 $t=0$ のとき、ベクトル

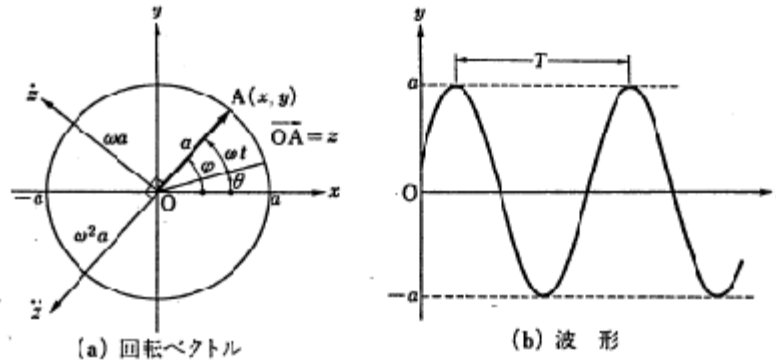


図 2.1 調和運動と波形

A と x 軸との間の角は θ であったが、ベクトルは角速度 ω [rad/s] で回転するので、時刻 $t=t$ では、 A と x 軸の間の角は $\varphi = \omega t + \theta$ である。したがって、ベクトル A の x, y 成分または A 点の x, y 方向の変位 (displacement) は

$$\left. \begin{aligned} x &= a \cos \varphi = a \cos (\omega t + \theta) \\ y &= a \sin \varphi = a \sin (\omega t + \theta) \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

で表わされる。このように三角関数によって表わされる運動は調和運動 (simple harmonic motion) とよばれる。変位の時間的变化——波形——は図 2.1 (b) に示されるような正弦波 (sinusoidal wave) である。ここで $a = |A|$ は振幅 (amplitude)、 ω は角速度 (angular velocity)、角振動数 (angular frequency) または円振動数 (circular frequency) などとよばれる。単位は [rad/s] である。 θ は位相 (phase) または位相角 (phase angle) とよばれる。また $T = 2\pi/\omega$ を周期 (period)、 $f = 1/T = \omega/(2\pi)$ を振動数 (frequency) という。振動数の単位はヘルツ [Hz] である。

A 点の速度と加速度の成分は次で表わされる。

$$\text{速度} \left\{ \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -\omega a \sin (\omega t + \theta) = \omega a \cos \left(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2} \right) \\ \frac{dy}{dt} &= \omega a \cos (\omega t + \theta) = \omega a \sin \left(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

$$\text{加速度} \left\{ \begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= -\omega^2 a \cos (\omega t + \theta) = \omega^2 a \cos (\omega t + \theta + \pi) \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -\omega^2 a \sin (\omega t + \theta) = \omega^2 a \sin (\omega t + \theta + \pi) \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

調和運動の速度を求めるには変位の振幅を ω 倍し、位相を $90^\circ = \pi/2$ 進めればよい。また加速度を求めるには、速度の振幅をさらに ω 倍し、位相をさらに $\pi/2$ だけ進めればよいことになる。

上記の(2.2)(2.3)式で、 $\cos(\omega t + \theta + \pi/2)$ 、 $\sin(\omega t + \theta + \pi/2)$ 、 $\cos(\omega t + \theta + \pi/2)$ 、あるいは $\sin(\omega t + \theta + \pi/2)$ は、最大 1.0 なので、最大速度と最大加速度を V 、 α とすれば

$$V = \omega a, \quad \alpha = \omega^2 a \quad (\text{但し } a = \text{片振幅 } O-P)$$

となる。本文では、時間変化を割愛し、この最大値で表示している。

添付 B 固有関数の直交性とその運用について(7)

外力が作用しない場合の運動方程式、即ち自由振動方程式は、

$$\begin{aligned} & \downarrow EI\partial^4 Y/\partial z^4 + m\partial^2 Y/\partial t^2 = 0 \\ & \downarrow \partial^2 Y/\partial t^2 + c^2\partial^4 Y/\partial z^4 = 0 \quad \text{但し } c^2 = EI/m \end{aligned}$$

弦と同様に梁の任意の点 z は一定の運動をするので、一般解として $Y(z,t) = \phi(z)x(t)$ が想定できる。

これに上式に代入して、

$$\begin{aligned} & \downarrow \phi(z)x''(t) + c^2\phi''''(z)x(t) = 0 \\ & \downarrow x''(t)/x(t) = -c^2\phi''''(z)/\phi(z) = -p^2 \quad (x,t \text{ に相互依存がなく } p^2 \text{ は変数分離形の定数になる}) \\ & \downarrow \phi''''(z) - (p^2/c^2)\phi = 0 \end{aligned}$$

m, n 番目の固有関数は、

$$\begin{aligned} \phi_m''''(z) &= \alpha_m^4 \phi_m \quad (\alpha_m^4 = p_m^2/c^2) \\ \phi_n''''(z) &= \alpha_n^4 \phi_n \quad (\alpha_n^4 = p_n^2/c^2) \end{aligned}$$

上の式に ϕ_n 、下の式に ϕ_m を乗じて、辺々、差し引いて積分をとると

$$\int_0^L [\phi_n \phi_m'''' - \phi_m \phi_n'''] dz = (\alpha_m^4 - \alpha_n^4) \int_0^L \phi_m \phi_n dz$$

公式 $\int F'f dx = Ff - \int Ff' dx$ を用いて、左辺を 2 回積分すると

$$\text{左辺} = [\phi_n \phi_m''' - \phi_m \phi_n'' + \phi_m' \phi_n' - \phi_m'' \phi_n']_0^L$$

梁の境界条件は、

- ① 自由端： $\phi'' = 0, \phi''' = 0$
- ② 支持端： $\phi = 0, \phi' = 0$
- ③ 固定端： $\phi = 0, \phi' = 0$

であるから、いずれの場合も左辺は零になる。即ち、

$$(\alpha_m^4 - \alpha_n^4) \int_0^L \phi_m \phi_n dz = 0$$

$m \neq n$ のときは、 $(\alpha_m^4 - \alpha_n^4) \neq 0$ であるから、 $\int_0^L \phi_m \phi_n dz = 0 \rightarrow$ 梁の固有関数の直交性と云う。

$m = n$ のときは、 $(\alpha_m^4 - \alpha_n^4) = 0$ であるから、 $\int_0^L \phi_m \phi_n dz = \int_0^L \phi_m^2 dz \neq 0$

以上は 1 自由度の系の場合である。多自由度系も同様に基準振動(固有振動)について直交性が存在する。以下要点のみを記す。

ラグランジュ方程式より自由振動式 $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = 0$ が得られる(太字 $\mathbf{M}, \mathbf{K}$ は対称行列を表わす)。

その解を $\mathbf{x} = \mathbf{C}\cos(\omega t + \Phi)$ とし、これを代入すると、

$$(-\omega^2 \mathbf{M}\mathbf{C} + \mathbf{K}\mathbf{C})\cos(\omega t + \Phi) = 0 \quad \text{但し } \mathbf{C} \text{ は固有ベクトル(基準振動の振幅の比)}$$

ω_i, ω_j に対して

$$\mathbf{K}\mathbf{C}^{(i)} = \omega_i^2 \mathbf{M}\mathbf{C}^{(i)}, \quad \mathbf{K}\mathbf{C}^{(j)} = \omega_j^2 \mathbf{M}\mathbf{C}^{(j)}$$

この式の左から、転置マトリックス $\mathbf{C}^{(i)T}, \mathbf{C}^{(j)T}$ を乗じると、

$$\mathbf{C}^{(i)T}\mathbf{K}\mathbf{C}^{(i)} = \omega_i^2 \mathbf{C}^{(i)T}\mathbf{M}\mathbf{C}^{(i)}, \quad \mathbf{C}^{(j)T}\mathbf{K}\mathbf{C}^{(j)} = \omega_j^2 \mathbf{C}^{(j)T}\mathbf{M}\mathbf{C}^{(j)}$$

第 1 式の転置行列式を作ると、対称行列の故に $\mathbf{M}, \mathbf{K}$ が転置しても変わらないことを考えて

$$[\mathbf{C}^{(i)T}\mathbf{K}\mathbf{C}^{(i)}]^T = \omega_i^2 [\mathbf{C}^{(i)T}\mathbf{M}\mathbf{C}^{(i)}]^T \rightarrow [\mathbf{K}\mathbf{C}^{(i)}]^T \mathbf{C}^{(i)} = \omega_i^2 [\mathbf{M}\mathbf{C}^{(i)}]^T \mathbf{C}^{(i)} \rightarrow \mathbf{C}^{(i)T}\mathbf{K}\mathbf{C}^{(j)} = \omega_i^2 \mathbf{C}^{(i)T}\mathbf{M}\mathbf{C}^{(j)}$$

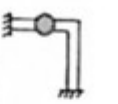
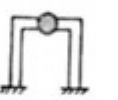
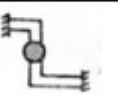
第 2 式から辺々差し引けば、

$$(\omega_i^2 - \omega_j^2)\mathbf{C}^{(i)T}\mathbf{M}\mathbf{C}^{(j)} = 0$$

$\omega_i \neq \omega_j$ のときは、 $\mathbf{C}^{(i)T}\mathbf{M}\mathbf{C}^{(j)} = 0$ この時、固有ベクトル $\mathbf{C}^{(i)}, \mathbf{C}^{(j)}$ は直交している。

添付 C 集中質量梁の固有振動数の算定式

Table 2 Concentrated weight correction factor for ideal piping spans

Beam Type		Correction Factor C for Natural Frequency Equation $f_p = f / \sqrt{1 + C \frac{P}{W}}$
Cantilever, load at end		3.9
Simply-supported, load at center		2.0
Fixed-supported, load at center		2.3
Fixed-fixed, load at center		2.7
L-bend, load at center of leg, equal legs(L)		0.28
U-bend, load at center, equal legs(L)		0.7 Out of plane 0.61 In plane
Z-bend, load at center, equal legs(L)		0.68 Out of plane 0.66 In plane

<文献(5)より引用>

添付 D 応力係数($C_2K_2, 2i$)について

疲労評価の対象となる応力は、管体に発生する公称応力に応力集中係数を乗じて得られる局部応力である。この場合、応力集中係数は

ASME Sect. III NB Component(Class1)に規定される応力指数の積(C_2K_2) または

ASME Sect. III Class2,3 及び B31 系 Piping Code に規定される応力増幅係数の 2 倍($2i$)
2 次応力指数 C_2 と局部応力指数 K_2 の積(C_2K_2)は、梁曲げの場合の弾性応力集中係数そのもの。
 $2i$ はこれに等価なものとされる(実際は多少、不一致がある)。

OM3 のスクリーニング則では、 C_2K_2 を Max.4 に採っている。これは必ずしも全てのケースを安全包括しているようには思えない。応力指数は、曲管や分岐管あるいはネジ込み継手などで大きくなる。曲管/分岐管の応力指数式は次のようになる。

曲管(エルボ)： $C_2 = 1.95/h^{2/3}$ (但し $h = tR/r^2$)、 $K_2 = 1.0$ 、 $i = 0.9/h^{2/3}$ (但し $h = tR/r^2$)

ここで、 t = 肉厚、 R = 曲げ半径、 r = 平均管径

分岐管(ティ)： $C_2 = 0.67(r/t)^{2/3}$ 、 $K_2 = 1.0$ 、 $i = 0.9/h^{2/3}$ (但し $h = 4.4(t/r)$)

ここで、 t = 主管肉厚、 r = 主管平均径

50A～400A までの管サイズについて計算結果を示す。

曲管(エルボ)の応力係数

呼び径 (A)	ロングエルボ・Sch40		ショートエルボ・Sch40		ロングエルボ・Sch20s	
	C ₂ K ₂	2i	C ₂ K ₂	2i	C ₂ K ₂	2i
50A	3.78	3.49	4.95	4.57	4.10	3.78
80A	3.85	3.56	5.05	4.66	4.88	4.51
100A	4.24	3.91	5.56	5.13	5.69	5.26
150A	4.79	4.42	6.28	5.79	6.16	5.69
200A	5.18	4.78	6.79	6.27	6.12	5.65
250A	5.47	5.05	7.17	6.62	7.05	6.51
300A	5.73	5.29	7.51	6.94	7.92	7.31
350A	5.71	5.27	7.48	6.91		
400A	5.71	5.27	7.48	6.90		

分岐管(ティ)の応力係数

呼び径 (A)	Sch40		Sch20S	
	C ₂ K ₂	2i	C ₂ K ₂	2i
50A	2.51	2.51	2.71	2.71
80A	2.59	2.59	3.24	3.24
100A	2.90	2.91	3.85	3.85
150A	3.34	3.34	4.26	4.26
200A	3.64	3.65	4.28	4.28
250A	3.87	3.87	4.95	4.95
300A	4.07	4.07	5.57	5.58
350A	4.17	4.17		
400A	4.17	4.17		

結果として、

- ① 呼び口径が大きくなる(例えば 150A 以上の曲管)と、4.0 を越えて増加する。
- ② 標準仕様の曲管(ロングエルボ・Sch40)では 100A まで、分岐管(Sch40)では 300A までは、ほぼ応力係数 4.0 以内にある。
- ③ ロングからショートあるいは Sch40 から Sch20S にダウンすると、150A 以上で 4 を上回る。

梁曲げ振動が問題視されるのは比較的小さいサイズなので、OM 3 は 150A 程度までの標準仕様の小径管を念頭にしてスクリーニング則の応力係数を上限 4.0 にしているような気がする。確かにダクトのような大径管では梁曲げよりもシェル曲げが優先するので意味が薄れるが、150A を上回る配管で、大きな曲げモーメントが作用する場所にエルボがあれば、①のように Max.4 では不足ということになる(他の基準では応力係数 5 が採られているようだ)。

なお②③のようにショートエルボや薄肉エルボ(あるいは長手シーム付きエルボ)のようなややオフ標準的なエルボが使われると応力係数は 5 割増し以上になる。因みに曲げ半径 R の大きなベンダー曲げ管はがぜん有利になる。振動が予想される配管では特に 4D を超えるベンダー曲げを要求するプラントユーザもいる。

またエルボの C₂ 係数は周方向のエルボの変形に対して与えられるものである。上記の計算例では局部応力指数を K₂=1 としているが、周方向に直交する長手溶接線がある場合は溶接線に沿って応力集中が発生するので K₂=1.1~1.3 になるので注意のこと。これはティについても然り。また 2i についても必然的に 1.1~1.3 を乗じる必要がある。

標準的な分岐管(Sch40)は、400A 程度までは応力係数は 4.0 程度に留まるが、ノズルティ(芋付けティ)や長手シームのあるティでは溶接部の応力集中が加算されて 4.0 では済まない場合もある。またティではサイズが小さいと 4 以下にダウンするので、例えば 50A では 2.5 をとつてもよい。

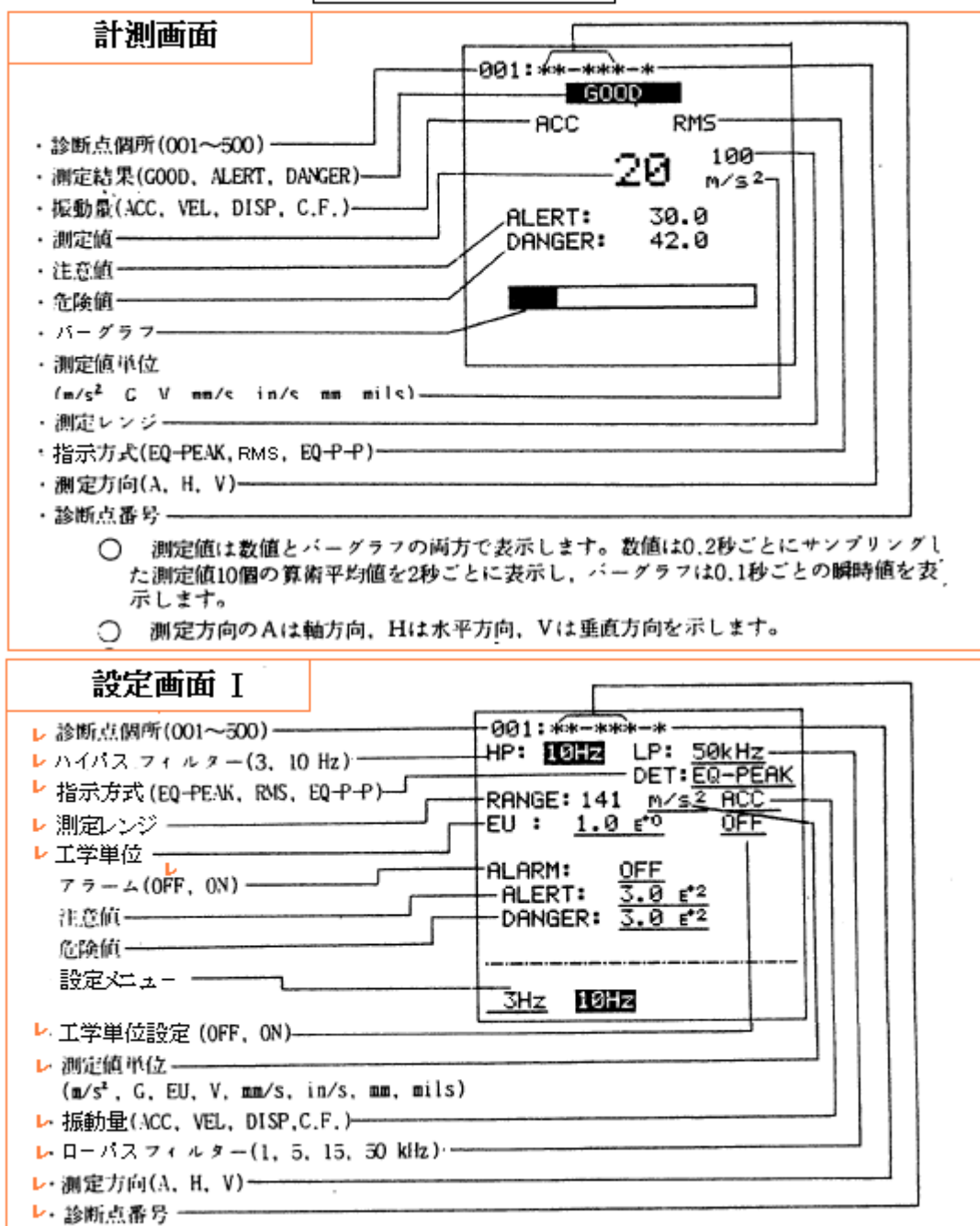
その他のレディーサ/フランジネック/溶接継手類は、通常スクリーニング則の応力係数 4.0 を上回ることはないが、ネジ込み継手や管溶接支持金具ではこれを上回る可能性が大きい。例えば、山谷が丸みを持ったネジ継手でも 2i=4.6(ASME B31.4)となる。配管の溶接アンカ部分では、応力係数 4.0 以上に相当する局部応力の発生が予想される。梁曲げ振動の最大モーメントは固定支持部に発生することが多いので要注意になる。

以上より、スクリーニング則の応力係数の上限 4.0 は全てを包括したものではなく、場合によって不足するということを認識すべきである。

添付 E 最大変位/最大速度の具体的な計測方法

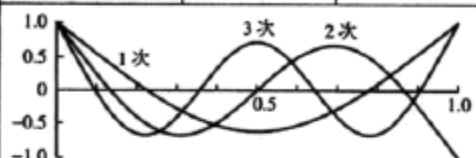
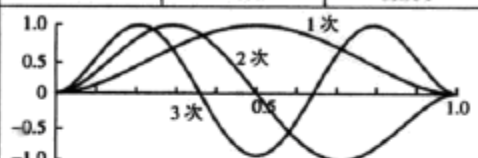
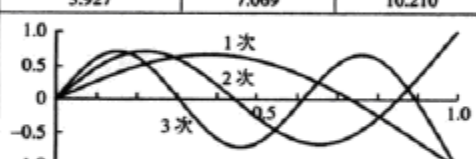
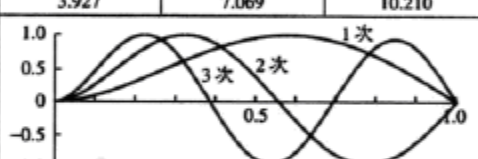
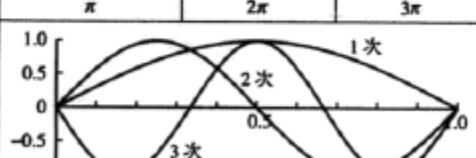
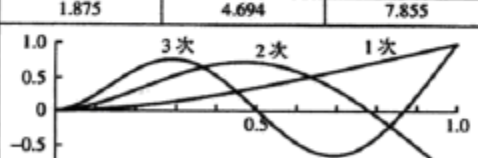
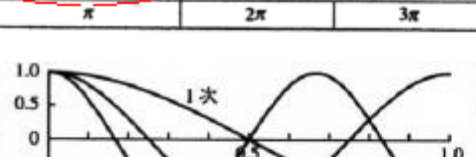
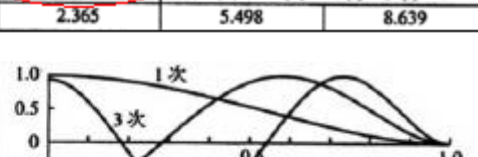
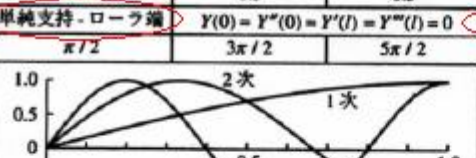
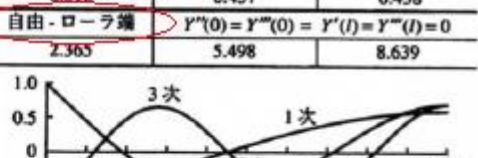
【FE-19-TM-030 配管類の振動計測の手引き】より引用

図2a 振動計モード



添付 F 各種梁の固有振動モードのデータ

テキスト(6)より抜粋

振動数 $f = \frac{\lambda^2}{2\pi l} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$ [Hz] モード質量 $m^* = m_0 \rho A l$ E : 縦弾性係数(Pa), I : 断面二次モーメント(m ⁴), ρ : 単体体積の密度(kg/m ³), l : 長さ(m), A : 断面積(m ²)						
境界条件	自由-自由	$Y''(0)=Y''(l)=Y'''(0)=Y'''(l)=0$	固定-固定	$Y(0)=Y'(0)=Y(l)=Y'(l)=0$		
λ	4.730	7.853	10.996	4.730	7.853	10.996
振動モード						
規格関数	$\phi = \frac{\cosh \lambda \xi + \cos \lambda \xi}{\cosh \lambda - \cos \lambda} - \frac{\sinh \lambda \xi + \sin \lambda \xi}{\sinh \lambda - \sin \lambda}$ ①			$\phi = \frac{\cosh \lambda \xi - \cos \lambda \xi}{\cosh \lambda - \cos \lambda} - \frac{\sinh \lambda \xi - \sin \lambda \xi}{\sinh \lambda - \sin \lambda}$ ②		
m_0	0.25	0.25	0.25	0.396	0.439	0.437
境界条件	単純支持-自由	$Y(0)=Y''(0)=Y'(l)=Y'''(l)=0$	固定-単純支持	$Y(0)=Y'(0)=Y(l)=Y'''(l)=0$		
λ	3.927	7.069	10.210	3.927	7.069	10.210
振動モード						
規格関数	$\phi = \frac{\sinh \lambda \xi}{\sinh \lambda} + \frac{\sin \lambda \xi}{\sin \lambda}$ ③			$\phi = \frac{\cosh \lambda \xi - \cos \lambda \xi}{\cosh \lambda} - \frac{\sinh \lambda \xi - \sin \lambda \xi}{\sinh \lambda}$ ④		
m_0	0.25	0.25	0.25	0.439	0.437	0.438
境界条件	単純支持-単純支持	$Y(0)=Y''(0)=Y(l)=Y'''(l)=0$	固定-自由	$Y(0)=Y'(0)=Y''(l)=Y'''(l)=0$		
λ	π	2π	3π	1.875	4.694	7.855
振動モード						
規格関数	$\phi = \sin \lambda \xi$ ⑤			$\phi = \frac{\cosh \lambda \xi - \cos \lambda \xi}{\cosh \lambda + \cos \lambda} - \frac{\sinh \lambda \xi - \sin \lambda \xi}{\sinh \lambda + \sin \lambda}$ ⑥		
m_0	0.5	0.5	0.5	0.25	0.25	0.25
境界条件	ローラ端-ローラ端	$Y(0)=Y''(0)=Y'(l)=Y'''(l)=0$	ローラ端-固定	$Y'(0)=Y''(0)=Y(l)=Y'''(l)=0$		
λ	π	2π	3π	2.365	5.498	8.639
振動モード						
規格関数	$\phi = \cos \lambda \xi$ ⑦			$\phi = \frac{\cosh \lambda \xi}{\cosh \lambda} - \frac{\cos \lambda \xi}{\cos \lambda}$ ⑧		
m_0	0.5	0.5	0.5	0.396	0.437	0.438
境界条件	単純支持-ローラ端	$Y(0)=Y''(0)=Y'(l)=Y'''(l)=0$	自由-ローラ端	$Y''(0)=Y'''(0)=Y'(l)=Y'''(l)=0$		
λ	$\pi/2$	$3\pi/2$	$5\pi/2$	2.365	5.498	8.639
振動モード						
規格関数	$\phi = \sin \lambda \xi$ ⑨			$\phi = \frac{\cosh \lambda \xi + \cos \lambda \xi}{\cosh \lambda + \cos \lambda} - \frac{\sinh \lambda \xi + \sin \lambda \xi}{\sinh \lambda - \sin \lambda}$ ⑩		
m_0	0.801	0.502	0.513	0.25	0.25	0.25

注記： 表中の ξ は、軸方向の無次元位置(z/l)を表わしている。

添付 G 補正係数 C_4 、 C_1 の精算手順

文献(3)より抜粋

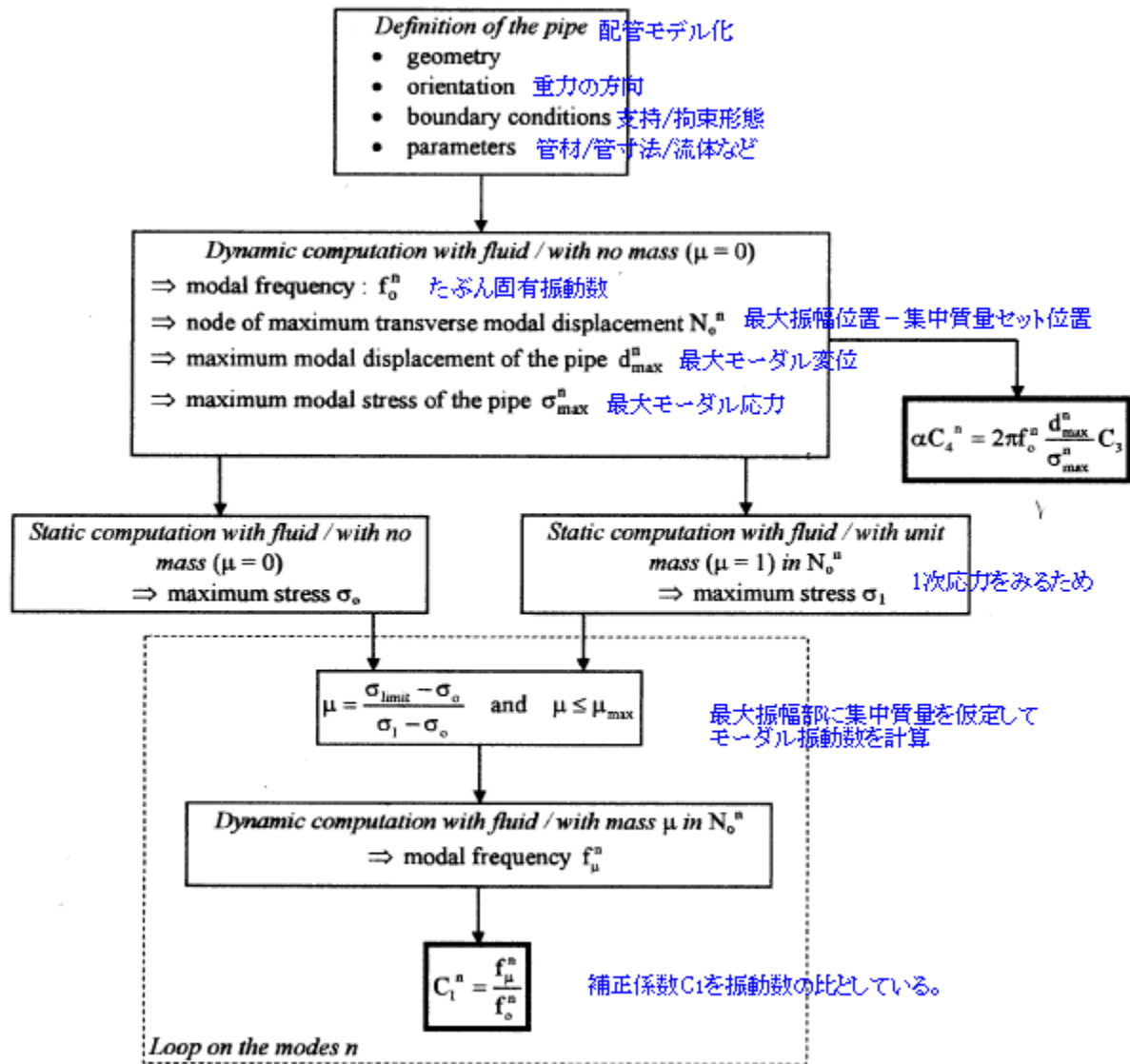


Fig. 1: General algorithm for computation of C_1 and C_4 for a given pipe setup

添付 H SWRI の配管振動簡易判定図

文献(4)より引用

