

【整番】 FE-18-IG-001	【標題】 脈動/脈動流の基本－音響論的アプローチ(その 1)
分類：流れ(脈動流)／種別：初心手引き	作成年月：H22.8／改訂：Ver0.0 (H22.8) 作成者：N.Miyamoto

全 18 枚

## はじめに

脈動流はレシプロマシン(容積式流送機械、典型的には往復動コンプレッサ)の吸込/排出配管に生じる流れのように、流量/圧力が周期的に変動する流れを指している。この変動量は配管長手方向に分布して強弱があり一率でない。この圧力/流量の変動に伴って振動が常在し設備に損傷を与える。また、場合によって運転制御に支障をきたす。脈動現象をどうみるか、どう付き合うか、どう押さえ込むかは、設備の設計/運転/保全の全工程でエンジニアが考えていかなければならない永久的な課題である。

さて脈動は平均的な流れからの逸脱・変動であると同時に、圧力波の伝播に伴う過渡的な現象であり、伝達関数的な側面と音響論的な側面がある。後者は、波動伝播を音波/音圧の伝播として捉え、音響理論を用いてアプローチするもので、前者の流体力学ベースの伝達関数的なアプローチとは多分に異なっている。この音響論的なアプローチは古典的で、現状からみて伝達関数的アプローチに一步譲っている感じがある。しかし、脈動流をイメージ的にとらえより本質を理解できる点では、音響論の方にやや分があるようだ。

いきなり難しい話になったが、要は比較的素人受けのよい音響論を用いて脈動流に関する基本的な認識の整理を試みるのが、本 TS の目的であり、そのために下記の文献を用いた。

Controlling the effects of pulsations and fluid transients in piping systems  
( presented by SWRI )

上記の文献は、SWRI の Dr. ミニッツがリタイアに際して開いた講習会の資料として用いられたもので初心者向けながら、かなり本質的な議論が書かれていると思う。

本 TS はまだ Ver.0 であって、上記の文献を要訳したものに他ならない。今後は、補填によって内容を充実するとともにその骨子を変えて、脈動流の手引きとして完成させたい。なお、原本にない記述については青字で表わした。また原本の内容を補足する形で[補足説明]を付けた。

## 2. 脈動現象の基本

脈動流は、設備の運転性能あるいは設備の保全の上で好ましいものではなく、実際、様々な不具合を生じることはよく認識されているが、これに対する包括的で単純明快な設計テクニックはなく、設備の多様な設置形態/流体条件/運転条件に対応して、発生する脈動現象にマッチした設計テクニックが必要である。この場合、脈動抑制の観点からは、**[脈動源の排除]**、**[脈動規模の緩和と抑制]**あるいは**[脈動を容認してダメージのみ回避]**という 3つのアプローチがある。しかしそのいずれであれ、エンジニアリング的な第 1 ステップは、**脈動の発生と伝播に伴う現象を理解することである。**これは本 TS の主題でもある。

### (0)脈動現象における量とは

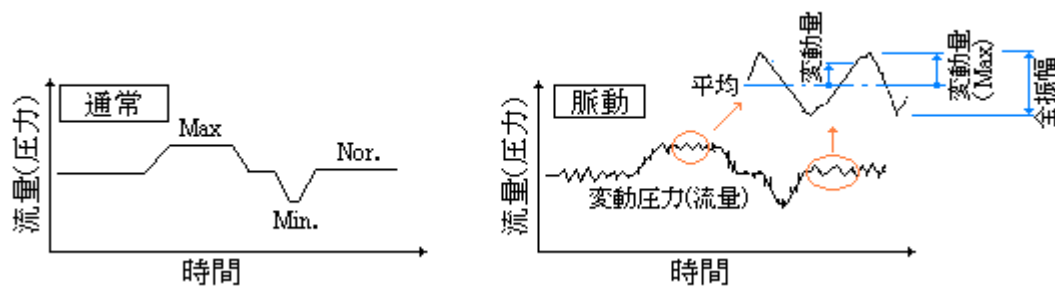
通常的设计における圧力と流量(ないし流速)は、Nor.値、Max.値、Min.値のいずれかである。しかし、脈動現象では平均値廻りの変動量(差)が問題になるため、通常的设计の圧力/流量の概念と違ってくる。これが通常的设计からこの脈動とか振動とかの問題に首を突っ込んだ時の大きな違和感である。場合によっては

これを識別せぬまま、議論にはいつて混乱してしまうこともある。

通常設計でいう圧力流量は正負のサインをもった絶対量(0からの偏奇量)で、普通、その時間イメージは冗長である。例えば基本性能は Nor.量/平均量で、逸脱性能は Min.量で、基本強度はその Max 量で設計されることが多い。脈動のある設備であってもこれは同じである。”脈動設計“はこの通常設計の延長で行われるからもう、[Nor.値、Max.値、Min.値]の設定は終了しているはずである。残るは**変動量の多寡についての議論と短い周期性とそれから派生する振動論的な議論**であり、これが脈動設計の実体である。脈動設計に通常設計が混入し奇妙な展開をしている例も見受けられるが、いかにも不利である。

初心者は自分が周期性をもった変動量の世界にいることを絶えず確認するようにしたい。

[なお、変動量は**振幅**とか**範囲(レンジ)**とかで表現されることがある。]



### (1) 音響インピーダンスとは

脈動/脈動流は 配管内の流量と圧力の変動を視覚的に表現するもの。脈動があるところでは必ず流量と圧力の変動がある。通常、流量変動と圧力変動は表裏一体で、一方が増加すると一方が減少するという関係になる。圧力と粒子速度の比はそのパイプの音響インピーダンスとして定義される[補足説明(1)]。配管系では粒子速度ではなく**体積速度(流量)**で扱った方が便利なので、次式で定義される。

$$Z = P / (Au) \quad \text{-----(a)}$$

ここで Z=音響インピーダンス、P=脈動(音響)圧力振幅、u=脈動(音響)粒子速度(平均0)  
A=パイプ流れ断面積、

パラメータ P, A, u は局所性があるので、音響インピーダンスは管路における位置によって異なりそれが急変するときに変化が誘発される。

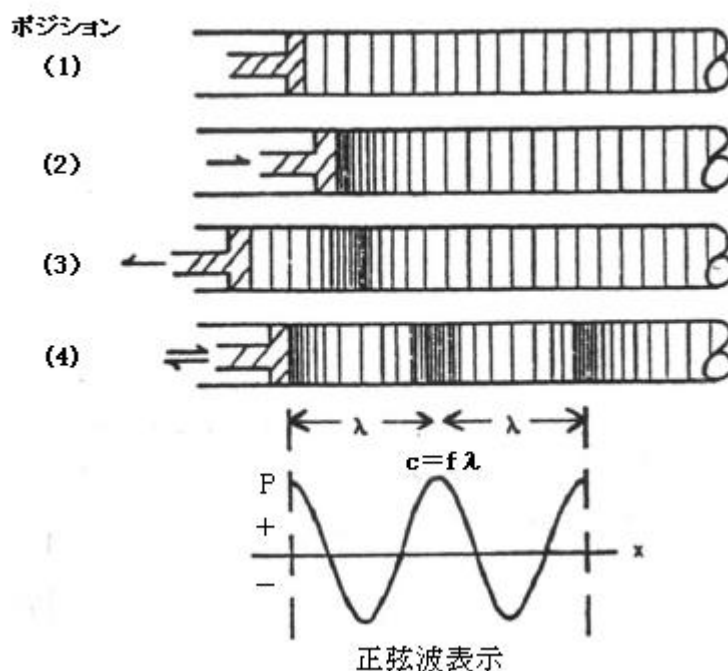
### (2) 平面波について

音響インピーダンスの概念は、配管に過渡的な圧力が加えられた時、どの程度のガス分子の移動即ち分子速度が起きるか、逆に言えば、ガス分子の移動(分子速度)によってどの程度の圧力変化が起きるかを示すものである。その場合、当然ながら配管内に導かれた擾乱は、いわゆる波動として配管内を伝播する。そのとき脈動波長より小さな径を持つパイプでは、波動は平坦な波頭(大気開放では球面状波頭)を持って移動する。そのような波動は**平面波**と呼ばれ、その伝播の様子は **Fig.1-1** のようになる。

**Fig.1-1** では、ピストンが右に動くにつれ、ポジション(2)のようにシリンダの全面に圧縮部分(密な縦線で表示)が形成される。そしてピストンがストップしても圧縮部分は慣性と圧力勾配でそのまま右側に動き続ける。この右側に動き続ける**圧縮部分(圧縮波)**の速度が、いわゆる流体(媒質)の**音響速度**あるい

は音速と呼ばれるものである。ポジション(3)ではピストンは左側に戻り始めるので圧縮波の背後で負圧になり希薄部分が発生する。このようにピストンが左右に往復するに伴ってプラス/マイナスの圧力域ができてポジション(4)のようにパイプを流れ下りいわゆる脈動状態になる。ただ実際は、配管内の圧力はある程度高いので、±というよりは増減ということになる。

Fig. 1-1 音響波動の様子 [文献(0)から引用]



もしピストン運動が正弦波形をなすなら、ピストン変位とその結果生じる圧力との関係が線形になるので、圧力波もまた正弦波になる。

$$P = Z u A \sin \omega t \quad \text{-----(b)}$$

もしパイプが無限長で、 $Z = \rho c / A$  ならば (音の反射がない状態)

$$P = \rho c u \sin \omega t \quad \text{-----(c)}$$

[ この量は平均値廻りの変動量(0-P)と看做される。絶対量は  $P = P_0 + z u A \sin \omega t$  である。  $P_0$  は平均圧力(基準圧力あるいは平衡圧力)。 (b) (c)式では  $P_0 = 0$  になっている。 ]

### (3) 伝播速度について

産業分野で経験される通常の脈動周波数レンジでは、過渡圧力がチューブやパイプの中を伝播する速度は、一義的に管壁が剛であると仮定して、ガス自身の物性のみに依存する。管内の流体速度(流速)もこの過渡的伝播に影響をもっているが、余程の高速流を除けば通常は無視できる。また局部密度の影響もあるが、非常に長距離のラインが含まれない限り、これもまた無視できる。伝播速度(音響速度、音速)の定義は下記の通り。

$$c^2 = \partial P / \partial \rho |_s \quad \text{-----(d)}$$

ここで  $c$  = 音響速度、 $P$  = 圧力、 $\rho$  = 質量密度、 $|_s \rightarrow$  エントロピー一定を意味する。

理想ガスでは、上式は次式で近似される。

$$c = (\kappa RT)^{0.5} \quad \text{-----(e)}$$

ここで、 $\kappa = \text{比熱比}(=C_p/C_v)$ 、 $C_p = \text{定圧比熱(kcal/kgK)}$ 、 $C_v = \text{定容比熱(kcal/kgK)}$   
 $R = \text{流体のガス定数(J/kg K)}$ 、 $T = \text{流体温度(K)}$

理想ガスとくらべ実ガスの挙動は複雑で常態がないので、音速を正確に見積もるのは難しい。特に混合気(気気混合/気液混合)の場合は然り。たいていの純ガスについてはそれなりの実験データが得られているが、混合気の場合は少ない(中には複雑な状態式が開発され成功裏に使用されている例もある)。純ガスの例として、**Fig. 1-2**にメタン、**Fig. 1-3**にエチレンのデータを示す(末尾参照)。

パイプラインにおける非常に長周期の過渡的な負荷変動に伴う伝播速度はもっと複雑で、常に通常の音速よりも低くなる。このような条件では、伝播メカニズムは音響系の質量-弾性特性よりもむしろ、流れ系の摩擦-弾性特性に依存し、伝播速度は周波数に依存して圧力/流量の変化とともに変化する。水撃時のラインバック現象に似ている。

#### (4) 音響反射について

初等物理によれば、周波数( $f$ )、波長( $\lambda$ )、音速( $c$ )の関係は、

$$\lambda = cT = c/f \rightarrow c = \lambda f \text{ -----(f)}$$

ここで、 $\lambda = \text{波長(m)}$ 、 $c = \text{音響速度(m/s)}$ 、 $f = \text{周波数(c/s)}$ 、 $T = \text{周期(s)}$

この式は、移動波もしくは定在波の圧力最大点/最小点(いわゆる圧力の腹/節)の空間分布を定義する。ここで、圧力振幅( $P$ )と分子速度( $u$ )の関係が  $Z = P/(Au)$  で表わせることを考えれば、 $\lambda = c/f$  や  $Z = P/(Au)$  などの関係を用いて重要な音響現象(反射、共鳴、定在波)を表わすことができる。補足説明(2)参照。

#### 閉端と開端：

音響波がパイプ中を移動していったその伝播経路の中で突然にインピーダンスの不連続に遭遇すると反射現象が起きる。**Fig. 1-4a** は、単一のパルスがパイプの限定空間を移動するのを表わしている。また**Fig. 1-4b** は、パルスがハードエンド(閉止端で極端に高いインピーダンス部分)にぶつかるのを表わしている。この場合、パルスは座礁し衝突する。**Fig. 1-4c** は、その反射がまたもときた方向に帰ってゆくのを表わしている。もしハードエンドの音響インピーダンスが無限大であるなら、そのパルス波の瞬間圧力は影響を蒙らずエネルギーレベルで変化しないと仮定できる。逸散力だけが伝播媒質の特性インピーダンスである。

ソフトエンド(開端で極端に低いインピーダンス)にパルスがぶつかる時、その結果はわかりにくい。パルスが限定容積の端で非常に低い音響インピーダンスに遭遇すると、パルスはチューブの出口方向に移動を続ける。そしてこの低いインピーダンスの中を進むにつれ、**Fig. 1-5b** のように、その後続部分はパルスの慣性によって希薄化(rarefaction)して負圧になって引き返す。**Fig. 1-5c** は、その希薄化部分がもときた方向に帰ってゆくのを表わしている。

以上、ソフトエンド、ハードエンドの観察から以下のことが言える。

- ・ 限定された媒質の中を伝播する音響圧縮パルスはハードエンド(閉端)にぶつかる  
とそのまま圧縮パルスとして反射する。
- ・ 限られた媒質の中を伝播する音響圧縮パルスはソフトエンド(開端)にぶつかる

希薄化パルス(逆パルス)として反射する。

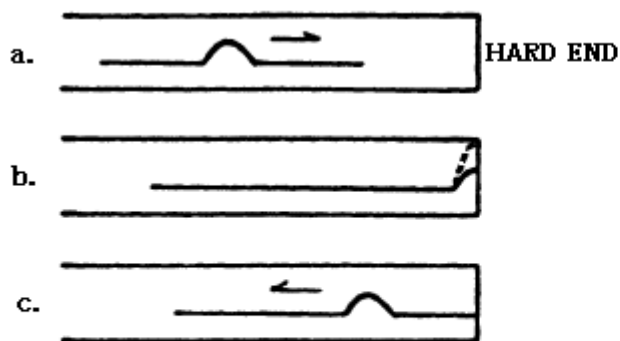


Fig.1-4 閉止端のパルス反射

[文献(0)から引用]

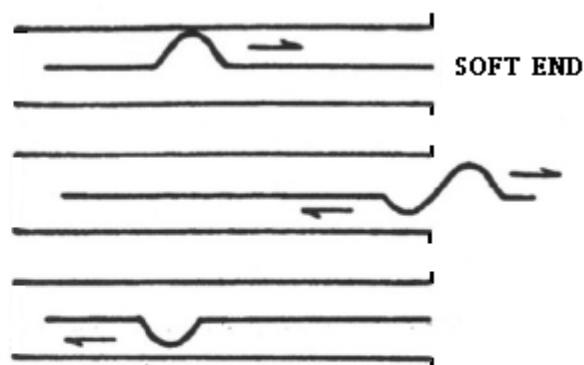


Fig.1-5 開放端のパルス反射

[文献(0)から引用]

部分反射： [ 補足説明(3)参照 ]

前項の通り、完全な反射はパイプ端の無限大/無限小のインピーダンスによって生じる。一方中間的な反射はパイプサイズの変化によって生じる。Fig.1-6 に示される形状では、入射振幅( $P_i$ )が面積不連続部に衝突すると、反射振幅( $P_r$ )と入射振幅( $P_i$ )の比は次のようになる。

$$P_r/P_i = (A_1 - A_2)/(A_1 + A_2) = \{(A_1/A_2) - 1\} / \{(A_1/A_2) + 1\} \quad \text{-----(g)}$$

伝達振幅( $P_t$ )と入射振幅( $P_i$ )の比は次のようになる。

$$P_t/P_i = 2 / \{(A_1/A_2) + 1\} \quad \text{-----(h)}$$

これらの式は冒頭で述べた相の反転を示している。もし $(A_1/A_2) > 1$  なら  $P_r$  と  $P_i$  は同じ符号を持つ。一方、 $(A_1/A_2) < 1$  なら界面に相の反転が起きる。また $(A_1/A_2) < 1$  で、インピーダンスが界面越しに増加するなら、伝達圧力は入射圧力より大きい。同様に、波動が集光ホーン(?)を流れ下るにつれ、その圧力は、通路面積の減少(音響インピーダンスの増加)につれて増加する。

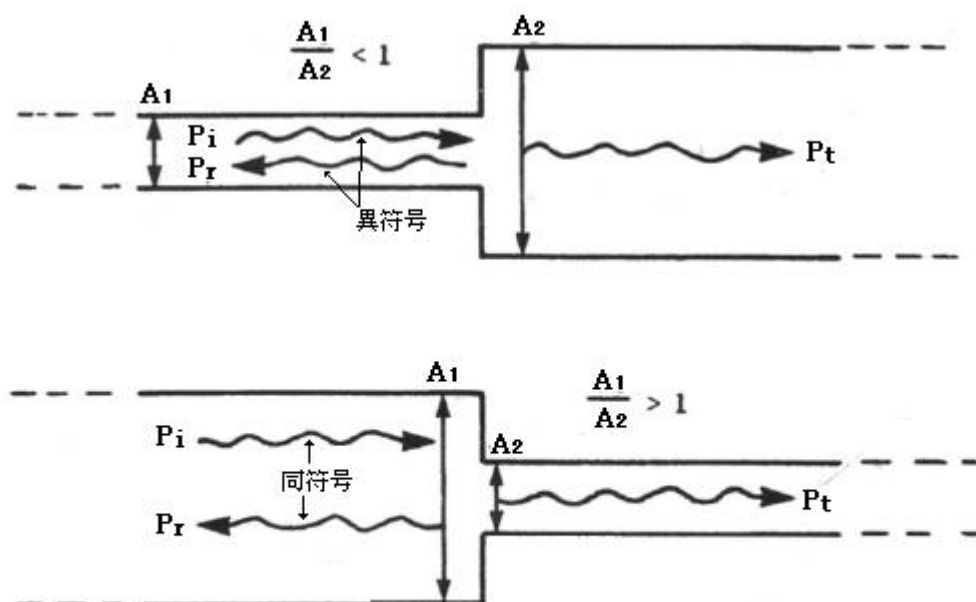


Fig.1-6 音響インピーダンス不連続部の入射、反射及び透過圧力波動

[文献(0)から引用]



## (5) 定在波について [補足説明(4)参照]

基本物理では1次元系を反対方向に移動する同一周波数を持つ2つの波が定在波を形成する。この現象は、非常に限定的な振動ピーク(図1-7のポイントP)と振動ノード(同図のポイントN)を持ったストレッチワイヤ(弦)上に、もっとも図形的に表現できる。その弦が共鳴周波数のひとつから励振されると、種々のモード形状が現れる。その振れは他端に伝播して反射され、弦に沿ってもとの端にもどりまた反射を繰り返す。反射波が新しい入射波と同一周波数で干渉を起こすと定在波を生じる。

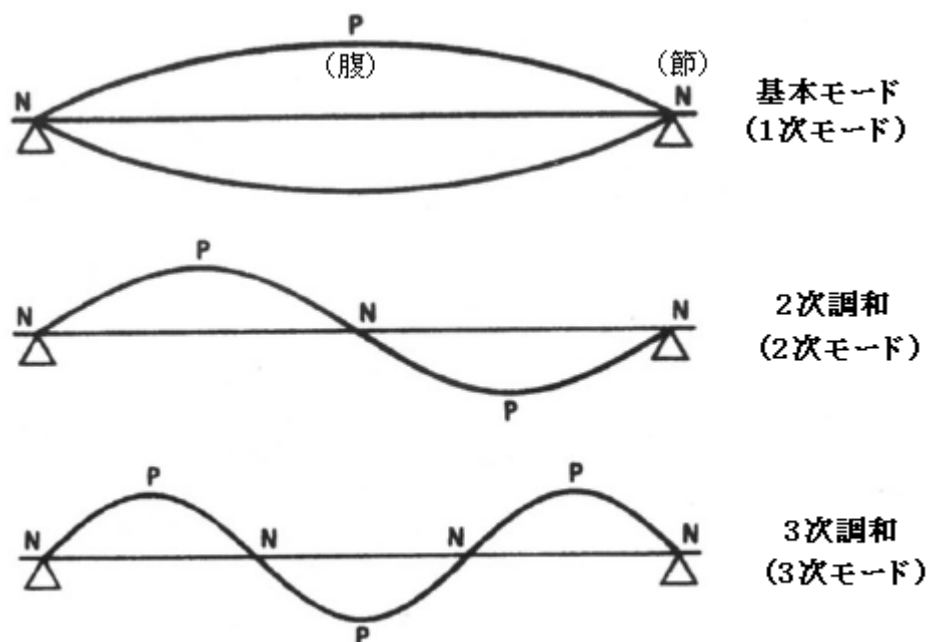


Fig.1-7 定在波現象(説明図) [文献(0)より引用]

これと類似の現象が音響ダクトパイプの中にも存在する。ピストンによって、正弦波状の攪乱がFig.1-8のように生みだされると、圧縮部分と希薄部分がくり返しチューブの中を伝播する。それらが閉止端または開放端に達するとここで反射しそれはまたチューブの中を引き返す。もし、その戻りの波動が丁度いい時刻にピストン位置に戻ってきて、ピストンから押し出される新しいパルスを補ってこれを増幅させるならば、この結果生じる入射波との相互干渉によって定在波が発生する。

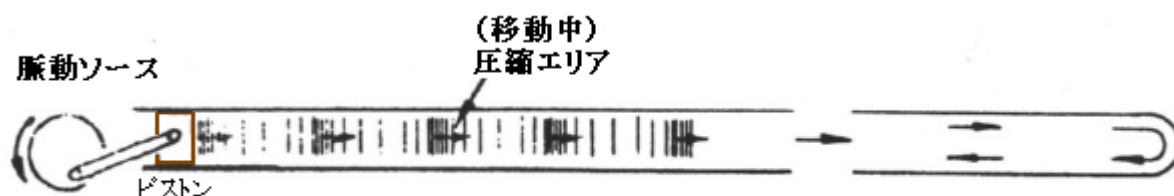


Fig.1-8 パイプ内の圧縮波のモーション(説明図) [文献(0)より引用]

一方、希薄化が起きる毎にピストン位置に正の圧力ピークが戻ってくるなら、位相のキャンセルが起きて、脈動の変動は減退する(理論的には損失無しの零まで減退する)。しかし戻ってくる正の波動が、ピストンによって生み出される波動と同位相ならば、その結果生じる定在波の増幅は、系に存在する音響減衰によって制約を受けるものの、十分に大きい。ピストンの2番目の調和波共鳴によって閉端をもつパイプ中に生じる音響場をFig.1-9に示す。定在波パターンは図のトップに示され、圧力最大点(腹)の脈動レベルはPで表わされ、その一般形は次式で与えられる。

$$P(t) = P \sin \omega t \quad (P = \text{圧力最大値、これもまた変動量}) \quad \text{-----(i)}$$

一方、圧力ノード(節点)で脈動圧力は実質零である。仮に圧力ノードに圧力検出端を挿入しても圧力脈動は検出されない。更に振動分子速度は(パイプに沿う形で)90° 面外にあり、速度振幅は圧力ノード(節)で最大になり、圧力最大点(圧力の腹)では零になる(但しピストン表面ではピストンの動きによって真の速度ノードにはならないので除外)。しかし動きのあるピストン位置であってもその分子速度は速度最大点よりもかなり低い。速度定在波は Fig.1-9 の下段に示される。

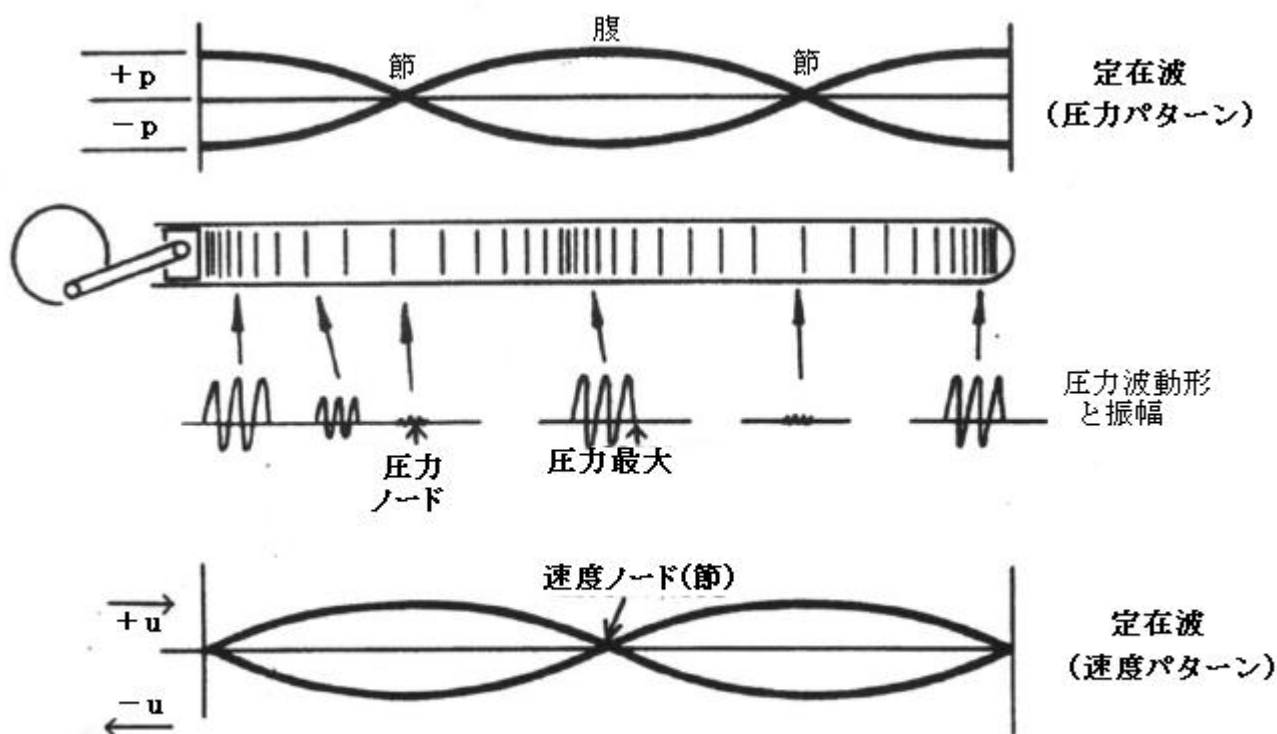


Fig.1-9 閉端をもったパイプ内の音響伝播による定在波パターン [文献(0)より引用]

### (6) 管内の圧力波の減衰

パイプやコンジット内の圧力と体積速度の関係は、そのポイントにおけるパイプのインピーダンスとして定義され、反射によって定在波を生じることがわかった。

理論的には、減衰のない反応性の配管系では、もし系が共鳴によって励振され、系の端で完全に反射されるなら、一端に継続して入力されたエネルギーによって、系の圧力は無限のレベルまで増大する。あるいは、もしラインが無限の長さを持つならば、圧力は減衰無しに永久に移動する。この概念はある程度までは正しい。

閉パイプのような質量-弾性系の共鳴による増幅は、普通音量係数  $Q$  という用語で表される。 $Q$  には幾通りかの定義があるが、通常、共鳴がある時とない時の圧力の比とされる(Fig.1-10 参照)。従って、系の  $Q$  が高くなるほど共鳴は強烈になる。

[ 原本では quality factor になっており音質係数とでもいふべきだろうが、要は、音量に直結していわゆるチューニング(同調)の度合いを定義する係数と理解される。 ]

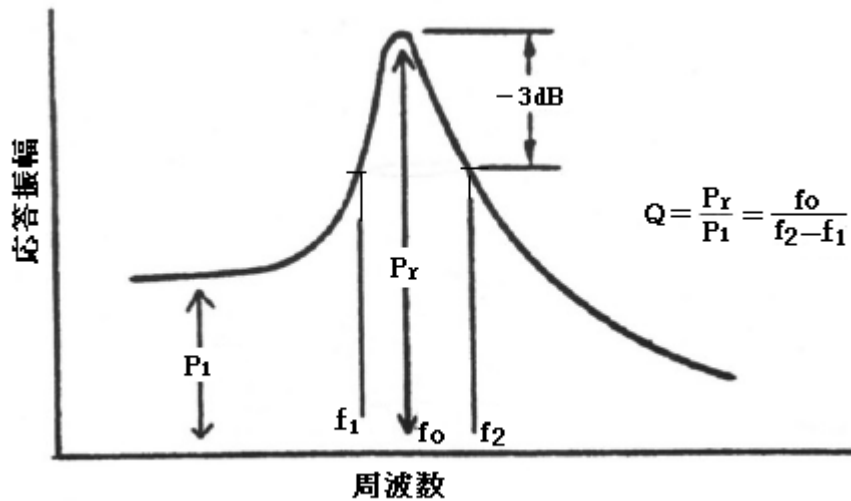


Fig. 1-10 振動系の音質係数(説明図) [文献(0)より引用]

音響系の  $Q$  即ち共鳴による増幅を低減する方法には次の2つがある。

- (1) システム減衰をアップする。
- (2) ライン端部の反射係数を減じる。

ガス配管のシステム減衰は、通常の圧力降下と同じメカニズムからすなわちガス気流のせん断挙動に伴うエネルギー逸散から生じる。他にも、例えば分子弛緩のような音響吸収メカニズムも存在するが、これらは流れ系のせん断効果の影に隠れて目立たない。

いずれの場合でも、エネルギー逸散は速度に敏感である。それ故、速度最大点(速度の腹、即ち圧力の節)でエネルギー喪失が最大になり、速度最小点(速度の節、即ち圧力の腹)では皆無ということになる。

オリフィスや多孔板あるいはディフューザのようなある種、意図的な流れでは、圧力の腹ではなく速度の腹(絞り部分)でより効果的な減衰が生じる。

$Q$  低減のための、別のアプローチは、不完全な反射点を設けることである。例えば両端が閉じられたパイプはかなり高い  $Q$  を持っている(周波数/圧力/ガス成分などによっては数百倍のオーダーになる)が、末端近くに、あるいは圧力最大点(圧力の腹)に小さな孔をあけると、ダイナミックな圧力の成長が排気されて驚くほど減衰する。同様にボトル端に接続されたパイプによって、ボトル内の長さ共鳴の影響を逸散することができる。これらの効果は、往々にして減衰に因るものとされているが、決してそうではない。その孔が全く誘導的なものでエネルギー吸収に対して殆ど抵抗を持たないなら、これと同じような効果が得られることが知られている。

### (7) 流れの効果について

以上の議論は、主にネットの直接対流速度や圧力勾配がない、通常の流れ無しの音響を扱っている。脈動に流れを加えても、流れ無しの場合と同じ現象が観察されるが、インピーダンスは流れが加わることで変化する。即ち、任意の位置での圧力脈動と速度変動の関係は、流れの速さ(流速)と圧力に影響される。

流れ無しの配管では、脈動は通常の音響理論を用いて正確に表わすことができる。基本物理におけるオルガンパイプの実験はそのサンプルである。

流れ有りの配管の脈動は全般的にあって、音響問題とはみなされない。しかし、もし管流れの摩擦に



よる音響減衰の効果が適正に見積もられるなら、非定常流れの過渡流体運動方程式は通常のガス配管の設置状態（低マッハ数、長い波長、etc）の範囲内で、音響理論に同一と見なされる。

既に脈動解析では、流体力学を用いた脈動インピーダンスの表現が導入されている。例えば低マッハ数の一次元圧縮流れのようなパイプ流れを記述する基礎方程式では、速度項で非線形になるものの、慣性インピーダンス(音響誘導リアクタンス)や剛性項(音響容量性リアクタンス)は、線形になる。即ち摩擦項あるいは減衰項だけが非線形である。任意の質量-弾性系の固有振動数は、質量・剛性特性から得られる。また非共鳴域の振動振幅(即ち強制振動応答)もまたこれら特性から得られる。ダンピング(減衰)は、主に系の共鳴周波数(固有振動数)で振動増幅を発散させる働きがある。

通常、複雑な設備の全ての音響共鳴を回避するのは不可能である。従って、減衰の非線形特性は、少なくとも複雑な系の増幅係数  $Q$  を十分に近似化できる形で扱わなければならない。

解析的な展開でわかるようにダンピングは、特製の非線形レジスタンス要素(オリフィスにつき)、あるいは線形化レジスタンスのいずれかで扱われる。その扱いのいずれも、誘導リアクタンス項とシリーズで合算される。しかしながら、当面強調したいのは、音響ダンピングに関して特に流速を適正に考慮するならば、普通の音響理論であっても十分に脈動を扱うことができる点である。

## 2. 脈動の発生器

プラント配管系の低周波振動の最も一般的な振動源は、レシプロコンプレッサ/ポンプである。しかし頻度は少ないが、この外にもレシプロマシンに匹敵するような脈動問題を引き起こす振動源も存在する。ここでは、これら脈動発生器についてそのプロフィールを示す。

### (1) 単動シリンダ

これは非常に単純なピストン源として Fig.1-8 に示される。ただ残念ながらこれはシリンダのアクションを過度に単純化している。

Fig.1-11 は、高比率コンプレッサから生じる波形を示している。ただこの図では無損失で質量零の弁が設定されており、シリンダは理想化されているので注意してほしい。

波形は初め急激に立ち上がり、正弦波とは隔たりが大きいので、配管に生じる脈動はかなり複雑になる。この急激な立ち上がりは、吐出圧力がシリンダ内でピークに達して弁が開く時に、弁の流れが高速に達したピストンの容積速度に合わせようとして発生したものである。Fig.1-11 の三角波が配管に流入すると、これによって生じる脈動圧力は、そのインプットの大きさや周波数とともに、そのパイプのインピーダンスに依存することになる。それでシリンダ流量もこれから生じる脈動圧も、正弦波にはならない。両者とも、種々の周波数成分の集合体であるから、Fig.1-12 に示されるように、フーリエ級数の結合として表わされる[ 補足説明(5) 参照]。それゆえ周波数分析器でコンプレッサの脈動波形を調べると、離散した周波数成分(これらは全てクランクシャフト速度の倍数)が重なったものであることがわかる。それに加えて、シリンダ弁の質量、バネ定数、リフトおよび流量係数が、その波形をゆがめ往々にして、配管脈動の高次成分(高倍音)が増加することになる。

シリンダによって発生する理想化された脈動スペクトルを Fig.1-13 に示す。しかし実際に配管で計測される脈動スペクトルは、これと異なっている。何故なら配管の影響や、他のシリンダからあるいは複動シリンダの他端からの脈動干渉があるからである。

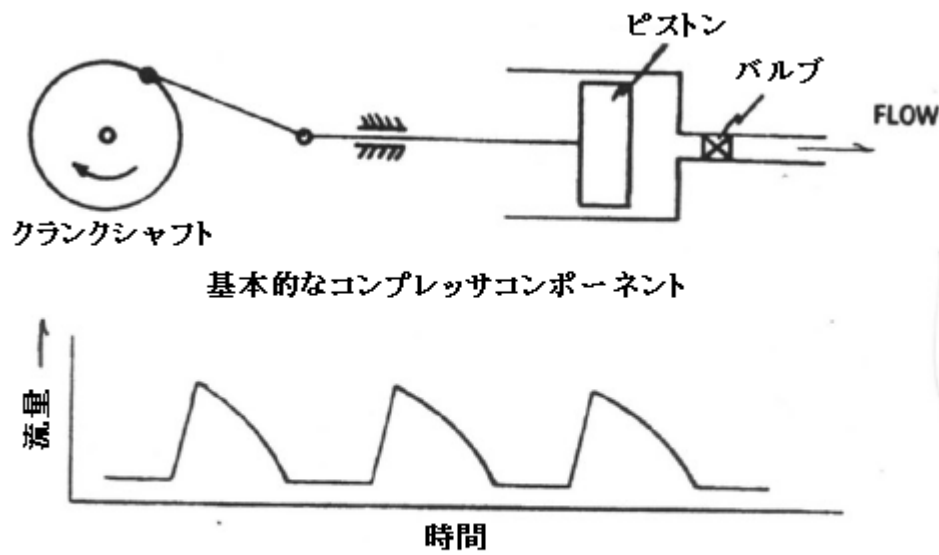


Fig.1-11 コンプレッサ吐出側の複合波動のフローパターン

[文献(0)からの引用]

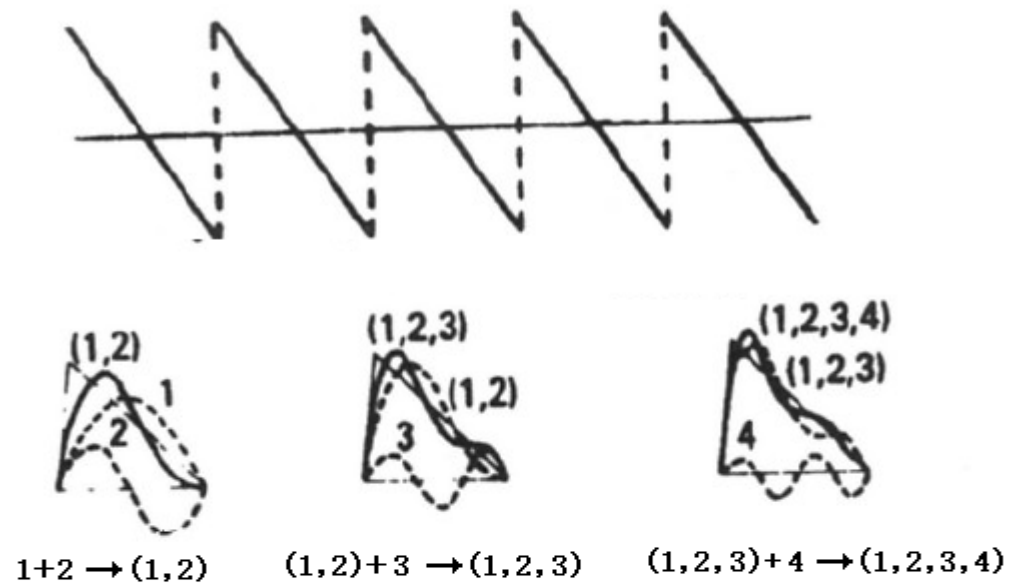


Fig.1-12 基本及び高次調和波の合算による周期波の形成

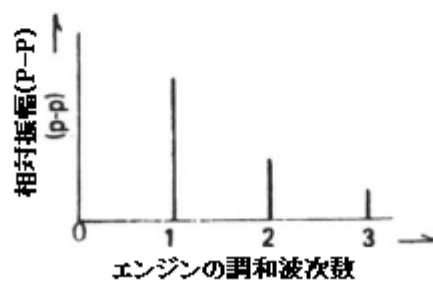


Fig.13 単動コンプレッサシリンダの場合

## (2) 渦流発生源

コンプレッサなど機械的な振動源以外に、空力/流力メカニズムから低周波の脈動が発生することがある。これら空力的な振動源にはせん断渦の発生が含まれており、これが下流に伝播して圧力擾動に変換する。これらの渦はしばしば、障害物廻りの流れあるいは絞りを通る流れによって放出されるか、分岐越しの流れや開口端出口流れから生じる(Fig.1-14)。滑らかなパイプ流れでも  $Re > 2100$  を越えると乱流渦がでてくる。最も単純には管壁近くの流体層が引きちぎられるにつれて、速度増加に伴う粘性力が大きくなり、流体がもつれて回転渦になり層流が乱流に変わる。この配管系内の渦形成は実験的に調べられており、渦振動式は次式で与えられる。

$$f_s = N_s(V/s) \quad \text{-----(j)}$$

ここで、 $N_s$ =ストローハル数、 $f_s$ =渦振動数、 $V$ =流速、 $d$ =流れの障害物/制限物の水力径

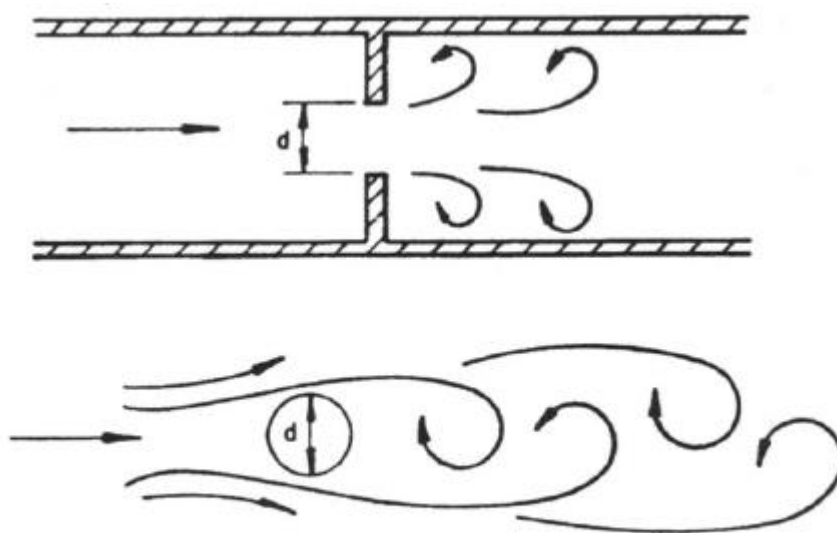


Fig.1-14 放出渦の発生

文献によれば、障害物や制限物では、ストローハル数 0.2 で最も効率よく渦が発生する。ストローハル数データは、例えば Fig.1-15 に示されるようなフォームで表わされ、発生周波数帯の中心で 0.2 近くになる。そのピークを境に約 3dB/オクターブで減少する。このようなプロット値は、正確に実際の振動数を予測する場合ではなく、どの障害物/制限物に脈動が発生するかを判断する場合に使われる。実際の配管系ではある障害物によって、一つの卓越周波数が発生する。選択のストローハル数 0.2 における振動数に、最も近い配管の音響共鳴モードがこれにあたる。もしストローハル振動数が 10Hz で、配管の強い共鳴モード(固有振動モード)が 12Hz あれば、発生振動数は 12Hz であり、固有振動数で揺れることになる。即ち全配管系が共鳴状態にあれば、配管の反射波が渦の放出を制御することになる。

チューブによって発生周波数が決まってくる事実は、例えばフルートやトロンボーンのような楽器に見られる。その場合共鳴長さが、生み出される曲の調子を制御する。

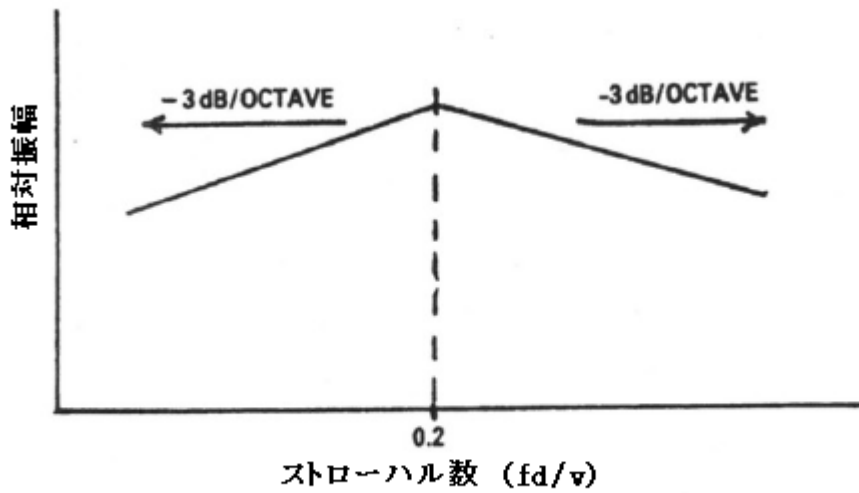


Fig.1-15 選択のNs=0.2でのストローハル渦乱流のエネルギー分布

(3) サイドブランチ(先止まり分岐) [ 補足説明(6) 参照]

プラント配管では、分岐部分を通過する流れによって分岐管/主管の両方で大きく増幅された脈動が生じることがある(図 1-16)。この場合、SWRI の経験によれば下記の選択的ストローハル振動数が発生する。

$$f_s = (0.25 \sim 0.5)(V/d) \text{ -----(k)}$$

但し、d=分岐管内径(m)、V=主管側流速(分岐管面上流速)(m/s)

脈動の振幅はストローハル振動数が、分岐管の長さ方向の音響共鳴振動数(流体柱固有振動数)と一致するときに最も厳しくなる。例えば分岐端が盲端のときは、1/4 波長共鳴になる。この場合の共鳴振動数は、

$$f_n = (2n - 1)\{C/(4L)\} \text{ -----(l)}$$

ここで  $f_n = (1/4)$ 波長の先止まり分岐の共鳴周波数(Hz)、

C=音響速度(音速)(m/s)、L=分岐管長さ(m)、n=次数 1, 2, 3……

$f_s = f_n$  のとき、最も強い脈動になる。

$$(0.25 \sim 0.5)(V/d) = (2n - 1)\{C/(4L)\} \rightarrow V = (0.5 \sim 1)(2n - 1)C(d/L)$$

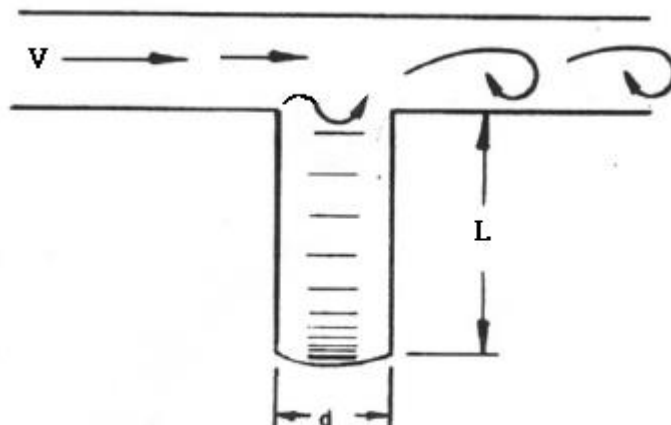


Fig.1-16 分岐交叉部における渦の形成

#### (4) 遠心ポンプ及び遠心コンプレッサ

遠心ユニットでは、インペラブレードの通過と高いせん断乱流によって高周波の脈動が発生することが知られている。また低周波数域での脈動でも遠心ユニットの関与は大きい。サージングはその代表的なものである。これが起きると強烈な応答がおきる。またポンプが、渦流れやピストンのような脈動源から生じる低レベルの振動を増幅する能力をもっていることから、別趣の振動になることもある。更にそれらは遠心ユニットと付帯配管から生じるシステムの流れ不安定にも関与する。

#### (5) その他の振動源

配管ダクトの脈動や過渡現象にはいろいろの発生源がある。その例として、  
弁の急激な開閉、ピストンエンジンからの燃焼及びポンピング騒音、調節弁/空気ピストン/  
膨張タービン/渦流量計などの変調及びハンチング  
などがあげられる。



【 補足説明 】

(1) 電気回路では、交流電流  $I$  を流したとき、回路両端に発生する電圧  $V$  を、 $V=ZI$  と書けるとき、 $Z$  をインピーダンスと称している。これは、直流回路における  $V=RI$  の抵抗値  $R$  に等しい。

拡張的にいえば、 $V=ZI$  なる関係式は、ある物理量  $A$  を与えたとき、それに伴って他の物理量  $B$  がどのように変化するかを表わしたもの( $\rightarrow B=ZA$ )といえる。即ち化学変化のない単純な因果関係を記述するものである。

音響インピーダンスは、[音響媒質の粒子速度]を与えた時、それに伴って[音圧(媒質の圧力変動)]がどのように変化するかを表わしたもので、通常音響理論では、

$$\text{平面(進行)波の場合： } Z = S \Delta p / u = S \Delta p / u \quad (S \Delta p \text{ はフォース})$$

ここで  $u$ =粒子速度(変位速度)、 $S$ =速度  $u$  に直交する面積、 $\Delta p$ =音圧変化

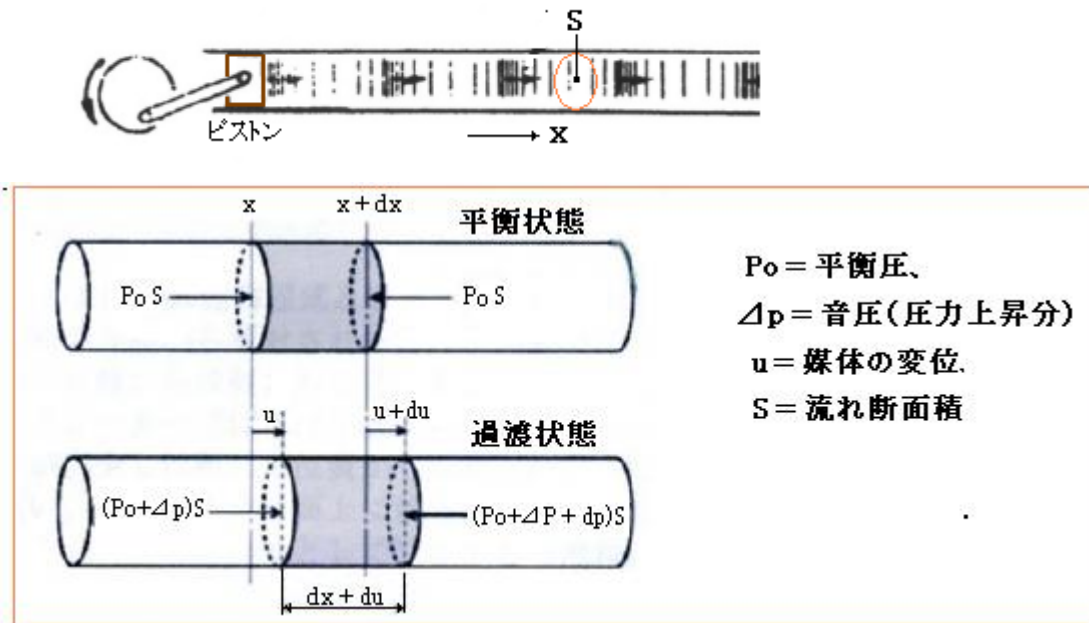
然るに、脈動論の場合は利便を考慮して、音響インピーダンスを次式で定義する。

$$\text{平面(進行)波の場合： } Z = P / v = P / (Au)$$

ここで  $P$ =脈動(音響)圧力振幅(= $\Delta P$ )、 $u$ =脈動(音響)粒子速度(= $v/A$ )、 $v$ =体積速度(流量)、 $A$ =パイプ流れ断面積(= $S$ )

音響理論では[フォースの変化 vs 粒子速度]、脈動論では[圧力変化 vs 体積速度(流量)]になっていることに注意。

(2) ここでパイプを伝播する波動を考える<sup>(2)</sup>。但し壁面の影響が少なく波動は平面波として伝播する。



上図は脈動状態で圧力が伝播する状態を示している。この図の微小長さ  $dx$ (着色部分)の運動式は壁面の摩擦抵抗を無視すると、

$$(P_0 + \Delta p)S - (P_0 + \Delta P + dp)S = m(\partial v / \partial t) \quad \rightarrow \quad dpS = m(\partial v / \partial t)$$

ここで着色部分の質量  $m = \rho S dx$ 、変位速度  $v = \partial u / \partial t$  であるから、 $dpS = \rho S dx (\partial / \partial t) (\partial u / \partial t)$ 、即ち

$$\rho (\partial^2 u / \partial t^2) = -\partial p / \partial x \quad \text{----- (a)}$$

上記の着色部分は圧縮(膨張)を受ける。気体の圧縮率  $\kappa$  は、

$$\kappa = -(1/V)(\Delta V/\Delta p) \rightarrow \Delta p = -(1/\kappa)(\Delta V/V)$$

もとの体積  $V$  は  $Sdx$ 、圧力変化による体積変化  $\Delta V$  は  $Sdu$  であるから、

$$\Delta P = -(1/\kappa)(du/dx) \text{ -----(b)}$$

これを  $x$  で微分して  $\partial \Delta p / \partial t = -(1/\kappa)(\partial^2 u / \partial x^2)$ 。  $(\partial \Delta p / \partial t)$  は  $(\partial p / \partial x)$  に等しいので、(a)式は

$$\rho \kappa (\partial^2 u / \partial t^2) = (\partial^2 u / \partial x^2) \text{ -----(c)}$$

この微分方程式の解は、周知のように、

$$u(x,t) = u_0 \sin(\omega t - kx) \text{ -----(d)}$$

であるから、これを(c)式に代入すれば、

$$\rho \kappa \omega^2 = k^2 \rightarrow (\rho \kappa)^{0.5} \omega = k \text{ -----(e)}$$

ここで、 $k = 2\pi/\lambda$ 、 $\omega = 2\pi f$  であるから、 $f\lambda = 1/(\rho \kappa)^{0.5}$  となる。一方、波長  $\lambda$  は、

$$\lambda = Tc = c/f \text{ (但し } T = \text{周期)} \rightarrow f\lambda = c \text{ -----(f)}$$

従って音速  $c$  は、次式で表わせる。

$$c = 1/(\rho \kappa)^{0.5} \text{ -----(g)}$$

これを、(e)式に用いて、

$$\omega = ck \text{ -----(h)}$$

(f)(g)(h)の関係は、音響関係でよく用いられる。これらの式の記号定義は次の通り。

$$\begin{aligned} \rho &= \text{流体密度 (kg/m}^3\text{)}、\kappa = \text{圧縮率 (m}^2\text{/N)}、\omega = \text{角振動数 (rad/s)} = 2\pi f \\ f &= \text{振動数 (c/s or Hz)}、k = \text{波数 (rad/m)}、\lambda = \text{波長 (m)}、c = \text{媒質の音速 (m/s)}、 \end{aligned}$$

さて、平衡状態からの音圧上昇  $\Delta p$  は(b)式に(d)式を代入して、

$$\Delta P = (1/\kappa) k u_0 \cos(\omega t - kx)$$

変位速度(粒子速度) $v$ は、

$$v = \partial u / \partial t = \omega u_0 \cos(\omega t - kx)$$

$\Delta p$  と  $v$  を用いて、音響インピーダンスを表わすと以下になる (但し本文では  $u = v$  で表記)

$$\text{表示 1 : } Z = S \Delta P / v = k S / (\kappa \omega)$$

$$\text{表示 2 : } Z = \Delta P / (Sv) = k / (S \kappa \omega)$$

ここで、 $\omega = ck$ 、 $c = 1/(\rho \kappa)^{0.5}$  であるから、反射のないパイプ(例えば無限長パイプ)では、

$$\text{表示 1 : } Z = S(\rho / \kappa)^{0.5} = S \rho c \text{ -----(i)}$$

$$\text{表示 2 : } Z = (\rho / \kappa)^{0.5} / S = \rho c / S \text{ -----(j)}$$

ここで  $\rho c$  は一般に面積  $S$  (パイプサイズ) に依存しないので、**固有音響インピーダンス** と呼ばれる。

- (3) 音波が異なる媒質に入射すると、媒質の固有音響インピーダンス( $\rho c$ )の相違により、入射音波の一部が反射しその残余が透過する。これは音響インピーダンスの相違によって反射が起きることを意味する。平面波が管路を伝播する途中で、管路断面積が変化するとそこで、

$$Z_1 = \rho c / S_1 \rightarrow Z_2 = \rho c / S_2$$

のように音響インピーダンスが変化するので反射現象が起きる。この場合、下図より

$$P_i + P_r = P_t, \quad v_i - v_r = v_t$$

$P_i = Z_1 v_i$ 、 $P_r = Z_1 v_r$  であるから反射率  $r_p$  は、 $r_p = P_r / P_i = Z_1 v_r / (Z_1 v_i) = v_r / v_i$

また、 $P_t = Z_2 v_t$ 、 $v_i - v_r = v_t$  であるから、 $P_i + P_r = P_t$  は、 $Z_1(v_i + v_r) = Z_2 v_t = Z_2(v_i - v_r)$

これを变形すれば、 $v_r / v_i = (Z_2 - Z_1) / (Z_1 + Z_2)$ 、よって 反射率は  $r_p = (Z_2 - Z_1) / (Z_1 + Z_2)$

更に、 $Z_1 = \rho c / S_1$ 、 $Z_2 = \rho c / S_2$  であるから、

$$r_p = (\rho c / S_2 - \rho c / S_1) / (\rho c / S_1 + \rho c / S_2) = (S_1 - S_2) / (S_1 + S_2) = (S_1/S_2 - 1) / (S_1/S_2 + 1)$$

$S_1$ 、 $S_2$  を  $A_1$ 、 $A_2$  で記述すると (g)式が得られる。(h)式についても同様に導かれる。

$$r_p = P_r / P_i = (A_1 - A_2) / (A_1 + A_2) = \{(A_1/A_2) - 1\} / \{(A_1/A_2) + 1\}$$

(g)式で、断面積変化がなければ  $A_1 = A_2$  なので、反射率  $r_p$  は零で反射はない。また、

- ① 断面縮小の場合  $A_1 > A_2$  なので  $r_p > 0 \rightarrow P_i$  と  $P_r$  は同符号
- ② 断面拡大の場合  $A_1 < A_2$  なので  $r_p < 0 \rightarrow P_i$  と  $P_r$  は異符号

①の極端な場合は閉止端になり、 $r_p = (\infty - 1) / (\infty + 1) = 1$  で  $P_i = P_r$  となる。また

②の極端な場合は開放端になり、 $r_p = (0 - 1) / (0 + 1) = -1$  で  $P_i = -P_r$  となる。図 1-4 参照。

なお、(g)(h)式は、無反射を前提としている。実際はより複雑になる。

音の反射/透過に関する公式

音の反射率  $R_p = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2}$

粒子速度の反射率  $R_v = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} = -R_p$

音の強さの反射率  $RI = \frac{(Z_1 - Z_2)^2}{(Z_1 + Z_2)^2} = R_p^2$

音圧の透過率  $T_p = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} = 1 + R_p$

粒子速度の透過率  $T_v = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} = 1 - R_p$

音の強さの透過率  $TI = \frac{2Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2} = 1 - R_p^2$

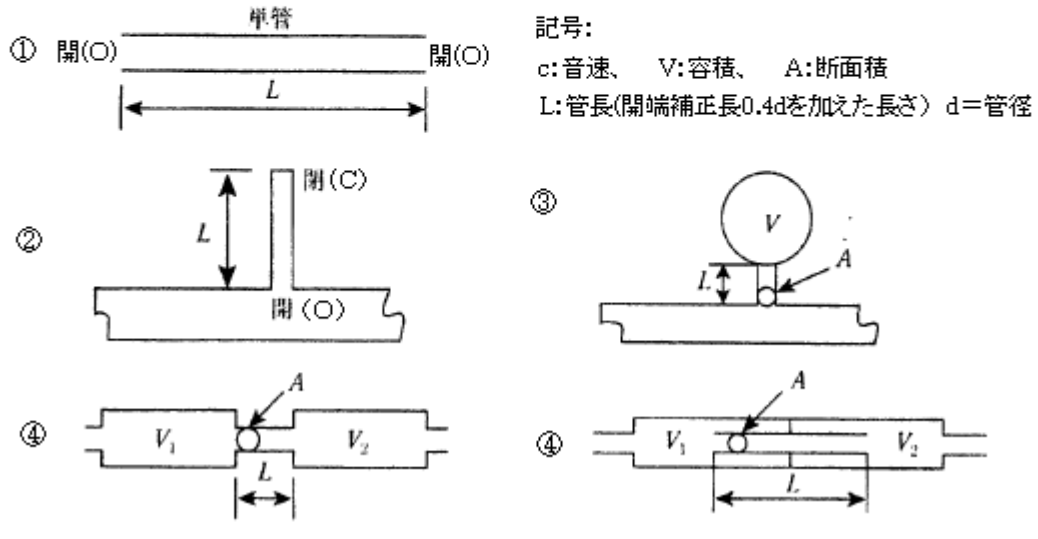
透過損失は  $-10 \log_{10} TI$  dB となる

P: 圧力振幅  
v: 流量振幅

- (4) 定在波は、梁における固有モード(モード波形)に該当する。これは加振周波数が気柱の固有振動数 即ち気柱の共鳴周波数に漸近して共鳴状態になったときに顕われる。共鳴状態では圧力変動/流量変動は著しく増幅され、うなり現象が観察される。代表的な気柱共鳴振動数を下図に示す。

表5.1-6 気柱共鳴周波数の概要 [文献(2)から引用]

共鳴の種類		気柱共鳴振動数	
単管	① 開-開 または 閉-閉 (1/2波長共鳴)	$f_0 = n(c/2L)$	$n = 1, 2, 3, \dots$
	② 開-閉 (1/4波長共鳴)	$f_0 = (2n-1)(c/4L)$	$n = 1, 2, 3, \dots$
③ ヘルムホルツ共鳴		$f_0 = (c/2\pi)(A/LV)^{0.5}$	
④ [容積-絞り-容積]共鳴 (ローパスフィルタ)		$f_0 = (c/2\pi)\{A/L(1/V_1 + 1/V_2)\}^{0.5}$	



(5) 脈動波形は、圧力あるいは流量の時間変化で表わされるが波形は複雑になる。脈動流の計測や解析では、これを、次のように、次数(n=1,2,3...)毎の調和波の集合とみなして処理する。

$$\text{波形 } X(t) \doteq a_0/2 + \sum [(a_n^2 + b_n^2)^{0.5} \sin(n\omega t + \phi_n)]$$

$$\text{変動量 } \Delta X(t) = \sum [(a_n^2 + b_n^2)^{0.5} \sin(n\omega t + \phi_n)]$$

$$a_n = (2/T) \int_T X(t) \cos n\omega t \, dt, \quad b_n = (2/T) \int_T X(t) \sin n\omega t \, dt$$

$\omega$  = 基本角周波数、 $\Phi$  = 位相、 $T$  = 周期

この処理は、脈動現象を、イメージの確かな正弦波/余弦波に分解し成分レベルで捉えようとする工学手法で、脈動・振動分野では常套的な手段になっている。詳しくは下記 TS を参照のこと。

【 FE-18-TM-001 脈動流波形をフーリエ展開する方法 】

(6) 先止まり分岐の内部は、流れがなく淀み部分になる。しかしこの淀み部分は決して静止しているわけではなく、流れ側との界面で攪乱され、波動/渦を発生する。流れのない空洞(Cavity)部分におきる振動であるところからキャビティ振動と呼ばれることがある。詳しくは下記 TS などを参照のこと。

【 FE-19-RP-001 流れの窪みに起きる振動の評価基準 】

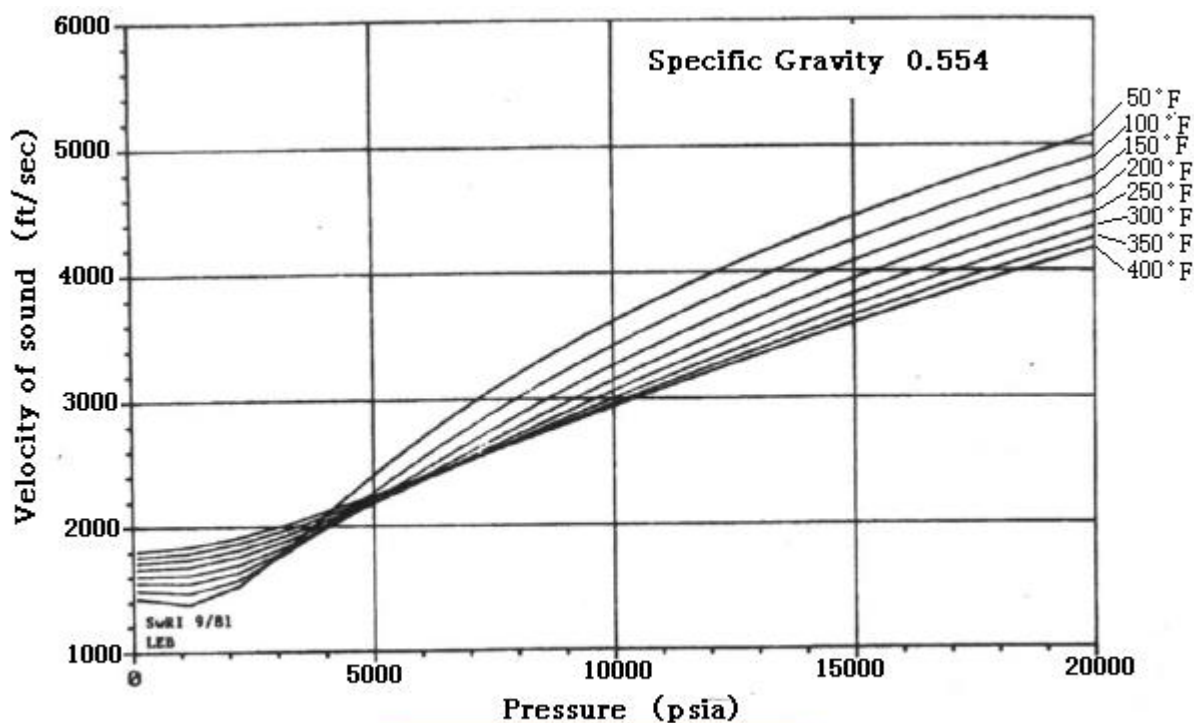


Fig.1-2 メタンの音速

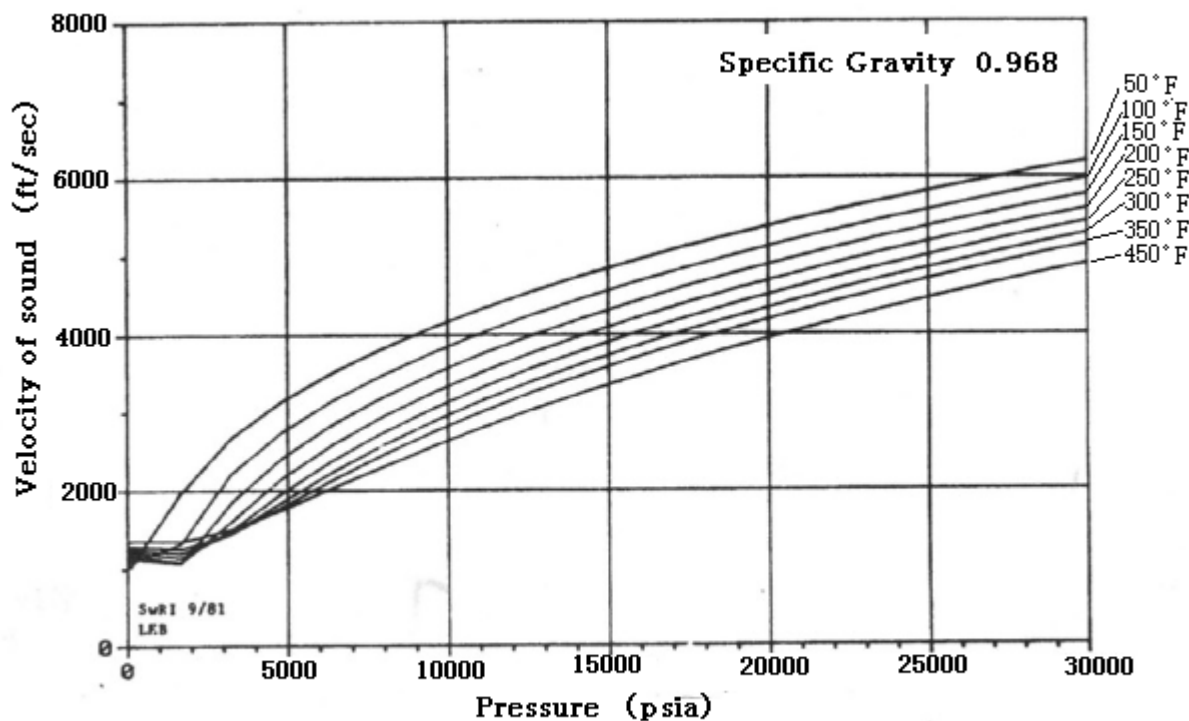


Fig.1-3 エチレンの音速

引用文献/テキスト)

(0) 講習会テキスト: Controlling the effects of pulsations and fluid transients in piping systems

(presented by SWRI, Jan 1987)

(1) オーディオの科学—スピーカーの物理学II 「音響インピーダンスと放射インピーダンス」

Siga@takatuki (インターネット情報)

(2) JSME 「事例に学ぶ流体関連振動(第2版)」 第5章