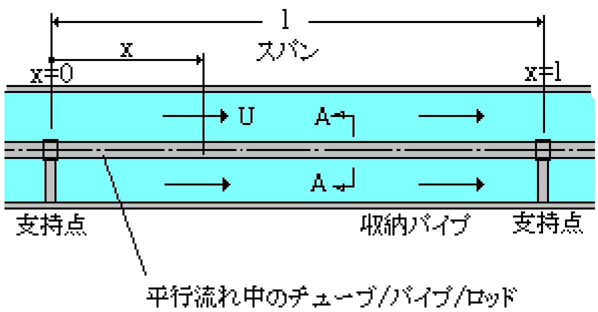
【整番】HE-19-TM-005	【標題】平行流中のパイプの振動変位/応力の算定方法(案)	
分類：流れ(流体振動)／種別：技術メモ	作成年月：H19.2／改訂：Ver0.0 (H19.6)	作成者：N.Miyamoto

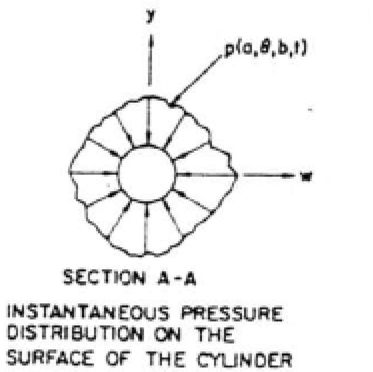
全 6 枚

2 重管構造のインターナルパイプ設置の例は決して多くはないが、溶融硫化物のガットパイプ(凝固防止加熱管)などの例がある。また熱交や機器の中にも速い平行流に曝されるインターナルがある。その場合、流体は管外を流れ外壁面に乱流境界層ができるが、内壁面の場合よりも自由度があるためか、表面圧力分布の変化によってランダムな不規則振動がおきてパイプが撓む。これについては Chen らの研究があり下記のような設計ガイド案が出されている。設計ガイドといっても専門的で判り難いところも多いので、ここでは、主に振動変位及び振動応力の算定方法を指針の体裁にして紹介する。

ANL-ETD-07「Tentative design guide for Calculating the vibration response of flexible cylindrical elements in axial flow 」by M. W. Wambsganss & S. S. Chen (米)アルゴン国立研究所

なお、単位は、原典の in-ft-lb 単位のまま(悪しからず)。





1. 適　用

この算定方法は、管軸に平行な流れ(parallel flow or axial flow)の中におかれた円筒または円柱状の構造物（パイプ,チューブ,ロッド etc)が、乱流渦によって不規則振動に生じるときの変位および応力の計算に適用する。

2. 適用条件

(1) 円筒/円柱構造物(以下インナーパイプと称す)は円形断面であって表面に突起がなくスムースなもの。
(2) 流れの外周は収納パイプで囲われるものとする(*1)。
(3) 流体は原則として、水程度の粘性液体・単相流とする。
(4) ３つのストローハル数が次の条件を満足しなければならない。

$$(f_o d_h/U) < 2.5、0.04 < \{w_o d/(12U_c)\} < 2.2、10 < \{w_o l/(12U_c)\} < 1000$$ （記号は次項参照）

(5) インターナルパイプはそのスパンの両側で単純支持されているか固定支持されているものとする。

3. 振動による変位の算定

乱流渦による不規則振動から生じる管軸に直角方向の撓み変位(但し片振幅)の RMS 値(自乗平方根の値)は次式から得られる。

$$\{y(x,U)\}_{RMS} = A\phi_1(x) / B \quad \text{-----------------------------------}(1)$$

$A=0.018\,k\,d^{1.5}\,d_h^{1.5}\,U^2$、

$\phi_1(x)=\ 2^{0.5}\sin(\beta_o x/l)$ --両端単純支持

$=\ \cosh(\beta_o x/l)-\cos(\beta_o x/l)-0.983\{\sinh(\beta_o x/l)-\sin(\beta_o x/l)\}$ ---両端固定支持

$B=l^{0.5}f_o^{1.5}(M+m)(\zeta_o+a_1U+a_2U^2)^{0.5}\{1-(\beta_1MU^2l^2)/(EI+\beta_1Tl^2)\}^{0.75}$

ここで $\{y\,(x,U)\}_{RMS}$＝スパン上の任意位置(x)におけるインナーパイプの撓み変位(0-P)の RMS 値(in.)

$\phi_1(x)$=モーダル係数、 x ＝インナーパイプ長手方向の位置(in.) (≦l)

U= 平行流の平均流速(ft/s)、 k ＝経験定数($2.56\text{x}10^{-3}$ lb sec $^{2.5}$/ft$^{5.5}$)、

f_o＝静水中のインナーパイプの 1 次固有振動数(Hz)＝$\{12/(2\pi)\}(\beta_o/l)^2\{EI(1+\beta_1Tl^2/E/I)/(M+m)\}^{0.5}$

β_o, β_1＝モーダル定数 (単純支持の場合 3.14,0.101、固定支持の場合 4.73, 0.0246)

ζ_o＝有効粘性減衰係数(～0. 008)(*2)、a_1, a_2＝経験定数 (夫々$2.4\text{x}10^{-4}$、$3.44\text{x}10^{-6}$ sec/ft)(*2)

d＝インナーパイプ外径(in.)、d_i＝インナーパイプ内径(in.)、D＝収納パイプの内径(in.)

d_h＝水力径(ft)(*3)＝(D－d)/12 as 2 重管、 l＝インナーパイプの支持スパン(in.)、

E =インナーパイプのヤング率(lb/in.^{2})、

I＝インナーパイプの断面 2 次モーメント(in.^{4})＝$(\pi/64)(d_o^4-d_i^4)$

T＝インナーパイプに作用している軸力(lb)---- 引張のとき＋、圧縮のときー

m＝インナーパイプの単位長さ当たりの質量 (lbsec^2/ft^2)＝w/g

w＝単位長さ当たりの(管＋内容物)重量 (lb /ft)、g＝重力加速度＝32.17 ft/s^2

M＝インナーパイプの単位長さ当たりの付加質量 (lbsec^2/ft^2) = $C_m\rho_f\{\pi\,(d/12)^2/4\}$

C_m=付加質量係数(**Fig.2** による)、 ρ_f＝流体密度 (lbsec^2 /ft^4)

U_c =乱流渦の平均対流速度 (ft /s)＝0.8U、 ω_o＝円固有振動数(rad./s)＝$2\pi f_o$

4. 振動応力の算定

振動によって管体に生じる応力振幅(但し片振幅)の RMS 値(自乗平方根の値)は次式から得られる。

$\{\sigma_y(x,U)\}_{RMS}=(Ed/2)A\,\phi_1''(x)/B$ --(2)

$\phi_1''(x)=-2^{0.5}(\beta_o/l)^2\sin(\beta_o x/l)$ --両端単純支持

$=(\beta_o/l)^2[\cosh(\beta_o x/l)+\cos(\beta_o x/l)-0.983\{\sinh(\beta_o x/l)+\sin(\beta_o x/l)\}]$ ---両端固定支持

ここで $\{\sigma_y(x,U)\}_{RMS}$＝スパン上の任意位置(x)におけるインナーパイプの応力振幅(0-P)の RMS 値(in.)

A,B,E および d ＝(1)式に同じ。

5. 式の運用について

(1) (1)(2)式は円筒構造物を考慮しているが、中実円筒即ち円柱の場合は[di=0、内容物無し]で計算すればよい。係数などの数値は同じ。

(2) 以上で求めた振動変位/振動応力の RMS 値は時間平均であり、絶対値ではない。設計的には出現の可能性のある変位及び応力を考えておく必要がある。ここでは

$y_{max} = 4\{y\,(x,U)\}_{RMS}$

$\sigma_{max} = 4\{\sigma_y(x, U)\}_{RMS}$

即ち、各 RMS 値の４倍をもって出現しうる変位/応力の最大値とする[*4]。そして、

y_{max} ＜ 収納パイプ～インナーパイプ間の隙間 ➞ 干渉/衝突なし

$k_s\sigma_{max}$ ＜ 疲労限界応力(Endurance limit) ➞ 高サイクル疲労回避

（k_sは 応力集中係数 ）

で評価を行う。

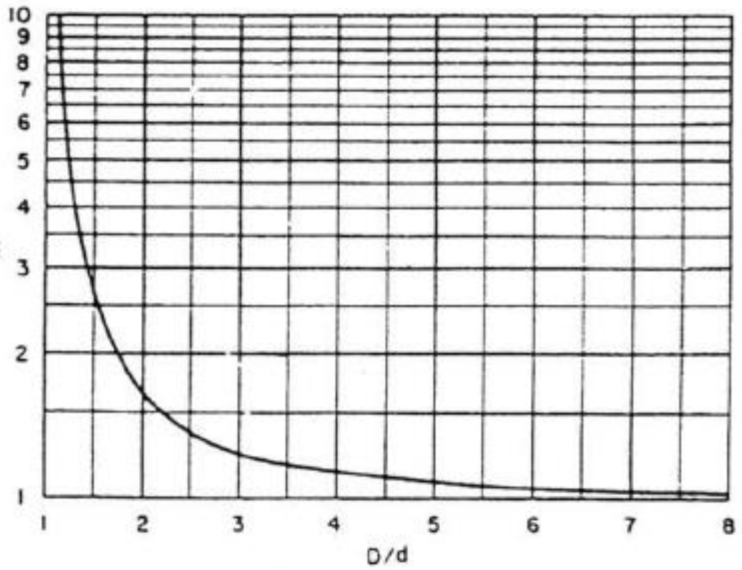


Fig. 2. Added mass coefficient (C_m) as a function of diameter ratio (D/d)

6. 例 題

ある収納チューブ内の同心に置かれ冷却水にさらされた細長いチューブの例を考える。条件は下記。

チューブ： 外径 d＝0.4.、 内径 d_i＝0.3 in.、 長さ l ＝96 in.

材料＝ステンレス鋼、密度 ρ ＝15. 6 lb sec²/ ft⁴、ヤング率 E＝28x10⁶ lb/in.²

収納チューブ：内径 D＝1.5 in.

外部流体：水、 密度 ρ_f＝1. 94 lbsec²/ft⁴、流速 U＝40 ft/sec.

最も大きくなるチューブ中点(x＝0.5 l)の撓みと固定端(x=0、l)の応力をもとめよ。

****

まず、次のパラメータを計算する。

水力径：d_h＝(1.5－0.4)/12＝0.0917 ft

チューブ単位長さ当たりの質量：$m = \rho\,[\pi\,\{(d/12)^2 - \{di/12\}^2\}/4\} = 15.6x[0.7853\{(0.4/12)^2 - (0.3/12)^2\}$

$= 5.96x10^{-3}$ lbsec²/ft²

流体の単位長さ当たりの付加質量：$M = C_m\,\rho_f\{\pi\,(d/12)^2/4\} = 1.15x1.94x\{3.14x(0.4/12)^2/4\}$

$= 1.95x10^{-3}$ lbsec²/ft²

チューブ断面２次モーメント：$I = (\pi/64)(d^4 - d_i^{\,4}) = (3.14/64)\{0.4^4 - 0.3^4\} = 8.59x10^{-4}$ in⁴

静止流体中の固有振動数：$f_o = \{12/(2\pi)\}(\beta_o/l)^2\{EI(1+\beta_1 Tl^2/E/I)/(M+m)\}^{0.5}$

$= \{12/(2x3.14)\}(4.73/96)^2\{28x10^6x8.59x10^{-4}x(1+0)/(1.95x10^{-3}+5.96x10^{-3})\}^{0.5}$

$= 1.9108x2.4276x10^{-3}x\{24052/(7.91x10^{-3})\}^{0.5} = 8.1Hz(c/s)$

次にストローハル数 $f_o d_h/U$、$w_o d/(12U_c)$、$w_o l/(12U_c)$を計算してその値が適用域にあるかチェックする。

円固有振動数：　$\omega_o = 2\pi f_o = 6.28x8.1 = 50.9$ rad/s

渦対流速度：　$U_c = 0.8U = 0.8x40 = 32$ f/s

ストローハル数：　$f_o d_h/U = 8.1x0.0917/40 = 0.019$、$w_o d/(12U_c) = 50.9x0.4/12/32 = 0.053$

$w_o l/(12U_c) = 50.9x96/12/32 = 12.73$

これらは、$(f_o d_h/U) < 2.5$、$0.04 < \{w_o d/(12U_c)\} < 2.2$、$10 < \{w_o l/(12U_c)\} < 1000$ 即ち近似化成立の範囲にあるので、OK

更に、有効粘性減衰係数$\zeta_o = 0.008$（ここでは高めに）、$a_1 = 2.4x10^{-4}$, $a_2 = 3.44x10^{-6}$ とすると

$$\zeta_o + a_1 U + a_2 U^2 = 0.008 + 2.4x10^{-4}x40 + 3.44x10^{-6}x40^2 = 0.0231$$

$x = 0.5l$(スパン中央)として

$$\phi_1 = \cosh(2.365) - \cos(2.365) - 0.983\{\sinh(2.365) - \sin(2.365)\}$$
$$= 5.369 - (-0.7133) - 0.983(5.275 - 0.701) = 1.588$$

以上を(1)式に用いると、

$$B = 96^{0.5}x8.1^{1.5}x(1.95 + 5.96)x10^{-3}x0.0231^{0.5}x$$
$$\{1 - (0.0246x1.95x10^{-3}x40^2x96^2)/(28x10^6x8.59x10^{-4})\}^{0.75}$$
$$= 1.78665x0.152525x(1 - 0.0294)^{0.75} = 0.2665$$

$$A = 0.018x2.56x10^{-3}x0.4^{1.5}x0.09170^{1.5}x40^2 = 5.17936x10^{-4}$$

従って、スパン中央の撓みの RMS 値は、

$$\{y(x,U)\}_{RMS} = A\phi_1(x)/B = 5.17936x10^{-4}x1.588/0.2665 = 3.1x10^{-3}\ \text{in.}\ \ (0.078\text{mm})$$

次に応力振幅を求める。x=0(または l)として

$$\phi_1''(0) = (4.73/96)^2[\cosh(0) + \cos(0) - 0.983\{\sinh(0) + \sin(0)\}] = 2.428x10^{-3}x2 = 0.004856$$

従って、固定端(Max 応力点)の応力振幅は

$$\{\sigma_y(x,U)\}_{RMS} = (Ed/2)A\phi_1''(x)/B = (28x10^6x0.4/2)x5.17936x10^{-4}x0.004856/0.2665 = 53\text{lb/in.}^2$$
$$= 3.7\ \text{kg f/cm}^2$$

最大の予想撓みおよび応力振幅は

$y_{max} = 4x0.078 = 0.312$mm(0－P)

$\sigma_{max} = 4x3.7 = 14.8$ kg/cm^2(0－P)

脚注：

(＊1)　本計算法は 2 重管構造としインナーパイプは収納パイプの断面中心にあることを前提にしている。その場合、インナーパイプが中心から偏って壁面に近寄ると実験のときのスペクトル密度と違ってくるので誤差がでてくると思われる。ただ、非常に危険側になるとは考えられないので多少の偏芯は可とする。<u>壁面に近寄り過ぎるときは水力径 d_h を安全側に設定して計算してもよい</u>。なお収納管は矩形断面でも差し支えないと思われる。

(＊2)　ζ_oは淀み流体中の有効粘性減衰係数であり内部減衰およびサポート部の摩擦による外部減衰を含んでいる。実験によってもとまるが一般に 0.003 でよい。また a_1, a_2 値はティピカルなもの。本来

実験によるのだろうが...

(＊3)　水力径は次の一般定義による。

dh＝4x 流路断面積/濡れ縁長さ　　ex.　2 重管の場合：$\pi(D^2-d^2)/(\pi D+\pi d)=D-d$

(＊4)　実験では 3xRMS の不規則振動が発生する確率は全時間の 0.3%とのこと。プラント寿命を 10 年とすれば寿命中に約 250hr(～10 日)の大きな不規則振動が発生することになる。ここでは 4xRPM をもって最大の撓みとしているので発生回数はこれより十分少ないだろう。

【　解　説　】

1.　Parallel flow /Axial flow の中の細長い円筒/円柱梁には、非常に流速が高い場合、フラッターダイバージェンスという不安定現象が起きるが、プラント設備で使われているような流速では、これは考えられない。このような構造物でおきる振動は専ら、”流れの中の乱流渦によって発生したランダムな圧力変動(flow noise)”によって起きると考えてよい。この振動のレベルはクロスフローによる振動に比べれば小さいので通常は問題にはならないが、流速が早い/通路の水力径が大きい/支持スパンが長いとき、高サイクル疲労やフレッティングの懸念がでてくる。

2.　適用流体は、実験ベースの水またはこれに近い液体としているが、密度スライドして他の流体例えば気体にも流用できると思われる。

3.　本ケースの場合、梁の強制振動をベースにして、

$$y^2(x,t)=\phi_1{}^2(x)\int_o^\infty X^2(\omega)J_1{}^2(\omega)\phi_p(\omega)|H(x,\omega)|^2d\omega \quad \text{-----------------------(a)}$$

ここで、$y(x,t)$＝時間平均の RMS 変位、$X(\omega)$＝無次元有効径(圧力の周方向変化を現す)

$J_1(\omega)$＝Joint Acceptance(スペクトル密度の重み付け)

$\phi_p(\omega)$＝圧力場の自乗平均スペクトル密度、$H(x,\omega)$＝周波数応答函数(伝達函数)

$\phi_1(x)$＝梁の基本モード(固有関数)

$[X^2(\omega)J_1{}^2(\omega)\phi_p(\omega)]$はランダムな加振力を表現しており X, J_1, ϕ_p も実験をベースに固有振動数に関するストローハル数の函数として与えられている。ただ実験には有効範囲があるのでストローハル数を介して、式の適用制限[2.(4)]がついている。

上記の(a)式に既知のパラメータを代入整理すれば、

$$y_{RMS}(x,U)=0.018d^{1.5}\phi_1{}^2(x)\phi_o{}^{0.5}(U)/\{(M+m)l^{0.5}f_1{}^{1.5}(U)\zeta_1{}^{0.5}(U)\} \quad \text{-----------------(b)}$$

f_1 は流動水の中の梁の固有振動数で　$f_o\{1-(\beta_1MU^2l^2)/(EI+\beta_1Tl^2)\}^{0.5}$、ここで f_o は静水中の固有振動数でもちろん付加質量 M をプラスしたもの。$\zeta_1(U)$は系の減衰係数で流速の増加とともに著しく増加し $\zeta_1=\zeta_o+a_1U+a_2U^2$ で与えられる。ϕ_o はランダムな圧力変動(流れ音変動)による near-field flow noise の自乗平均スペクトル強さで　$\phi_o(U)=k^2d_h{}^3U^4$ であたえられる。これらを(b)式に代入して、自乗平均の撓み変位式(1)が得られる。

(1)式の傾向は、だいたい次のようである。

・流速 U の影響が強く、その自乗に比例して撓む。ただ流速が早くなると減衰効果がでてくる。

・水力径即ち収納パイプが大きいと流れ音場が拡がり撓みが大きくなる。

・スパンが長いとか薄肉円筒であるとかで固有振動数が低下すると撓みが大きくなる。

４．応力算定式(2)の導入は下記による。

梁曲げ応力は［ $\sigma = M/Z$ ］　また梁の曲げモーメントは[$M = EI(d^2y/dx^2)$]で与えられる。従って

$$\sigma = E(I/Z)\,(d^2y/dx^2)$$

ここで断面係数 $Z = 2I/d$ であるから、梁曲げ応力は次のようになる。

$$\sigma = (Ed/2)(d^2y/dx^2)$$

5．壁面の流れ音場の強さについては、下記に概説があるので参照のこと。

JSME「事例に学ぶ流体関連振動」3.1.2　流れの乱れによるランダム振動

以上