

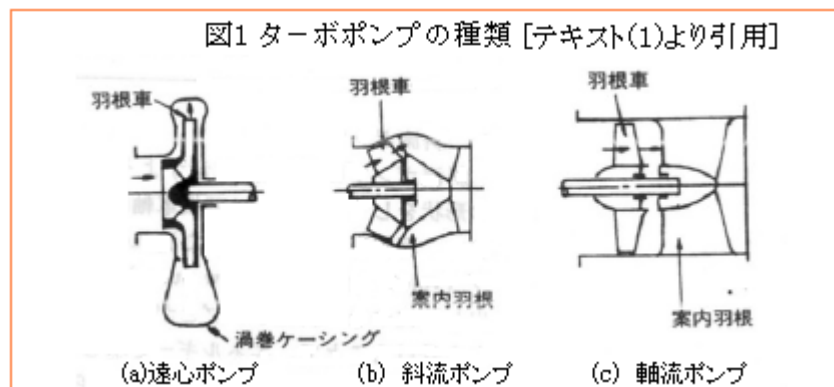
【整番 FE-19-TM-004】	【標題】ターボポンプ設備の流体関連振動に関する情報		
分類：流れ(流体振動)／種別：技術メモ	作成年月：H25.12／改訂：Ver0.0 (H26.5)	作成者：N.Miyamoto	

全 45 枚

構成： 1. はじめに、2. 振動パターン、3. ZN 振動(羽根通過振動)、
 4. ポンプ内流動による振動、5. 空気吸込みによる振動、6. サージング、7. 旋回失速
 8. キャビテーションサージ、9. 旋回キャビテーション、10. 羽根車の回転に起因する振動
 11. 立軸ポンプの振動、12. 高圧多段ポンプの振動、 【補足説明】

1. はじめに

(1) プラント設備において、ポンプは流体輸送の手段としてプロセスラインやユーティリティ系統では欠くことのできない設備になっている。特に羽根車の回転によって大量の液体を遠くそして高くまで移送するターボポンプの役割は大きい。



ターボポンプは、1 次的には輸送能力を追求するマシンであるが、比較的高速で回転する所から振動・騒音など 2 次的な問題を避けることができない。特に効率化/低コスト追求に伴う小型・高速化によって、この 2 次的問題は拡大し多様化しているようである。もちろん回転機器分野の動的問題に関する知見もまた蓄積されて問題へのアプローチも比較的容易になっている。然るにプラント設備の設計者の関心や認識は直面する 1 次的問題とこれに付帯する業務に向いており、相変わらずポンプ設備が抱える 2 次的な問題への関心は薄いような気がする。特に振動や騒音を含むポンプ設備の動的問題が特化して行くにつれてポンプメカの専門知識に全てを委ねてしまう傾向は否めない。しかしポンプ設備の動的問題の範囲は常にポンプ単体に集中するわけではなく、その廻りの配管/タンク類/熱交類/計器類におよび更にはシステム構成にも波及する。従ってプラントエンジニアリングの有様としては、少なくともポンプの動的問題に含まれる基本的な事象を理解した上で、その予防策も含めてポンプ系設備の設計を行うのが望ましい。

(2) ポンプを含めてターボ機械の振動の種類とその要因を表 1 に記す。この表ではその振動形態を強制振動と自励振動に区分している。前者は外力によって振動エネルギーが保持される振動、後者は自走的なフィードバック機構によって振動エネルギーが保持される振動を云う。この表でははっきり分離されていないが、これら振動は次の 2 つに双分できる。

- ① ターボマシン内部の流体現象に関連して生じるもの(流体力的要因)
- ② 回転機械特有の構造/メカニズムに関連して生じるもの(機械的要因)

表 1 の内部流体による振動が①に該当する。それ以外は②に該当する。ただ不釣合振動や振れ回り

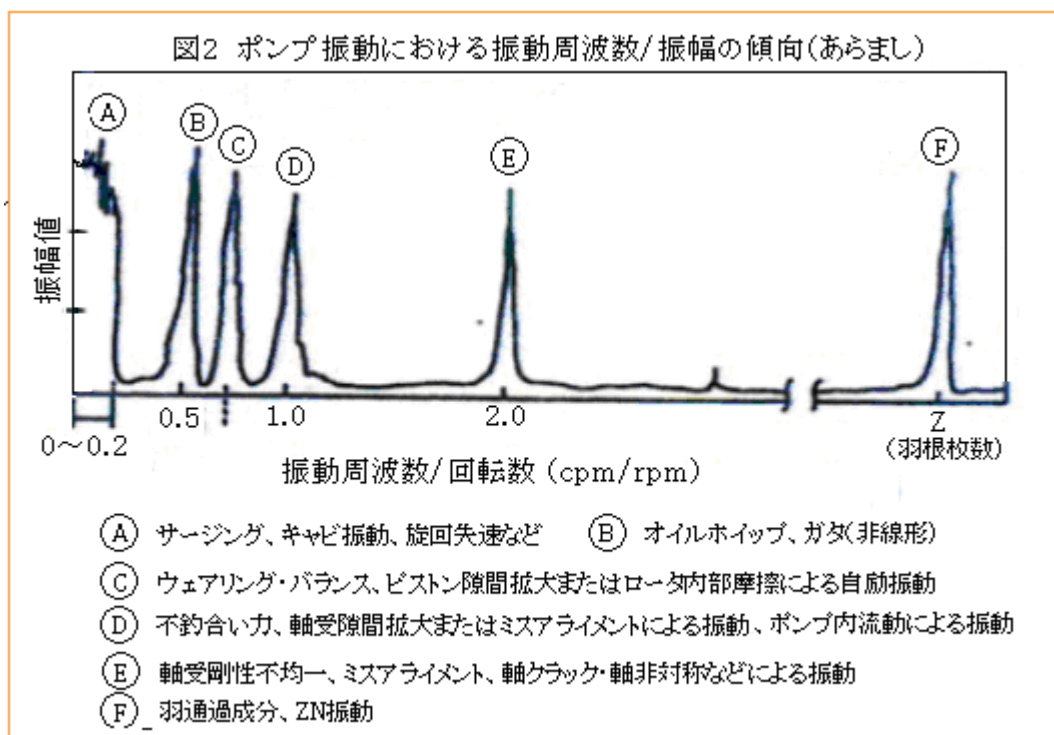
(いわゆるホワール)には非定常な流体現象に由来するものが含まれている。

現場で発生するトラブル/クレームは②の機械的要因によるものが多く、①の流体力的要因によるものは比較的少ないようだ。前者は一般にポンプ製造者の範疇にあるが、後者はポンプ製造者の範疇を越えてシステムの問題になることが多い。

表1 回転機器及びその廻りの振動の種類 テキスト(3) 準拠

区分	現象	振動/不安定の要因
強制振動	内部流体による振動	羽根通過振動、偏流/剥離/逆流/渦/旋回流など
	不釣り合い振動	残留アンバランス、サーマルアンバランスなど
	共振	危険速度、翼共振、振り共振、架台共振など
	その他の強制振動	モータ電磁気力、歯車励振力など
自励振動 (自由振動)	内部流体による振動	サージング、キャビテーション、旋回失速など
	オイルホィップ振動	スベリ軸受油膜特性
	流体誘起の振れ回り	ラビリンスシール、油膜シール、インペラなど
	内部摩擦 振れ回り	焼きばめ部品など

(3) ポンプ振動における振動周波数や振幅の、ごく一般的な傾向を下图に示す⁽⁵⁾。



Aは流体力的要因によるもので、その多くが自励振動に分類される。周波数はポンプ回転数の0~0.2倍とかなり低い[ポンプ回転数は一般に900~3000rpm(15~50Hz)なので、0~10Hz程度とみてよい]。**B**はオイルホィップなど機械的要因によるもので、回転数がロータの危険速度の2倍以上になると自励振動になる。**C**はウェアリングなどの制振/減衰効果の低下に伴うもので回転数から少し遅れた振動周波数になる。**D**は機械的/流体的な不釣り合いや軸受隙間によるものあるいはポンプ内流れによるもので回転数に近い振動周波数になる。**E**は軸受支持剛性の不均一やミスアライメントから生じるもので、回転数の倍程度の振動周波数になる。**F**は流体的要因によるもので、

ケーシング巻き始め部分を羽根が通過する時に生じる ZN 振動である。以上は文献(5)の記述によっている。大雑把に云えば、この議論は次のように括られる。

- ・機械的要因によるもの → 回転数の 0.5～2 倍の中間的な周波数域
- ・流体力的要因によるもの → 比較的低い周波数域あるいは高周波数域

ただ機械的要因には高次モードがあって実際上広い周波数帯域に分布するので、数あるポンプ振動の中で特異性が目立つのは、比較的低い周波数域で起きる流体振動である。

なお 1 次の周波数がわかれば、振動の種類が読める場合が多い。揺れの規模(振幅)には顕著な差異は見られないが、揺れの分布が重要で、流体振動の場合はポンプ周辺に拡大してポンプよりも配管で大きく揺れることが多い。異様に大きな揺れは**共鳴/共振**とみてほぼ間違いない。

- (4) 前々項でも述べたように **B～E** のような機械的要因による振動の発生確率が高い。この種の振動はポンプの範囲内に限定されることが多く、ポンプメーカーがその対応を熟知しているのでメーカーの責務に委ねるのがよい。しかし **A,D** や **F** など流体力的要因によるものは、(1)項でも述べたようにポンプ前後の配管/タンク類/熱交類/計器類、更にはシステム構成に及ぶので**システムの対応が望まれる**。

本 TS では、流体力的要因に焦点を絞って種々の情報を整理してみた。ただ、**ガイダンス的なもの**で具体性に欠ける面も多い。その場合は、個別の振動現象を扱った下記の TS を参照されたい。

FE-20-TM-001～005 (ターボ機械の不安定に関する一連の TS)

FE-20-TM-*** 遠心圧縮機のサージングに関する情報 (追って)

FE-20-TM-*** 遠心圧縮機の旋回失速に関する情報 (追って)

FE-19-TM-*** ターボ機械の ZN 振動に関する情報 (追って)

2. 振動パターン

- (1) ポンプの流体関連振動は多種・多様である。羽根車を通過する流れ(吸込→加速→拡散)にはドラステックな変化が連続して起きているので、いろんな流体振動や不安定現象が起き易い状態になっている。これらの現象は複雑に絡まったケースが多く類別するには難しいが、一応、**表 2**のように区分してみた。表のアイテムは次の 4 つに分かれる。

①～③→強制振動、④～⑦→自励振動、⑧→回転由来の振動、⑨⑩→機種由来の振動

①の ZN 振動(羽根通過振動)は最も頻繁に起きる典型的な強制振動である。②のポンプ内流動による振動及び③の空気吸込みによる振動は、自励的な傾向が希薄でどちらかといえば強制振動色の強い振動である。④のサージングと⑥のキャビテーションサージは負性抵抗による典型的な自励振動で、ポンプだけでなくポンプ系全体に広がる傾向がある。⑤の旋回失速は④のサージングと、⑦の旋回キャビテーションは⑥のキャビテーションサージと同根の現象で、それらが局所的に現れたものである。⑧は羽根車回転に結びついた振動でやや①～⑦と異質な所があるので区別している。⑨⑩は振動が発生しやすい立軸ポンプと多段ポンプに焦点をあてている。

- (2) 振動パターンには流量に強く依存するものがある。強制振動は総じて全流量範囲で派生するが、自励振動はいわゆる**部分流量域(設計流量に満たない領域)**で発生し、総じて流量が減少するほど振動が顕著になる。なお設計流量を超える過大流量域でも不安定化する傾向がある。

表2 ポンプ設備における内部流体による振動一覧

	タイプ	流量域	振動数	プロフィール
① ZN 振動(脈動)	強制振動	全流量域	iZN/60	羽根車出口流れとケーシング巻き始め舌部の干渉による。最もポピュラーな振動で、共鳴共振があると振動・騒音問題になる。
② ポンプ内流動による振動	強制振動 (多々)	全流量域	N/60 or iZN/60	ZN 振動以外のポンプ内流動による振動。羽根車の前流/内部/後流の流れの偏り/乱れ/渦動/波動などによる。共鳴/共振で問題化する。
③ 空気吸込による脈動	強制振動	全流量域	ランダム 広範囲	ポンプ内に吸込み巻き込まれた空気(ガス)が通過することで吐出圧や軸トルクが変動し振動するもの。キャビテーションに似ている。
④ サージング	自励振動	部分流量域	0.1~10 Hz	右上がり特性を持ったポンプが下流に気相部分や流調弁を持ったシステムで使われるとき、不安定化して前後の配管で振動する。頻度は多くない。
⑤ 旋回失速	自励振動	部分流量域	(0.6~0.72) x (N/60)	サージングが局所的に現われたもの。羽根背面の流れが剥離して、次々に隣の羽根を転移してゆくもの。通常、振動規模は小さい。
⑥ キャビテーションサージ	自励振動	全流量域 (特に部分流量域)	1~10Hz	吸込圧力の低いキャビテーション領域に近い領域で起きる、サージングに近い低周波数の圧力脈動。ポンプの高速化/効率化に伴う現象とみていい。
⑦ 旋回キャビテーション	自励振動	部分流量域	(1.1~1.2) x(N/60)	キャビテーションサージが局所化したもの。旋回失速より振動数が高い。規模は小さい。
⑧ 羽根車の回転に伴う振動	強制振動 自励振動	全流量域	(N/60) ベース	回転への依存が高い流体振動、例えば動静翼干渉による振動、流力的不釣合いによる振動、ロータダイナミクスによる振動。メーカーのノウハウ性が高い。
⑨ 立軸ポンプ関連振動	強制振動 自励振動	全流量域	主に (N/60) ベース	このタイプは構造的に振動が起き易く、例えば水位変化に伴うコラム振動、可変モータのトルク変動に伴う振動、エアロック時の振動など
⑩ 高圧多段ポンプ関連振動	自励振動 ほか	特に 部分流量域	3~12Hz	特にポンプ動特性の不安定化に伴う体系的な振動現象が目される。この振動は右下がり特性のポンプでも起きポンプ+配管で大きな振動になる。

(注) 上記振動数は目安を示す(これを外れることもある)。なお Z=羽根枚数、N=ポンプ回転数 r.p.m、i=モード次数

- (3) 各振動パターンは、それぞれ特有の振動周波数で振動することが多い。例えば、①の ZN 振動はその呼称のように[次数 x 羽根枚数 x 回転数/60]の振動周波数を持っているので識別し易い。自励振動は総じて低い周波数である(例えばサージングは 0.1~10Hz 程度)。トラブルに際して振動パターンが特定できれば対策が立て易いので振動周波数の計測は必須である(周波数分析も然り)。計測の結果を固有振動数と照合して共鳴/共振の度合いを知ることができる。

典型的なポンプ流れの振動周波数のスペクトル例^⑥を下図に示す。ZN 振動と N 振動が混在しているのがわかる。前者は流れがインペラを流出する時の脈動で、殆どのポンプ設備で起きている。後者は

ポンプの偏心回転などによる回転数レベルの脈動(例えば分類⑧)で、これも常在している。

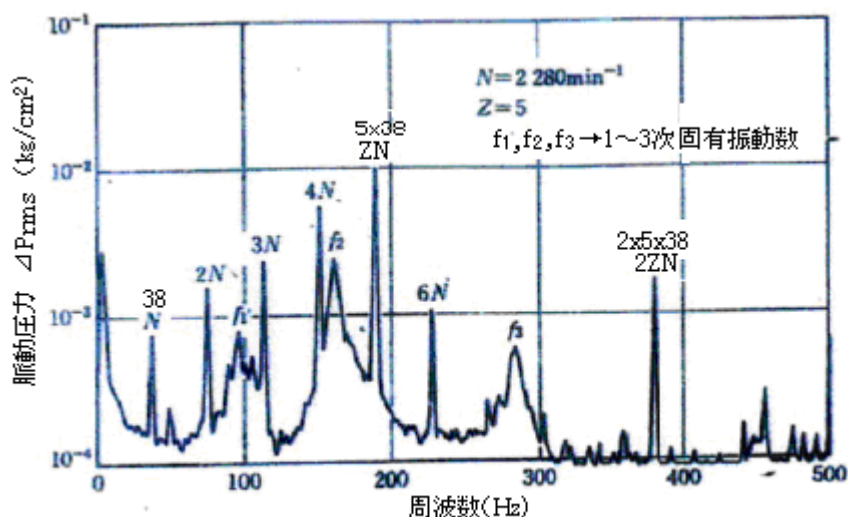


図3 ポンプ脈動のスペクトル分析例 文献(6)より引用

- (4) ポンプに生じる振動は圧力脈動の形をとることが多いが、その振幅は決して大きいものではない。問題なのは、その振動数が配管内の液柱の固有振動数と同調する(共鳴する)と大きく増幅されることである。圧力脈動が増幅されると振動・騒音がひどくなる。また振動周波数と配管などの機械的固有振動数が同調する(共振する)と同様に振動・騒音がひどくなる。共鳴と共振が併発すると状況は最悪になる。特記がなくても表2に列記された振動はどれも共鳴/共振のリスクを持っている。

なお、液柱の固有振動数は音響固有振動数で、液柱共鳴振動数とも定在波振動数ともいう。文献によって言い方が異なるので混乱に陥りやすい。エンジニアリング的にも液柱共鳴振動数や定在波振動数は混乱を起し易いので、ここでは液柱固有振動数あるいは音響固有振動数を用いる。

また、共鳴/共振は英文でいう **Resonance** に当る(電気系で云う Tuning)。共鳴という言い方はうなりを連想させて良くないのかも知れないが、ここでは流体(音響媒体)に対して共鳴、構造(梁やシェル)に対して共振という具合に使い分けている。

3. ZN 振動(羽根通過振動)

- (1) ZN 振動(または NZ 振動)は通称で、正式には羽根通過振動と云う。Zは羽根枚数でNはポンプ回転数を意味する。ポンプ振動の中では最も知られた強制振動である。ポンプ自身に留まることは少なく系全体に振動が伝わるが多い。特に顕著な配管振動となって溶接部の損傷や継手の漏洩を引き起こすことも多い。また無視できない騒音レベルになることもある。以下、この最もポピュラーな強制振動についてその傾向と対策を述べてみたい。
- (2) 振動の原因について。ZN 振動は、羽根(インペラ)とケーシング巻き始め部分(ケーシングの舌部)との干渉が原因とされている。確かに遠心ポンプ内流動はインペラによる擾乱によって複雑になり、それらが複合した形の圧力変動が起きること(補1)は十分に予想できる。その中で「羽根後流の舌部への衝突」、「羽根の前面・後面の静圧・動圧の差異」あるいは「羽根及び舌部の流れの剥離や逆流」がZN振動の主因になっているようである⁽⁴⁾。

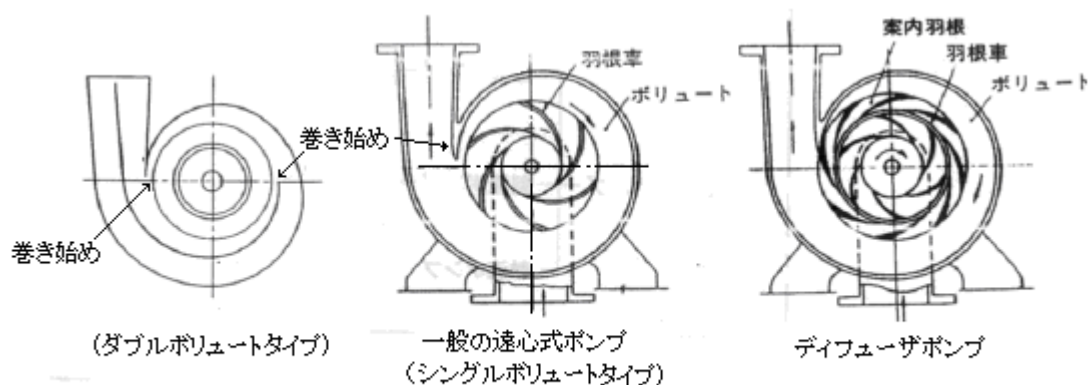


図4 ポンプ断面形状 テキスト(1)より

(3) 振動の傾向について。この圧力脈動の特徴及び一般的な傾向は次のようである。

① 殆どの場合、圧力脈動の振幅は小さい。確定的ではないが 0.5～2%多くて 5%とみていい。そのため圧力脈動単独で問題レベルに至ることは少ない。しかし管路内部の液柱と共鳴したり、更には配管や周辺構造物と共振してこれが増幅すると、振動・騒音はかなり顕著なものになる。

② 傾向的には、吸込み側の有効 NPSH が低く吸込み性能が悪いと圧力脈動は大きくなる。また吐出側の流量調節弁を絞っても効果は余り効果ないと云われる⁽⁷⁾。運転流量に関しては次のような傾向が確認されている⁽⁸⁾。

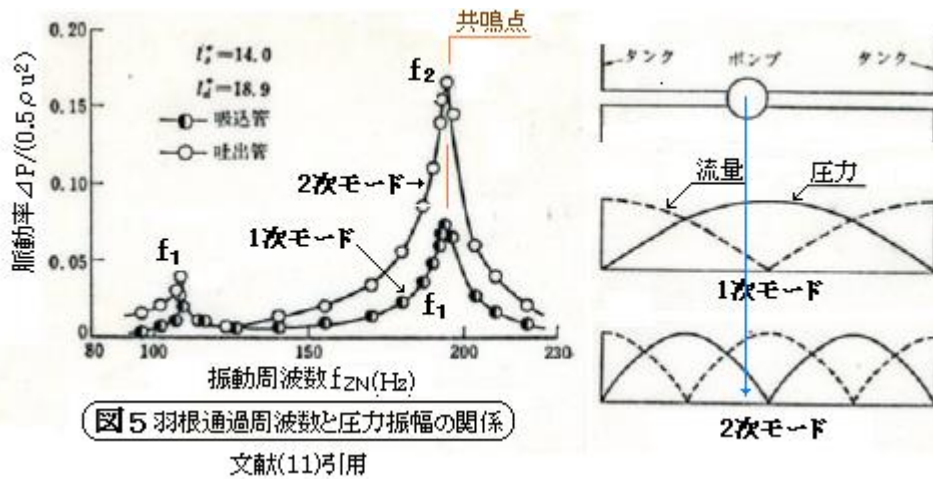
- ・部分流量域&過大流量域→脈動が大きくなる(特に比速度が高い時然り、低い時は緩む)
- ・設計流量域(最大効率点) →脈動は小さくなる。

なお、圧力脈動は吐出ライン側に限らず、吸込ライン側でも起きる⁽⁹⁾。

③ 羽根枚数やケーシング巻き始め部分や流路(ボリュート)の形状に影響される。羽根枚数が多い程脈動率は下がる(ただ羽根枚数は共鳴/共振の回避の観点で決めることが多い)。巻き始めの形状については、次の傾向が確認されている⁽⁸⁾。

- ・シングルボリュートの場合、羽根までの隙間が広いほど脈動は減少する。
- ・シングルボリュートの場合、舌部にスキュー(斜めカット)をつけると脈動は減少する。
- ・ダブルボリュートの場合、奇数枚の羽根を設けると脈動は減少する。
- ・両吸込みポンプの場合、2つの対向する羽根を位相ズレにすると脈動は減少する。

④ ポンプの位置によって脈動が変わる⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾⁽¹²⁾⁽¹³⁾。振動周波数と管路の音響固有振動数が漸近して共鳴域にあるとき、ポンプの位置が管路の音響固有モード即ち圧力定在波(補2)の節の部分(=流量モードの腹)にあると、著しく圧力脈動が増幅する。例えばタンクとタンクの間にあるポンプ管路においてポンプの位置が管路の中央寄りにあると、2次音響固有モードの圧力定在波の節近くにポンプの位置がくるため、下図のように1次モードより寧ろ2次モードの脈動率の方が高くなる。



(4) 振動周波数と共鳴/共振について。周知のように ZN 振動の振動周波数 f_{ZN} は次式で与えられる。

$$f_{ZN} = iZN/60 \quad (\text{Hz}) \quad \text{-----(3.1)}$$

ここで、 i =モード次数(1,2,3,...)、 Z =羽根枚数(-)、 N =ポンプ回転数(rpm)

通常、羽根枚数は 2～7 枚、ポンプ回転数は 600～3000rpm なので、

1 次モード→20～350Hz、2 次モード→40～700Hz、3 次モード→60～1050Hz

程度と、比較的高い振動数となる(→シェルモード考慮要)。なおディフューザポンプの場合の案内羽根枚数の影響はなく羽根車の枚数で f_{ZN} が決まる⁽¹⁴⁾。

また、**速度制御ポンプ**では回転数が変化して、 f_{ZN} の範囲が拡がり、どうしても共鳴/共振が避けられないことがある⁽¹⁵⁾。共鳴/共振点を注意深く押さえる必要がある。

一方、固有振動数には、管路内の液体コラム(液柱)の固有振動数と、配管など構造物の固有振動数があり、更にそれらは 1 次元モード(管路モード)と 3 次元モード(空間モード)に分かれる。目安的には

液柱の音響固有振動数：1 次元(小中口径)→10～3000Hz、3 次元(大口径)→20～4000Hz

配管の機械固有振動数：1 次元(梁)→3～25Hz、3 次元(シェル)→30～1000Hz

配管の引き回しによる配管機械固有振動数(→梁固有振動数)との共振は、よほど羽根枚数が少なくポンプ回転数が低くならない限り、発生のチャンスで少ない(ただ吸込配管は一般に短いため、場合によっては梁固有振動数が高くなり ZN 振動数に漸近し共振する恐れがあるので注意)。しかし次の 3 つのケースは可能性があるので、設計的なレビューが必要である。

① ZN 振動－液柱音響振動の共鳴、② ZN 振動－シェル振動の共振、および

③ ZN 振動－液柱音響振動－シェル振動の共鳴・共振

音響固有振動は 15 次をこえるような高次モードまで顕著な応答を示すので、①のケースはかなり確率が高い。一方、②③のケースは確率的に低い、破損トラブルにつながることが多い⁽¹⁶⁾。

①の共鳴事例を下図に示す。左は共鳴なしの状態、右は共鳴ありの状態を示しておりざっとみて 5 倍程度の増幅が見られる。なお、注目すべきは**共鳴状態になると波形が調和波の形に近づく**ことである(この傾向は一般的)。

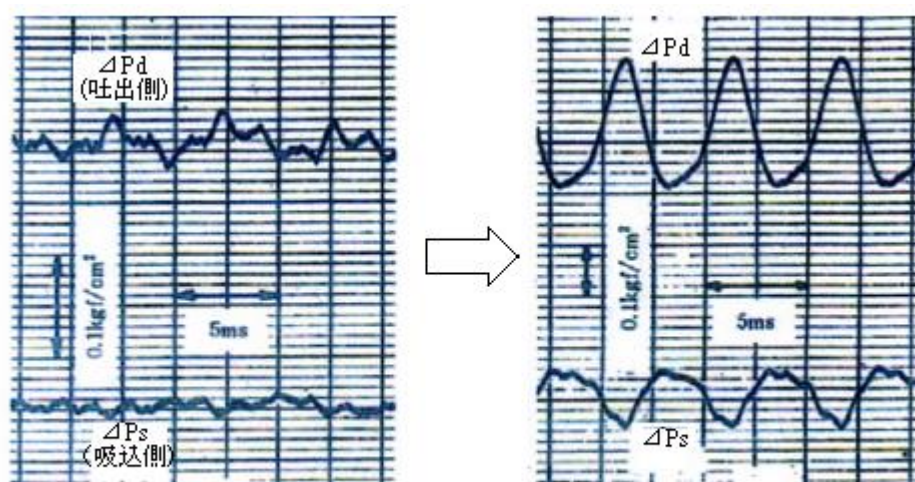


図 6 共鳴前後の圧力変動の様子

共鳴/共振の発生は配管設備だけとは限らない。例えば、

- ・ ZN 振動とポンプシャフトの振り固有振動の共振(44Hz ベース)によるポンプ駆体の振動⁽¹⁷⁾
- ・ ZN 振動とポンプ上流の供給水タンク音響固有振動の共鳴(100Hz ベース)による全域脈動⁽¹⁸⁾
- ・ ZN 振動とディフューザベーンの固有振動との共振によるポンプ駆体の振動⁽¹⁹⁾
- ・ ZN 振動とポンプ設置床の固有振動の共振によるポンプ設備全体の振動⁽¹⁹⁾

などの事例がある。ZN 振動はいろんな形でポンプ周辺全域に波及することを認識すべきである。

(5) ポンプ騒音について。騒音規制法には、ポンプ機場につき敷地境界で 40～45Hz 以下と、かなり厳しい要求が含まれている。そのため用水設備関連では低騒音設備の追求がなされ、ポンプの低騒音化についてはかなりのノウハウが蓄積されている（プラント設備に直接係わることはないが、その成果の利用/応用を考えるべき）⁽²⁰⁾⁽²¹⁾⁽²²⁾⁽²³⁾。

ポンプ騒音には空気伝播音、固体伝播音、あるいは流体伝播音があるが、どの設備にも常在する ZN 振動による圧力脈動がこれら全ての伝音に関係している。特にポンプ/配管の支持基礎を介して建屋や架構類に及ぶ固体音伝播、あるいは内部流体の圧力脈動が音響壁交差モード→シェル振動→インシデンス効果から騒音になって外部に放出される流体音伝播には要注意である。脈動コントロールで過剰騒音を抑えきれないときは、支持基礎や配管外面に遮音材などを考慮すべきである。

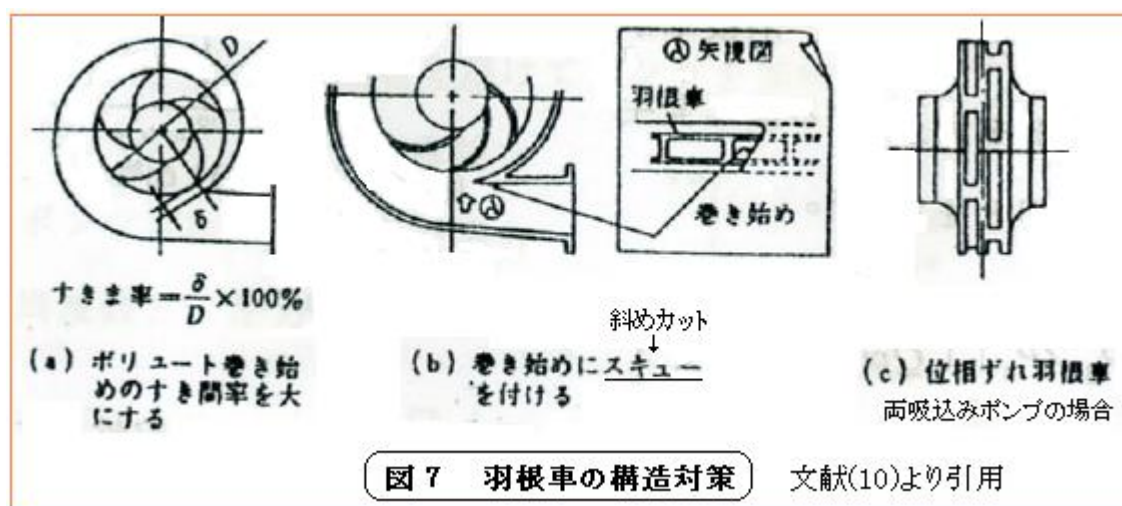
シェル振動騒音の詳細については、[FE-19-TM-121,122 高周波の配管振動と騒音の原因と対策]を参照されたし。

(6) ZN 振動の防止・緩和策について。ZN 振動及びこれに付随する共鳴・共振の抑制については種々の対策が講じられている。ここでは一般的な防止・緩和策を整理して以下のようにまとめた。

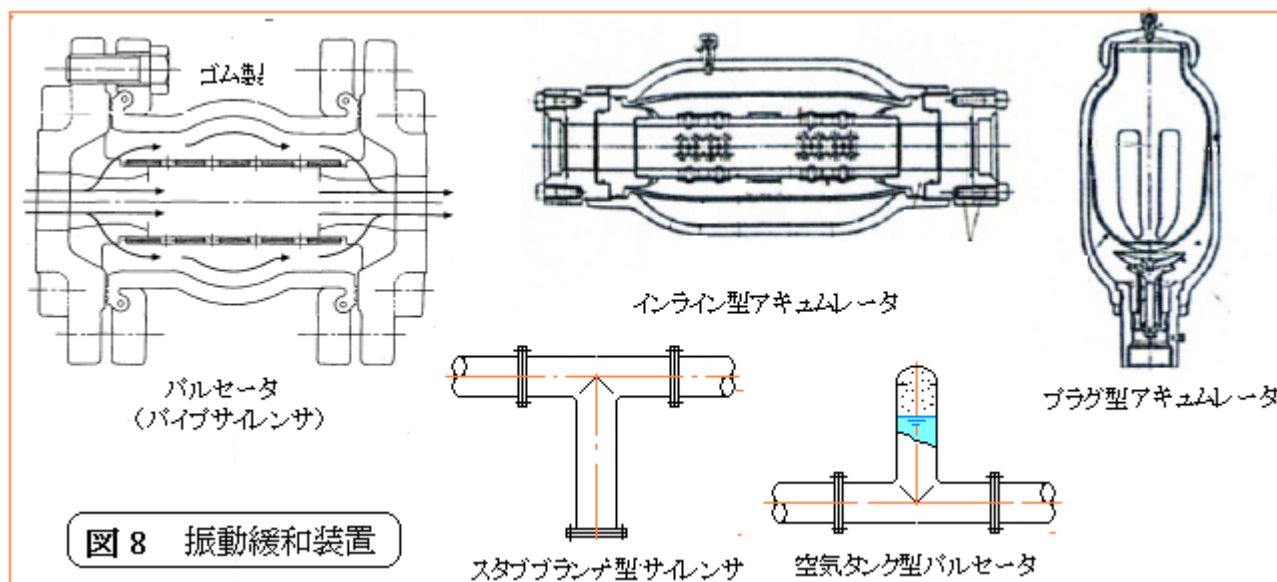
① 振動源対策はケーシングの巻き始め部分の干渉を低減することである⁽⁸⁾⁽¹⁰⁾⁽²⁴⁾。具体的には

- ・ 羽根車～ケーシング舌部の隙間を拡げて流れの変動を薄める。
- ・ 前述のように、舌部にスキュー(斜めカット)をつけて羽根から流出した流れの舌部衝突に時間ズレを起こし脈動を緩和する。また舌部先端の半径を大きくする。

- ・後流の幅を減少させるような**羽根輪郭**にして、変動量を緩和する。
- ・両吸込みポンプの場合、2つの対向する羽根を**位相ズレ**にして脈動量を相殺する。
- ・ダブルポリュートの場合、羽根枚数を奇数にしてトータルの脈動量を抑える。
- ・羽根の枚数を多くする(一般に羽根枚数が少ないと不安定になり易い)



- ② 共鳴による **ZN 振動** の肥大化を防ぐため、ZN 振動数と管路液柱の音響固有振動数の漸近をできるだけ回避する。そのために設計時点で配管の**音響固有振動数解析**を行い、固有値を把握して管路長さの調整などを行う**(補 3)**。なお解析に必要なポンプ要素の相当管径/相当管長についてはポンプメーカーから情報をもらう。なお接続するタンク/容器についてもその音響固有振動数をチェックするのがよい。
- ③ **ZN 振動との共振**を排除するため、ZN 振動数と関連配管/塔槽/架構の機械固有振動数の漸近をできるだけ回避する。特にシェル振動数(リングの固有振動数)をチェックする**(補 4)**。共振の可能性があれば肉厚/補強リング/支持構造/溶接構造などの検討を行う。なおポンプ設置床や埋設地盤の固有振動数などもチェックしておく。
- ④ 共鳴・共振が避けられない場合あるいはその検討が煩雑に陥る場合は、振動緩和装置(例えばパルセータ/アキュムレータ/サイレンサなど)などを使用すればよい^{(25)~(29)}。脈動吸収を主眼とする時はパルセータ、騒音防止を主眼とするときはサイレンサと呼び方は変わるが構造的には同じもので、膨張/干渉/ダンパ効果などによって振動・騒音を緩和する。**図 7** 参照のこと。
- これらの緩和装置は、設置位置がポイントになる。ゴム製パルセータは任意位置で効果があるとされるが、基本的には脈動が最大になる圧力音響モードの腹に取り付ける(但しメーカーの推奨に依る)。
- ⑤ **ポンプの設置位置**は、管路の圧力モードの節(流量モードの腹)になる位置からできるだけ離す。特に共鳴の可否が不明で共鳴の可能性が残るときは然り。
- ⑥ ポンプの **ZN 振動** による圧力脈動は、配管の表面や設備の支持基礎から騒音となって拡散するので、ラギングや遮音材を被覆、挿入する。



4. ポンプ内流動による振動

(1) 前節の ZN 振動はポンプ内の流動に起因する最も代表的な振動にほかならない。ここでは同じくポンプ内の流動に由るものの、ZN 振動とは少し違った、次の強制振動の特性を紹介しておく。

羽根車入口流量の不均一による振動 / 羽根後流の乱れに起因する振動
 羽根後端のカルマン渦による振動 / ウェアリングのキャビティトーン

(2) 羽根車入口流量の不均一による振動について⁽³⁰⁾⁽¹⁹⁾。羽根車に入る流れが軸対称でないとき(周廻りの流速分布が一様でないとき)、流体への羽根の作用に時間的な偏差があり、それが振動現象を誘起することがある。この現象は必ずしも部分流量域(低流量域)に限らず全流量域で起こり、極端には渦や逆流、更には局所的なキャビテーションになることもある。故に吸込配管ー羽根車入口の間では偏流をひき起こすような流れ構造を排除しなければならない。即ち

- ・吸込配管はできるだけシンプルにして無用な曲がりや弁類は設けない。
- ・仮に曲がりを入れても曲げ半径の大きなベンドを選ぶ(ショートエルボは避ける)。
- ・レヂューサなどの縮流を利用して偏流を緩和する。また整流装置を設ける。
- ・スペース制限などから曲状の吸込みケーシングを用いる時は、エルボ型を避けて回転軸廻りに予旋回のついたボリュート型を選ぶ。

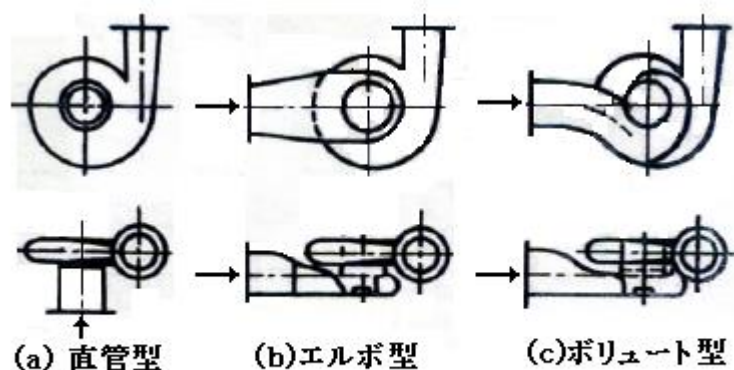


図 9 吸込みケーシングタイプ

この振動周波数には N 成分(回転数の整数倍)と ZN 成分(羽根枚数 \times 回転数の整数倍)が含まれる。振動周波数がラインの音響固有振動数、配管の機械固有振動数に近づくと共鳴/共振して脈動が肥大化してトラブルになるのは ZN 振動と同じである。

(3) 羽根後流の乱れに起因する振動について⁽¹⁹⁾。通常、回転する羽根(ペーン)の前面と背面には圧力差があって、羽根をでた後これが解消するまでに 2 次流れが派生する。また、ペーン上で表面の粗さなどが原因して局部的な流れの剥離が起きる。これらの振動周波数には N 成分と ZN 成分が含まれており、いずれも ZN 振動とよく似た脈動、更には共鳴/共振を引き起こす。対策としてはペーン形状設計と表面仕上げの改善に尽きる。

(4) 羽根車後端のカルマン渦による振動について⁽³¹⁾。斜流ポンプや軸流ポンプには羽根車の後に回転しない静翼(案内羽根)があるが、動かないのでそのペーンの後端でカルマン渦による振動が発生することがある。この振動周波数がペーンの固有振動数($\sim 180\text{Hz}$)に漸近して共振を起こしペーンの取付溶接で破損した事例が報告されている。また、このカルマン渦の振動数は配管の液柱の固有振動数に近づく傾向があるので大きな圧力脈動になる可能性を秘めている。

対策としては、ペーン後端のエッジの形状(傾角など)を工面してストローハル数(\rightarrow 渦振動数)を安全域に収める。

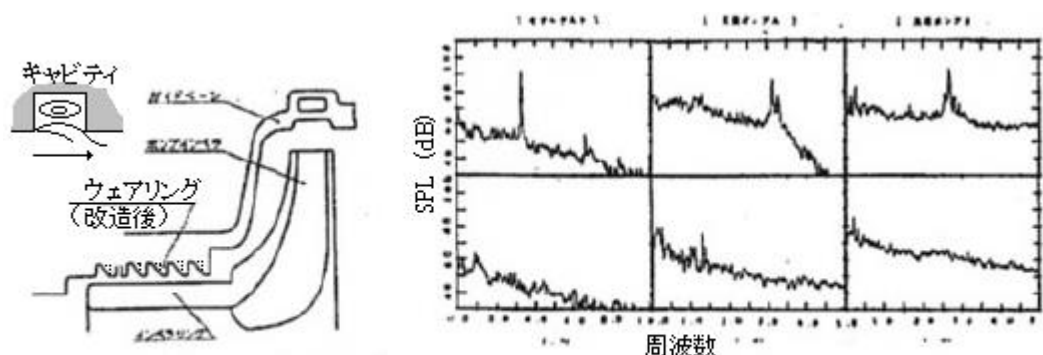


図10 キャビティトーン(騒音)とそのスペクトル

(5) ウェアリングのキャビティ振動について⁽¹⁹⁾。上図のようにポンプウェアリングに設けた環状溝をリーク流れが通過するとき、キャビティトーン(キャビティ振動による流体音)が発生することがある。メーカ側の問題だが、溝の形状を変える必要がある。

5. 空気吸込みによる振動

(1) 吸込み側から空気やガスが混入すると二相流的な要素が加わってポンプ内の流動に変化が起きて多くの場合、脈動や振動・騒音になる。その状況は総じてキャビテーションに似ている。以下空気吸込みから生じる振動についてその特性を紹介しておく。

(2) 殆どの場合、空気やガスの巻き込み/吸込みは上流の吸込み槽(タンク)で起きる⁽⁴⁾⁽¹⁹⁾。たとえば、

- ・タンクの液面や吸込みノズルの没入深さの不足
- ・空気(ガス)を吸込み易いノズル配置/吸込口形状・向き
- ・脱気するのが難しく旋回流や渦流れが起き易い槽の形状

などが原因して、槽の自由表面から旋回する渦糸になって系内に入る。このほか、負圧になった吸込

配管のフランジ継手部やポンプのグランドパッキン部からも空気が系内に入ることもある⁽³²⁾。なお吸込み渦は必ずしも空気を巻き込んだものとは限らず水中渦(液中渦)の形をとることもある。しかし渦の中心は負圧になるので液に溶けた空気やガスが渦の中心に集積することもある(→局所的な一種のキャビテーション)。

系内に進入した渦糸(芯)は吸込み管内で旋回流となり、不釣り合い力を伴って構造的な振動や騒音を引き起こしながら、ポンプ内羽根車に吸込まれる。

- (3) ポンプに吸込まれる渦糸の空気量は、揚液量に比べれば微少ではあるが、羽根車を通過することによって吐出圧力や軸トルクが変動し、ポンプ自身が振動する。もし空気渦の侵入が間欠的であれば、この振動は顕著に現れないが、空気渦が連続的であればランダムながらも連続した振動になる⁽⁹⁾。この様子を下図に示す。連続的な侵入ではザーという水流音が聞こえると云う。

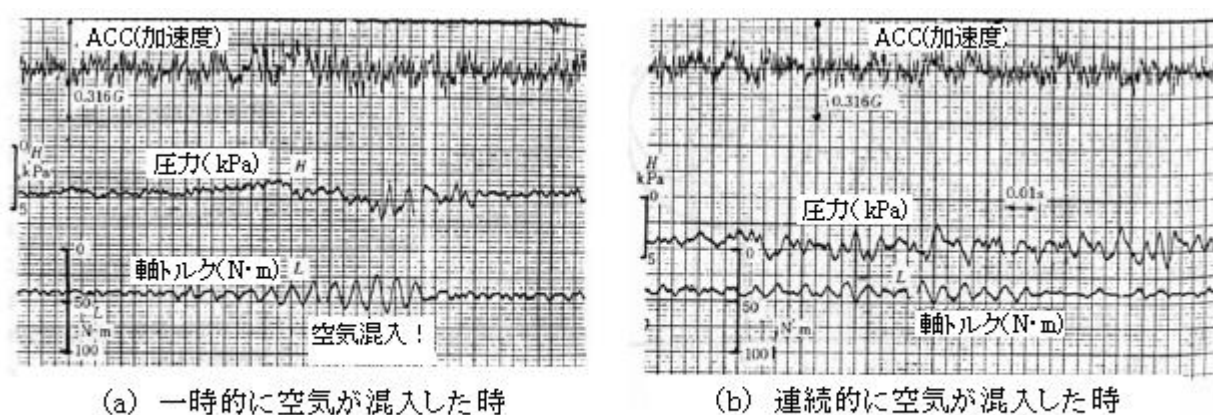


図11 空気吸い込み時のケーシング振動加速度/内圧及び軸トルクの変動 [文献(9)より]

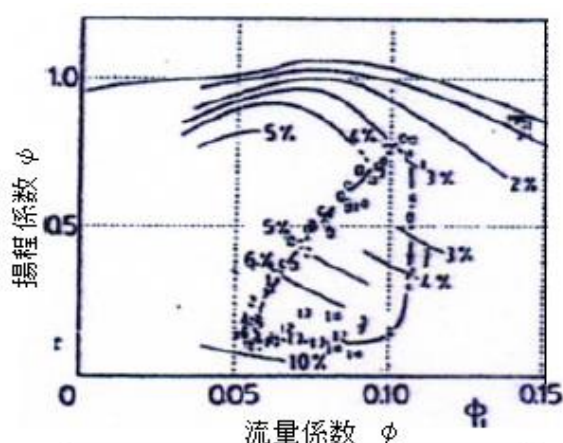


図12 空気吸込みによる揚程の低下とリミットサイクル

[文献(33)より]

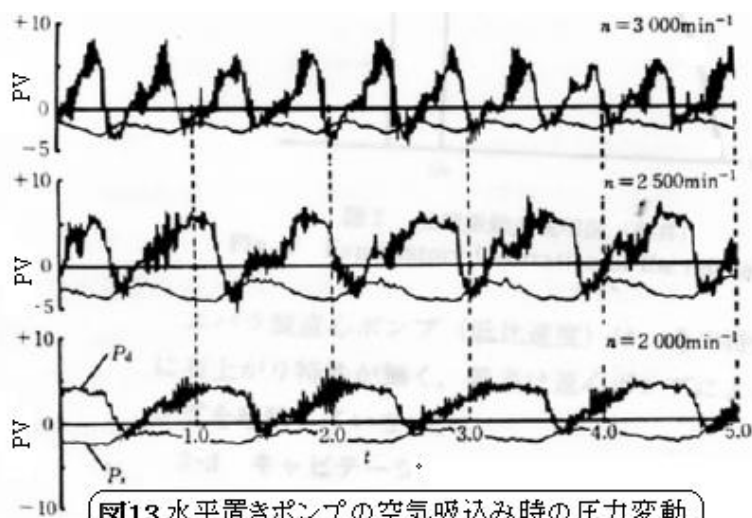


図13 水平置きポンプの空気吸込み時の圧力変動

[文献(33)より]

- (4) 吸込み渦振動は ZN 振動と同じく強制振動のひとつと見ていいと思うが、横型ポンプに比較的多量の空気が吸込まれると二相流化して揚程が低下するとともに右上がり特性が現われて自励的な振動が起きると言われる⁽⁹⁾。図 12 は空気吸込量の増加とともに揚程の低下と右上がり傾向が現われるのを示しており ZN 振動と同じくリミットサイクルの存在を予想している⁽³³⁾。図 13 は、その場合に系

に現れる脈動の様子を示しているが、これはリミットサイクル内で起こる自励振動と見られる。このような脈動は空気吸込みによるボイド率が3～10%のときに観察されている。その時の振動周期は

$$T = 2AL/Q \quad (\text{sec.}) \quad \text{-----}(5.1)$$

但し T = 振動周期、 A = 吸込管断面積、 L = 吸込み位置～ポンプまでの距離、 Q = 平均吸込流量であって、空気が移動して揚程変化が現われるまでの時間(ロスタイム)の2倍になっている⁽⁹⁾。

(5) 上記のような自励的振動では、その振動周波数は $(1/T)$ で与えられるが、通常レベルの空気吸込み渦では、振動はランダムになり周波数は確定的ではなく広域に及ぶ⁽³²⁾。そのため共鳴/共振が現われる確率は少ないが、吐出し側に空気/ガスが流れ停滞してエアハンマリングを起こすことになる。

(6) 対策としては、空気吸込み防止に尽きる。一般に下記のような対策が採られている。

- ・ 吸込み槽やノズルの配置/形状/寸法等の適正化
- ・ 自由水面の削減－ロフト/カバーの設置、天井設置など
- ・ 淀み防止スパーサ、渦消し板/旋回防止板(障壁)など
- ・ ボルテックスブレーカなど吸込み口処理など

詳しくは [FE-11-TM-001～003 気体吸込み渦発生の可否判定]を参照のこと。

6. サージング

(0) サージングはターボ機械分野でよく知られた自励振動である。特にエネルギーの蓄積が容易な圧縮性流体を扱う遠心送風機分野ではしばしば遭遇する脈動現象である。これにくらべターボポンプでは非圧縮性流体が扱われるためサージングが問題になることは少ないが、それでも幾つかの条件がそろえば不安定になる可能性がある。以下、ポンプ系に起きるサージング現象について要点を示す。

(1) 現象とその傾向について。サージングが発生するとポンプの吸込ラインや吐出ラインが振動する。配管の揺れはポンプ廻りだけでなくかなり広い範囲に及ぶことがある。タンクータンクの単純な配置では、ポンプ廻りの流体柱が一体となって動く印象があると云われる。

ポンプ自身はしっかり固定されているので揺れることはないが、ポンプの電流計や現場圧力計の針がよく振れる⁽³²⁾。ブロワー系ではサージングがおきると雷鳴音が発生するが、ポンプ系でも異音ができることがあるようである。

サージングは殆どの場合、部分流量すなわち設計流量以下の絞り運転で起きている。これはサージングが必ず特性曲線の右上がり領域(少流量域)で発生するからである。また運転スタート直後に発生することがあるが、運転前のエアージが不十分で系内に空気溜まりができたからである⁽³⁴⁾(ベント管の多い配管で然り)。空気抜きを十分に行えば解消する。

発生周波数は0.1～10Hz程度とかなり低周波数で確定的でない。サージングによる振動は配管系の固有振動ではなく全体系の固有振動に関係している。

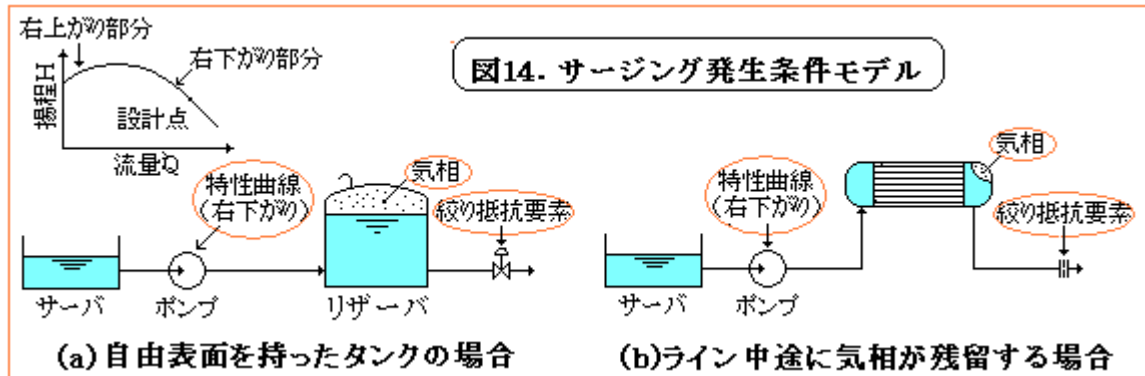
(2) 発生条件について。周知のようにファン/ブロワ類では、特性曲線に右上がり部分があると、単にその流量域で運転するだけでサージングが起きるとされているが、ポンプの場合サージングを発生

するには次の3つの条件が必要とされる⁽¹⁸⁾⁽³⁴⁾。

- ① ポンプ特性曲線(流量・揚程の関係)に右上がり部分があること。
- ② ポンプの下流に気相部(例えば空気だまりや自由表面)があること。
- ③ 更にその下流に流量調節弁のような絞り抵抗要素があること。

②の気相部としてはタンクの気相ばかりでなく、例えば熱交の水室や配管バンドにできたエアポケットも然り。またミニマムフローの戻り先のタンクの気相が発生条件になることもある。

③の絞り抵抗要素は振動エネルギーを系内に閉じ込めて振動周期を保持する働きがある。この場合気相部の後に抵抗要素がある必要がある。



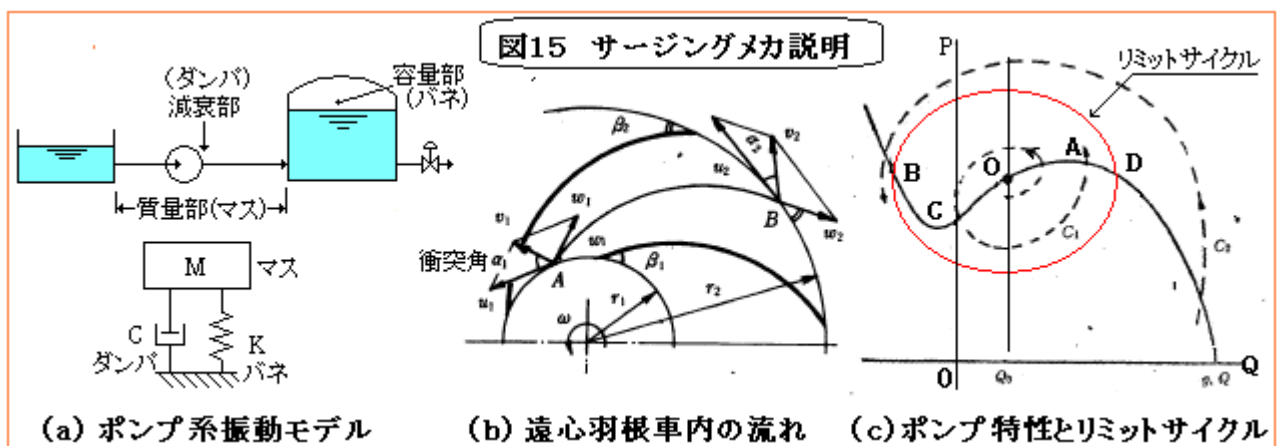
(3) 発生メカニズムについて。サージングは流体の持つ運動エネルギーをあるメカニズムを通じて持続可能な振動エネルギーに転換したものである。そのメカニズムは簡易的な流れ解析[例えば文献(35)]から得られる(→補5)。その場合、系の動的挙動を表わす式は次式で与えられる。

$$m(d^2q/dt^2) - C_p(dq/dt) + (1/F)q = 0 \quad \text{-----(6-1)}$$

ここで m = ラインの慣性項に該当するパラメータ ($=L/(gA)$)、 L = 管路長さ、 A = 管路流れ断面積

C_p = ポンプ特性曲線の勾配 [$= (dH_p/dQ)$]、 F = リザーバ(吐出側タンク)の断面積、

q = 変動流量、 t = 時間



(6-1)式は、機械系の振動式($Md^2x/dt^2 + Cdx/dt + Kx = 0$)と同じフォームで、ラインの流体柱の流量の変動量をマス・ダンパー・バネ系の変位で類似できる。即ち(6-1)式の第1項は慣性項(マス)として、第2項は減衰項(ダンパ)として、第3項は容量項(バネ)として作用する。そして第2項の係数 C_p は

特性曲線が右上がりのとき→正(+)、 特性曲線が右下がりのとき→負(-)

であるから、右上がりのときは第2項としては負の値をもち、何らかの外力(系の擾乱)が加わって

右辺の0が0でなくなったとき、外力に対抗するための(慣性項+容量項)を減じる働きをする。そのため、外力に歯止めが効かず、系の挙動を増長して不安定になる。右上がり特性のもつこの特性を**負性抵抗**という。自励振動の多くはこのように系がかかえる負性抵抗によって発生する。

以上の説明は少し抽象的なので別の表現をしてみる。羽根車入口流れ[図 15(b)]を考えて、

羽根入口の流量増加→羽根衝突角の減少→流れの剥離/損失の減少→羽根車の昇圧作用の増加
さて、この先は特性曲線の勾配によって別れる。即ち

右上がりの場合は流量増加へ、右下がりの場合は流量減少へ
流量が減少する時は、逆に

羽根入口の流量減少→羽根衝突角の増加→流れの剥離/損失の増加→羽根車の昇圧作用の減少
→右上がりの場合は流量増加へ、右下がりの場合は流量減少へ

になる。結局、

右下がりでは流量は逆に減少・増加傾向になり、抑制が効いて収束傾向になる。一方、
右上がりでは流量はますます増加・減少して、抑制が効かず発散傾向になる。

右下がりの場合は流量変動は押さえられて脈動は発生しない(発生しても微小に留まる)。一方、右上がりの場合は流量変動が拡がる。ただ右上がり領域は限られるので自ずとその変動は限られるはずである。これを模式的に描くと図 4(d)のようになる⁽³³⁾。即ち、当初 O の位置にあった流量が右下がり特性をたどって増加し(エネルギーを吸収し) A に達すると、右下がり特性が現われるために、今度は流量が減少しながら(エネルギーを放出ながら) O を経由して B に達し、再び右下がり特性に転じて流量が増加する。このように流量が無低減に増加あるいは減少することなく、定常的な増減(脈動)が、図のサークルの中で繰り返される。このサークルをリミットサークルと呼んでいる。なおこのサークルは反時計廻りになる。

サージングの可否判定について。以上の議論によれば、図 14 のモデルにおいてポンプ特性曲線勾配勾配 C_p が負であるか否かでサージングの可否が判定できる。ただ(6-1)式は羽根車の特性を C_p で代弁したものである。羽根車特性を考慮した可否判定式⁽³⁶⁾を補足説明(補 6)に示す。

- (5) 振動周波数について。サージングは自励振動であるため、加振周波数ではなく系の固有振動モードで振動するので、系の固有振動数(下記)が振動周波数になる。

(6-1)式の解の形を e^{st} とすれば、系の動特性は次式で与えられる。

$$ms^2 - C_p s + (1/F) = 0 \quad \text{-----}(6-2)$$

この式は、演算子 $s = j\omega$ ($j^2 = -1$, ω = 角周波数) とおくと $(-m\omega^2 + 1/F) + C_p \omega j = 0$ になり、その実数部のみを考慮することで固有振動数 f_0 が得られる。すなわち、

$$(-m\omega^2 + 1/F) = 0 \rightarrow \omega = 1/(mF)^{0.5} \rightarrow f_0 = \{1/(2\pi)\} \{1/(\rho CL)^{0.5}\} \quad \text{-----}(6-3)$$

ここで ρ = 密度、 L = ポンプ前後の管路長さ、 A = 管路流れ断面積、 F = リザーバ断面積、

C = コンプライアンス(= $F/(\rho gA)$)

ただこの固有振動数 f_0 は羽根車特性を簡略に扱っている。羽根車特性を考慮した式を(補 6)に示す。

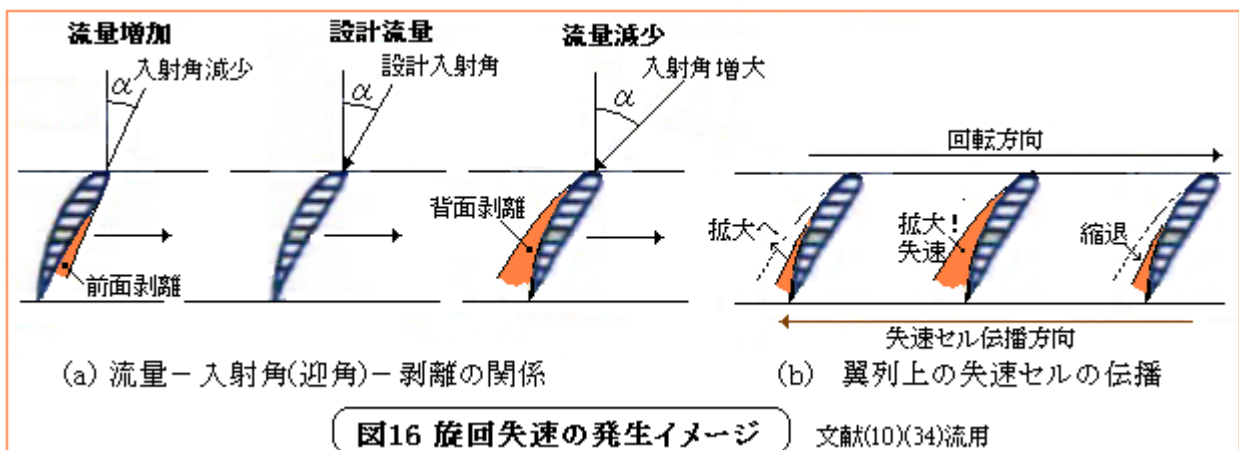
(6) 防止策について。次のような対策が考えられる。

- ① 右上がり特性を持たないポンプを採用する。ターボコンプレッサでは右上がり特性のない羽根車の設計はできないが、遠心ポンプや比速度(NS)の斜流ポンプでは右上がり特性のない羽根車の設計は可能である。軸流ポンプや比速度の高い斜流ポンプでは効率を下げることなく右下がり特性のない設計は難しいと云われる⁽¹⁰⁾⁽³³⁾。
- ② ポンプ吐出直後に制限オリフィスを挿入する。部分流量域でも見掛け上ポンプ特性が右下がりになるようにオリフィスの絞り抵抗を調整する。
- ③ 羽根車内の流れをアクティブ制御を行う。斜流ポンプの羽根車の入口から回転方向と逆向きの噴流を放出して羽根内部の2次流れを調整する⁽¹⁰⁾。
- ④ 流量調節弁(制限オリフィス)をポンプ直後に取り付ける⁽³²⁾。図14のように気相(→容積部)の後に流調弁など絞り抵抗要素を設けると、気相の圧縮効果で流体バネが効かず不安定になり易い。ポンプ直後であれば、後流の気相の影響を受けることがなく脈動を低く抑えることができる。
- ⑤ 十分に空気抜きを行いライン中の空気(ガス)溜まりや気泡の介在を排除する⁽³⁴⁾。運転スタート時、空気抜きが不十分でメイン配管の高所曲がりや分岐管等に気相が残留すると、液の変動分を気相が軽々と吸収/放出して脈動を肥大化する。造水プラントの試運転で水撃まがいのサージングが起きたこともある。タンク無しの系でサージング現象が起きたら、空気溜まりの可否を調べるべきである。

7. 旋回失速⁽⁵⁾⁽¹⁰⁾⁽¹⁹⁾⁽³¹⁾⁽³³⁾⁽³⁴⁾⁽³⁶⁾⁽³⁷⁾

(1) 旋回失速(Stall)はサージングと同様に、ターボ機械でよく遭遇する自励的な振動である。特に遠心送風機(ブロウ/ファン類)では低騒音振動源として知られているが、ターボポンプでは発生の規模が小さくたかだかポンプ廻りに留まることが多いのでそれほど目を引く存在ではない。ただボイラ給水ポンプで旋回失速がラインの圧力脈動の原因になった例⁽³¹⁾もあるので決して看過できない。以下、ポンプに起きる旋回失速についてその要点を示す。

(2) まず旋回失速の発生メカニズムについて。旋回失速を説明する場合、一般に”翼列”が使われる。これは羽根車を周方向に展延したもの。遠心式の場合、羽根のプロポーションはとりにくいので通常、軸流ポンプの羽根並びを用いてシンプルなモデルにしている(概念的には遠心式でも同じ)。

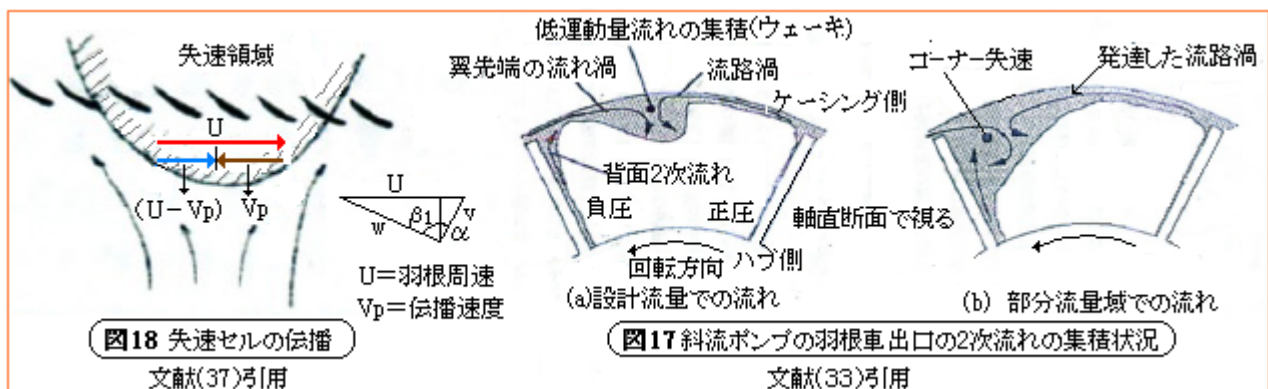


通常、羽根(ペーン)の形状は設計流量(最高効率点)で設計されているので、設計流量では上図の(a)の中央に示すように羽根周りの流れに乱れはなく流線が保たれている。然るに流量が設計値を下回って部分流量域に入ると、(a)の左側のように近寄り流速の減少によって羽根入口で入射角(迎え角)が増加して羽根の背面に流れの剥離が起きる。また逆に流量が設計値を上回って過大流量域に入ると迎え角が現象して前面に小規模な剥離がでる。

問題は部分流量域で起きる。この領域で、なんらかの理由で羽根車に入る流量が減少すると、背面の剥離ゾーンが顕著になり、次の羽根との間の流れ部分(セル)が狭まって局所的に流量が減少する。これによって次の羽根の迎角が増大して次の羽根の剥離ゾーンが増長し、その羽根の剥離ゾーンは元に戻る。図 16(b)はこの様子を示している。即ち剥離ゾーンが大きくなり流量がダウンしたセル(→失速セル)が逐次、流れ方向と逆向きに伝播してゆく。展開図でみればこの変動は単にスライドにすぎないが、実際は羽根は回転しているので丁度失速セルが旋回しているように見える(故にこの現象は**旋回失速**と呼ばれる)。もちろん旋回現象は外面からは見えないが、翼列の出口に熱線流速計をつけておくと失速セルの通過に応じて流速が変化するのを見ることができる。

軸直断面からみた斜流ポンプの羽根のセルで起きる 2 次流れ(≡剥離ゾーン)の様子を図 17 に示す。設計流量ではセルの外側に低運動量(低流速)部分が見られるが失速はない。しかし部分流量では背面(負圧側)の外側コーナーに大きな流れの失速部分ができています。

また失速セルの伝播のイメージを図 18 に示す。失速セルには発生領域がある。失速セルの伝播方向は確かに羽根の回転方向と逆であるが、羽根の回転速度の方が速いため、見掛け上は羽根の回転から遅れる形で羽根回転と同方向に移動することになる。



旋回失速は動翼(羽根車のペーン)のみならず**静翼**(例えば羽根車の後の案内羽根)にも発生する⁽¹⁰⁾⁽¹⁹⁾。その発生プロセスは動翼の場合にほぼ同じ(説明がくどくなるのでここでは割愛する)。ただ後述するように振動周波数に多少の違いがある。

以上は流量が減少する過程を取り上げた。流量が増加する時は、剥離ゾーンはそれなりに縮退して失速セルの動きは鈍ることが予想される。しかしある範囲内で失速セルの旋回は残るはずである。

- (3) 問題は、**旋回失速現象が持続しリミットサイクルを持つこと**である。あるきっかけで流量が減少し(増加し)、それは以上は減少する(増加する)ことがなかったら、減衰が効いて失速セルの伝播は長くは続かないと思われる。通常、部分流量域では、流量が減少し剥離ゾーンが大きくなるとポンプ揚程は減少する。逆に流量が増加し剥離ゾーンが増加するとポンプ揚程は増加する。これは部分流量域の右

上がり特性にほかならない。

一方、流量が設計流量に近づけば、剥離による運動量の低下はポンプの昇圧特性に効かなくなる筈である。何故なら殆ど例外なくポンプ特性は右下がりになるからである。即ち、仮にその流量域に旋回失速が存在しても、流量が減少するとポンプ揚程(セル圧力)は上昇するので剥離ゾーンの増大は阻止される筈である。図 15 の(c)に示すように通常、ポンプの性能曲線の右上がり部分は、両側を右下がり勾配に囲まれるので剥離ゾーンの伝播は限られる。結論を云えば、

旋回失速はポンプ特性曲線の右上がり部分でしか存在せず⁽³⁶⁾リミットサイクルを持つ振動現象であってポンプ内の流動によって持続する自励振動である。

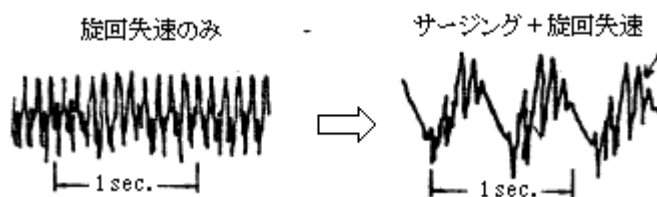
- (4) 当初、旋回失速は独自の振動現象として扱われていたようだが、現在は**プレ的なサージング現象**として扱われている(補 7)。即ち、

サージング→ポンプの右上がり特性に端を発した 1 次元的でシステム的な振動現象

旋回失速 →ポンプの右上がり特性のみによる 2 次元的な振動現象

ここで云う 2 次元的な現象とはポンプ内に限定された局所的な現象をいう(→図 17 のイメージ)。旋回失速現象はその延長上においてサージング現象のように下流の空気溜まりや流量調節弁の絞り抵抗の介在とシステムティックに連動することはまずない。

なお場合によっては下図のように**サージングと旋回失速が共存**することがある⁽³⁷⁾。右側の波形は長いサージング周期に、短い旋回失速周期が重なっている。サージングは系全体(例えば給水槽+吸込配管+ポンプ+吐出配管+受水槽)の振動になるので周期が長く(0.1~10sec)、旋回失速は羽根回転に係わるので周期が短くなる。



- (5) **旋回失速の影響について**。冒頭で述べたように、旋回失速は発生の規模が小さく、たかだかポンプ廻りに留まることが多いのでそれほど目を引く存在ではない。ただコスト削減などでインペラや軸スラストなどの設計が粗略になると、**機械的なトラブル**を引き起こす恐れがある。例えば⁽³⁷⁾、

- ・振動応力による羽根(翼)の疲労：羽根前後の外周寄り差圧変動で付根応力が変動。稀には共振も
- ・翼列の流体力/圧力の不均衡による軸振動： 軸系の損耗、場合によって共振の恐れも
- ・動翼と静翼の組み合わせの場合、干渉による振動の肥大化

- (6) **振動周波数について**。一般には、 $(0.6 \sim 0.72) \times (\text{回転数}/60)$ と云われているがもう少しバリエーションがあるようだ。例えば、動翼/静翼の振動周波数は次式のように見積もれる⁽³⁷⁾。

$$\text{動翼の場合： } f_d = \{1/(2\pi)\} Z_s (\omega_r - \omega_s) = Z_s \{1 - (\omega_s / \omega_r)\} N/60 \quad \text{-----(5-1)}$$

$$\text{静翼の場合： } f_s = \{1/(2\pi)\} Z_s \omega_s = Z_s (\omega_s / \omega_r) N/60 \quad \text{-----(5-2)}$$

ここで、 f_d, f_s =動翼, 静翼の振動周波数(Hz)、 Z_s =失速セル数(通常 $1 \sim V/3$)、 V =ペーン枚数、 ω_r =動翼の角速度(rad/s)($=2\pi N/60$)、 ω_s =失速セル伝播の角速度(rad/s)、 N =ポンプ回転数(rpm)

この式は、失速セルがペーン枚数に対し等間隔(実際は不等間隔)に分布するとして失速セルの通過周期 $T = (2\pi/\omega)(1/Z_s)$ から得られる。動翼の場合 ω は相対角速度 ($\omega_r - \omega_s$) になり図 18 の $(U - V_p)$ に相応する。一方、静翼の場合は失速セルの伝播角速度 ω_s のみが有効なので図 18 の V_p に相応する。

なお、 ω_s は動翼の角速度 ω_r の 0.3～0.8 倍程度なので、上式は、

$$\text{動翼の場合：} f = (0.2 \sim 0.7) Z_s N / 60, \quad \text{静翼の場合：} f = (0.3 \sim 0.8) Z_s N / 60$$

質的な違いがあるが殆ど差異はない。前掛け数値は平均 0.5、 Z_s は 1.2～1.5 ぐらいになるので、

$$f = 0.5x(1.2 \sim 1.5)(N/60) = (0.6 \sim 0.72)x(\text{回転数}/60)$$

(7) 振動防止対策について。次のような対策が考えられる。

- ① 右上がり特性を持たないポンプを採用する。
- ② ポンプ吐出直後に制限オリフィスを挿入して右上がり特性をなくす。
- ③ できれば比速度が小さいポンプを選ぶ(N_s が低いと失速が発生しないとも云われる⁽³¹⁾)。
- ④ ポンプ各部構造を見直して機械トラブルにならないようにする。

8. キャビテーションサージ⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾⁽²⁵⁾⁽³¹⁾⁽³³⁾⁽³⁶⁾⁽³⁸⁾⁽³⁹⁾

(1) ポンプ設備の設計では吸込み側のキャビテーションチェックが必須になっているが、これはポンプ吸込み側にキャビテーションが起きると、**振動や騒音、揚程の低下あるいはインペラ等の損傷**など種々の障害が起きるからである。ただ、その認識は近年少し変化してきているようである。かつてはポンプにキャビテーションが起きるとまもなく揚程が低下してポンプ運転を停止せざるを得なかったようだが、近年は、多少のキャビテーションが起きても揚程は低下せず圧力脈動だけが続くといった事態が現れるようになった。この現象は**キャビテーションサージ**と呼ばれる不安定現象で、**ロケットの液体燃料ポンプで起きロケットを縦振動させた POGO** と呼ばれる現象と同類のものである。そのため、旧来からかなり研究され議論されてきた経緯がある。技術的にはまだ議論が残っているようであるが、以下ポンプ関連設備を設計する上で認識しておくべきと思われるポイントをまとめてみた。

(2) まず現象とその傾向について。ポンプで起きるキャビテーションも一種のポンプ振動で、高周波の振動と特徴のあるキャビ音がでる。それは気泡の発生・消滅に伴うもので 強制振動に分類されるが、キャビテーションサージ(以下**キャビサージ**と略す)は**ポンプ吸込口を起点とした低周波数の圧力脈動でむしろサージに近い自励振動(不安定現象)である**。ただサージが右下がり特性で発生するのに対し、**キャビサージは特性曲線の勾配によらず発生する**。

図 19,20 に斜流ポンプに発生したキャビサージによる脈動波形を示す。羽根車の吸込み側に大きな鋸歯状の脈動がでている。この鋸歯状の特有な脈動波形は、場合によって U 字形にもなる⁽⁹⁾。

キャビサージ現象は吸込圧力と吸込流量によって変化する。下図にその例を示す⁽¹⁰⁾⁽³³⁾。この図ではキャビテーション係数 K を横軸にとっているが、これはパラメータの有効吸込揚程 $NPSH$ を変化させたもので、この図は実質上、**各吸込み流量(→流量係数 ϕ)における吸込圧力と揚程(→ポンプ吐出圧力)の関係**を表わしている。

最高効率点流量即ち設計流量の 50% 流量(→ $\phi = 0.044$)の場合の変化を追うと、まず吸込圧力が比較的高い $K = 0.4 \sim 0.5$ 辺りで軽微な脈動(→A タイプ)が現われる。更に吸込圧力を下げると脈動は消え、 $K = 0.17$ で再び現われ 7Hz 位で激しく振動(→B タイプ)する。この B タイプは流量が増え

でも現われるが、設計流量($\phi = 0.1$)に近づくと A タイプに似た軽微な脈動(\rightarrow C タイプ)が低い吸込圧力で現われる。観察から A,B,C の各タイプの脈動は次のように同定できる⁽³³⁾。

- A タイプ) 羽根車入口に逆流が存在する低流量域において比較的高い吸込圧力で発生する 10~20Hz の軽微な脈動。羽根車内部のキャビ泡は周期的に発生消滅するものの逆流ゾーンにあるキャビ泡は変動しない。
- B タイプ) 羽根車入口に逆流が存在する低流量域において比較的低い吸込圧力で発生する 1~10Hz の激しい脈動。逆流ゾーン中でキャビ泡が周期的に発生消滅する。
- C タイプ) 羽根車入口に逆流が存在する流量域(設計流量付近)において比較的低い吸込圧力で発生する 1~10Hz の軽微な脈動。A タイプと同様に羽根車内部でキャビ泡が周期的に発生消滅する。

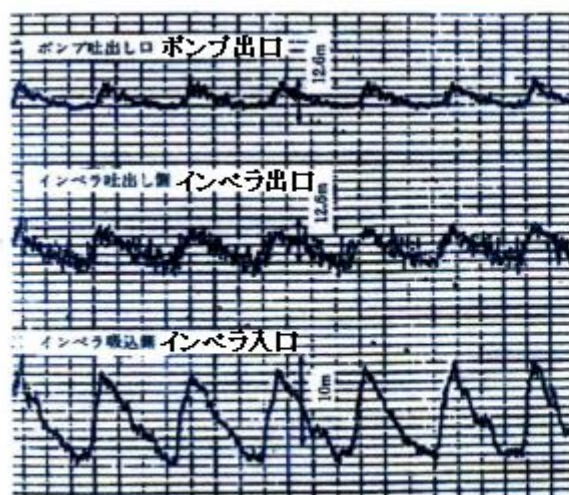


図19 キャビテーションサージの圧力脈動波形(斜流ポンプ)

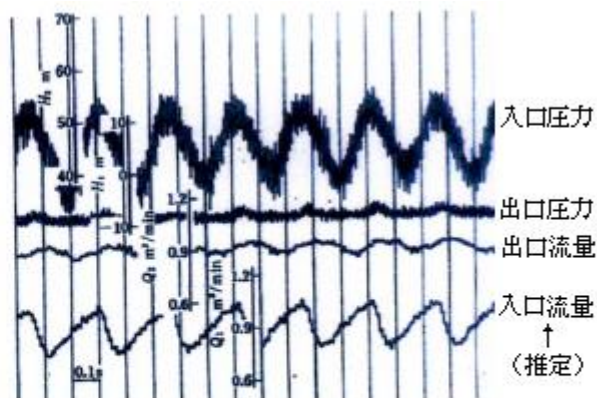


図20 キャビテーションサージの際の圧力・流量変動

<文献(9)より引用>

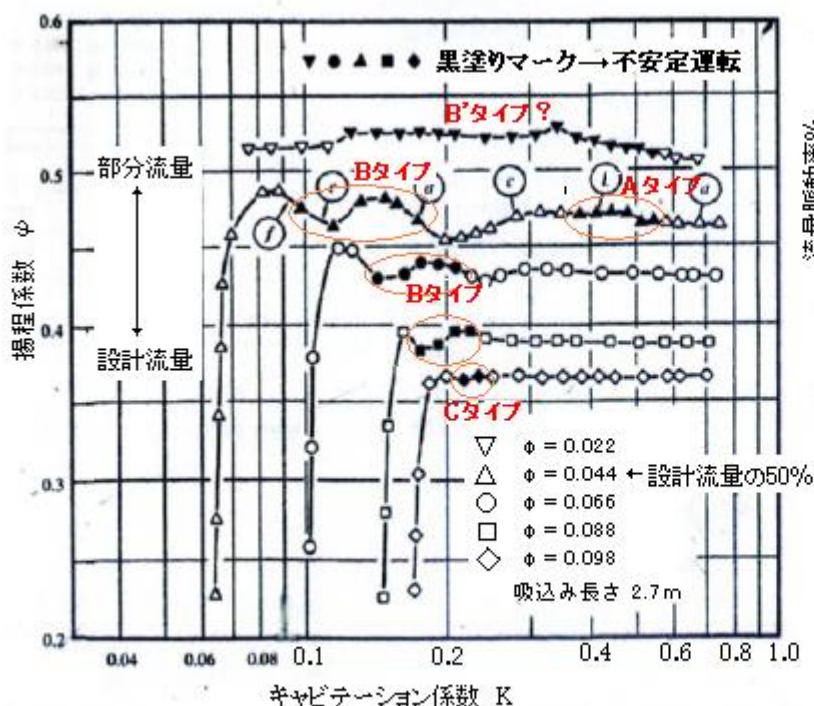


図21 キャビテーションサージの発生状況 <文献(10)から引用>

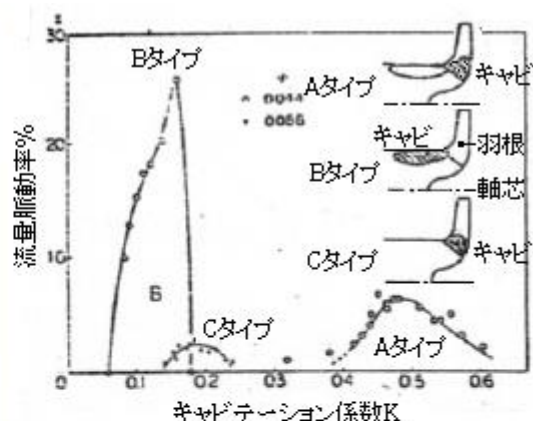


図22 キャビ係数と流量変動(タイプ別)

<文献(10)から引用>

A,B,C 各タイプの発生域と流量振幅の比較を図 22 に示す。B タイプの振幅は 25% に及ぶ。なお流量が締切点近くの極低流量域になると B タイプのような激しい脈動が起きる。これは **B'タイプ** と呼べるもので、周波数は低く、締切点近くでは吸込み管中心部に渦ができてその内部でキャビが発生・消滅を繰り返す。

- (3) 部分流量域に生じる B タイプの脈動は設備に著しいダメージを与える恐れがある(液体燃料ポンプで起きた POGO はまさしく B タイプの振動である)。以下このタイプについてその挙動を示す⁽³⁸⁾。
【 但し A タイプ,C タイプであっても、管路/配管の音響固有振動/機械固有振動と共鳴/共振すると顕著な振動・騒音を引き起こすので要注意である(念為)。 】

部分流量域の羽根車入口における**逆流現象**は羽根車の回転によって生じる。羽根の前縁位置に影響を受けるが、いずれの羽根形状であれ設計流量域では存在せず**部分流量域で現われ流量の低下とともに逆流量は増加する**。逆流ゾーンは常に吸込み口の外周にあり、吸込圧力が低下してキャビが発生が増えると逆流ゾーンの長さは縮退する。ゾーンが消滅する時は羽根車入口は殆どキャビ化している。

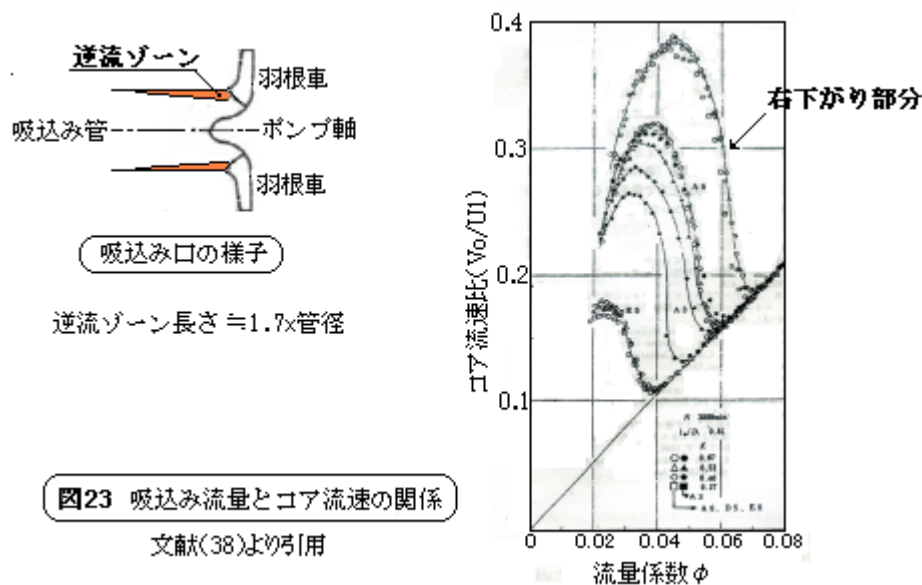
B タイプの脈動は、観察から次のようなプロセスをたどって不安定化したものと推定される。

吸込圧力低下→吸込流量 q の減少(増加)→逆流の増大(縮退)→吸込管の閉塞率増加(減少)

→管中心のコア流速 V_o の上昇(降下)→管中心～ポンプ入口の静圧低下(上昇)

→キャビテーションの激化(鎮静化)→キャビ体積 V_c の増加(減少)→吸込み流量の減少(増加)

即ち流量の増加と減少が大きく増幅されて不安定化する。このプロセスで注目すべきは**流量 q が減少するとコア流速 V_o が逆に増加すること**である。これは両者の間に位相差があって($q-V_o$)の相関曲線が右下がりになる場合に然り。図 23 によれば、B タイプの発生領域では右下がり勾配を示す。この場合、コア流量の変動周波数は系の音響固有振動数に漸近すると考えられる(共鳴?)。つまり B タイプの振動は、系の音響固有振動数付近で逆流が流量変動に応答して変動した結果、発生したものと考えられる。タイプ A とタイプ C の脈動は、流量変動に対する不十分な応答結果を反映しているような気がする。

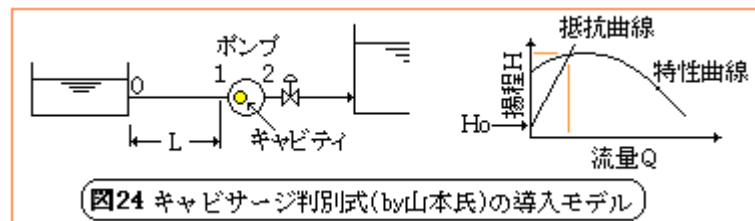


(4) 以上の発生メカニズムは、実験や観察およびデータ分析から推論されたものである。このアプローチは2,3次元的で、おそらくCFD(コンピュータによる流れ解析)と結びついて発展する要素がある。ただこのアプローチは複雑で一般化が難しい。そのため、以下に述べるような理論ベースの一次元的なアプローチもなされている⁽⁴⁾⁽⁸⁴⁾⁽⁸⁷⁾。以下これについて要点を紹介する。

キャビサージに限らないが、エンジニアリング的には振動現象の発生の可否判別が重要になる。キャビサージについて文献では次の3つの判別式が知られている。

- ① Greitzer の式⁽³⁵⁾ : $M_b' < (L_1/A_1)\{1 + K_o + L_p/L_1\}/K_T$ →別途 TS[FE-20-TM-005]参照
- ② 山本の式⁽²⁵⁾ : $M_b < (L_1/A_1)/(k_p - k_v)$ →補足説明(補7)参照
- ③ 辻本・上杉の式⁽³⁶⁾ : $M_b'' > 2(1 + \sigma)\phi$ →別途 TS[FE-20-TM-005]参照

煩雑になるので詳細な説明はここでは割愛する。左辺の M_b' 、 M_b 、 M_b'' は、それぞれの定義による **Mass flow gain factor** というパラメータである。③は①②と不等号の向きが違うが、これは③の M_b'' Mass flow gain factor の定義にマイナス(−)含まれるため、実質①②の不等号の向きと同じである。同じである(混乱するので、以降、③は除外して話しを進める)。①と②の違いは、ポンプ(要素)の扱いだけである。①はポンプ要素を等価な管路要素で扱っており関連して K_o, L_p, K_T の設定が手間である。その点、②は通常のポンプ特性曲線から k_p 、管路の抵抗曲線から k_v を求めればいいのでやや手間が少ない。①に比べ簡易化されているので厳密さは欠けるのかも知れないが、ここでは、②の山本式を用いてキャビサージの発生の可否とそのメカニズムについて議論する。なお、②式の導出については(補7)で説明する。



②の場合、動特性式は、(補7)の(6)式を変形した次の2次方程式で表わされる⁽²⁵⁾。

$$s^2 + (-1/C_p)\{m/(k_v - k_p) + M_b\}/(\gamma m)s + \{-1/(\gamma m C_p)\} = 0 \quad \text{-----}(8-1)$$

ここで s = 演算子(= $j\omega$ 、 $j^2 = -1$ 、 ω = 角振動数)、 γ = 比重量、 m = イナータンス(= $L/(gA)$)
 L = 吸込管長、 A = 管路断面積、 g = 重力加速度、 k_p = 特性曲線勾配、 k_v = 抵抗曲線勾配
 M_b = Mass flow gain factor(= $\partial V_c / \partial q_1$)、 C_p = Cavitation compliance(= $\partial V_c / \partial p_1$)
 V_c = キャビティ容積、 p_1 = 入口圧力(吸込圧力)、 q_1 = 入口流量(吸込流量)

不安定になるのは、左辺第2項が負になる場合であるから、

$$(-1/C_p)\{m/(k_v - k_p) + M_b\}/(\gamma m) < 0$$

この場合、Cavitation Compliance(C_p)は $C_p = \partial V_c / \partial p_1$ で定義されるが、ポンプ入口圧力即ち吸込み圧力 p_1 が減少(増加)すると、キャビティ容積 V_c は増加(減少)して常に C_p は負になる。故に、上式は

$$\{m/(k_v - k_p) + M_b\} < 0 \rightarrow M_b < m/(k_p - k_v) \quad \text{-----}(8-2)$$

になり、この式がキャビサージの発生を判別する式になる。

ここで(8-2)式の持つ意味を考えてみる。特性曲線が平坦か右上がり気味の部分流量域ではラインの

抵抗曲線勾配 k_v は、図 25(a)からもわかるように、ポンプの特性曲線勾配 k_p より常に大きいので $(k_p - k_v) < 0$ になるが、 $m > 0$ の故に、右辺の $m/(k_p - k_v)$ は負になって、常に $M_b < 0$ ということになる。また特性曲線が右下がりの設計流量域でも、図 25(a)からわかるように k_p は負、 K_v は正である所から、常に $M_b < 0$ ということになる。

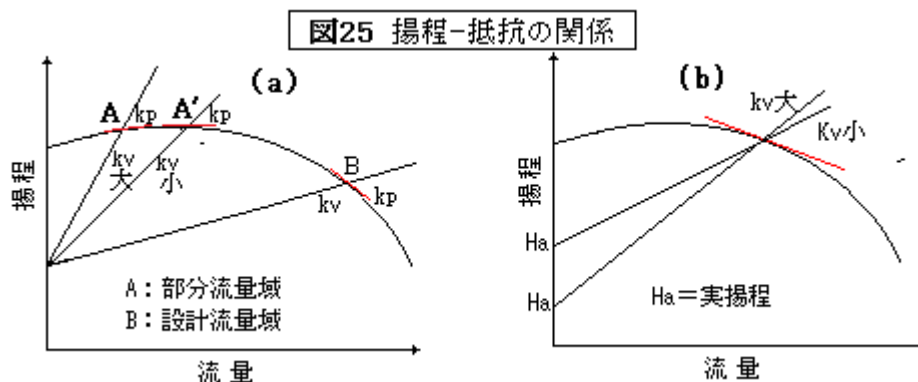
これは、ポンプの入口流量 q_1 が減じるとキャビティ体積 V_c が増え $[M_b = \partial V_c / \partial q_1] < 0$ になる事実と符合している(矛盾がない)。この場合、キャビティ体積 V_c が増えると入口流量 q_1 が更に減少するので歯止めが効かず、増長して不安定化する。逆にポンプの入口流量 q_1 が増加するとキャビティ体積 V_c が減じて $M_b < 0$ になり、 V_c の減少によって q_1 が更に増加して同様に不安定化する。即ちポンプの入口流量変動がどう増減しようともキャビ状態が存在する限り、不安定化する。

一方、ポンプの入口圧力 p_1 については、 p_1 が減少すると $[C_p = \partial V_c / \partial p_1] < 0$ なのでキャビティ容積が増加し、膨張によってキャビティ周辺圧力が増加して入口圧力の更なる減少を阻害する。逆に p_1 が増加するとキャビティ容積が縮小して周辺圧力が減少し、入口圧力の更なる増加を阻害する。即ち入口圧力の増減は系の安定化に効果をもつ。基本的に流量 q_1 の増加(減少)は吸込圧力 p_1 の減少(増加)と対応するため、キャビティ体積の変動を介して、互いに足を引っ張り合うことになる。

この足の引っ張り合いによって直に $[M_b < 0 \rightarrow \text{不安定}]$ という事態は回避されている。故に(8-2)式には存在意義がある。当該ポンプに対して試験かなにかで得られる Mass flow gain factor (M_b) は必ず負の値になるはずである(多分このとき M_b は特定の吸込み圧力に対し流量依存の形与えられる筈)。しかしそうであっても、もし M_b が当該ポンプ系の運転で決まる $[m/(k_p - k_v)] (< 0)$ を下回ることがなければ不安定化(キャビサージ発生)は回避することができる。

図 25(a)の A 点と A' 点を比べると、A 点の方が $(k_p - k_v)$ の絶対値は少し増加して右辺の $[m/(k_p - k_v)]$ の絶対値は若干小さくなる。右辺の絶対値が小さいということは不安定化し易いことを意味する。一方 A 点の流量は A' 点に比べ少し減少するので M_b の絶対値は若干大きくなる。この増減は(一)側でおきるので、相対的に A 点の方が不安定化しやすいということになる。これは図 21 の傾向、即ち**流量の減少(ϕ の減少)とともに不安定化しやすくなる**という一般傾向にマッチしている。

図 25 の A' 点を越えて流量が増加すると特性曲線が右下がりになる。この領域では k_v の絶対値は減少するが、 k_p がさほど変わらないので、右辺の $[m/(k_p - k_v)]$ の絶対値は次第に大きくなって不安定化しにくくなる。一方、流量は増加するので M_b の絶対値は次第に小さくなる。故に**特性曲線が右下がりの設計流量廻りでは不安定化しにくい**ということになりこれも図 21 の傾向とあっている。なお図 25(b)のように実揚程が小さいと k_v の絶対値は大きくなる傾向があつて、圧力損失で吐出圧力を消耗するポンプ設備では脈動が起き易い傾向があるのではないかと思う。



以上、一次元的なアプローチから得られるキャビサージの傾向をまとめると次のようになる。

- ① ポンプ内にキャビテーションが存在するときサージが起きる(ないときは起きない)。
- ② $M_b < 0$ のもつ不安定効果が、 $C_p < 0$ の持つ安定効果に打ち勝ったときにサージが起きる。
- ③ 流量域に関係なく(8-2)式は成立するので、キャビテーションサージは全流量域で起きる。
- ④ 特性曲線勾配と抵抗曲線勾配の差が大きい程、キャビサージが起こりやすい。また、ラインの抵抗曲線の勾配がきついほど、キャビサージを起こりやすい。

なお残念ながら、(8-2)式は部分流量域でおきる B タイプの過大な脈動を識別できない。山本式以外の 1 次元アプローチも然りと思われる。従って(8-2)式による判定だけでは不十分で、部分流量域でのキャビテーションの可能性をチェックし運転を抑制する必要がある。

- (5) キャビサージは自励振動であるため、サージングの項で述べたように系の固有振動数が振動周波数になる。系の固有振動数は動特性式(8-1)から得られる⁽³⁸⁾。即ち $\omega = j\omega$ とおいて

$$(\gamma m \omega^2 + 1/C_p) + (1/C_p)\{m/(k_v - k_p) + M_b\} \omega j = 0$$

実数部のみを考慮すると

$$(\gamma m \omega^2 + 1/C_p) = 0 \rightarrow \omega = \{-1/(L_i C_p)\}^{0.5} \rightarrow f_0 = 1/\{2\pi(-L_i C_p)^{0.5}\} \text{ -----(8-3)}$$

ここで L_i = イナータンス(= $\rho L_1/A_1$)、 ρ = 密度、 L_1 = 吸込配管長、 A_1 = 吸込配管流れ断面積

$$C_p = \text{Cavitation Compliance } (= \partial V_c / \partial p_1)$$

この固有振動数の傾向としては、

- ・一般に低周波数で、吸込圧力が下がるほど低くなり 5Hz 以下になることもある(C_p の影響)。
- ・吐出配管の影響は受けないが吸込配管長が短くなると高くなる(L_i の影響)。
- ・サージングではポンプ回転数の影響がなかったがこの場合、回転数に比例する(実験による)。

以上は(8-1)式をベースにしたものであるが、羽根車特性を考慮すれば⁽³⁹⁾、

$$f_0 = \{U_T/(2\pi)\}\{1/\sin\beta_1\}\{1/(2KL_1h)^{0.5}\}$$

記号説明は割愛するが、羽根車周速 U_T は回転数に比例する。また K は C_p 、 L_1 は L_i に比例するので、上記の傾向と合致する。

- (6) キャビサージの防止策としては次のようなものが挙げられる⁽³³⁾⁽²⁵⁾。

- ① 羽根車の前縁で起きる逆流を緩和するため円羽根車の入口径を小さくする。また最適の羽根前縁位置を選ぶ。
- ② 実験によれば脈動の現われる範囲がかなり少なくなるので羽根枚数をできるだけ増やす。但し締め切り前の極低流量域で脈動が大きくなることがある。
- ③ 脈動エネルギーは羽根車の回転数の 3 乗に比例する(☆)ので、できるだけ回転数を減らす。
- ④ キャビテーションを排除するため、ポンプ吸込み側に空気/窒素など気泡を混入させる。
- ⑤ 逆流やキャビ抑制のため、羽根車の吸込み側に吐出し側から高压の噴流を流す。
- ⑥ 羽根車の吸込み側に逆流緩和部を設ける。
- ⑦ 羽根車の前にインデューサ(螺旋状羽根車)を付ける。

なお、羽根車の吸込み直前にオリフィスや整流用十字板(旋回排除)を設けても B タイプの脈動には余り効かないという情報がある(念為)。

- (☆) 吸込流量変動 \propto 回転数、また吸込圧力変動 \propto 回転数の自乗なので、振動エネルギー(=吸込流量変動 \times 吸込圧力変動)は回転数の3乗に比例することになる(キャビサージ問題がポンプの高速化に伴って顕在化した事実と符合する)。

9. 旋回キャビテーションについて⁽⁹⁾⁽³¹⁾⁽³³⁾⁽³⁴⁾

- (1) キャビサージが現われるような低い吸込圧力/流量域で旋回失速によく似た圧力脈動が発生することがある。しかし、キャビテーションと共に現われ回転周波数($N/60$)よりも高い周波数を持っているため旋回失速とは明らかに異なっている。これを**旋回キャビテーション**(以下**旋回キャビ**)と呼んでいる。

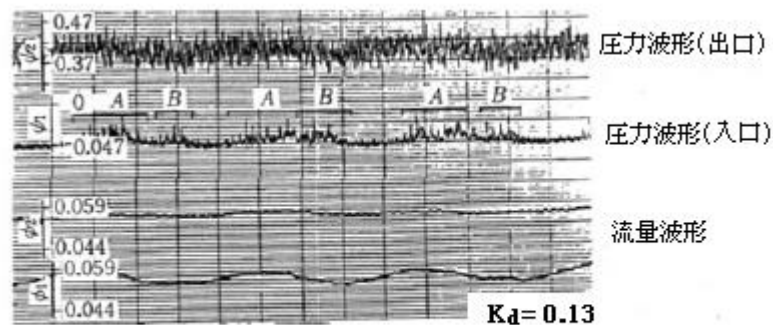


図26 旋回キャビテーション発生時の圧力/流量変動波形

<文献(9)より引用>

- (2) 旋回キャビは、インデューサ付きのポンプ、羽根枚数の多い軸流ポンプあるいは吸込みボリュートを持ったポンプ(☆)で発生が報告されている。キャビサージの発生と前後しておりわずかの条件の違いで両者が入れ替わると云われる。図26に脈動波形の計測例を示すが、この直後、波形はキャビサージ特有のU字波形に変ったと報告されている。その脈動の振幅は、逆流発生領域で現われるキャビサージ(Bタイプ脈動)に比べれば、かなり小さい。

- (3) 羽根の外周に付着して回転するキャビテーション発生長さの観察結果では、旋回キャビは羽根車の回転速度の1.1~1.3倍ぐらいの速さで、羽根車と同一方向に回転している。故にその振動周波数は、

$$f_0 = (1.1 \sim 1.3)N/60 \quad \text{但し } N = \text{ポンプ回転数(rpm)} \quad \text{----- (9-1)}$$

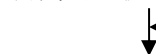
になる。この振動数は羽根車の回転に由来するので、キャビサージの場合と違って、配管などシステム側の影響を受けない。

- (4) 前述の通り、旋回キャビはキャビサージと同じメカニズムから派生したものである。即ち

システムに起きる何らかの擾乱



瞬間的な流量増加(減少)



羽根に対する流体の衝突角の減少(増加)



$M_b < 0$ によるキャビティ体積 V_c の減少(増加)



V_c の減少(増加)に伴う流量の増加(減少)

繰り返しの不安定化
→リミットサイクル化

同じメカニズムながら、キャビサージは1次元的でシステマティックに現われ、旋回キャビは局所的に現われたもの。従って、発生条件(発生の可否)はキャビサージと全く同じと見ていい。

- (5) 旋回キャビの発生は局所的で、脈動規模は小さいので通常、キャビサージに比べれば無視できる。しかしポンプのインデューサに発生すると半径方向のスラストがでてポンプ躯体を不安定にし障害がでる。またインデューサのチップをケーシングに接触させる恐れがあるという。

更に管路の音響固有振動と共鳴したり、配管の機械的固有振動と共振すると脈動が大きくなり振動が増幅される。**ZN 振動と同様に共鳴や共振を排除する必要がある。**

防止策はキャビサージの場合に準じる。

10. 羽根車の回転に起因する振動

ポンプ振動には、主にポンプ内の流動変動から派生するもの以外に、主にポンプの回転に伴って派生するものがある。以下にこれらの代表的な事例を概括して紹介する。

10.1 動静翼干涉による振動⁽³⁹⁾⁽⁴⁰⁾⁽⁴¹⁾

- (1) この振動は強制振動であって **ZN 振動に類似している**。ZN 振動は 3.0 節で説明したようにインペラ(羽根)から流出した流れとケーシング舌部(ケーシングの巻き始め)との干涉によるもので、通常は干涉部分は1箇所に限られる。しかし、**ディフューザポンプのように羽根車とガイドベーンがシリーズに連なってそれらの動翼と静翼が隣接すると、複数の翼(ベーン)で干涉が起き ZN 振動と違った様相になる**。特に干涉によって生じた**回転圧力場**が、ポンプを構成している静止構造部材—シュラウド、軸受リング、ウェアリングあるいはケーシング、回転構造部材—羽根車、ポンプ主軸などと共振すると内部部品の損傷が起きる。

例えば、ある**高圧多段ポンプ**では動静翼の干涉による圧力変動と回転軸の固有振動が共振して羽根車で破損が起きている⁽⁴⁾。対策として翼間の舌部を拡げ軸受・ケーシングの接続剛性をアップしたが効かず、羽根車相互の翼の位相を変えて段間の流体力をバランスさせ問題を収束させたようだ。また福島第2原発第3号機では、よく知られた**再循環ポンプ**(立軸単段ダブルボリュート形遠心ポンプ)羽根車廻りの破損が起きている⁽⁴¹⁾。これは典型的な動静翼干涉ではないが、羽根車で発生した回転圧力場が静止した軸受リングの固有振動と共振しておりメカ的には同じである。

- (2) ポンプの軸廻り構造体の固有振動モードには曲げモードが多くてモード減衰比が小さいため、この動静翼干涉による振動は勢い、過大な振動になり易いと云われる。そのため、種々のスタディが蓄積されている。しかしポンプ躯体内に問題に限られ、むしろポンプメーカーの範疇のなることが多いのでここでは簡単にメカニズムは説明しておく。

動静翼の干涉には、[ポテンシャル流れの干涉]と[粘性伴流(ウェーキ)の干涉]の2通りがあるが、何れも翼の揚力変動となり、その結果、周方向の圧力分布いわゆる**回転圧力場**を形成する。この場合
圧力場の特性マッハ数 <1 の時→圧力場は軸方向に減衰

特性マッハ数 >1 の時→減衰せずに発達し騒音・振動へ

発達する回転圧力場の形成について、図 27(A)(B)(C)によってもう少し詳しく説明してみよう。

羽根車とガイドベーンが隣接する場合を想定する。回転する動翼前端と静止した静翼後端が最接近するとき(+)の圧力変動がでるので、例えば動翼8枚 x 静翼6枚の組み合わせでは、図(A)のように180°対向した、いわゆる2直径節モードの回転圧力場が発生する。下図の例では1/4回転で圧力場は動翼と同じ方向に1回転している。つまり2つの山を持った圧力場が羽根車回転方向に4xNの回転数で回転している(Nは羽根車回転数)。この場合、2直径節モードになっているが、羽根枚数によっては0,1あるいは3直径節になることもある。因みに回転圧力場の生成条件式は、

$$nZ_g + k = mZ_r$$

ここで、 Z_g, Z_r = それぞれ静翼、動翼の羽根枚数、 k = 直径節の数、

n, m = それぞれ回転系、静止系に対する励振の次数

各系の振動数 f_r, f_g および回転圧力場の振動数 f_{pr}, f_{ps} は次のようになる。

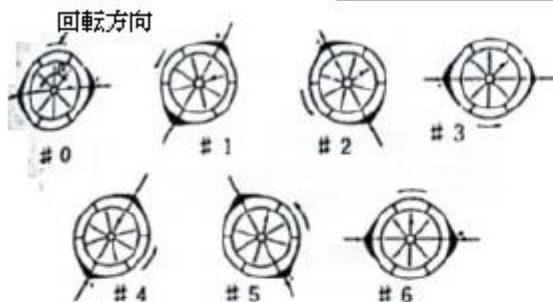
$$\textcircled{1} \text{回転系} : f_r = nZ_g N, f_{pr} = f_r / k = nZ_g N / k \quad \textcircled{2} \text{静止系} : f_s = mZ_r N, f_{ps} = f_s / k = mZ_r N / k$$

ここで、 f_{pr}, f_{ps} が振動周波数ということになる。

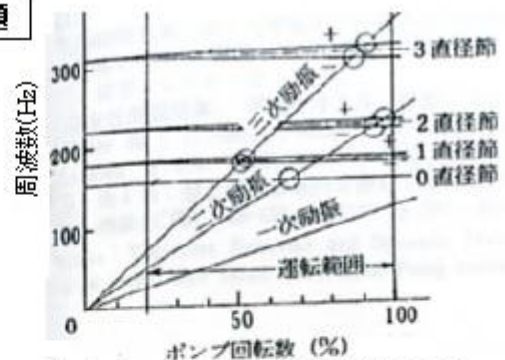
このような回転圧力場は、[羽根車→主軸]あるいは[ガイドベーン→ケーシング]あるいは[流体を介して軸受リングやウェアリングなどに伝えられる。もしこれらの構造体の固有振動モード(振動数 - 直径節数)に漸近すれば、共振が起きる。一例として軸受リングの固有振動モードを図(B)に示す。また、ポンプ回転数と固有/圧力場振動数の関係を表示したキャンベル線図の例を図(C)に示す。図中交差部分(○マーク)で共振ということになる(但し全てが然りではない)。

傾向としては、圧力場による加振力はポンプ回転数の自乗に比例する。なお構造体の固有振動数は回転数に依存するので、回転数が変わる可変速ポンプでは共振する可能性が高いと云われる。

図27 動静翼干渉問題



(A) $Z_r=8$ 枚、 $Z_g=6$ 枚の圧力回転場 [文献(41)号引用]



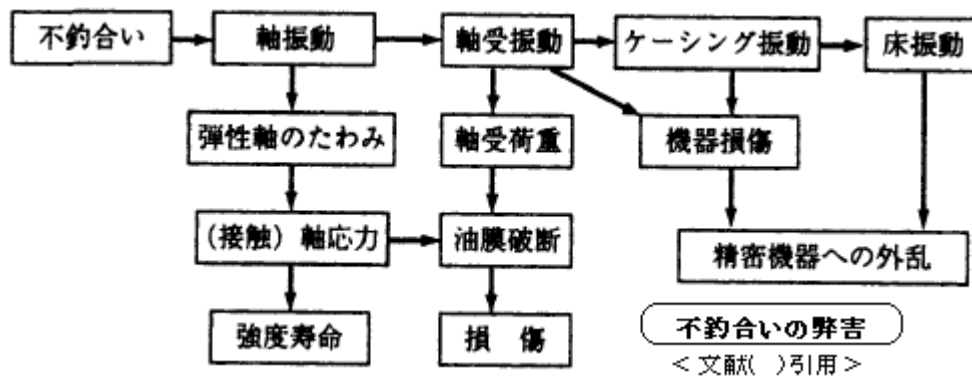
(C) キャンベル線図(例) [文献(41)号引用]

	0 直径節	1 直径節	2 直径節	3 直径節
固有振動モード				
空中振動数	—	—	353Hz	455Hz
水中振動数 ¹⁾	154Hz	178Hz	217/231Hz	306/323Hz
解析値 ²⁾	160Hz	176Hz	222Hz	317Hz

(B) 軸受リングの固有振動モード [文献(41)号引用]

10.2 流力的不釣り合いによる振動⁽³⁹⁾⁽⁴²⁾

(1) ロータ(羽根車+主軸)に質量の不釣り合いがあると、振動が起きて次のような弊害が起きる。



このためポンプ製作基準では不釣り合いの許容基準を設けて規制している。例えば、JISB0905 では

$G < 6.3 \rightarrow$ 許容 ここでグレード $G = \text{不釣り合い偏心量(mm)} \times \text{回転角速度(rad/s)}$

この基準を満たすため、バランスの計測値に従い錘を付加することでバランスが行われている。

このような物理的処理の必要性から通常、質量不釣り合いは機械的不釣り合いと呼ばれている。

一方、羽根車の幾何形状に製作誤差(例えば中心軸や羽根角度の偏り)があるとその回転によって生じる流体力にアンバランスが生じ、羽根車周方向の圧力分布や運動量変化が不均一になる。この流力的不釣り合いは力の方向が羽根車と共に回転するため、機械的不釣り合いにおける遠心力と同じ影響(振動)を軸—軸受—ケーシング—設置床に与える。振動タイプとしては強制振動に分類される。

- (2) 流力的不釣り合いについての許容基準は特にはない。しかしこの不釣り合い流体力は運動量に依存し回転数の 2 乗にするため、高速ポンプでは決して見逃せない。多段ポンプの調査結果によれば、

不釣り合流体力 > 羽根通過による高周波数成分 > 流れ剥離などによる低周波成分

となり、不釣り合いによる流体力変動はオリジナルの ZN 振動よりも大きくなる。従って、ポンプをその流力的不安定による振動周波数(=回転数)に近い音響固有振動数を持った管路に接続するとき、共鳴によって ZN 振動よりも大きな脈動が発生する恐れがある。

- (3) 流力的不釣り合いで注目されるのは、その時の流量によって不釣り合流体力の大きさ/方向が変化することである。下図は実験によるもので座標軸に不釣り合流体力をとり流量を変えてプロットしている。図中 ϕ は流量の多寡を示す流量係数で、 ϕ 値によってかなりブレがでているのがわかる。図(c)は[流力的不釣り合い+機械的不釣り合い](通常の場合然り)の場合を示している。 $\phi = 0.1$ でバランスを行い不釣り合いを是正しているが、 ϕ が変わると不釣り合量が変化している。これは、

バランスの効果がある流量範囲に限られる

ことを意味している。広範囲な流量域で運転される場合、注意すべき事実である。

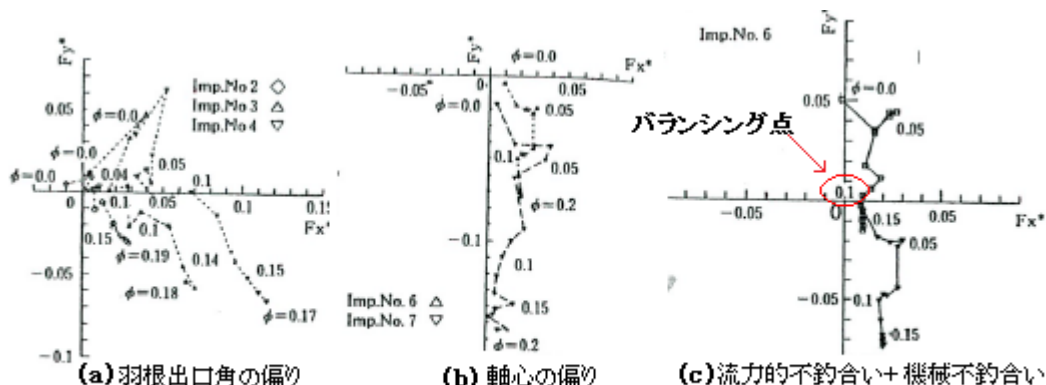


図28 不釣り合い流体力の分布例

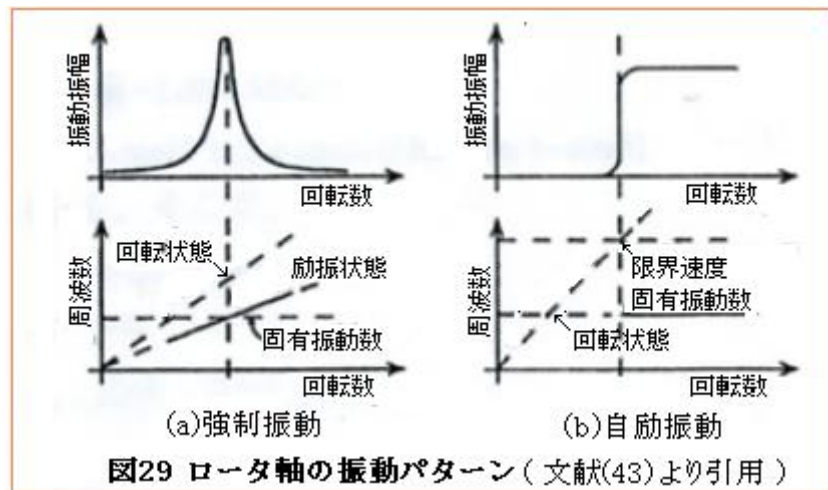
- (4) 規格の羽根車の製作誤差内であっても、幾何学的誤差によっては、前述の **G 値が許容値 6.3 の数倍になることがある**とされる。高効率化のため、ポンプの小型化・高速化の傾向がみられるようであるから、流力的不釣合いによるトラブルは増加傾向にあるとみていい。

10.3 ロータダイナミクスによる振動⁽³⁹⁾⁽⁴⁰⁾⁽⁴³⁾

- (1) 通常、ロータ軸(羽根車+主軸)に作用する変動流体力には次のようなものがある。

- ・羽根通過や動静翼の干渉によるもの、あるいは流力的不釣合いによるもの
- ・羽根車廻りの入口偏流/逆流/剥離/渦流などから生じるもの
- ・サージング/旋回失速/キャビサージ/旋回キャビなどから生じるもの

これら変動流体力はいずれもロータ軸に対して強制力として働く(たとえそれ自身、自励振動であってもロータ軸にとっては強制振動になる)。即ち図 29 (a)に示すように振動周波数が回転数に比例して増加し構造側の固有振動数に近づくと共振して振幅が大きくなるものの、それを過ぎると再び減少して元に戻る。然るに、この強制振動に際して**非定常流体力**が派生し、これが負性抵抗を誘起して**自励振動**になることがある。即ち図 29(b)に示すようにある回転数(限界速度)以上で運転すると振幅が急増し、それを越えても振幅が減少せず、事実上運転が不可能になる。これをロータダイナミクス不安定と呼んでいる。これは軸振動の最低次の危険速度以上で運転する場合に問題になる。



- (2) ロータダイナミクス不安定は、回転軸廻りの各部で問題になる。例えば液膜を介して軸外周に設けられた非接触環状シール部分ではフルイドホイップと呼ばれる自励振動が起きる。その場合⁽⁴⁰⁾、
- ・基本的に発生の有無はシール液膜反力の接線方向成分 F_t に依存しておりその弾性項が大きく減衰項が小さくなると発生しやすくなる。溝付きシールが然り。
 - ・低周波数域では回転速度をあげるほど、不安定化しやすい。回転周波数>軸固有振動数の高速ポンプで発生確率が高い。
 - ・回転数を上げて行く過程で突然振動は起き、回転数が上がりきっても止まらない。振動のピークは回転軸の固有振動数にある。

【ロータダイナミクスに関しては種々の情報があり技術が蓄積されている。ただ完全にポンプメーカーの範疇にあるが多いため、これ以上は割愛とする。】

11. 立軸ポンプ関連振動⁽⁵⁾⁽¹⁷⁾⁽¹⁹⁾⁽⁴⁴⁾⁽⁴⁵⁾

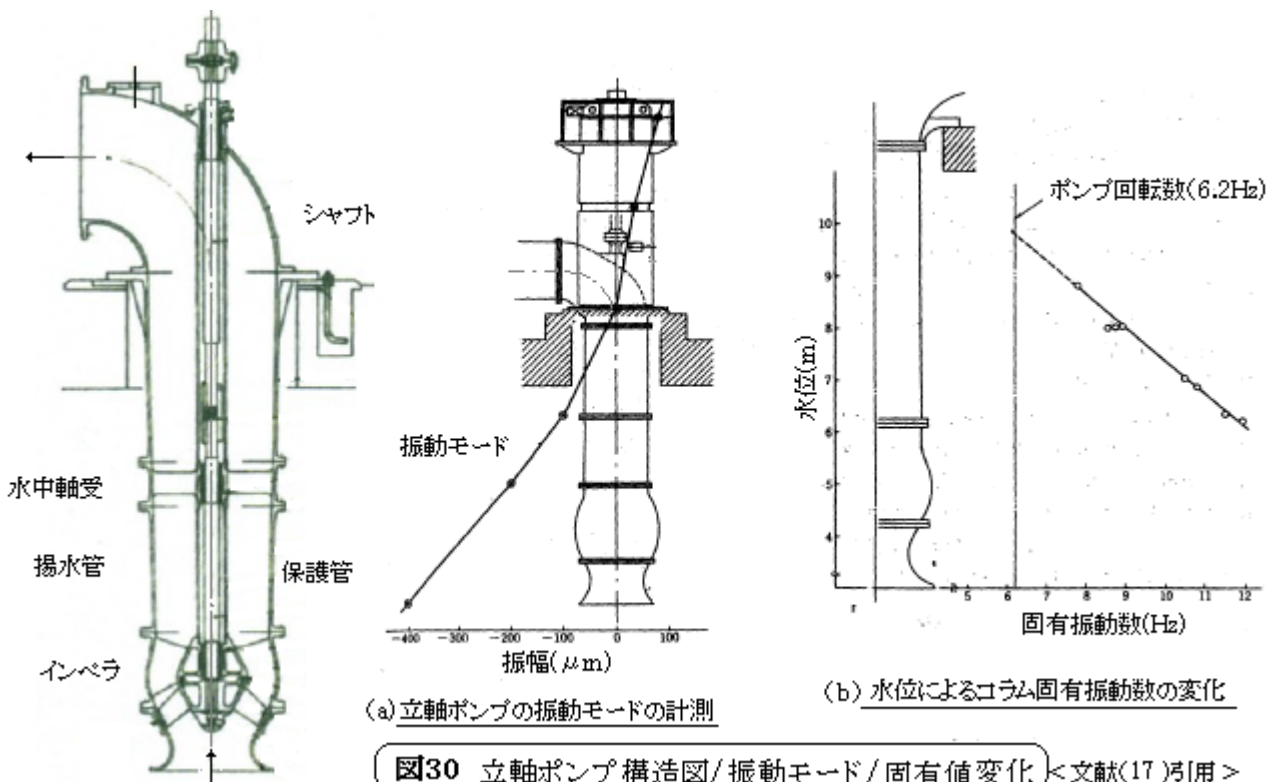
(1) 立軸ポンプは水中深く没した吸込口から水を取込み羽根車で揚水管(コラム)から地上に汲み上げる。羽根車がややオーバーハング気味にぶら下がりコラムも殆ど全部、地上のベースから吊り下がっている。この構造は本来、軸振動しやすくそれに関連してトラブルも多々見られるようである。ここでは3つの事例を紹介してみたい。

(2) 水位変化に伴うコラム振動について⁽¹⁷⁾。 運転中に電動機頭部に大きな振動が発生し続けた。ポンプ軸方向に振幅を測ったところ図 30(a)のような振幅一位相になっていた(これは明らかに1次振動モード)。また電動機トップに可変加振器を付け応答を計測するとポンドの水位によってコラムの固有振動数が図 30(b)のように変化し、水位が 10m まで上がるとポンプ回転数と一致し共振することがわかった。運転状態ではコラムは水に浸かっており固有値は水による付加質量の影響を受けている。そのため、図 30(b)のように水位が上がり付加質量が増すと固有振動数はダウンする。対策は吊り下げ部分の質量を変え固有振動数をアップすることであった。

この例は単純な1次固有振動モード下のポンド水位(付加質量)変化のみが原因にされているが、実際はかなり複雑な様相をもっている。例えば造水プラントの取水ポンプでは、3次、4次モードの不明確な共振がみられ、長期間、運転に障害をきたした。そのとき問題になったのは⁽⁴⁴⁾、

- ・継手類の緩みも含めた上部の吐出配管側からの外力やこれによる変形の影響
- ・支持基礎/ベースの拘束度とその剛性の影響
- ・ポンド壁から中間支持によるコラム剛性の影響

であった。これらはコラムの振動特性に結びついて共振の規模に関与すると思われる。ともあれコラム&その保持設備の固有振動解析は重要である。



(3) 可変モータのトルク変動に起因する振動について⁽⁵⁾⁽¹⁹⁾。立軸ポンプを用いた送液設備(下図)の運転

中に、配管全域に水柱分離を伴う異常な圧力脈動(下図)が発生し建屋にも響く大きな振動で、ポンプ運転が不可能になった。水中分離が起きたということは、脈動波形の谷で飽和蒸気圧を切ったということだから通常の圧力脈動では考えられない事態で、立軸ポンプの軸剛性の脆弱が根にあると思う。

起動時、モータ出力トルクの変動周波数が $\sim 10\text{Hz}$ あり、これが軸の振り固有振動数 $9.5\text{Hz}(\star)$ と共振し、さらに液柱の固有振動数と同調して液柱共鳴に至ったと考えられる。出力トルクの変動はモータの回転速度を制御するためにサイリスタ変換器を用いた為で、その場合、高周波のトルク変動が派生するといわれる。

対策としては、ポンプの配管長さを10%程度短縮し液柱固有振動数をアップし、ポンプの軸径を太くして軸の振り固有振動数を30%アップしている。サイリスタ速度制御は流量範囲を拡げ、効率化をもたらすが、水撃などの過渡現象やこのような脈動現象には要注意ということになる。

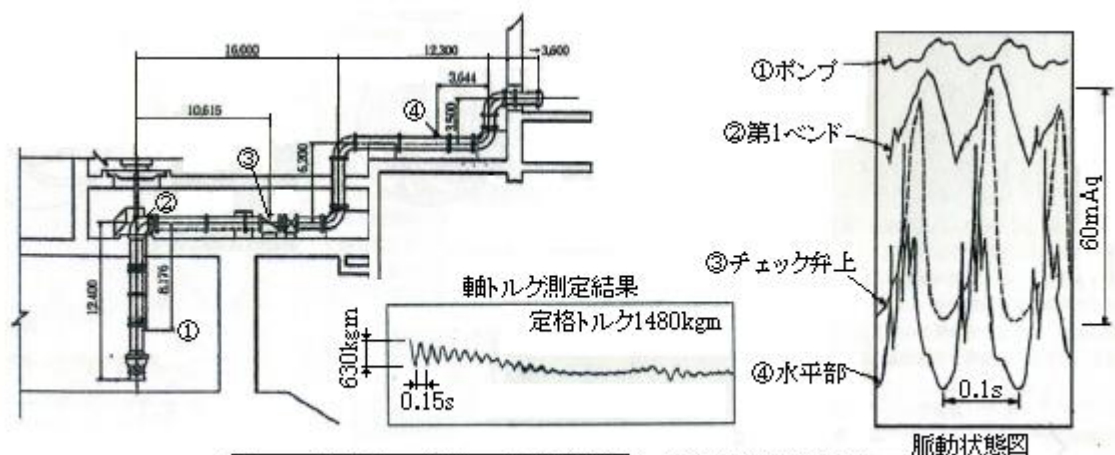


図31 立軸ポンプ系の振動状況 文献(19)より引用

(☆) この場合、軸固有振動数は次式から計算されている。

$$f = \{1/(2\pi)\} \{k(J_m + J_p)/(J_m J_p)\}^{0.5} \quad \text{但し } k = G\{\pi d^4/(32L)\}$$

ここで、 J_m =モータの慣性モーメント(kg m^2)、 J_p =ポンプの慣性モーメント(kg m^2)

G =横弾性係数(Pa)、 d =伝達軸径(m)、 L =伝達軸全長(m)

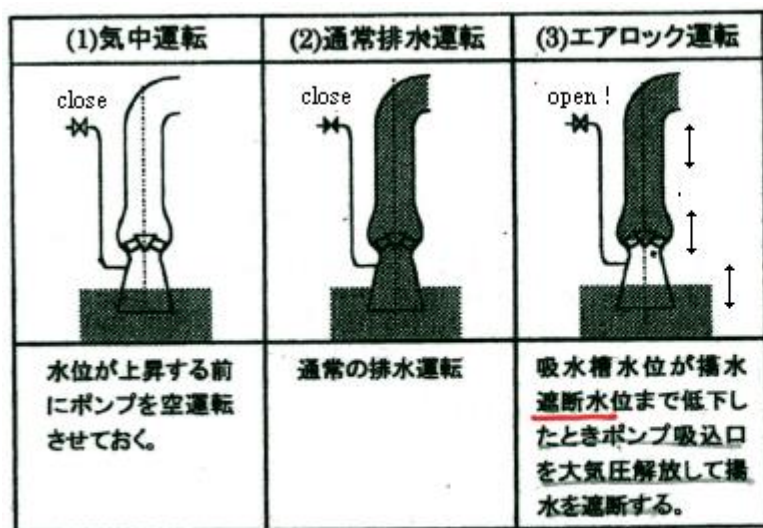


図32(a)全水位全速運転ポンプの運転状態 <文献(45)より引用>

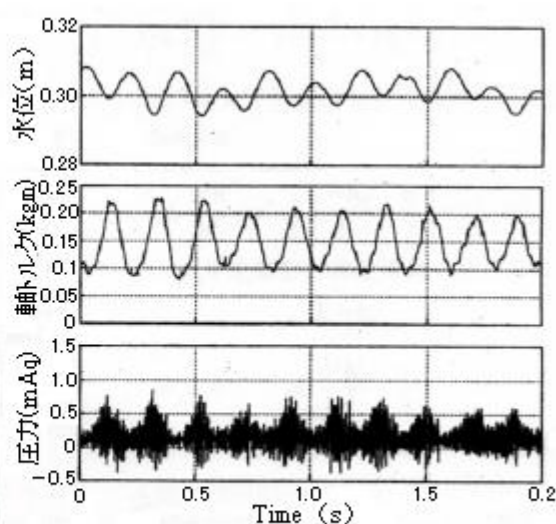


図32(b) 水圧振動時の計測データ
<文献(45)より引用>

(4) **エアロック運転状態の振動**について⁽⁴⁴⁾。都市の排水場で使われる大型立軸斜流ポンプの全水位運転のうちエアロック運転工程でこの振動が発生する。エアロック運転は図 32(a)に示すように給水槽の水位が限界水位まで低下した時に行われる操作で、ポンプ吸込側を大気開放してキャビを防止する為の操作と思われる。この状態で水位、吐出圧力、軸トルクに図 32(b)で示すような振動が発生する。この振動は自励的な振動で、そのメカニズムを次のように推定される。

- ① 羽根車が水を押し上げ、ポンプ内水面は上昇する。このとき
- ② 羽根車内の水の体積が減少するため軸トルクは小さくなる。そして
- ③ 羽根車内の水が減少してゆくに従い羽根車による昇圧能力がダウンし、
- ④ ポンプ内の水柱による静圧が羽根車による昇圧を上回る為にポンプ内の水は下降する。そして
- ⑤ 羽根車内の水の体積が増えて羽根車の昇圧能力が増大するとともに軸トルクはおおきくなり、再び ①－⑤がくりかえされる。

この現象に対しどのような対策が採られているかは残念ながら情報をえていない。

12. 高圧多段ポンプの振動^{(46)~(51)}

(1) 多段ポンプはメカ的に規模が大きく流体に関連する振動も多いようであるが、特に**ポンプ動特性の不安定に伴う振動現象**は注目される。この現象はかなり特異なもので、次の傾向が観察される⁽⁴⁶⁾。

- ① ポンプ流量が、例えば設計流量の 20%以下といった部分流量域で不安定化する。
- ② その場合、ポンプ特性曲線は右下がり気味で右上がりではない(→サージングではない)。
- ③ [ポンプ+配管]に大きな振動がでる(→システム的な脈動、工場試験では現われない)。
- ④ 脈動周波数は比較的低い(例えば 4Hz とか 7~12Hz とか)。

その後の調査研究の結果から、現在、この特異な振動現象は次のように理解されている⁽⁴⁷⁾。

“通常、設計で使われている特性曲線は静的特性、即ちポンプ振動無しの時のデータによるものであり、振動の介在を考慮した動的特性ではない。この動特性は周波数に依存して変化する。そのため、仮に工場試験では右下がり特性の安定した運転であっても、システムに組み込んである周波数の振動が加わると右上がり特性の不安定な状態(脈動状態)になる。特に接続される配管系とシステム的に連動して大きな振動に増幅される恐れがある。”

以下、この不安定振動について少し詳しく紹介しておく。

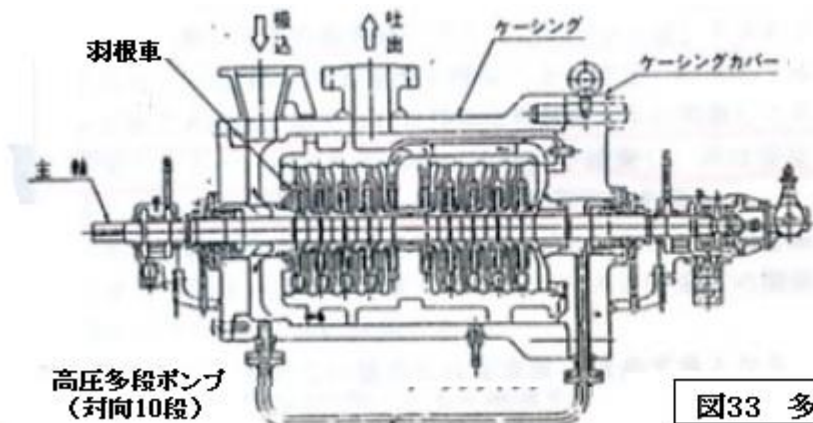


図33 多段ポンプの例

(2) 試験ではポンプ動特性に及ぼす流量/回転数/ポンプ段数などの影響が確認されている⁽⁴⁷⁾⁽⁴⁸⁾。即ち、

- ① 低流量になるほど不安定化の傾向が著しくなる(例えば 35%ミニフローで)。もともとオリジナル(無振動状態)の曲線勾配には低流量域で平坦になる傾向(→不安定傾向)があるが、振動状態になってもこの傾向は残っている(突発性はなく連続性がある)。
- ② ある周波数帯域で不安定になる(流量によらず 7～12Hz と云うデータあり)。
- ③ 回転数の増加によって不安定傾向が強まる。静特性から動特性の変化が顕著になる。
- ④ ポンプ段数が増えるにつれ不安定化し易くなる(実際の曲線勾配が右上がり傾向になる)。
- ⑤ 比速度 N_s が小さいほど不安定化し易い。高圧多段ポンプで然り。

高圧多段ポンプでこの種のトラブルがでているのは、④⑤の反映と思われる。ただ現象としては決して高圧多段ポンプに限らないとみていい(注意すべき)。

(3) 文献(46)によれば、この不安定現象の発生条件は次のようになる。

- ① もともと不安定な動特性を持つポンプが低流量で運転される場合、
 - ② 配管系の液柱固有振動数がポンプ動特性を不安定に導く周波数帯域に入る場合、
 - ③ 配管系のダンピング(減衰)が少ない場合、
- ①単独では殆ど振動にはならないと思われる。 ①+②→①+②+③と激化してゆく。

(不安定に導くきっかけは特に記されていないが、羽根後縁の渦の作用を疑っているようだ。またここ云う配管系について定義はされていないが、サージングと同様にポンプも含めた全体配管系を言っているようだ。)

(4) この不安定現象の発生メカニズムを理解する上で、ポンプの動特性を知ることは重要である。一般にポンプ動特性は下記のマトリックス式で与えられる(補 9)。

$$\begin{Bmatrix} p_d \\ q_d \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_s \\ q_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & (Z_{pr} - L_p S) \\ -C_p & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_s \\ q_s \end{Bmatrix} \quad \text{----- (e)}$$

ここで p =圧力変動分、 q =流量変動分、 G =行列変数、 S =演算子($j\omega$)、 ω =角振動数、 j =虚数
 Z_{pr} =ポンプレジスタンス、 L_p =ポンプイナータンス、 C_p =ポンプコンプライアンス
 サフィックス： d, s →それぞれ吐出側、吸込側、11～22→行列番号

動特性式で重要なのは、 $G_{12}=(Z_{pr}-L_p S)$ である。 G_{12} はポンプインピーダンスと呼ばれており、吸込流量の変動とこれに対する吐出圧力の変動の割合を表わしている。この式では、

実数部分 Z_{pr} → ポンプレジスタンス → ポンプのもつ抵抗作用を表わす

虚数部分 L_p → ポンプイナータンス → ポンプの“管路”としての慣性効果を表わす

を表わしている。重要なのは実数部分の Z_{pr} である。これは特性曲線の勾配を表わすもので、

- ・勾配が右下がりのとき → オリフィスの絞り効果と同じように、正の抵抗によって減衰効果を与えて系を安定化させる。
- ・勾配が右上がりのとき → オリフィス効果はなく負の抵抗によって系を励振し系を不安定化させる。

前述のように無振動($\omega=0$)の場合は、特性勾配 Z_{pr} は低流量域で平坦に近づくが、それでもなお右下がりであることが多い(そうでなければポンプ吐出口にオリフィス(抵抗)をつけて無理

やり右下がりにする)。通常のポンプ特性曲線(揚程曲線)は無振動($\omega=0$)の時のもので、 $\omega \neq 0$ のときポンプ特性曲線がどうなるか殆ど不明である。その場合は動的試験によって特性曲線を割り出すほかない。動的試験の方法はだいたい確定しているようで、異なる境界から得られる2つの実験データを用いた次の式から得られる(補10)。

$$G_{12} = \{Z_s Z_s' / (Z_s - Z_s')\} (1/H' - 1/H) \quad \text{ここで } Z = \text{インピーダンス}(p/q), H = \text{出入口圧力の比}(p_d/p_s)$$

図34と35に任意の振動周波数を与えて得られた動的試験結果の例を示す⁽⁴⁸⁾。図34は流量が減少して定格の20%を下回って Z_{pr} が正になると3~7 Hzの間で不安定になることを示している。また、図35はポンプ回転数が大きくなるほど、不安定になり易いことを示している。

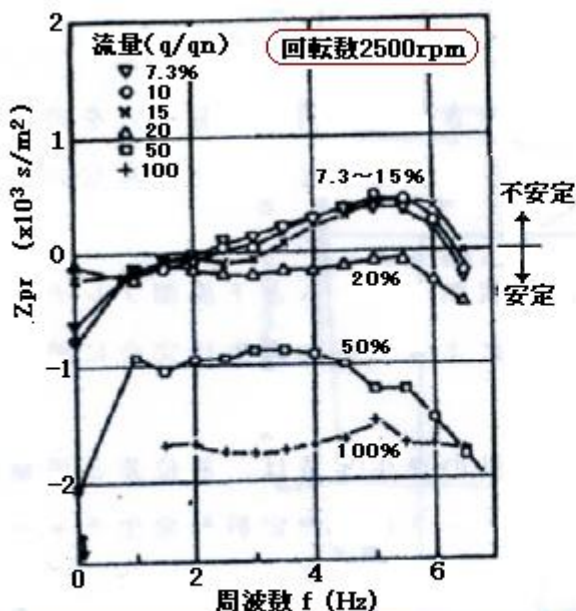


図34 ポンプレジスタンス-流量-周波数の関係
〈文献(48)から引用〉

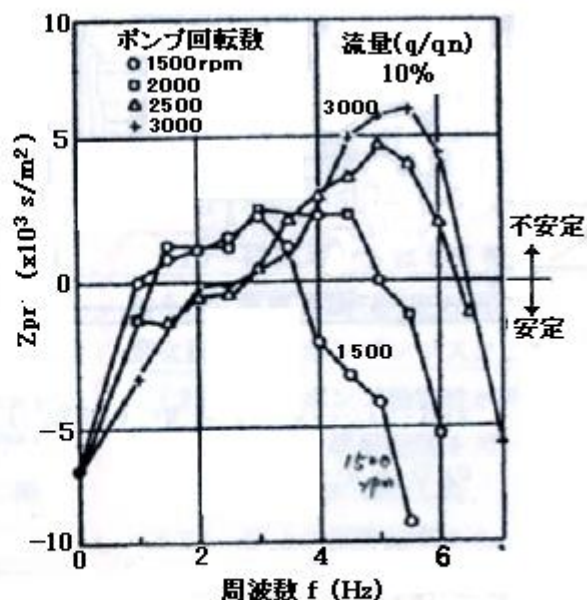


図35 ポンプレジスタンス-ポンプ回転数-周波数の関係
〈文献(48)から引用〉

このような試験データは図36のように模式的に表わすこともできる⁽⁴⁹⁾。この模式図では、縦軸がポンプレジスタンス、横軸がポンプ内外に想定される振動周波数である。レジスタンスが正の領域にあれば不安定、負の領域にあれば安定する。図中、 Z_1 、 Z_3 は丁度0なので安定・不安定の境目にある。 Z_2 はMax.の不安定ポイント、 Z_0 と Z_4 は安定ポイントである。 $Z_0 \sim Z_4$ を、通常、目にする特性曲線(→静特性の曲線)で表わせば、図36の右のように示すような勾配(dH/dQ)になる。 Z_2 は右上がりの正の勾配に、 Z_0, Z_4 は右下がりの負の勾配になる(何故、右上がりでは不安定になるかは6.(3)のサージング項を参照のこと)。

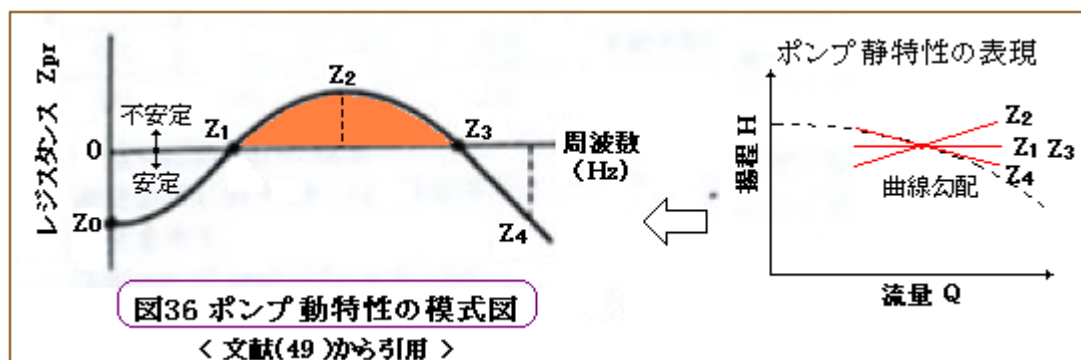


図36 ポンプ動特性の模式図
〈文献(49)から引用〉

- (5) さて(3)の発生条件にも述べたように、単に動特性が不安定な周波数ゾーンを持つだけでは不安定は発症しない(発症しても継続しない)。**ポンプ+配管のシステムの音響固有振動数が不安定周波数帯域に入ることが不安定化の前提になる**。解析的にはシステム構成要素の伝達マトリックスをリンクした全体行列式(特性方程式)を解いて系の固有ベクトル $S(= \alpha + \beta j)$ の実数項が正になるか負になるかでシステム(系)の安定性を判定する($\alpha > 0$ で不安定と判断する)。有力なポンプメーカーであればポンプ動特性試験+安定性解析が可能である⁽⁴⁹⁾。
- (6) クリティカルなポンプ設備では、設計段階で[ポンプ動特性試験+安定性解析]を行うのがベターである。一般的な対策としては次のようなものが挙げられる⁽⁴⁸⁾。
- ① **動特性の安定化**：羽根形状の調整例えば羽根出口角度を変えて安定化を図る。あるいは羽根車の羽根縁をカットしてガイドベーンとの隙間を拡げるなど
 - ② **配管系特性の改善**：例えば配管を短くして固有値をアップするとか、圧損を大きくしてダンピング(減衰)効果をアップする。
- (7) 以上、高圧多段ポンプの動特性の不安定に伴う振動現象について要点を述べた。多段ポンプにはこれ以外にも種々の流体関連振動がみられる⁽⁵⁰⁾⁽⁵¹⁾。以下、その主要な例を挙げておく。
- ① ロータダイナミクス：軸受シール部、環状溝付きグループシール、スワールブレイカ(防止溝)あるいは軸受などの環状構造部分などで発生
 - ② 動静翼干渉部分(インペラ vs ガイドベーン)：対策としては、「ガイドベーン羽根入口先端のランダムカット」や「インペラ vs ガイドベーンの取付ピッチ調整(流体的なバランシング)」
 - ③ ポンプの運転不安定による逃がし弁の自励振動：自動的にミニフローラインにつながる特殊な逃し弁の事例あり。逃がし弁に含まれる負性抵抗特性に由る振動。
 - ④ ポンプウェアリング部分におけるキャビティ音：隙間流れの溝通過時のキャビティ振動
 - ⑤ 吐出弁による強制振動：流体の弁通過時の波動によるポンプ/弁の振動
 - ⑥ 危険速度による旋回失速振動の激化：ウェアリング溝によるダンピング低下に由る。

その解は次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} p_2 \\ m_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ m_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ m_1 \end{Bmatrix}$$

Where $d_{11} = (a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21})c_{11} + (a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22})c_{21}$

$d_{12} = (a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21})c_{12} + (a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22})c_{22}$

$d_{21} = (a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21})c_{11} + (a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22})c_{21}$

$d_{22} = (a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21})c_{12} + (a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22})c_{22}$

$a_{11} = \cos \beta L_s$, $a_{12} = -(a/S_s)j \sin \beta L_s$, $a_{21} = -(S_s/a)j \sin \beta L_s$, $a_{22} = \cos \beta L_s$

$b_{11} = \cos \beta L_{eq}$, $b_{12} = -(a/S_{eq})j \sin \beta L_{eq}$, $b_{21} = -(S_{eq}/a)j \sin \beta L_{eq}$, $b_{22} = \cos \beta L_{eq}$

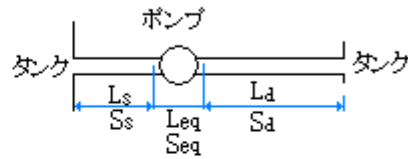
$c_{11} = \cos \beta L_d$, $c_{12} = -(a/S_d)j \sin \beta L_d$, $c_{21} = -(S_d/a)j \sin \beta L_d$, $c_{22} = \cos \beta L_d$

L_s, L_{eq}, L_d = 吸込、ポンプ相当 及び 吐出 各管長

S_s, S_{eq}, S_d = 吸込、ポンプ相当 及び 吐出 各管断面積

$\beta = \omega/a$ 、 ω = 周波数、 a = 流体音速、 p = 圧力、 m = 質量流量、 j = 虚数

サブフィックス: s → 吸込み、 eq → ポンプ相当、 d → 吐出

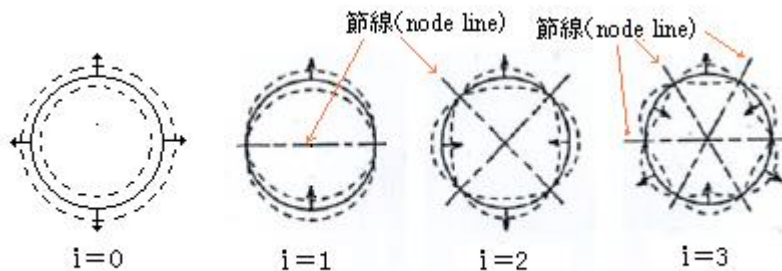


(補 4) Blevins によれば、円環リングの固有振動数 f_i は次式で与えられる。

$$f_i = \{1/(2\pi R)\} \{h/R\} \{i(i^2 - 1)/(1 + i^2)^{0.5}\} (1/12)^{0.5} [E/\{\gamma(1 - \nu^2)\}]^{0.5}$$

ここで R = 円環の半径(m)、 h = 肉厚(m)、 E = 縦弾性係数(kg f/m²)、 ν = ポアソン比

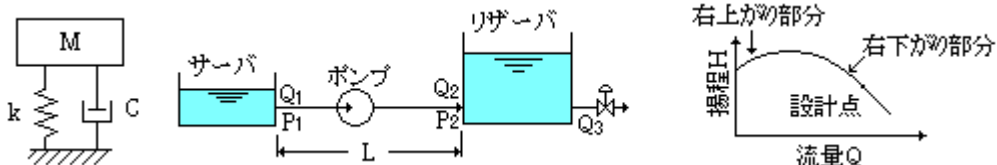
γ = 密度(kg s²/m⁴)、 $i = 2, 3, 4, \dots$



薄肉円筒シェルの周方向振動モード

(補 5) ターボポンプの不安定現象については、種々の文献(例えば Greitzer 文献⁽³⁵⁾)で簡易解析が紹介されているが、特に内容的に差異はない。ここでは講習会資料⁽²⁵⁾⁽³³⁾を参考に下記のモデルを用いてサージングの動的挙動を表わす方程式を導く。但し以下の仮定をおく。

- ・流れは一つの流線からなる一次元流れとする。
- ・流れ断面は大きく変化せず、平均断面積 A で支障なく扱えるとする。
- ・入口流量 Q_1 と出口流量 Q_3 は変動がなく一定で等しいとする($Q_1 = Q_3$)。
- ・入口圧力 P_1 は変動がなく一定とする。
- ・サーバ出口とリザーバ入口は同じ高さにあるとする。



まずリザーバ入口を考える。この区間の流れを非定常のベルヌーイ式(微分形)で表わすと

$$A(dp/dx) dx + \gamma Adz + \rho Adx(du/dt + udu/dx) = \gamma A(dH_p/dQ)dQ \quad \text{----- (1)}$$

ここで p =静圧、 Q =体積流量、 u =流速、 A =平均断面積、 H_p =ポンプ揚程、 x =長さ、 z =高さ

この式の左辺第1項は圧力による流体力、第2項は位置ヘッドによる流体力、第3項は流体の運動による流体力で、右辺はポンプによる外力である。(1)式を整理すると、

$$dp + \gamma dz + \rho (du/dt)dx + \rho udu = \gamma dH_p$$

これを区間1～2で積分すると、

$$(p_2 - p_1) + \gamma (Z_2 - Z_1) + [\int_L (\rho/A)dx](dQ/dt) + (1/2) \rho (u_2^2 - u_1^2) = \gamma H_p$$

この場合、 $Z_1 \doteq Z_2$ 、 $u_1 = u_2$ なので、

$$(p_2 - p_1) + [\int_L (\rho/A)dx](dQ/dt) = \gamma H_p$$

$p = \gamma H$ 、 $\rho = \gamma/g$ であるから

$$(H_2 - H_1) + [\int_L \{1/(gA)dx\}](dQ/dt) = H_p$$

$(H_2 - H_1) = H_{12}$ 、 $m = [\int_L \{1/(gA)dx\}] = L/(gA)$ とおき、 $H_{12} + m(dQ/dt) = H_p$ としこれを微分すると

$$dH_{12}/dt + m(d^2Q/dt^2) = dH_p/dt = (dH_p/dQ)(dQ/dt) = C_p(dQ/dt)$$

$H_{12} = H_2 - H_1 = (H_1 + h) - H_1 = h$ 、 $Q = Q_1 + q$ (なお $Q_1 = \text{一定}$)とすれば

$$dh/dt + m(d^2q/dt^2) = C_p(dq/dt) \quad \text{----- (2)}$$

以上はリザーバ入口側。出口側リザーバについては、タンク水位変化 \propto リザーバ出入口流量差であるから、 $F(dH_2/dt) = Q_2 - Q_3$

ここで $Q_2 - Q_3 = (Q_1 + q) - Q_1 = q$ 、 $H_2 = H_1 + h$ であるから

$$F(dh/dt) = q \rightarrow dh/dt = q/F \quad \text{----- (3)}$$

これを(2)式に代入して、モデルの動的挙動を表わす2階微分方程式が得られる。すなわち

$$m(d^2q/dt^2) - C_p(dq/dt) + (1/F)q = 0 \quad \text{----- (4)}$$

(補6) 羽根車特性を組み込んだ動特性式から得られるサージングの可否判定式は次の通り(36)。

$$\partial \phi_{1s} / \partial \phi \geq \{1 + (1/\cos \beta_1^*) (L^*/L)\} / (B^2 \phi R) \rightarrow \text{サージ発生}$$

$$\partial \phi_{1s} / \partial \phi \rightarrow (\phi_{1s} / \phi) \text{ の変分、 } B = (\rho C/L)^{0.5} U_T, \quad C = F/(\rho gA),$$

ここで ϕ_{1s} =揚程係数 $[(P_2 - P_{t1})/(\rho U_T^2)]$ 、 P_2 =羽根出口静圧(N/m²)、 P_{t1} =羽根入口全圧(N/m²)

ϕ =流量係数 $(=q/q_d)$ 、 q =流量(m³/s)、 q_d =設計流量(m³/s)、 U_T =羽根周速(m/s)

L =管路長さ(サーバ出口～リザーバ入口)(m)、 L^* =ベーン長さ(m)

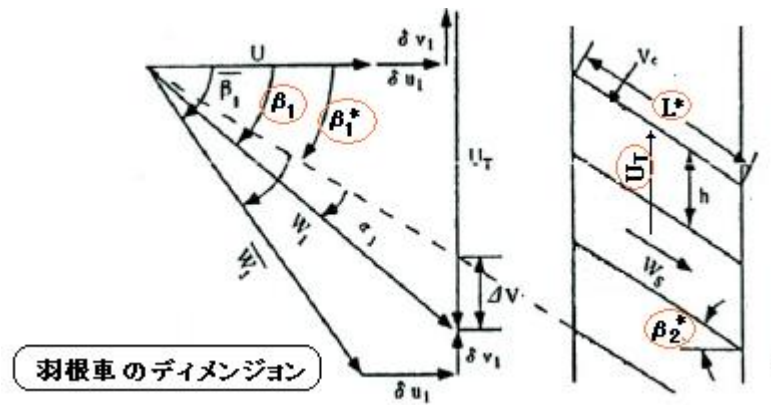
F =タンク液面の面積(m²)、 A =管路の流れ断面積(m²)、

R =バルブの近似的な抵抗係数 $[\angle P_v/(\rho V^2)](-)$ 、 $\angle P_v$ =弁通過圧損(N/m²)、

V =弁入口流速(m/s)、 β_1^* =羽根入口角度(rad.)、 ρ =液密度(kg/m³)、 g =重力加速度(m/s²)、

B =GreitzerのBファクタ $(=(\rho C/L)^{0.5} U_T)$ 、 C =容量部のコンプライアンス、

傾向的には、羽根周速 U_T あるいは断面積比 (F/A) が大きい方がサージングが起き易い。



また、羽根車特性を考慮した振動周波数は以下ようになる。

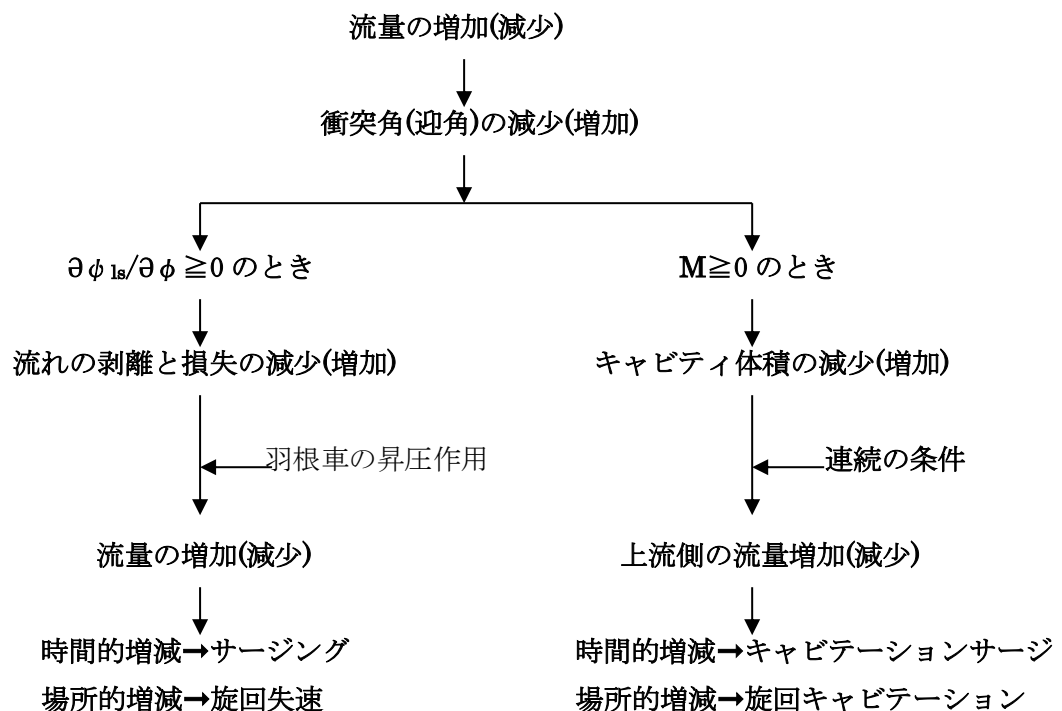
$$f = \{1/(2\pi)\} \{1/(\rho CLi)^{0.5}\} \left[\{1 + (1/R)(1 + (1/\cos \beta_1^*)(L^*/L))\} / (B^2 \phi^2 R) \right] \{1 + (1/\cos \beta_1)(L^*/L)\}^{0.5}$$

但し β_1 = 相対角度(上図)

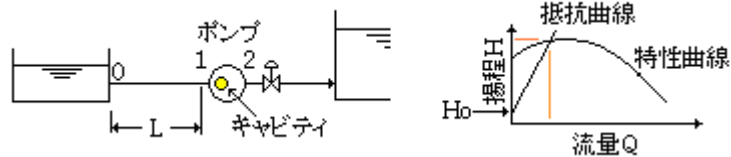
(補 7) 文献(36)によれば、ターボ機械の自励的な振動は次のように分類される(記号は本文参照)。

タイプ	分類名称	発生条件
ポンプの輸送特性に由る サージ現象	1 次元的な不安定: サージング	$\partial \phi_{ls} / \partial \phi \geq \{1 + (1/\cos \beta_1^*)(L^*/L)\} / (B^2 \phi R)$
	2 次元的な不安定: 旋回失速	$\partial \phi_{ls} / \partial \phi \geq 0$
ポンプキャビ特性に由る サージ現象	1 次元的な不安定: キャビテーションサージ	$M \geq 2(1 + \sigma) \phi K$
	2 次元的な不安定: 旋回キャビテーション	$M \geq 2(1 + \sigma) \phi K$

同じくターボ機械の不安定現象の発生機構は、次のような流れで表わすことができる。



(補 8) キャビテーション脈動のメカニズムは下図のモデルを用いて、以下のように説明される(25)。



使用記号) H = 液頭、 h = 液頭変動、 Q = 流量、 q = 流量変動 p = 静圧変動、 A = 流れ断面積、 k_p = ポンプ特性曲線勾配、 k_v = 系の抵抗曲線勾配、 γ = 比重、 g = 重力加速度
頭の傍点 \rightarrow 平均値を意味する。

ポンプ吸込み側区間の非定常のエネルギー関係は次の通り (サージング項参照のこと)。

$$H_0 - H_1 = m(dQ/dt) \quad \text{但し } m = L/(gA)$$

$H_1 = H_0 + h_1$, $Q = \dot{Q} + q_1$ とおけば次の通り。

$$-h_1 = m(dq_1/dt) \quad \text{------(1)}$$

ポンプ出入口のエネルギー関係は、ポンプ揚程を $H_p(Q)$ として

$$H_2 - H_1 = H_p(Q)$$

[Greitzer 式では $p_2 - p_1 = (\partial \angle P_p / \partial P_1) p_1 + (\partial \angle P_p / \partial Q_1) q_1 - (\rho L_p / A_1)(\partial q_1 / \partial t)$ になる。]

ここで $H_2 = \dot{H}_2 + h_2$, $H_1 = \dot{H}_1 + h_1$, $H_p(Q) = H_p(\dot{Q}) + k_p q_2$ とおき、 $\dot{H}_2 - \dot{H}_1 = H_p(\dot{Q})$ であるところから、

$$h_2 - h_1 = k_p q_2 \quad (\text{但し } k_p = \partial H_p / \partial Q) \quad \text{------(2)}$$

ラインの抵抗曲線を弁で代行させれば、ポンプ出口では

$$H_2 = k_v Q_2 + H_0 \quad (\text{但し } k_v = \partial H_v / \partial Q)$$

ここで $H_2 = \dot{H}_2 + h_2$, $Q_2 = \dot{Q}_2 + q_2$ とおき、 $\dot{H}_2 = k_v \dot{Q}_2 + H_0$ であるところから、

$$h_2 = k_v q_2 \quad \text{------(3)}$$

(1)~(3)式より、

$$m(dq_1/dt) + (k_v - k_p)q_2 = 0 \quad \text{------(4)}$$

ポンプに分散的なキャビテーションがあり、そのトータルの容積(\rightarrow キャビティ容積)を V_c とすると

$$dV_c/dt = C_p(dp_1/dt) + M_b(dq_1/dt) \quad \text{------(5)}$$

ここで C_p = キャビテーションコンプライアンス ($= \partial V_c / \partial p_1$)、

M_b = マスフローゲインファクタ ($= \partial V_c / \partial q_1$)

(5)式右辺の入口 (dp_1/dt) は、(1)式から p_1 を求めこれを微分すれば得られる。即ち

$$-h_1 = m(dq_1/dt) \rightarrow p_1 = -\gamma m(dq_1/dt) \rightarrow dp_1/dt = -\gamma m(d^2q_1/dt^2)$$

故に $dV_c/dt = -C_p \gamma m(d^2q_1/dt^2) + M_b(dq_1/dt)$

ポンプ内のキャビ変動量 (dV_c/dt) は、ポンプの出入口流量の差に等しいので

$$q_2 - q_1 = -C_p \gamma m(d^2q_1/dt^2) + M_b(dq_1/dt) \rightarrow q_2 = -C_p \gamma m(d^2q_1/dt^2) + M_b(dq_1/dt) + q_1$$

(4)より $q_2 = \{m/(k_p - k_v)\}(dq_1/dt)$ であるから、これを上式に代入して、次の動的方程式が得られる。

$$\gamma m(d^2q_1/dt^2) + (-1/C_p)\{m/(k_v - k_p) + M_b\}(dq_1/dt) + (-1/C_p)q_1 = 0 \quad \text{------(6)}$$

この式はマスーバネーダンパの振動方程式と同じフォームである。この場合、何らかの流量増加に応じて増減する流体変動 $R(q)$ が加わると、

$$\text{強制振動状態： } \gamma m(d^2q_1/dt^2) + (-1/C_p)\{m/(k_v - k_p) + M_b\}(dq_1/dt) + (-1/C_p)q_1 = R(q)$$

になる。この場合、

- 左辺第 1 項は、ポンプ前後の管路内の流体が**慣性(inertia)**として働き q の加速増分とともに R の増長に対抗するのを表わしている。
- 左辺第 3 項は、リザーバ内の容量が**バネ**として働き q の増加とともに R の増長に対抗するのを表わしている。
- 左辺第 2 項は、ポンプ特性が減衰(Damping)として働き、 q の時間増分とともに R の増長に対抗するのを表わしている。

しかし左辺第 2 項の場合、その係数 $(-1/C_p)\{m/(k_v - k_p) + M_b\}$ が負になると、負の減衰(→負性抵抗)として作用し、 q の時間増分とともに R の増長を助長して不安定に導く。この場合、Cavitation Compliance(C_p)は $C_p = \partial V_c / \partial p_1$ で定義されるが、ポンプ入口圧力即ち吸込圧力 p_1 が減少(増加)すると、キャビティ容積 V_c は増加(減少)して常に C_p は負になる。故に、

$$\{m/(k_v - k_p) + M_b\} < 0 \rightarrow M_b < m/(k_p - k_v) \quad \text{-----}(7)$$

がキャビテーション脈動の発生を判別する式になる。

(補 9) ポンプ系の安定性を論じる場合、ポンプ動特性は必須である。以下、動特性式を導入する。

ポンプのエネルギー式は、次式で与えられる。

$$dP + \gamma dz + \rho (du/dt)dx + \rho udu = \gamma dH_p$$

ここで、位置レベル変化 $dz=0$ 、平均速度変化 $du=0$ であるから、

$$dP + \rho (du/dt)dx = \gamma dH_p \quad \text{-----}(a)$$

積分して $(P_d - P_s) + \int \rho dx (du/dt) = \gamma H_p$ 、ここで $\gamma u = Q/A_{eq}$ 、 $\gamma H_p = Z_{pr}Q$ とすれば、

$$(P_d - P_s) + \{L_{eq}/(gA_{eq})\}(dQ/dt) = Z_{pr}Q$$

$P = \dot{P} + p$ 、 $Q = \dot{Q}_s + q_s$ とし、微少分のみ考えれば、

$$(p_d - p_s) + \{L_{eq}/(gA_{eq})\}(dq_s/dt) = Z_{pr}q_s$$

ラプラス変換して(d/dt を演算子 S とおいて)、

$$p_d = p_s + (Z_{pr} - L_p S)q_s \quad (\text{但し } L_p = \{L_{eq}/(gA_{eq})\}) \quad \text{-----}(b)$$

以上は圧力関係。流量関係はポンプ内の流体圧縮を考えて

$$q_d - q_s = -C_p(dp_s/dt) \quad \text{-----}(c)$$

ここで C_p は質量減少率($\gamma \Delta v / \Delta p$)であり、 $\Delta v = (q_p - q_s)dt$ 、 $\Delta p = dp_s$ より

$$-C_p = (q_p - q_s)dt/dp_s \rightarrow (b) \text{式}$$

(b)式を変形して、

$$q_d = -C_p S p_s + q_s \quad \text{-----}(d)$$

(b)(d)式をマトリックス表示して

$$\begin{bmatrix} p_d \\ q_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_s \\ q_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & (Z_{pr} - L_p S) \\ -C_p & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_s \\ q_s \end{bmatrix} \quad \text{-----}(e)$$

ここで、 p =圧力変動分、 q =質量流量変動分、 G =行列変数、 S =演算子($= \omega j = 2\pi f j$)

Z_{pr} =ポンプレジスタンス(定常ポンプ特性曲線の勾配)(平均流量 \dot{Q} ベース)

L_p = ポンプイナータンス(ポンプ内流体柱の慣性) $[=L_{eq}/(gA_{eq})]$

C_p = ポンプコンプライアンス(ポンプ内の圧縮性)

ω = 角振動数、 f = 振動数、 L_{eq} = ポンプの等価管路長さ、

A_{eq} = ポンプの等価管路断面積、 g = 重力加速度、 j = 虚数($-1^{0.5}$)、

サフィックス : $d, s \rightarrow$ それぞれ吐出側、吸込側、11~22 \rightarrow 行列番号

以上はポンプ要素内に、キャビテーションが存在しない場合である。キャビテーションがある場合については、テキスト(2)にわかり易く説明されている。ここではその要点を記す。

キャビテーション発生により生じる吸込流量と吐出流量の差は、

$$q_d - q_s = -C_p(dp_s/dt) - M_p(dq_s/dt) \rightarrow q_d - q_s = -C_p S p_s - M_p S q_s \text{ -----(f)}$$

ここで、 C_p = キャビテーションコンプライアンス、 M_p = マスフローゲインファクタ

ポンプ吸込圧力と吐出圧力の差は次式による。

$$p_d - p_s = Z_{pr} q_d - \{L_{eq}/(gA_{eq})\}(dq_d/dt) + \mu P_s \rightarrow p_d - p_s = Z_{pr} q_d - L_p S q_d + \mu P_s \text{ -----(g)}$$

この場合、注意すべきは

- キャビティの存在で、ポンプ揚程が吐出流量 q_d に依存すること($\rightarrow Z_{pr} q_d$)
- キャビティの存在で、 $(p_d - p_s)$ が吸込圧力 P_s に依存して低下すること(左辺の μP_s に注意)、
- $Z_{pr} q_d$ に合わせて、流体慣性 $\{L_{eq}/(gA_{eq})\}$ を q_d 依存の定義にしていること。

(f)式より $q_d = -C_p S p_s + (1 - M_p S) q_s$ の関係が得られ、これを(g)式に代入して、

$$p_d = \{(1 + \mu) - C_{ps}(Z_{pr} - L_p S)\} p_s + (Z_{pr} - L_p S)(1 - M_p S) q_s$$

が得られる。この結果をマトリックス表示すると、以下の通り。

$$\begin{Bmatrix} p_d \\ q_d \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_s \\ q_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (1 + \mu) - C_p S(Z_{pr} - L_p S) & (Z_{pr} - L_p S)(1 - M_p S) \\ -C_p S & (1 - M_p S) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_s \\ q_s \end{Bmatrix} \text{ --- (h)}$$

$G_{11}, G_{12}, G_{21}, G_{22}$ は $S = \omega j$ とする周波数伝達関数で、 $[\quad]$ は周波数伝達マトリックスである。

パラメータ Z_{pr}, L_p, C_p, M_p がわかればこの式でキャビテーション下のポンプの動特性が記述できる。この動特性式は次のように運用される。

- ① 各伝達関数に $S = \omega j = 2\pi f j$ を代入して得られる関係は、2つの正弦的に変動する変動量の振幅と位相の関係を与える(☆)。
- ② 特に $G_{12} = (Z_{pr} - L_p S)(1 - M_p S)$ はポンプインピーダンスを与えるもので、その実数部は吸込流量に対する吐出圧力の変動振幅を与えポンプ動特性の安定を決める。実数部 < 0 のとき安定である。実数部 > 0 のとき不安定になる。
- ③ 管路の中にポンプを置く場合は、吸込管路 \rightarrow ポンプ \rightarrow 吐出管路と、各構成要素の伝達マトリックスを前掛けに掛け合わせることで全体マトリックスが求まる。そして各伝達関数の実数部 < 0 のとき安定になる。

(☆) これに関連してテキスト(52)の要点抜粋を以下に示す。入力(p_s, q_s) - 伝達関数 - 出力(p_d, q_d)の関係が理解できると思う。

伝達関数 $G(s)$ の入力、出力関数をそれぞれ $E_i(s)$ 、 $E_o(s)$ とすれば、 $E_o(s) = G(s) \cdot E_i(s)$ 、
ここで $e_i(t) = K \sin \omega t$ ならば、これをラプラス変換して $E_i(s) = K\omega / (s^2 + \omega^2)$ よって

$$\begin{aligned} e_o(t) &= \mathcal{L}^{-1}\{G(s) \cdot E_i(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\{G(s) \cdot K\omega / (s^2 + \omega^2)\} \\ &= \mathcal{L}^{-1}\{KG(s) / \{2j(s - j\omega)\}\} - \mathcal{L}^{-1}\{KG(s) / \{2j(s + j\omega)\}\} \end{aligned}$$

変移定理から、例えば $\mathcal{L}^{-1}[F(s-a)] = e^{at} \mathcal{L}^{-1}[F(s-a)]$ のような関係を適用すると

$$e_o(t) = \{Ke^{j\omega t} / (2j)\} \mathcal{L}^{-1}[G(s+j\omega)/s] - \{Ke^{-j\omega t} / (2j)\} \mathcal{L}^{-1}[G(s-j\omega)/s]$$

極限値定理より $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{L}^{-1}[G(s+j\omega)/s] = G(j\omega)$ 、 $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{L}^{-1}[G(s-j\omega)/s] = G(-j\omega)$ となるから
十分時間が経過した後の応答 $e_{os}(t)$ は $e_{os}(t) = \{K/(2j)\} [G(j\omega) e^{j\omega t} - G(-j\omega) e^{-j\omega t}]$

ここで $G(j\omega) = A + jB$ とおけば、 $G(-j\omega) = A - jB$ と置けるので、

$$e_{os}(t) = \{K/(2j)\} [(A + jB) e^{j\omega t} - (A - jB) e^{-j\omega t}] = K(A^2 + B^2)^{0.5} \sin(\omega t + \phi)$$

この式の $(A^2 + B^2)^{0.5}$ は $G(j\omega)$ の絶対値で $\phi = \tan^{-1}(B/A)$ は $G(j\omega)$ の偏角なので、

$$e_{os}(t) = |G(j\omega)| \cdot K \sin(\omega t + \phi)$$

これを入力 $e_i(t) = K \sin \omega t$ に比べると振幅が $|G(j\omega)|$ 倍、位相が ϕ だけ進んだことを示している。

(補 10) この式は、2 つの実験データから伝達関数を導くもの。例えば G_{12} では次のようになる。

$$p_d = G_{11}p_s + G_{12}q_s, \quad p_d' = G_{11}p_s' + G_{12}q_s'$$

辺々差し引いて、 $p_s'p_d - p_s p_d' = G_{12}(p_s'q_s - p_s q_s')$ これを以下のように変形して得られる。

$$\begin{aligned} G_{12} &= (p_s'p_d - p_s p_d') / (p_s'q_s - p_s q_s') = \{(p_s'p_d - p_s p_d') / (p_s'p_s)\} \{(p_s'p_s) / (p_s'q_s - p_s q_s')\} \\ &= \{(p_d/p_s) - (p_d'/p_s')\} [1 / \{(q_s/p_s) - (q_s'/p_s')\}] = (1/H_r - 1/H_r') [1 / \{1/Z_s - 1/Z_s'\}] \\ &= (1/H_r' - 1/H_r) [Z_s Z_s' / \{1/Z_s - 1/Z_s'\}] \end{aligned}$$

引用文献テキスト類)

- (1) ターボ機械協会編「ターボ機械 - 入門編」(日本工業出版)
- (2) ターボ機械協会編「ターボポンプ」(日本工業出版)
- (3) 松下, 田中, 神吉, 小林「回転機械の振動 - 実用的振動解析の基本 -」(コロナ社)
- (4) JSME 編「事例に学ぶ流体関連振動(第 2 版)」(技報堂出版)
- (5) 「ポンプ振動の特徴と対策例」兼森(ターボ機械 Vol.23 No.2)
- (6) 「ターボ形ポンプ配管系の圧力脈動に関する検討 - 第 1 報. 遠心ポンプ配管系の液柱の固有振動数に関する検討」佐野 [JSME 論文集(B 編) Vol.49 No.440(S58.4)]
- (7) 「低圧力脈動システムを採用した水道用大容量ポンプ場」工藤他(エバラ時報 No.115(1981-1))
- (8) 「両吸い込み渦巻きポンプの圧力脈動に関する実験的検討」大野他(ターボ機械 第 13 巻第 6 号)
- (9) 「ポンプ系における流体異常現象」後藤(エバラ時報 No.133(1986-1))
- (10) 「ポンプ・配管系のトラブルと防止対策② - 圧力脈動とサージング」山本(配管技術 2002.11)
- (11) 「ポンプの異常現象と制御(1)」山本, 佐野(機械の研究 第 35 巻 第 10 号(1983))
- (12) 「ポンプ圧力脈動とその低減」佐野, 石井(エバラ時報 No.134)
- (13) 「ターボ形ポンプ配管系の圧力脈動に関する研究(第 1 報)」佐野(JSME 論文集(B 編) 49 巻 440 号)
- (14) 「遠心ポンプの圧力脈動に関する実験的研究」横山, 前野(ターボ機械 第 7 巻 第 6 号)
- (15) 「最近の上水道ポンプシステム技術の概要」大矢, 中田他(エバラ時報 No.118(1981))
- (16) 「Sources and Remedies of High-frequency Piping Vibration and Noise」by Stephen M. Price

and Donald R. Smith (Proceedings of The 28th Turbo-machinery Symposium)

- (17)「現場における振動問題とその対策」小形、白尾 (エバラ時報 No.134(1986-7))
- (18)「ポンプ配管系の振動と騒音〈原因と予防〉」半田 (配管技術 2005.5)
- (19)「ポンプのトラブル事例ー現場で経験した振動・騒音・損傷とその対策」半田(西島資料)
- (20)「40dB(A)に挑んだ低騒音ポンプ場」工藤ほか (エバラ時報 第 98 号(1976))
- (21)「ポンプ機場の騒音とその対策」鈴木,工藤ほか (エバラ時報 第 93 号)
- (22)「低騒音両吸込うず巻きポンプ」工藤ほか (エバラ時報 第 111 号(1980))
- (23)「低騒音・低圧力脈動ポンプ」工藤ほか (エバラ時報 第 114 号)
- (24)「低圧力脈動ポンプシステムの開発」中田ほか (エバラ時報第 111 号)
- (25)「ポンプ及び配管系における騒音・振動の発生原因とその防止対策例」1997 講習会資料(ISS)
- (26)「ポンプ配管の脈動及び騒音防止」大岩,手柴,工藤 (音響技術 No.22Apr.1978)
- (27)「標準ポンプ用防振・防音装置」手柴 (エバラ時報第 103 号)
- (28)「回転機に起因する配管系の振動問題」白木,梶村 (配管技術 '78.7)
- (29)「超低周波音の防音対策」工藤 (エバラ時報 第 104 号(1978))
- (30)「ポンプの振動・騒音」松村、武田、萩原 (ターボ機械 第 9 巻 2 号)
- (31)「ポンプ運転上の諸問題」大嶋 (エバラ時報 第 103 号)
- (32)「機械工業における振動問題(7)」白木,神吉 (機械の研究第 30 巻第 1 号)
- (33)「ターボ機械の脈動」山本 (JSME 講習会 No.95-47)

2.0 サージング現象、3.0 ポンプのキャビテーションに伴う脈動現象

- (34)「流体関連振動と対策①」松田 (配管技術 1998.4)
- (35) The Stability of Pumping System—The 1980 Freeman Scholar Lecture
by E. M. Greitzer (J of Fluid Engineering June 1981 Vol.103/193)
- (36)「ターボ機械の不安定現象」辻本,上条 [ターボ機械 第 25 号 第 4 号(1997)]
- (37)「3.旋回失速」講習会資料 (逸文)
- (38)「遠心ポンプのキャビテーションに伴う脈動現象に与える羽根車形状の影響」山本
[ターボ機械 Vol.21 No.2(1993)]
- (39)「ターボ機械の流体関連振動の基礎—その 1 自励振動, その 2 強制振動に関連する現象」辻本
[ターボ機械 Vol.27 No.4, No.5 (1999)]
- (40)「遠心ポンプの振動 流体現象とロータダイナミクス」江口 [エバラ時報 No.221(2008)]
- (41)「展望・解説 動静翼干渉によるポンプ損傷例」大橋 (ターボ機械 Vol.19 No.6)
- (42)「遠心羽根車の幾何学的製作誤差によって生じる流力不釣合いの研究(第 1、第 2 報)」
吉田、板谷、川上、辻本 (ターボ機械 Vol.23 No.2, No.10)
- (43)「羽根車に作用するロータダイナミクス流体力」辻本,大橋,吉田 (ターボ機械 Vol.25 No.8)
- (44)「取水ポンプ振動対策のための検討」千木良 2005.4
- (45)「立軸ポンプのエアロック運転状態における振動」山本,高橋,小西 (ターボ機械 Vol.26 No.8)
- (46)「遠心ポンプ低流量動特性に関与したポンプ配管系の脈動現象」川田,上原,江原,高田
[JSME 論文 B 編 Vol.52 No.480(S61-8)]
- (47)「高圧多段遠心ポンプの動特性に関する実験的研究—第 1 報 ポンプ動特性計測手法の開発とその適用」川田,安田,高田,竹内 [JSME 論文 B 編 Vol.55 No.514(1989-6)]
- (48)「高圧多段遠心ポンプの動特性に関する実験的研究(第 2 報 高速ポンプの動特性計測)」
川田,安田,高田,竹内 [JSME 論文 B 編 Vol.55 No.514(1989-6)]

- (49)「実機高圧多段遠心ポンプ動特性を用いた脈動現象の予測」川田ほか（三菱重工技報 Vol.25 No.1）
- (50)「高速多段ポンプの振動安定性評価」兼森（ターボ機械 Vol.28 No.3）
- (51)「高圧多段ポンプの振動事例」半田（ターボ機械 Vol.27 No.12）
- (52) 島村,山田「基礎ラプラス変換」（コロナ社）