

【整番】FE-19-TM-011		構造物の風による振動－ギャロッピングなどについて	
分類：流れ(流体振動)／種別：技術メモ		作成年月：H19.9／改訂：Ver0.0 (H19.9)	作成者：N.Miyamoto

全 11 枚

風の中に置かれた構造物は、カルマン渦などで必ず微小な振動を伴っているため、風速がある限界を越えると、構造物の振動によって空気力そのものの変動が増幅されて大きな揺れに成長することがある。これをフラッタと云う。フラッタはその発現のパターンによって曲げ/振れ/曲げ振れモードがある。この中でも“曲げ 1 自由度フラッタ”は**ギャロッピング**として最もよく知られている。このギャロッピングはプラント設備の流れの中に置かれたインターナル(回転翼/インディーズ/弁体//ガイドベーン/スプリッタ/など)でも発生すると思われる。ここではギャロッピングを中心にその発生メカや傾向などを調べてまとめてみた。なおこの種の情報は橋梁など土木分野で圧倒的である。必要あればその方面のテキスト/指針類/ハンドブックあるいは専門家に当たってみて欲しい。なお、本 TS では外部流体を大気(風)として記述しているが、密度/付加質量を考慮するなら、無論、他の流体に適用しても構わない。

## 1. 構造物に及ぼす風の影響

一般に、構造物に及ぼす風の作用は次のようになる<sup>(1)</sup>。

表 1 . 構造物に及ぼす風的作用					【文献(1)より抜粋】	
		現 象		原因となる空気力		
静的	静的な風圧(風力)による変形/変位/応力				時間平均空気力	定常空気力
	静的不安定現象	ダイバージェンス				
		横倒れ座屈				
動的	気流の乱れによる不規則振動 (パフティング、ガスト応答)			限定振幅振動	自然風、風上構造物の後流の風速変動による空気力	
	渦 励 振				構造物の後流渦による交番空気力	
	動的不安定現象	曲げフラッタ		1 自由度	発散振幅振動	非定常空気力
		振れフラッタ				
		連成フラッタ				
			2自由度			

曲げフラッタ＝ギャロッピング

風による構造物の不安定には大別して静的なものと動的なものの 2 つがあるが、通常、静的不安定は動的不安定よりも高い流速でおきるので、動的不安定を排除すれば殆ど心配無用といわれる。

動的不安定は端的に、[不規則振動]、[渦励振]、[フラッタ]の 3 つである。

この中で、不規則振動は、振動が限定的でありガスト影響係数のような形で構造物の設計規準に組み込まれているので、設計規準適用の枠内ではことさら取り上げる必要は感じられない。

一方、渦励振やフラッタは、「発生のチャンスが常在していること」、「損傷に至る可能性が高いこと」などから優先的な設計ポイントになってくる。更にいえば、フラッタの中でも 1 自由度の曲げフラッタは、通常**ギャロッピング**と呼ばれ最も話題が多い。これはこの問題が珍しく**準定常問題**として扱え、また実際の構造に出現する頻度が高いためではないかと思われる。

## 2. フラッタ現象について

(1) フラッタの種類には 1 自由度の曲げフラッタと振れフラッタおよび多自由度の連成フラッタがある。

構造物はたいてい複数以上の自由度があるので、連成フラッタになるが、普通、風を受けて揺れる方向は決まってくるから、1自由度フラッタで単純化して考えるのがいい。

下図に梁イメージの1自由度の曲げフラッタと振れフラッタのモデルを示す。梁のような構造物であれば、横風を受けて渦励振により長手方向に曲げ変形するが、これを断面で見れば直交変位モードの曲げフラッタ(ギャロッピング)になる。あるいは他の構造物の影響を受けて梁が振じれると、回転変位モードの振れフラッタになる。

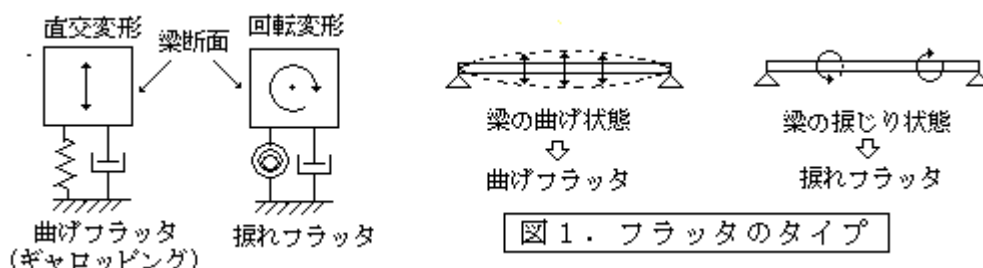


図1. フラッタのタイプ

(2) フラッタは何故おきるか？フラッターの発生メカを模式化すると下図のようになる。



即ち、構造物が風に曝されて渦励振などでもともと構造物が揺れていると、その揺れによって余分な空気力(付加空気力)が派生してこれが構造物を更に揺さぶる方向に作用し、スパイラル状に揺れ(振幅)が増幅してゆく。これがフラッタ現象である。この過程で重要なのは、

付加空気力が常に構造物をエキサイトする側に回ること  
(負性抵抗あるいは負性減衰として働くこと)

であり、それがフラッタ発生の必須条件になる。エネルギー論風に表現すれば、フラッター現象は  
「風により生じる構造物の自励振動で、風のもつ運動エネルギーが構造物の運動エネルギーに増殖的に変換されることによって構造物の振動が増幅されたもの」ということになる。

(3) フラッタは、物体は風向きに直交してその固有振動数で揺れるので、現象的には渦励振にかなりよく似ている。しかし不規則振動や渦励振(カルマン渦振動)が限定的な揺れであるのに比べ、発散的な傾向があり破滅的である(実際はセーブが掛かるが)。ランガ橋やタコマ橋の事例がある。

### 3. ギャロッピングについて

(1) ギャロッピングは1自由度の曲げフラッタである。物体(構造物)が風向き直交方向に揺れると、相対的にはある迎え角で物体は風を受けることになる。この場合、風速  $U$  と物体の運動速度  $y'$  を合成した相対風速  $\{U^2 + y'^2\}^{0.5}$  による空気力の直交成分が付加空気力になる[解説の図A 参照のこと]。そしてこの付加空気力が負性減衰として作用するとき、ギャロッピングが起きる。

(2) ギャロッピングの発生の可否は、おおよそ次の式によって判定できる。

$$U_r \geq -2S_c/C_y' \rightarrow \text{不安定化する}$$

ここで  $U_r = \text{換算風速} = U/(f_n d)$ 、 $S_c = \text{スクルートン数} = 2m \delta_s / (\rho d^2)$

$U = \text{風速}(\text{m/s})$ 、 $f_n = \text{物体の固有振動数} = \{1/(2\pi)\}(k/m)^{0.5}$

$d = \text{代表寸法}(\text{m})$  (表 2.4-2 に定義のもの)、 $\delta_s = \text{対数減衰率} = 2\pi \zeta_s$ 、 $\zeta_s = \text{構造減衰比}$

$k = \text{物体の単位長さ当たりのバネ常数}(\text{kg/m/m})$ —例題参照

$m = \text{物体の単位長さ当たりの質量}(\text{kg s}^2/\text{m/m})(*)$ 、 $\rho = \text{空気密度}(\text{kg s}^2/\text{m}^4)$

$C_y' = \text{流体力係数勾配}(\text{rad.}^{-1}) = \partial C_y / \partial \alpha$  (表 2.4-2 による)

(\*) 外部流体が空気ではなく液体の場合は、更に付加質量を加算すること。

また、**限界風速  $U_{cr}$** は、おおよそ次式によって見積もることができる。

$$U_{cr} = - \{8\pi m \zeta_s / (\rho d C_y')\} f_n \quad (\text{記号定義は上記に同じ})$$

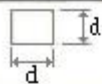
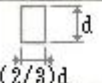
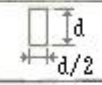
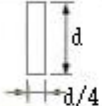
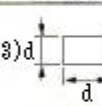
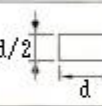
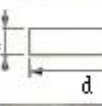
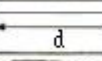
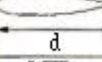
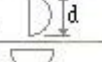

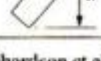
(3) **ギャロッピング発生時の振動振幅**は、おおよそ次式によって見積もることができる。

$$A_y = (\delta_r d / \pi) [\{4/(3a_3)\} U^* (a_1 U^* - 1)]^{0.5}$$

但し  $\delta_r = 2m(2\pi \zeta_s) / (\rho d^2)$ 、 $U^* = U / (2\delta_r f_n d)$

ここで  $A_y = \text{振動振幅}(0-P)(\text{m})$ 、 $a_1, a_3 = \text{多項式の常数}$  (表 2.4-3 による)

表2.4-2 定常流中の種々の断面形状梁の  $\partial C_L / \partial \alpha + C_D$  の値

断 面	$\partial C_y / \partial \alpha (= C_y')$		Re 数
	滑らかな流れ	乱流	
→ 	-3.0	-3.5	$10^5$
→ 	0	0.7	$10^5$
→ 	0.5	-0.2	$10^5$
→ 	0.15	0	$10^5$
→ 	-1.3	-1.2	66000
→ 	-2.8	2.0	33000
→ 	10	—	2000~20000
→ 	6.3	6.3	>1000
→ 	6.3	6.3	>1000
→ 	-0.1	0	66000
→ 	0.5	-2.9	51000
→ 	-0.66	—	75000

出典: Richardson et al.(1965), Partinon and Brooks(1961), Slater(1969), Nakamura and Mizota(1977), Nakamura and Tomonori(1977)。

\* $\alpha$ の単位はラジアン;流れは左から右へ。 $\partial C_y / \partial \alpha = -\partial C_L / \partial \alpha - C_D$ 。  $C_y$ の単位は直径 $d$ 基準。

<sup>b</sup> 歪れ度は約10%。

文献(4)より引用

表2.4-3 様々な断面形状の梁に関する $C_y$ の $\alpha$ による多項式近似

	縦長長方形		横長長方形		D-断面		正方形
係数	滑らかな流れ	乱流	滑らかな流れ	乱流	滑らかな流れ	乱流	滑らかな流れ
$a_1$	0.	0.74285	1.9142	1.833	-0.097431	0.	2.69
$a_2$	-3.2736E+1 <sup>b</sup>	-0.24874	3.4789E+1	5.2396	4.2554	-0.74824	0.
$a_3$	7.4467E+2	1.7482E+1	-1.7097E+2	-1.4518E+2	-2.8835E+1	5.4705	-1.684
$a_4$	-5.5834E+3	-3.6060E+2	-2.2074E+1	3.1206E+2	6.1072E+1	-6.3595	0.
$a_5$	1.4559E+4	2.7099E+3	0.	0.	-4.8006E+1	2.6844	6.27E+3
$a_6$	8.1990E+3	-6.4052E+3	0.	0.	1.2462E+1	-0.3903	0.
$a_7$	-5.7367E+4	-1.1454E+4	0.	0.	0.	0.	-5.99E+3
$a_8$	-1.2038E+5	6.5022E+4	0.	0.	0.	0.	0.
$a_9$	3.37363E+5	-6.6937E+4	0.	0.	0.	0.	0.
$a_{10}$	2.0118E+5	0.	0.	0.	0.	0.	0.
$a_{11}$	-6.7549E+5	0.	0.	0.	0.	0.	0.

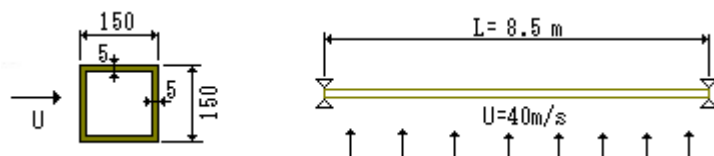
出典：Novak and Tanaka(1974), Novak(1969)。

<sup>a</sup> $C_y$ は直径 $d$ 基準の値。<sup>b</sup> $Re=5 \times 10^4$ 。流れは左から右へ。

文献(4)より抜粋

## 3. 例題

下図のような炭素鋼製矩形梁が最大 40m/s の強風下でギャロッピングを起こさないかチェックのこと。  
減衰比は 0.005 とする。



答え：まず単位長さ当たりのバネ常数を求める。単純支持梁として等分布荷重を想定し

$$w_{\max.} = 5pL^4/(384EI) \rightarrow \text{全体バネ常数 } k_0 = pL/w_{\max.} = 384EI/(5L^3)$$

ここでヤング率  $E=2 \times 10^{10} \text{ kg f/m}^2$ 、梁の断面 2 次モーメント  $I=(1/12)(0.15^4 - 0.14^4)=1.02 \times 10^{-5} \text{ m}^4$

$$k_0 = 384EI/(5L^3) = 384 \times 2 \times 10^{10} \times 1.02 \times 10^{-5} / (5 \times 8.5^3) = 25511 \text{ kg/m}$$

従って、単位長さ当たりのバネ常数  $k$  は  $k = k_0/L = 25511/8.5 = 3001 \text{ kg/m/m}$

梁の単位長さ当たりの質量  $m$  は  $m = \rho_m A = (7850/9.807) \times (0.15^2 - 0.14^2) = 2.32 \text{ kg s}^2/\text{m/m}$

従って、固有振動数  $f_n$  は  $f_n = (1/2\pi)(k/m)^{0.5} = (1/6.285) \times (3001/2.32)^{0.5} = 5.72 \text{ Hz}$

換算風速  $U_r$  は  $U_r = U/f_n d = 40/5.72/0.15 = 46.6$

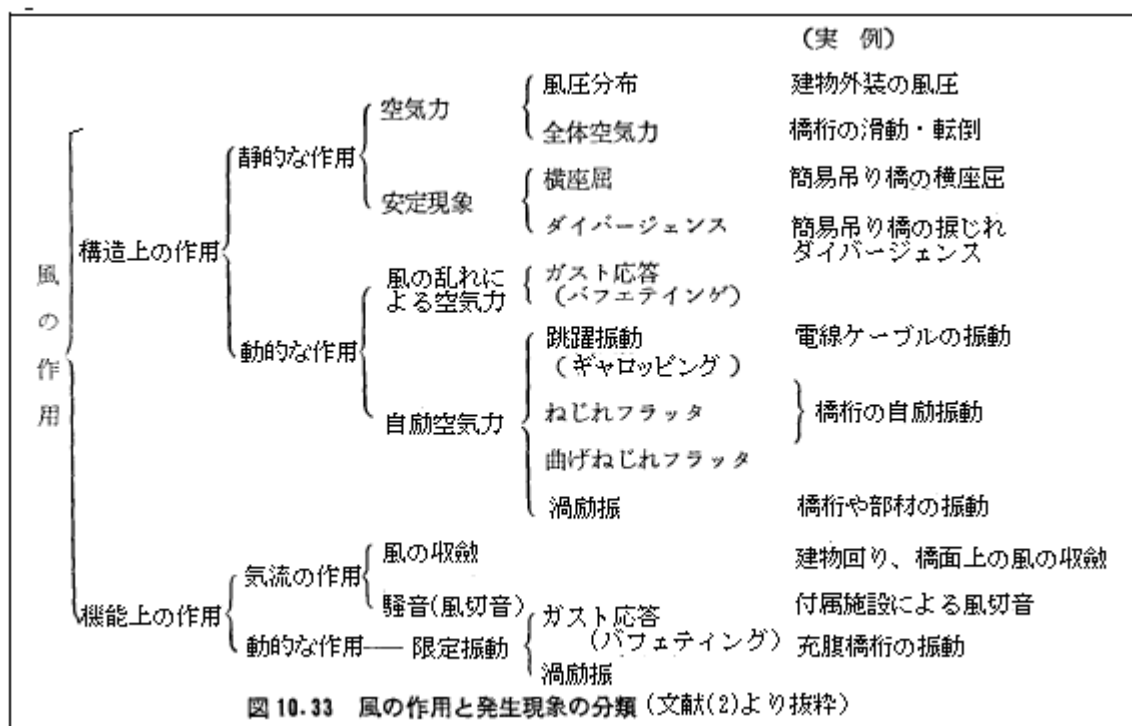
スクルートン数は  $S_c = 2m \delta_s / (\rho D^2) = 2 \times 2.32 \times (2\pi \times 0.005) / (1/9.807) / 0.15^2 = 63.5$

表 2.4-2 によれば 正方形断面について  $C_y' = -3.5$  (乱流)

故に  $[U_r=46.6] > [-2S_c/C_y' = -2 \times 63.5 / -3.5 = 36.3]$  故に不安定化する。改善の要あり

## 【 解 説 】

1. 構造物への風の作用と影響は、通常表 1 のように分類されている。これを階層的に、実例を含めて表現すると次のようになる(但し土木構造物に限る)。



2. 表 1 の不規則振動、渦振動について、文献(1)の記述を借りて少し説明しておく。

まず不規則振動について。通常、これはバフエッティングもしくはガスト応答と呼ばれている。バフエッティングには、次のようなものが含まれている。振幅は限定的で発散はない。

- ・ 風上構造物の後流の乱れによる風下側構造物の振動/揺れ
- ・ 接近流即ち自然風の風速変動による振動/揺れ

ガスト応答は自然風の乱れの影響を指すことが多い。気流の乱れは、後述のフラッタを抑制する傾向があるが、場合によってはフラッタを活発にすることもある。

橋梁のガスト応答解析から得られた「主風向き方向の変動風速による水平横撓み振動」のデータは、**ガスト影響係数**(静的風荷重の割増し係数)の形で設計規準類(例えば建築物荷重指針)に反映されている。

次に渦励振について。いわゆるカルマン渦としてよく知られた現象。スタック/ポール/タワー/塔槽類など円形断面/ずんぐりした角断面構造で起きる。流力学的に鈍い形状の物体が流れにおかれる場合、

- ・ 物体と接するせん断境界層が剥がれて後流に**交番渦**ができ物体に周期的外力として作用する、
- ・ この交番渦の振動数は、その[物体形状/レイノルズ数]に**固有のストローハル数**で決まる、
- ・ 渦の周波数と物体の固有振動数が漸近すると共振して応答振幅が増幅する、
- ・ 共振時の風速付近で渦の発生周波数が物体の固有振動数に引きこまれる**ロックイン現象**が起きる、
- ・ 共振風速より低い風速で、通常の後流渦とは異なる**前縁剥離渦励振**がでることがある、
- ・ 剥離渦の再付着によって振動パターンが変化する、

などの現象が見られる。



多くの構造物(物体)は多自由度で質量分布があり余りそぐわないが、仮に 1 自由度系を考えると

$$\text{運動方程式: } m(d^2y/dx^2) + c(dy/dx) + ky = (1/2) \rho U^2 C_{Ld} \sin(2\pi f t)$$

基本的には、これを解くことで渦励振の応答を解析することができるが、左辺の空気力変動に含まれる動的空気力係数  $C_{Ld}$  には、断面形状に依存して自励的な性格および非線形特性があることまたランダム変量的な性格があつて解を得るのが難しい。一般には  $C_{Ld}$  は RMS 値で扱われているが、自励的性格に依って流体-構造の連成問題として扱う考えもある。

因みに実際の応答は橋梁などの箱桁断面の場合、励振開始風速の 1.2~1.5 倍程度の風速で最大になる。

### 3. ギャロッピング現象について、いささかの説明を試みる。

(1) ギャロッピングは図 1 のように 1 自由度の曲げフラッタである。この現象は高圧電線に冰雪が付着し風によって長周期(1~10s)の大きな揺れ(1~10m)がでることで昔からよく知られている。ランガ橋の H 型吊材の破損はこれによるもの。

(2) ギャロッピングは比較的高い風速のもとで剛性の低い構造物に発生する現象である。因みに次の換算流速  $U_r$ (無次元数)で、構造剛性に対する空気力の程度は表現される。

$$U_r = U/fD \quad (U=\text{風速、} f=\text{構造物の固有振動数、} D=\text{代表寸法(幅など)})$$

従って、ギャロッピングは高い換算流速で起こる現象ということになる。

(3) ギャロッピング(フラッタ)は、風向き直交方向に構造物の固有振動数で揺れる点で渦励振によく似ている。しかし渦励振は基本的に剥離渦による流体振動によって構造物が揺さぶられる現象であるが、ギャロッピングは構造物の揺れによって流体力の変動が加速され、それによって更にまた構造物の揺れが増幅されるというスパイラルパターンをとる。故に渦励振は限定的、ギャロッピング(フラッタ)は発散的であつて、発生イコール破損というケースも多い。

通常、ギャロッピングは渦励振の発生風速以上の高風速でおきるがスクルートン数(\*1)の低い、即ち減衰の少ない領域では、ギャロッピングと渦励振の発生風速は接近する。下図に正方形断面の例を示す。

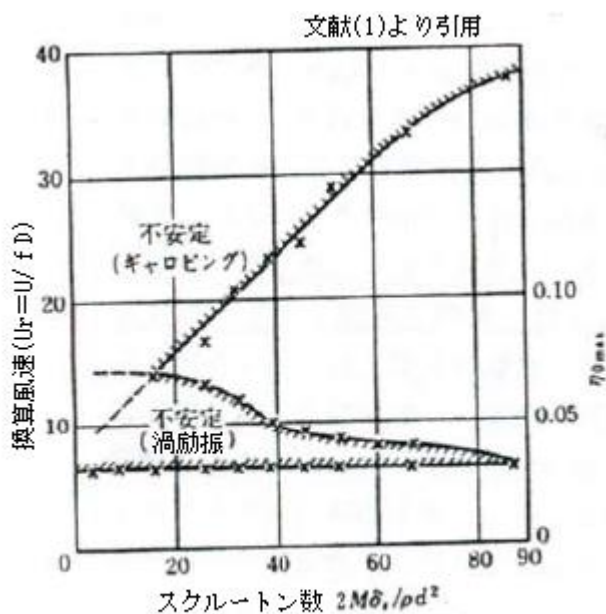
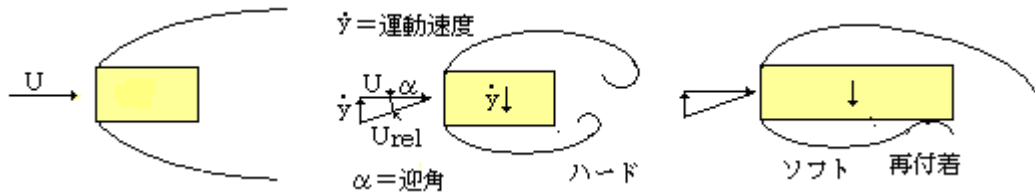


図 - 11 流れに正対した正方形断面柱の空力安定性  
(Scruton 1963)

- (4) ギャロッピングにおける構造物(物体)の揺れの実態は、物体の運動に伴ってその前縁からの流れの剥離が非対称になって流体側から揺れ方向の力が付加されることに由る。しかしある程度迎角が大きくなると片面に剥離渦の再付着がおきて揺れ方向の力は減退する(いわゆるソフトギャロッピング)。従って本文の表 1 の通り、発散振幅振動と決め付けるのは?である。ただ、断面が寸詰まりで再付着が起きないときは発散していわゆるハードギャロッピングになる。剥離/剥離渦の挙動は断面形状に依存している。



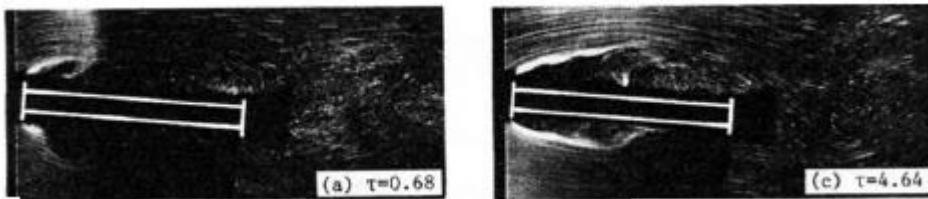
- (5) 一般にフラッタの解析的アプローチは難しいが、ギャロッピングに限り準定常的な扱いが可能である。ここで準定常とは、**静的空気力の特性(例えば迎角と揚力の関係)が使える**ということである。準定常理論によるギャロッピングの特性式については、後述 5 項で説明する。

この準定常理論の適用はストローハル共振風速の 2~3 倍程度まで。流速があまり低くなると流れの遅れ効果や後流渦の発生で準定常理論が有効でなくなる。

#### 4. 振れフラッタについて、いささか説明しておく。

- (1) タコマ橋の事例などのように、吊橋の桁断面には振れフラッタの危険性がある。トラス補剛吊橋でフラッタが起これば、振れフラッタが支配的になると云われる。
- (2) 図 1 のように、ギャロッピングは上下振動によって起きるが、振れフラッタは迎角そのものの変動によって生じる。振れフラッタは、ギャロッピングと同じく発散型振動であって負性減衰効果があり構造物の固有振動数で揺れる。しかし振れフラッタでは、ギャロッピングで無視できた流れの遅れ効果が原因そのものになっている。即ち、迎え角が変化して前端で発生した剥離渦が側面にそって下流に移動する過程で、時間遅れのモーメントが発生して物体を更に振じる。

振れフラッタの発生は物体側面の下流縁での再付着と関係している。流れ方向に扁平な縦横比(長さ/幅)が 2.5~5.5 位で振れフラッタが起きる(多分タイミングが合うのだろう?)。



- (3) 振れフラッタでは上記のような応答遅れがあるので、ギャロッピングの場合のような準定常理論は有効ではない。ギャロッピングにおける非定常空力係数の代わりに空力モーメント係数がフラッタ発生のキパラメータになるが、これは静的には得られず風洞実験でよっている。

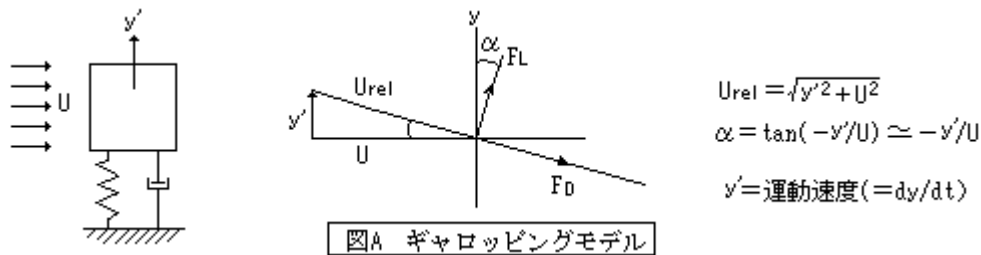
#### 4. 連成フラッタについてもいささか説明しておく。

- (1) 風向き直交変位+回転変位によるもので端的には、**ギャロッピング+振れフラッタ**である。  
航空機の翼に起きる現象として古くから研究されており、そのためクラシカルフラッタと呼ばれる。
- (2) 構造物の曲げと振れの固有振動数が接近していると発生しやすくなる。
- (3) 曲げ、振れの夫々の空力減衰が正であっても(自励がなくても)、これらが連成すると不安定化する。
- (4) かなり高流速で起きる現象で一端発生すると急激に増幅する(発散性が著しい)。通常、限界風速のみが



問題にされる。

5. 準定常理論によるギャロッピングの特性式について。これについては Der Hartog や Parkinson らの解があり、文献(3)でまとめられているので以下この内容を示す。なお記号定義は末尾による。



- (1) 風向き方向にある物体が直交方向にゆれると、上図のように、相対的にみて物体はある迎角の風力を受けることになる。この場合

$$\text{静止物体の揚力 } F_L \text{ と抗力 } F_D : \quad F_L = (1/2) \rho U^2 D C_L, \quad F_D = (1/2) \rho U^2 D C_D$$

$$\text{振動物体の揚力 } F_L \text{ と抗力 } F_D : \quad F_L = (1/2) \rho U_{rel}^2 D C_L, \quad F_D = (1/2) \rho U_{rel}^2 D C_D$$

振動方向に作用する力( $F_y$ )は

$$\begin{aligned} F_y &= F_L \cos \alpha + F_D \sin \alpha = (1/2) \rho U_{rel}^2 D (C_L \cos \alpha + C_D \sin \alpha) \\ &= (1/2) \rho U^2 D (U_{rel}/U)^2 (C_L \cos \alpha + C_D \sin \alpha) = (1/2) \rho U^2 D C_y \end{aligned}$$

$$C_y = (U_{rel}/U)^2 (C_L \cos \alpha + C_D \sin \alpha) \doteq C_L \cos \alpha + C_D \sin \alpha \text{ とすれば、}$$

$$F_y = (1/2) \rho U^2 D C_y = (1/2) \rho U^2 D (C_L \cos \alpha + C_D \sin \alpha)$$

テーラーの展開公式  $f(x) = f(a) + \{f'(a)/1!\}(x-a) + \{f''(a)/2!\}(x-a)^2 + \dots + \{f^n(a)/n!\}(x-a)^n + R_n$  で  $f(a) = C_y$  として、2次(右辺3項)以下をカットし、更に  $a=0$  の時  $\alpha=0$  とすれば

$$f(0) = C_L \cos 0 + C_D \sin 0 = C_L(0)$$

$$f'(a) = C_L' \cos \alpha - C_L \sin \alpha + C_D' \sin \alpha + C_D \cos \alpha \rightarrow f'(0) = C_L'(0) + C_D(0)$$

$$\text{であるから } C_y = C_L(0) + \{C_L'(0) + C_D(0)\} \alpha = C_L(0) - \{C_L'(0) + C_D(0)\} (y'/U)$$

$$F_y = (1/2) \rho U^2 D C_y = (1/2) \rho U^2 D [C_L(0) - \{C_L'(0) + C_D(0)\} (y'/U)]$$

ここで  $C_L(0)$ 、 $C_L'(0)$ 、 $C_D(0)$  は  $C_L$  と  $C_D$  を迎角  $\alpha$  の関数として  $\alpha=0$  (振動のない定常状態) の時の値。

$C_y = C_L(0) + \{C_L'(0) + C_D(0)\} \alpha$  を一回微分して、

$$C_y' = \{C_L'(0) + C_D(0)\} \quad \text{-----(a)}$$

$$F_y = (1/2) \rho U^2 D \{C_L(0) - C_y'(0)\} (y'/U) \quad \text{-----(b)}$$

上図の1マスーバネーポットモデルの運動方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned} & \left| \begin{array}{l} my'' + cy' + ky = F_y \\ my'' + cy' + ky = (1/2) \rho U^2 D \{C_L(0) - C_y'(0)\} (y'/U) \\ \downarrow my'' + [c + (1/2) \rho U D C_y'] y' + ky = (1/2) \rho U^2 D C_L(0) \end{array} \right. \text{-----(c)} \end{aligned}$$

物体(構造物)の角固有振動数  $\omega_n$ 、および構造減衰比  $\zeta_s$  は

$$\omega_n = (k/m)^{0.5}, \quad \zeta_s = c/c_c = c/(2m \omega_n)$$

これらを上記の方程式に用い、右辺の常数項は変動しないので無視すると

$$y'' + [2\omega_n \zeta_s + \{ \rho U D / (2m) \} C_y'] y' + \omega_n^2 y = 0$$

一般に2階微分方程式  $x'' + Ax' + Bx = 0$  では  $A < 0$  のとき動的に不安定になるので、

$$[2\omega_n \zeta_s + \{\rho UD/(2m)\}C_y'] \leq 0 \rightarrow \text{不安定化}$$

$\omega_n = 2\pi f_n$ であるから、

$$\zeta_s + \{U/(f_n D)\} \{\rho D^2/(8\pi m)\} C_y' \leq 0$$

$\zeta_s$ 、 $\{U/(f_n D)$ 、 $\text{or}\{\rho D^2/(8\pi m)\} > 0$ なので  $C_y' < 0$ である必要がある。従って

$$U/(f_n D) \geq -4m \times 2\pi \zeta_s / (\rho D^2 C_y')$$

ここで 換算流速  $U_r = U/(f_n D)$ 、対数減衰率  $\delta_s = 2\pi \zeta_s$ 、スクルートン数  $S_c = 2m \delta_s / (\rho D^2)$ とすれば、次のような安定性判別式ないし限界流速式が得られる。

$$\text{判別式: } U_r \geq -2S_c/C_y' \rightarrow \text{不安定化する} \quad \text{----- (d)}$$

$$\text{限界流速: } U_{cr} = -\{8\pi m \zeta_s / (\rho D C_y')\} f_n \quad (\text{但し } C_y' < 0) \quad \text{----- (e)}$$

当然ながら、構造減衰比  $\zeta_s$ 、質量  $m$  および固有振動数  $f_n$  をアップすれば  $U_{cr}$  はアップする。

(d)(e)式は、空力係数勾配  $C_y' (=C_L'(0) + C_D(0))$  が既知であれば計算できる。 $C_y'$  は実験/解析から種々の断面形状について与えられている。表 2.4-2 参照。

(2)フラッタの振動振幅は、方程式(c)を解けばいいが、かなり厄介となる。ステップとしては

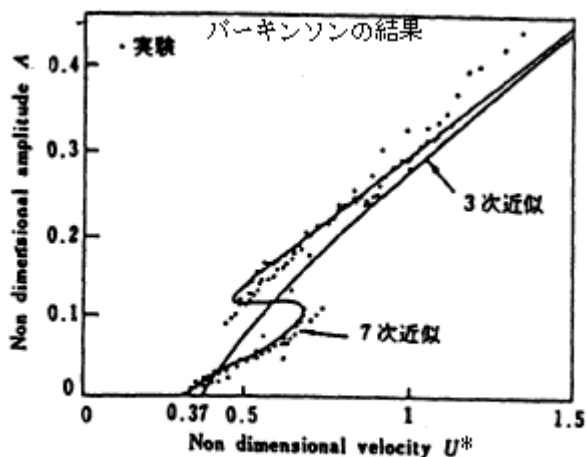
- ・まず、 $C_y$  を多項式  $[C_y = a_0 + a_1(y'/U) + a_2(y'/U)^2 + a_3(y'/U)^3 + \dots]$  で表現する。
- ・ついでこれを(c)式に代入整理して、さらに時間  $t$  で微分する。そして
- ・係数をパラメータ化して、ヴァン・デア・ポール方程式として解く。

以上の過程は省略する。Novak によれば、その3次多項式近似のときの振幅  $A_y$  は、

$$A_y = (\delta_r D / \pi) [\{4/(3a_3)\} U^* (a_1 U^* - 1)]^{0.5} \quad \text{----- (f)}$$

$$\text{但し } \delta_r = 2m(2\pi \zeta_s) / (\rho D^2), \quad U^* = U / (2\delta_r f_n D)$$

$A = A_y / (\delta_r D / \pi)$  で無次元化すると、下図のようになる。7次多項近似であればかなり精度がよくなる。



ギャロッピング振動における振動振幅Aと流速の関係  
(文献(3)より引用)

記号定義:

$U$  = 風速(m/s)、 $U_{rel}$  = 相対風速(m/s)、 $U_r$  = 換算風速  $= U/(f_n D)$ 、 $\rho$  = 空気密度 ( $\text{kg s}^2/\text{m}^4$ )

$y'$  = 運動(揺れ)速度(m/s)  $= dy/dt$ 、 $\alpha$  = 迎角(rad.)、 $D$  = 代表寸法(m)、

$F_L$  = 揚力(kg f)、 $F_D$  = 抗力(kgf)、 $F_y$  = 合成空気力(kg f)、 $S_c$  = スクルートン数  $= 2m \delta_s / (\rho D^2)$

$C_L$  = 揚力係数、 $C_D$  = 抗力係数、 $C_y$  = 合成空力係数、 $C_y'$  = 流体力係数勾配 ( $\text{rad}^{-1}$ )  $= \partial C_y / \partial \alpha$

$f_n$  = 物体の固有振動数(Hz) =  $\{1/(2\pi)\}(k/m)^{0.5}$ 、 $\omega_n$  = 物体の角固有振動数(rad/sec)  
 $\delta_s$  = 対数減衰率 =  $2\pi\zeta_s$ 、 $\zeta_s$  = 構造減衰比、 $k$  = 物体の単位長さ当たりのバネ常数(kg/m)  
 $m$  = 物体の単位長さ当たりの質量(kg s<sup>2</sup>/m/m)、

- (※1) スクルートン数は、質量減衰パラメータ、Skopf-Griffin パラメータあるいは換算減衰率ともいわれ流体振動では重要な無次元数である。これは[2 x 質量比  $m/(\rho d^2)$  x 減衰率  $\delta_s$ ]になっている。質量比は、物体にぶつかる空気質量に対する物体質量の割合で、これが大きいと揺れにくくなる。従って[2 x 質量比 x 減衰率]は揺れ難さ加減、すなわち全体的な減衰の多寡を表わす指標になる。なお、JSME S012「配管内円柱構造物の流力振動評価指針」では「換算減衰率  $C_n$ 」を用い、 $C_n > 64$  では渦励振なしとしている。

(引用文献)

- (1) 「風による構造物の振動」伊藤（土木学会論文集第 362 号/I-4 1985 年 10 月）
- (2) 土木学会「振動便覧」10.4 構造物のフラッタとガスト応答
- (3) 「流体関連ダイナミックス(その3)ーギャロッピングとフラッタ」原（ターボ機械 第 21 巻 2 号）
- (4) 機械学会編「事例に学ぶ流体関連振動」第 2 章直交流れによる流動励起振動 2.4.3[3]