【整番】FE-16-TM-010	【標題】タンク排出時間の計算方法	
分類：流れ(重力流れ)／種別：技術メモ	作成年月：H19.7／改訂：Ver0.0 (H19.7)	作成者：N.Miyamoto

全５枚

設備のシャットダウンや運転操作においてタンクや塔槽類の内容物の排出時間が問題になることがある。このタンク排出時間の計算方法としては流出管をオリフィスで模擬しトリチェリ式を用いた簡易式が知られているが、多少条件を Fix した嫌いがある。ここでは少し拡張した計算式を考えてみる。

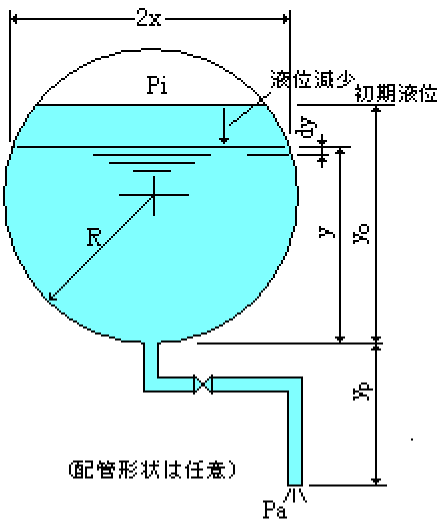


図1　球形タンクの場合

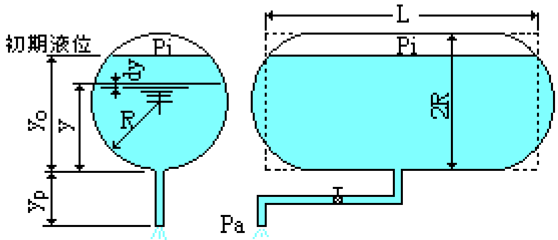


図2　水平円筒タンクの場合

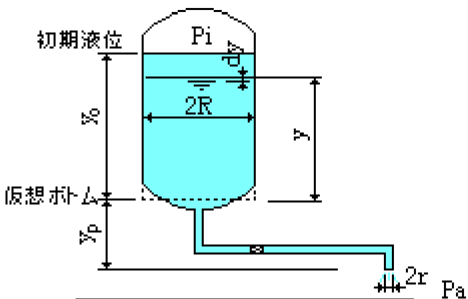


図3　垂直円筒タンクの場合

1.　タンク排出時間の計算式

タンク液面 y が、初期レベル($y=y_o$)からボトムレベル($y=0$)まで降下して、液を全部排出するまでの時間(t_e)は次式から得られる。

(1)　球形タンクの場合(**図１**)

$$t_e=[a^{0.5}(40Rab+16a^2)-(a+by_o)^{0.5}\{20Rb(2a-by_o)+2(8a^2-4aby_o+3b^2y_o^2)\}]/(15r^2b^3)$$

但し　$a=2g\{(h_i-h_a)+y_p\}/k$ 、$b=(2g/k)$

ここで、te＝タンク排出時間(sec.)、g＝重力加速度（m/s^2）、γ＝液比重(kg/m^3)

hi＝タンク気相圧力ヘッド(m)＝Pi/γ、P_i＝タンク気相圧(kg/m^2A)

ha＝排出先圧力ヘッド(m)＝Pa/γ、　Pa＝排出先の圧力(kg/m^2A)

y_o＝初期液高さ(m)、y_p＝タンクボトム～排出配管出口のレベル差(m)

R＝タンク内半径(m)、r＝排出配管出口の内半径(m)

k＝排出配管出口流速ベースの全配管圧損係数＝$\Sigma k_o(r/r^*)^2$

k_o＝同一サイズ区間の圧損係数＝$\lambda(l/d)+\Sigma k_c$、r*＝区間の管内半径(m)

λ＝管摩擦損失係数(by Moody)、l＝区間の管長さ(m)、d=管内径(m)

k_c＝管を除く区間構成要素の圧損係数(出口損失分含む)

(2)　水平円筒タンクの場合(**図２**)

$t_e = \{2L/(\pi r^2)\} \triangle y_N \Sigma [\{(2Ry_i - y_i^2)/(a + by_i)\}^{0.5}]$ （ 但し i＝1～N）

ここで、$\triangle y_N$＝液レベル分割高さ(m)＝y_o/N、y_o＝初期液高さ(m)、N＝分割数(整数、適宜)
、 y_i＝i 番目の分割位置での液高さ＝(i－0.5)$\triangle y_N$
L＝タンク実質長さ(m)---鏡部分の平均高さ考慮、 R＝円筒の内半径(m)
r、a および b は、球形タンクに同じ
解説の参考図を参照のこと。

(3) 垂直円筒タンクの場合(**図 3**）

$\boxed{t_e = 2(R/r)^2[\{(a+by_o)^{0.5} - a^{0.5}\}/b]}$

ここで、R、r、y_o、a 及び b は、水平円筒タンクに同じ。

2. 特別な場合のタンク排出時間の計算式

タンク気相圧力と排出先の圧力がほぼ同じで排出管がほぼ水平に近いとみなされる場合は、hi≒ha かつ y_p≒0 であるから、a= 0 になる。この場合は次式で、比較的容易に排出時間が計算できる。

(1) 球形タンク： $t_e = (by_o)^{0.5}\{20Rb^2y_o - 6b^2y_o^2)\}]/(15r^2b^3)$
(2) 水平円筒タンク：$t_e = \{4L/(3\pi r^2 b_o)\}\{(a_o + b_o y_o)^{1.5} - a_o^{1.5}\}$
(3) 垂直円筒タンク：$t_e = 2(R/r)^2(by_o)^{0.5}/b$

記号の定義は前項と同じである。

3. 例 題

次の 3 様の 100A 排出管付き水タンクについて、夫々の排出時間を見積もる。

球形タンク ：内径φ2m、初期液位 1.8m(ボトムより)
水平円筒タンク：内径φ2m x 8m長さ、初期液位 1.8m(ボトムより)
垂直円筒タンク：内径φ2mx8mママ、初期液位 6m(ボトムより)

なお γ＝1000 kg/m³、Pa=10300kg/m²、Pi=10800 kg/m²、y_p＝0.5m、r＝0.05m、 k＝3.5＋1＝4.5

****

まず、排出管のパラメータ a,b

$a = 2g\{(h_i - h_a) + y_p\}/k = 2x9.807x\{(10800/1000 - 10300/1000) + 0.5\}/4.5 = 2x9.807x1/4.5 = 4.36$

$b = (2g/k) = 2x9.807/4.5 = 4.36$

球形タンクの場合：

$t_e = [a^{0.5}(40Rab+16a^2) - (a+by_o)^{0.5}\{20Rb(2a - by_o) + 2(8a^2 - 4aby_o + 3b^2y_o^2)\}]/(15r^2b^3)$

$= [4.36^{0.5} x (40x1x4.36x4.36+16x4.36^2) - (4.36+4.36x1.8)^{0.5} x\{20x1x4.36x(2x4.36 - 4.36x1.8)$
$+ 2(8x4.36^2 - 4x4.36x4.36 x 1.8+3x4.36^2x1.8^2)\}]/(15x0.05^2x4.36^3)$

$= 2.088x1065 - 3.494x(76.0 + 400)/3.11 =$ **180 sec.(3 分)**

水平円筒タンクの場合：数値積分の結果は、

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i	0.09	0.27	0.45	0.63	0.81	0.99	1.17	1.35	1.53	1.71

F_i	0.1902	0.2904	0.3321	0.3485	0.3495	0.3394	0.3203	0.2926	0.2553	0.2049

従って、$\Sigma[\{(2Ry_i-y_i^2)/(a+by_i)\}^{0.5}]$＝上記合計 2.93

$t_e=\{2L/(\pi r^2)\}\triangle y_N\Sigma[\{(2Ry_i-y_i^2)/(a+by_i)\}^{0.5}]=\{2x9.807/(\pi x0.05^2)\}x1.8/10x2.93=$ **1072 sec.(約 18 分)**

鉛直円筒タンクの場合：

$t_e=2(R/r)^2[\{(a+by_o)^{0.5}-a^{0.5}\}/b]=2(1/0.05)^2[\{(4.36+4.36x6)^{0.5}-4.36^{0.5}\}/4.36]=$ **630 sec.(約 10.5 分)**

【　解　説　】

1. 実際、タンク内容液の排出に際しては種々の流れ現象や力の作用があるが、これはドレン弁の絞りでコントロールできる場合が多いので通常、単純な重力流れで排出プロセスを考えればよい。この重力排出過程の推算法は旧来から十分知られているが、内外差圧無しで液自重だけで流すとか、排出配管の落差(エレベーション)を無視するとか、条件が単純化されすぎて実状と合わない場面も多々ある。しかし、これらについては、単に排出配管の扱いを実状に近づけることでかなり改善できる。以下。

2. まず排出配管の扱いを説明する(図 1～3 参照)。もともと、ドレン排出は過渡的変化(非定常変化)であるから、区間の流速変化による慣性項を考慮したベルヌーイ式を用いるべきであるが、タンク表面積が大きくドレン弁は普通しぼられているので、準定常的に扱っても特に大きな狂いがでるとも思えない。そこで、以下、通常のベルヌーイ式を用いる。

図のポイント①～④の間の関係は次のようである。

①－②：　$P_i+\gamma y=P_n+0.5\rho u_n^2$

②－③：　$P_n+0.5\rho u_n^2=P_e+0.5\rho u_e^2-\gamma y_p+0.5k_p\rho u_e^2$

③－④：　$P_e+0.5\rho u_e^2=P_a+0.5k_e\rho u_e^2$

ここで　P＝静圧、u＝管内流速、y＝任意の液面レベル、 ρ＝密度＝γ/g、γ＝液比重量、g＝重力、k＝圧損係数（但し（$\triangle P/0.5k\rho \mathbf{u_e^2}$）即ち<u>管端流速について定義された係数</u>。注意！）

サフィックス i, n, e, p, a　➞夫々、タンク内, タンク出口, 排出管端, 配管, 排出先の意

これらの関係より

$P_i+\gamma y=P_a-\gamma y_p+0.5(\mathbf{ke+k_p})\rho u_e^2=P_a-\gamma y_p+0.5\mathbf{k}\rho u_e^2$　(k＝管路の全圧損係数)

よって、$u_e=[2\{(P_i-P_a)+\gamma(y+y_p)\}/(\rho k)]^{0.5}$、ここで、$(P_i-P_a)=\gamma(h_i-h_a)$とすれば

$u_e=[2g\{(h_i-h_a)+y_p\}/k+(2g/k)y]^{0.5}=(a+by)^{0.5}$　--------------------------------------(a)

但し $a=2g\{(h_i-h_a)+y_p\}/k$、$b=(2g/k)$

k は出口圧損係数 ke が 1 なので、常に k ＞1 である。念為。

次に液面降下と排出との関係はタンク容積減少分と液排出分の和は零(即ち$\triangle V_T+\triangle V_E=0$)であるから

$A_s dy+A_p u_e dt=0$ ➞ $A_s dy+\pi r^2(a+by)^{0.5}dt=0$　--------------------------------------(b)

ここで　A_s＝タンク内液表面積、r＝排出管出口の内半径、 dy, dt＝液レベル減分,時間増分

排出時間は、この式を各タンク形状について解くことで得られる。

3. まず、液化ガスなどで使われる**球形タンク**について(図１参照)。この場合、(b)式は

$$\pi x^2 dy + \pi r^2 (a+by)^{0.5} dt = 0$$

液面半径 x は　$(y-R)^2+x^2=R^2$ であるから $x^2=(2yR-y^2)$、これを用いて

$$dt=[\{-2Ry+y^2\}/\{r^2(a+by)^{0.5}\}]dy$$

積分して　　$t=(a+by)^{0.5}\{20Rb(2a-by)+2(8a^2-4aby+3b^2y^2)\}/(15r^2b^3)+C$

積分定数 C は、 t = 0 sec.において液位 $y=y_o$ とすれば、

$$C=-(a+by_o)^{0.5}\{20Rb(2a-by_o)+2(8a^2-4aby_o+3b^2y_o^2)\}/(15r^2b^3)$$

従って、タンク排出時間 t と液位 y の関係は、

$$t=(a+by)^{0.5}\{20Rb(2a-by)+2(8a^2-4aby+3b^2y^2)\}/(15r^2b^3)$$
$$-(a+by_o)^{0.5}\{20Rb(2a-by_o)+2(8a^2-4aby_o+3b^2y_o^2)\}/(15r^2b^3) \quad \text{------(c)}$$

タンクが空になるときの時間 t_e は y=0 とおいて、

$$t_e=[a^{0.5}(40Rab+16a^2)-(a+by_o)^{0.5}\{20Rb(2a-by_o)+2(8a^2-4aby_o+3b^2y_o^2)\}]/(15r^2b^3) \quad \text{-----(d)}$$

ちょっと複雑な式になる。通常、大気圧状態で排出するときは $h_i=h_a$ である。また排出管が水平に近く $y\fallingdotseq 0$ とみなされるときは、(a)式からわかるように a = 0 であるから

$$t_e=(by_o)^{0.5}\{20Rb^2y_o-6b^2y_o^2)\}]/(15r^2b^3) \quad \text{--(e)}$$

(更に、k＝1、$y_o=R$ とすれば、b＝2g であるから $t_e=(14/15)R^{2.5}/\{r^2(2g)^{0.5}\}$ になる。これは文献(1)の第２章例題２に合致する。)

4. 次に**水平円筒タンク**について。この場合、

$$2xLdy+\pi r^2(a+by)^{0.5}dt=0$$

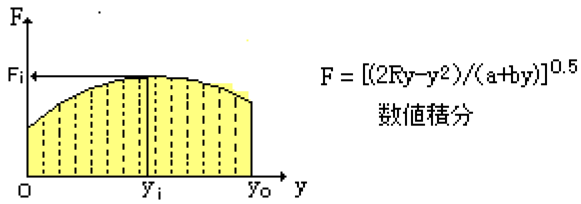
ここで、x は $(y-R)^2+x^2=R^2$ であるから、 $x=(2yR-y^2)^{0.5}$、これを用いて

$$dt=-\{2L/(\pi r^2)\}\{(2Ry-y^2)/(a+by)\}^{0.5}dy$$

この積分は意外に難しい。仮にできても厄介な式になるので下記のように数値的に積分して求めるのがてっとりばやい。

$$t_e=\{2L/(\pi r^2)\}\triangle y_N \Sigma F_i \quad (\text{但し } i=1\sim N) \quad \text{---(f)}$$

ここで、$\triangle y_N=y_o/N$、$F_i=\{(2Ry_i-y_i^2)/(a+by_i)\}^{0.5}$、$y_i=(i-0.5)\triangle y_N$



ここで、前項と同じように、a = 0 とすれば、

$$dt=-\{2L/(\pi r^2)\}(2R/b-y/b)^{0.5}dy=-\{2L/(\pi r^2)\}(a_o+b_oy)^{0.5}dy$$

ここで　　$a_o=2R/b$、$b_o=-1/b$

これを積分して　　$t=-\{2L/(\pi r^2)\}\{2/(3b_o)\}(a_o+b_oy)^{1.5}+C$

t=0 のとき $y=y_o$ であるから、$C=\{2L/(\pi r^2)\}\{2/(3b_o)\}(a_o+b_oy_o)^{1.5}$

従いて、　　$t=-\{4L/(3\pi r^2 b_o)\}\{(a_o+b_oy)^{1.5}-(a_o+b_oy_o)^{1.5}\}$　------------------------------------(g)

タンクが空になるとき、y=0 であるから、

$$t_e=\{4L/(3\pi r^2b_o)\}\{(a_o+b_oy_o)^{1.5}-a_o^{1.5}\} \quad \text{---(h)}$$

5. 次に**垂直円筒タンク**について。

$$\pi R^2 dy + \pi r^2 (a+by)^{0.5} dt = 0$$

従って、　$dt = -(R^2/r^2)/(a+by)^{0.5} dy$

積分して　$t = -(R^2/r^2)\{2(a+by)^{0.5}/b\} + C$

t=0 で $y = y_o$ なので　$C = (R^2/r^2)\{2(a+by_o)^{0.5}/b\}$　　従って、

$$t = -(R^2/r^2)\{2(a+by)^{0.5}/b\} + (R^2/r^2)\{2(a+by_o)^{0.5}/b\} \quad \text{--(i)}$$

y＝0 のとき、　$t_e = 2(R/r)^2[\{(a+by_o)^{0.5} - a^{0.5}\}/b]$　　--(j)

[　横置き円筒タンクの場合、(f)式のような数値計算に因ることなく電卓で粗々、概算するときは円筒断面を等価な矩形断面に置き換えることで垂直タンクと同様に排出時間を計算できる。即ち前項の垂直円筒タンクにおいて、$\pi R^2 = WL = (\pi R^2)^{0.5} L = \pi^{0.5} RL$　として

$$te = 2\{\pi^{0.5} RL/(\pi r^2)\}[\{(a+by_o)^{0.5} - a^{0.5}\}/b] = 1.1284(RL/r^2)[\{(a+by_o)^{0.5} - a^{0.5}\}/b]$$

少し安全をみて運用すれば、十分使えるのではないか？　]

6. モデル化について。実際の計算では、鏡板部分やインターナルの扱いが問題になる。インターナルについては、その都度考慮するほかないが、鏡板については図 2,3 のように平均位置で平蓋で扱えばいい。

また、図ではいずれもボトムに液排出口をとっているが、これはサイドにあっても、そのレベルで y＝0 とすればよい。ただし流動抵抗が少し大きくなるので配管の圧損係数にその分プラスしておけばいいと思う。配管の形状は如何なる形でもよいが、分岐/集合については多少工夫がいる。

なおタンクの排出ノズルでは液面が低下して 5x ノズル径位になると、空気吸い込みがおこり排出が悪く(?)なる。この辺定量化が難しいので時間的に適宜、裕度をとるようにする(タンク容量大なら無視)。

引用文献：

(1)　ワイリー「工業数学(上)」(富久泰明訳)
(2)　ピアーズ「簡約積分表」