

【整番】FE-14-TM-002	【標題】曲管の圧損係数
分類：流れ(圧力損失)/種別：技術メモ	作成年月：H21.8/改訂：Ver0.0(21.8)
	作成者：N.Miyamoto

全 22 枚

0. 管路の圧損において、曲管(エルボ/ベンド類)の損失は大きい。特に機器廻りの配管は3次元的で、曲管の個数が格段に多く、直管の損失をかなり上回ることが多いにも拘わらず、実際の圧損計算では相当管長の形で比較的ぞんざいに扱われることが多い。然るにエンジニアリングの状況(例えばポンプ動力費削減)によってはより精度の高い見積りが必要なこともある。そこで、本TSでは、

スムーズベンド(円形/矩形)、マイタベンド(円形/矩形)、コイル管(円形)及び特殊形状のベンドの圧損係数について、Miller のテキスト<sup>①</sup>及び Blevins のテキスト<sup>②</sup>からピックアップして紹介する。

なお、整流バーン付きのベンドあるいはベンド間の距離が短い“近接ベンド”については、下記のTSを参照のこと。

【 [FE-13-RP-001](#) 曲がり管の偏流と整流バーンのサイジング 】

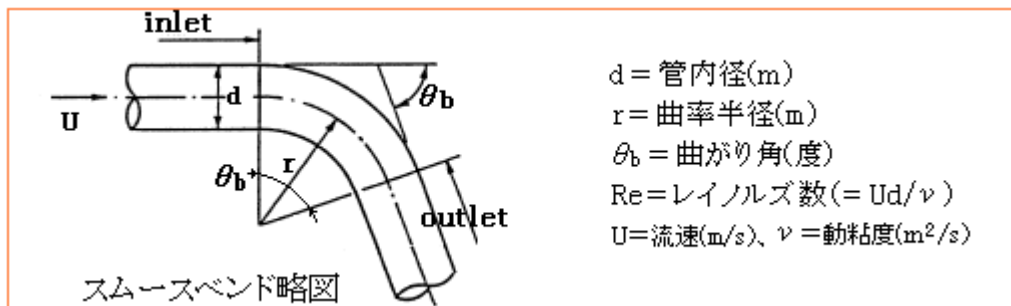
【 [FE-14-RP-005](#) 近接ベンドの干渉を考慮した圧損係数計算方法 】

## 1. Miller による圧損係数

Miller は計算式によるのではなく、基準圧損係数をグラフから読み取り、これに補正係数を乗じる形で圧損係数を見積もる方法を採用している。以下、Miller テキストの内容に準じる。

### (1) 円形断面のスムーズベンド ( $Re > 10^4$ の乱流域)

ここでは下記のような円形のスムーズベンドを扱う。なお  $Re < 10^4$  の層流&遷移流は後(3)項による。



曲がり部分の圧損係数は次式で与えられる。但し  $Re > 10^4$  の乱流域に適用。

$$K_b = K_b^* \cdot C_{Re} \cdot C_o \cdot C_f \quad \text{-----(a)}$$

ここで、 $K_b$  = ベンド圧損係数(-) [ $= \Delta P / \{ (1/2) \rho U^2 \}$ ]

$\Delta P$  = ベンド圧損(Pa)、 $U$  = 管内平均流速(m/s)、 $\rho$  = 流体密度(kg/m<sup>3</sup>)

$K_b^*$  = 基本圧損係数、 $C_{Re}$  = レイノルズ数による補正係数、 $C_o$  = 出口側管長による補正係数

$C_f$  = 管内粗さによる補正係数、

基本圧損式  $K_b^*$  は、 $Re = 10^6$  で内面が滑らかで出口側直管が  $30d$  以上の基準ベンドの圧損係数で、Fig.9.2 で与えられる。 $K_b^*$  は横軸の曲率比( $r/d$ )と縦軸の曲がり角( $\theta_b$ )の交点を通る曲線から得られる。

レイノルズ数による補正係数  $C_{Re}$  は、 $Re = 10^6$  からの偏寄を補正するもので、Fig.9.3 による。この図に示されない( $r/d < 1$ )のベンドについては、低レイノルズ数域で影響が現れる。その場合、

$[0.7 < (r/d) < 1.0]$  or  $[(r/d) < 1 \ \& \ K_b^* < 0.4] \rightarrow$  Fig.9.3 の  $r/d=1$  のラインを適用

$[(r/d) \leq 0.7]$  or  $[(r/d) < 1 \ \& \ K_b^* \geq 0.4] \rightarrow$  以下の式を適用

$$C_{Re} = K_b^* / \{ K_b^* - 0.2 \times (\text{Fig.9.3 の } r/d=1 \text{ ラインの } C_{Re} \text{ 値}) + 0.2 \}$$

出口側管長による補正係数  $C_o$ は、ベンダ下流のコンポーネントからの干渉を考慮するもので Fig.9.4 による。この図からわかるように、出口側直管長さが長くなるほど干渉が少なくなって、係数  $C_o$  は 1 に近づき、直管長が  $30d$  以上では 1 になる。なお  $(r/d) > 3$  ないし  $\theta_b > 100^\circ$  では  $C_o$  に 1 により近づく。

管内粗さによる補正係数  $C_f$ は、管内表面の粗度の影響を考慮するもので、下記の式による。

$$C_f = f_{\text{rough}} / f_{\text{smooth}}$$

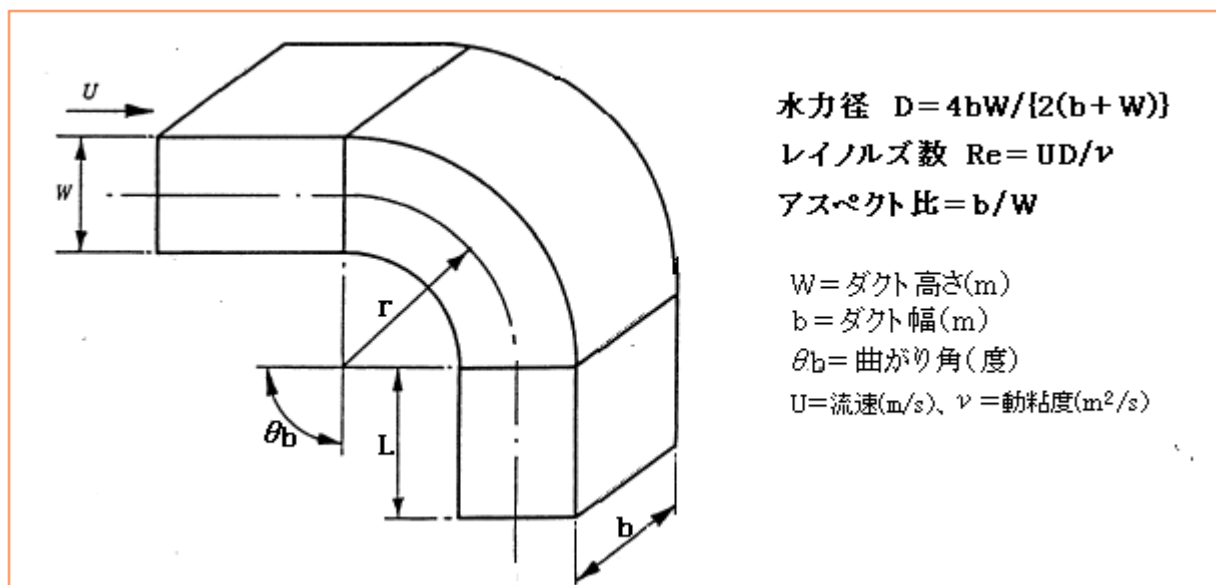
ここで  $f_{\text{rough}}$  は、粗度  $(\kappa/d)$  による管/ベンダの摩擦損失係数、 $f_{\text{smooth}}$  は、滑らかな管/ベンダの摩擦損失係数。各  $f$  値は、**Fig.8.1**(Moody 線図)から読み取る。なお Moody 線図のレイノルズ数にはベンダ入口の値を用いる。また、 $r/d \geq 1$  で  $Re \geq 10^6$  のときは、 $Re = 10^6$  として  $C_f$  を求める。

なお、(a)式は入口側管長が次の要件を満たすとき、適用できる。通常では過少見積にはならない。この要件を逸脱するときは注意のこと。

- ・上流に連なるコンポーネントの圧損係数が  $Re = 10^6$  で 0.25 以下の場合、入口管径の 2 倍以上
- ・上流に連なるコンポーネントの圧損係数が  $Re = 10^6$  で 0.50 以上の場合、入口管径の 4 倍以上

## (2) 一定の矩形断面をもったスムーズベンダ ( $Re > 10^4$ の乱流域)

ここでは、下記のような矩形ダクトを扱う。



圧損係数の計算式は、前項の(a)式に同じ、即ち  $K_b = K_b^* \cdot C_{Re} \cdot C_o \cdot C_f$

基本圧損式  $K_b^*$  は、下記のグラフから読み取る。中間のアスペクト比については内挿による。

アスペクト比 0.5 のとき  $\rightarrow$  Fig. 9.6

アスペクト比 1.0 のとき  $\rightarrow$  Fig. 9.7

アスペクト比 2.0 のとき  $\rightarrow$  Fig. 9.8

レイノルズ数による補正係数  $C_{Re}$  は **Fig.9.3** による。但し  $(r/d)$  は  $(r/W)$  に読み替える。なお、

$[0.7 < (r/W) < 1.0]$  or  $[(r/W) < 1 \ \& \ K_b^* < 0.4] \rightarrow$  **Fig.9.3** の  $r/d=1$  のラインを適用

$[(r/W) \leq 0.7]$  or  $[(r/W) < 1 \ \& \ K_b \geq 0.4]$  → 次の式を適用

$$C_{Re} = K_b^* / \{K_b^* - 0.2 \times (\text{Fig.9.3 の } r/d=1 \text{ ラインの } C_{Re} \text{ 値}) + 0.2\}$$

出口側管長による補正係数  $C_o$  は、**Fig.9.4** の円形断面の補正係数を用いる。但し  $b/W < 0.7$  または  $b/W > 1.0$  では円形断面の  $C_o$  を用いて下記のように設定する。なおここでは **Fig.9.4** の  $C_o$  を  $C_o^*$  と表現している。また **Fig.9.4** の横軸は  $L/D$  (= 出口側管長/水力径) とする。

- ① アスペクト比  $b/W < 0.7$  で、 $L/D > 1$  のとき：  $C_o = 1 - (1 - C_o^*)/2$
- ② アスペクト比  $b/W < 0.7$  で、 $L/D < 1$  のとき：  $C_o = C_o^*$
- ③ アスペクト比  $b/W > 1.0$  で、 $L/D > 1$  のとき：  $C_o = C_o^*$
- ④ アスペクト比  $b/W > 1.0$  で、 $L/D < 1$  のとき：  $C_o = C_o^*$

但し④では、 $1.5 < r/W < 3$  のときは  $K_b^*$  の代わりに  $2K_b^*$  を用いて  $C_o^*$  を読み取る。

入口側管長の要件は、前(1)項に同じ。

管内粗さによる補正係数  $C_f$  は、前(1)項に同じ。**Fig.8.1**(Moody 線図)を用いる。

### (3) 円形断面/矩形断面の 90° スムースベンド ( $Re < 10^4$ 層流及び遷移流)

圧損係数  $K_b$  は **Fig.9.18** による。 $C_{Re}$ ,  $C_f$  の補正は不要、 $C_o$  による補正のみ。

### (4) 円形断面/矩形断面のシングルマイタベンド ( $Re > 10^4$ の乱流域)

圧損係数の計算式は、前(1)項の(a)式に同じ、即ち  $K_b = K_b^* \cdot C_{Re} \cdot C_o \cdot C_f$

基本圧損式  $K_b^*$  は、**Fig.9.9** から読み取る。このグラフは円形断面/矩形断面のいずれにも適用。

レイノルズ数による補正係数  $C_{Re}$  は **Fig.9.3** による。但し円形断面については前(1)項、また矩形断面については前(2)項に準じる。

出口側管長による補正係数  $C_o$  は **Fig.9.4** を使い、前(1)項、前(2)項に準じて運用する。入口側管長の要件は、前(1)項に同じ。

管内粗さによる補正係数  $C_f$  は、前(1)項に同じ。**Fig.8.1**(Moody 線図)を用いる。

### (5) 円形断面/矩形断面の 90° マルチマイタベンド ( $Re > 10^4$ の場合)

ここでは下記のような形状のマイターベンドを扱う



圧損係数の計算式は、前(1)項の(a)式に同じ、即ち  $K_b = K_b^* \cdot C_{Re} \cdot C_o \cdot C_f$

基本圧損式  $K_b^*$  は、**Fig.9.10** から読み取る。このグラフは円形断面/矩形断面のいずれにも適用、なお矩形断面のときは、 $(r/d)$  を  $(r/W)$  に読み替える。

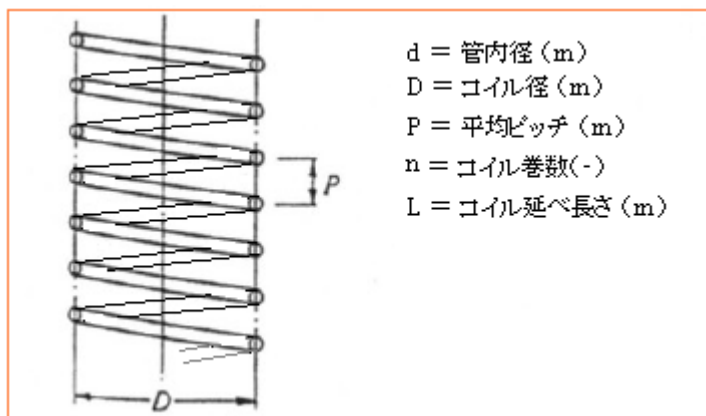
レイノルズ数による補正係数  $C_{Re}$  は Fig.9.3 による。但し円形断面については前(1)項、また矩形断面については前(2)項に準じる。

出口側管長による補正係数  $C_o$  は Fig.9.4.を用い、前(1)項、前(2)項に準じて運用する。入口側管長の要件は、前(1)項に同じ。

管内粗さによる補正係数  $C_f$  は、前(1)項に同じ。**Fig.8.1**(Moody 線図)を用いる。

#### (6) コイル管 ( $1.5 \times 10^4 < Re < 10^5$ )

ここでは、次のようなコイル管を扱う。



圧損係数の計算式は  $K_b = K_b^* \cdot C_f$ 、即ち基本圧損係数に管内粗さによる補正係数  $C_f$  を乗じたもの。

基本圧損式  $K_b^*$  は、次の式から計算する。なお  $1.5 \times 10^4 < Re < 10^5$  に限る。

$$K_b^* = \{0.32 Re^{-0.25} + 0.048 (d/D)^{0.5}\} \times (L/d)$$

$$L = \pi D n \{1 + P^2/(4D^2)\}^{0.5}, \quad Re = Ud/\nu,$$

ここで  $U$  = 管内平均流速 (m/s)、 $\nu$  = 流体動粘度 (m<sup>2</sup>/s) (その他の記号は上記による。)

管内粗さによる補正係数  $C_f$  は、前(1)項に同じ。**Fig.8.1**(Moody 線図)を用いる。

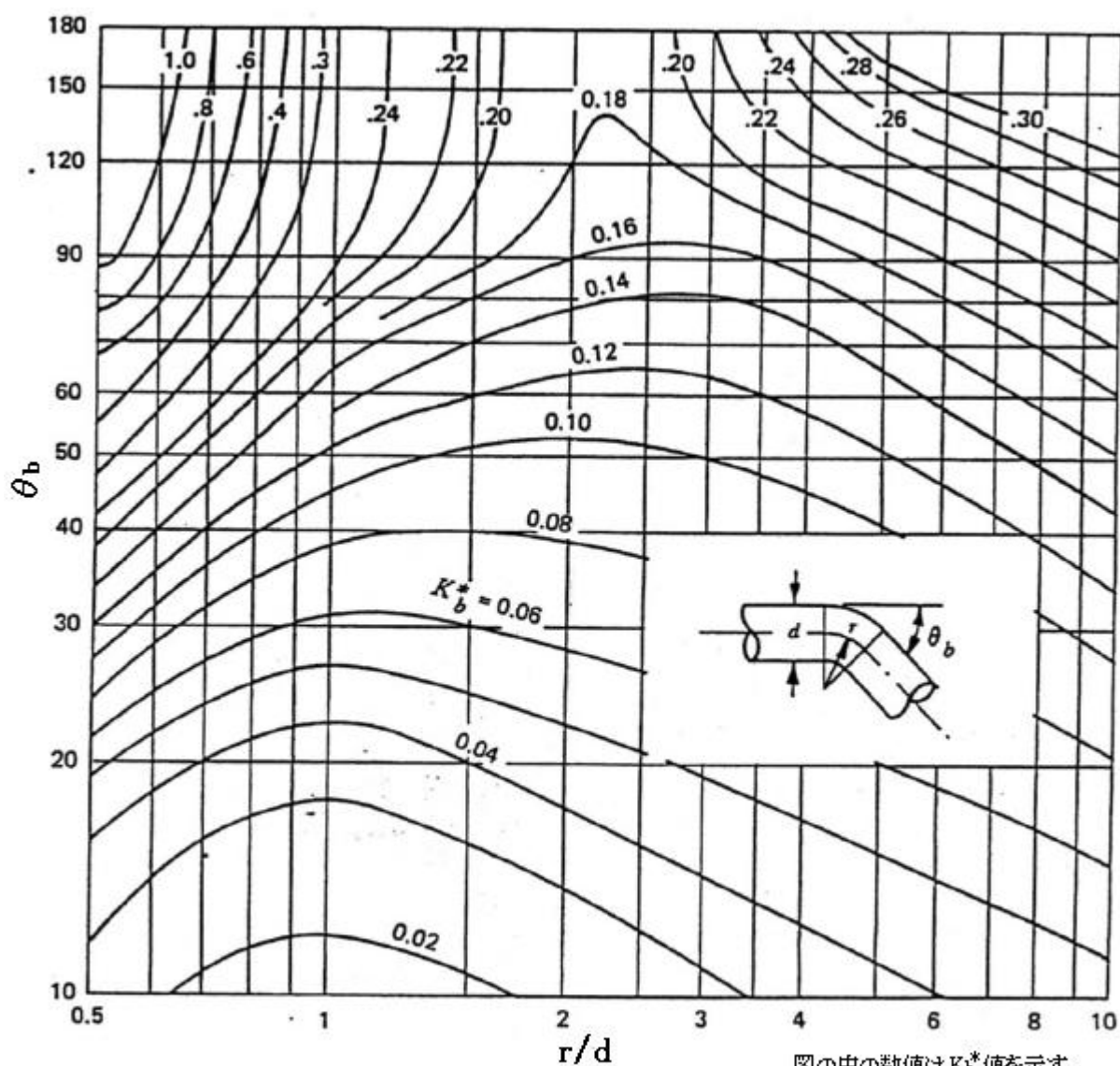


Fig.9.2. Loss Coefficient  $K_b^*$  for Circular cross-section bends ( $Re=10^6$ )

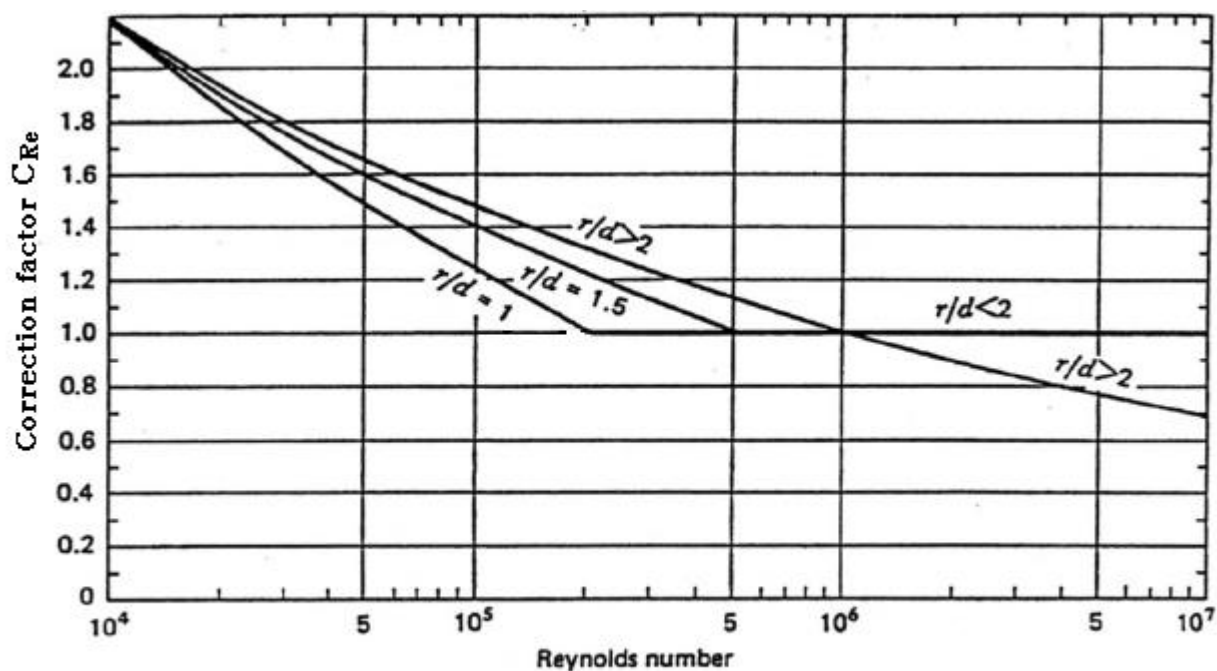


Fig. 9.3. Reynolds number correction factors



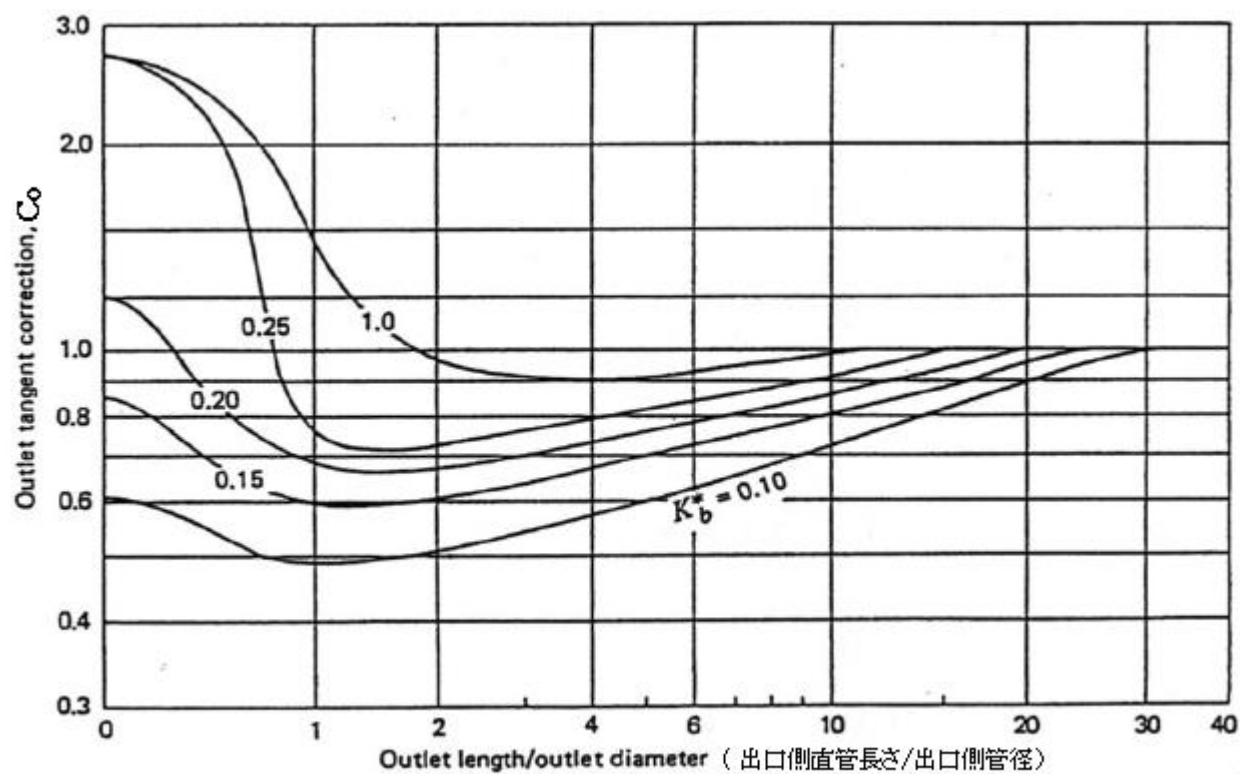


Fig.9.4. Outlet tangent correction (図の中の数値は $K_b^*$ 値を示す)

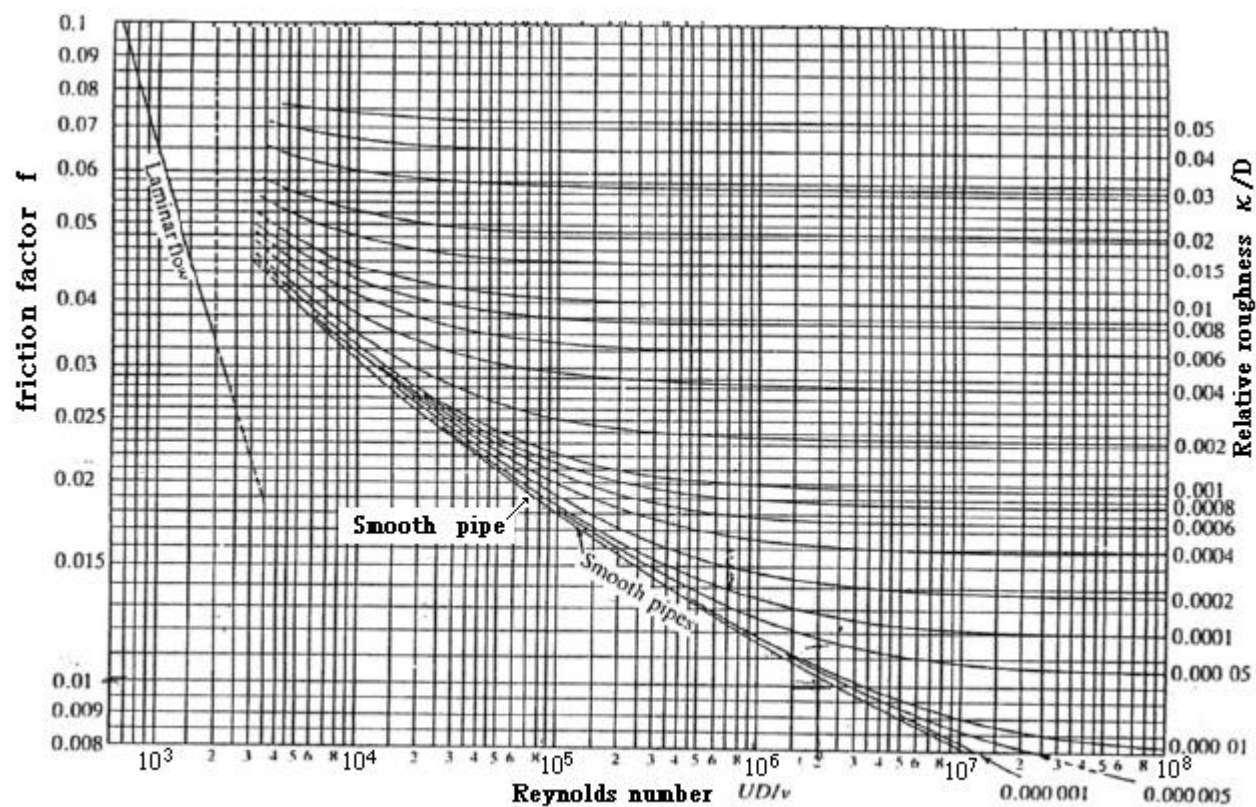


Fig.8.1 Moody 線図 - 摩擦係数/レイノルズ数

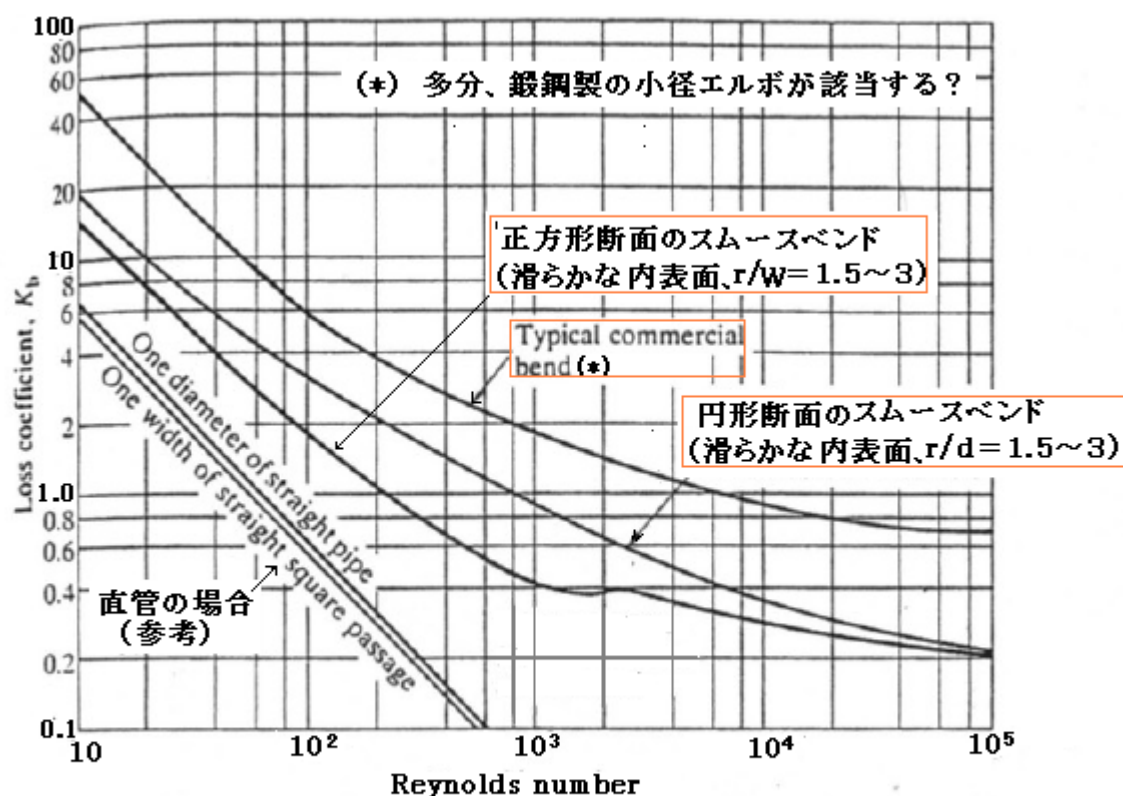


Fig.9.18 Approximate loss co-efficient for 90° circular and square bend of  $r/d(r/W)$  between 1.5-3.0 at low Reynolds Number

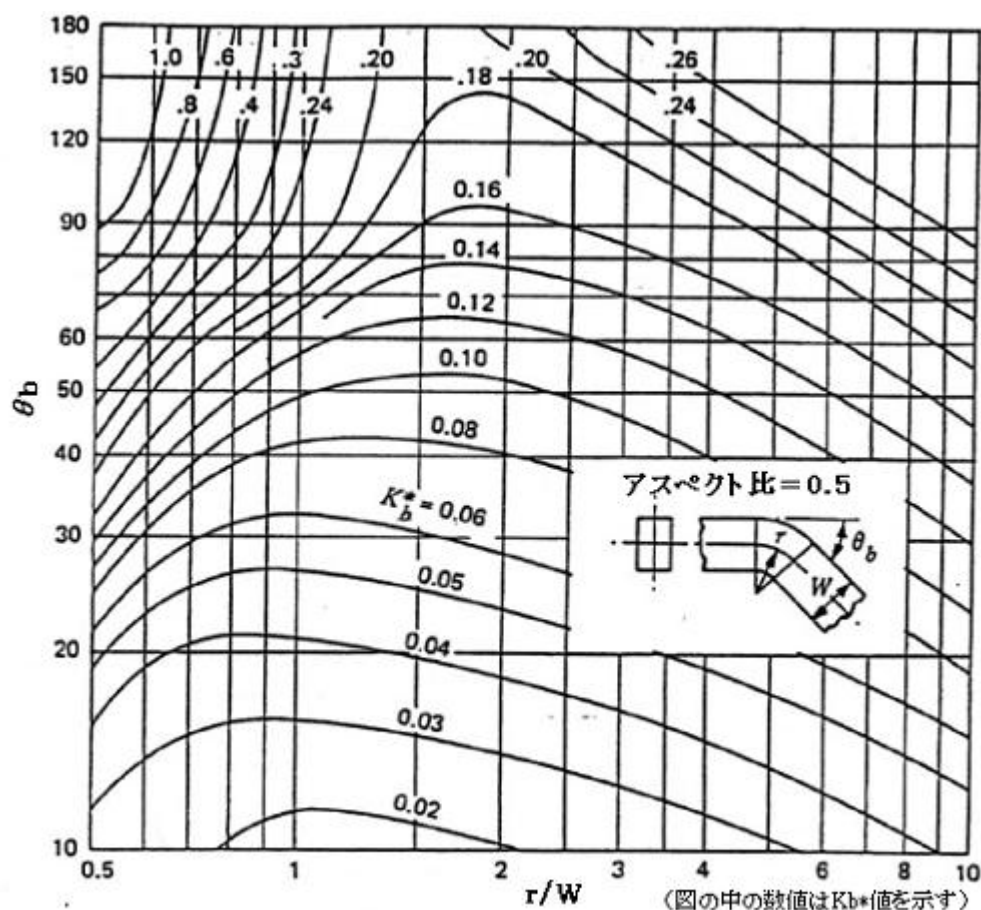


Fig.9.6. Loss coefficient  $K_b^*$  for aspect ratio 0.5 rectangular bends ( $Re=10^6$ )

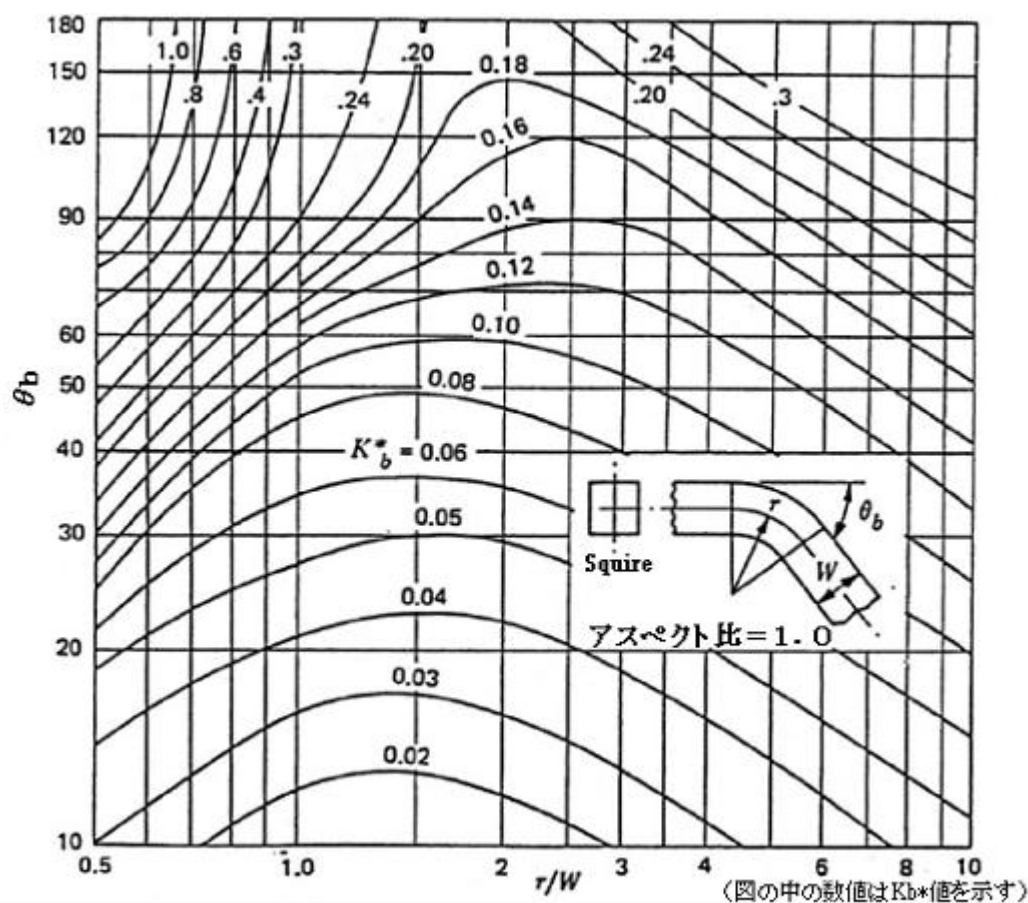


Fig.9.7. Loss coefficient  $K_b^*$  for aspect ratio 1.0 rectangular bends ( $Re=10^6$ )

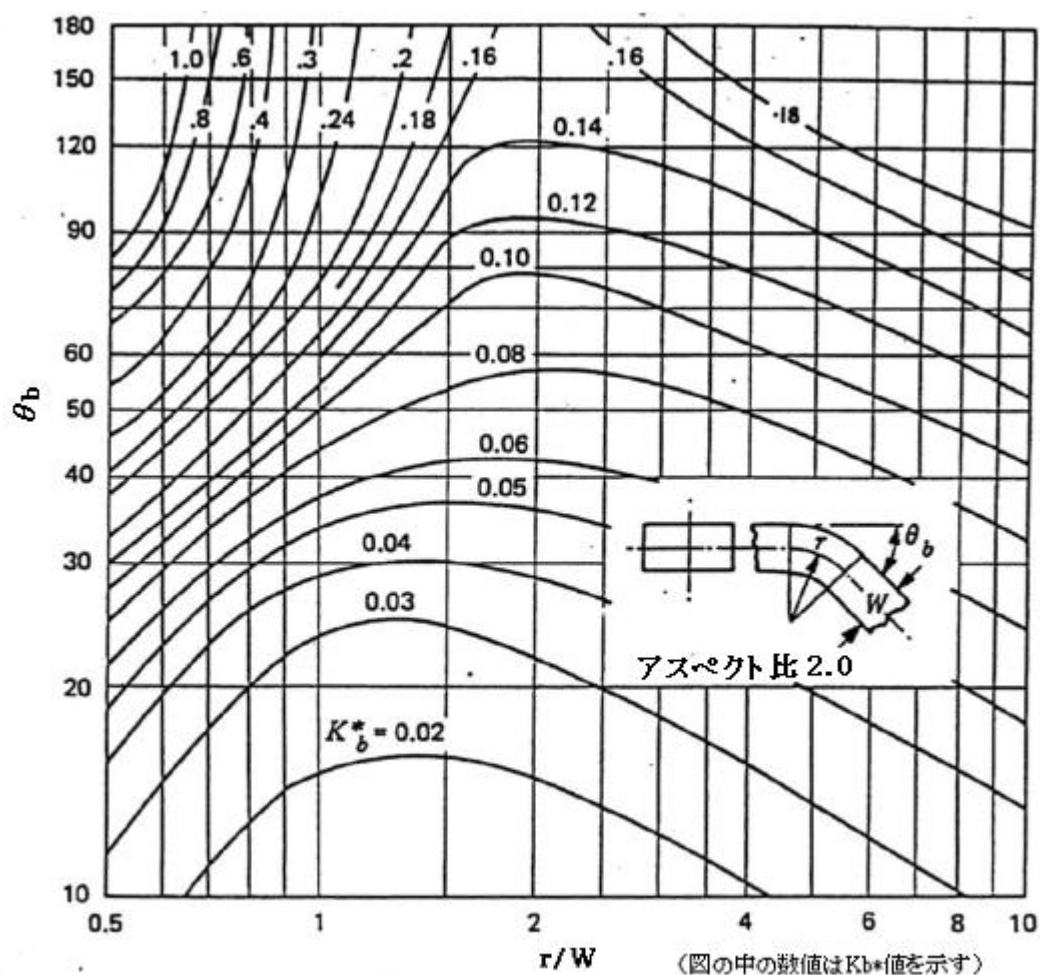


Fig.9.8. Loss coefficient  $K_b^*$  for aspect ratio 2.0 rectangular bends ( $Re=10^6$ )



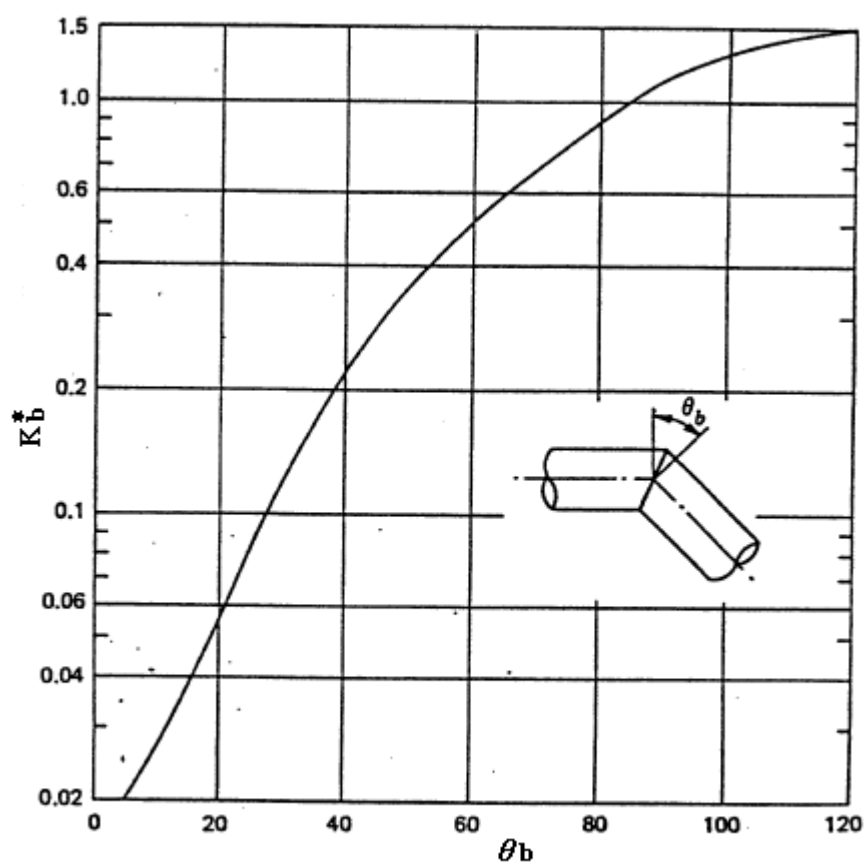


Fig.9.9 Mitre bend loss co-efficiency (  $Re=10^6$  )

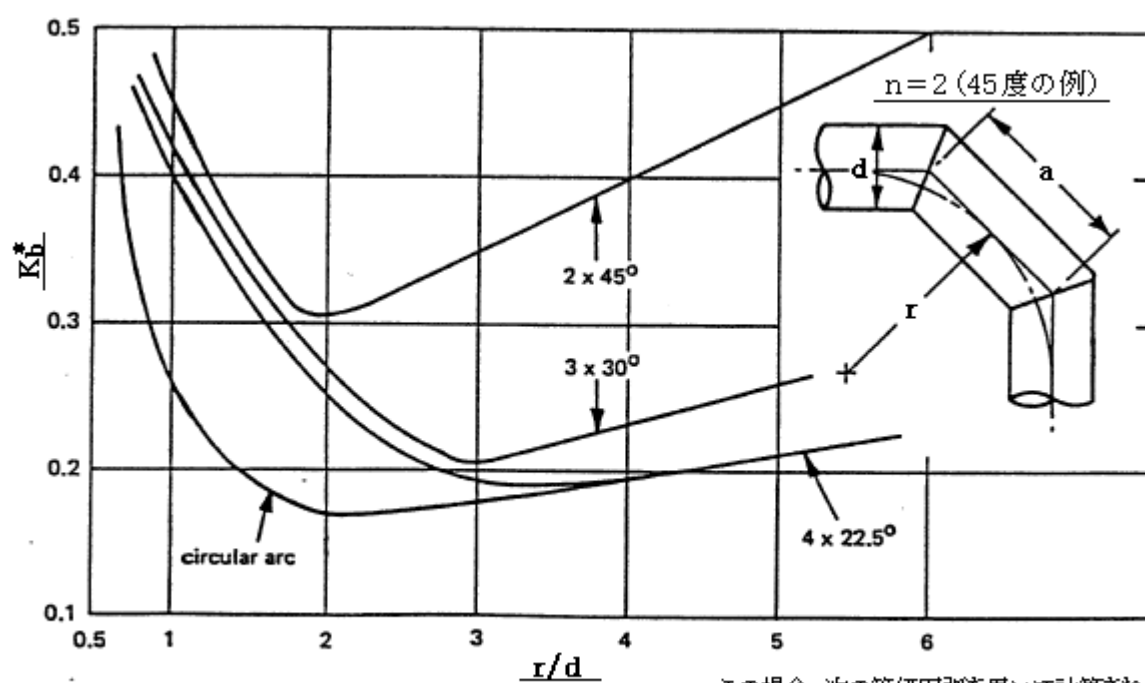


Fig.9.10 Composite mitre bends

この場合、次の等価円弧を用いて計算されている。  
 $r = (a/2) \cot \{ 90^\circ / (2n) \}$  (但し  $n$ =折角数)

## 2. Blevins による圧損係数

ここでは、Blevins テキスト<sup>(2)</sup>に示されるベンド圧損係数を紹介する。この場合の圧損係数は Miller のベンド圧損係数と多少違っている。Miller の圧損係数は、レイノルズ数の影響、接続側からの影響および内面粗さの影響が全て考慮されるため、速度圧 $[(1/2) \rho U^2]$ にこれを乗じれば、ベンドの圧損がそのまま、得られる。然るに、基本的に Blevins の圧損係数は、

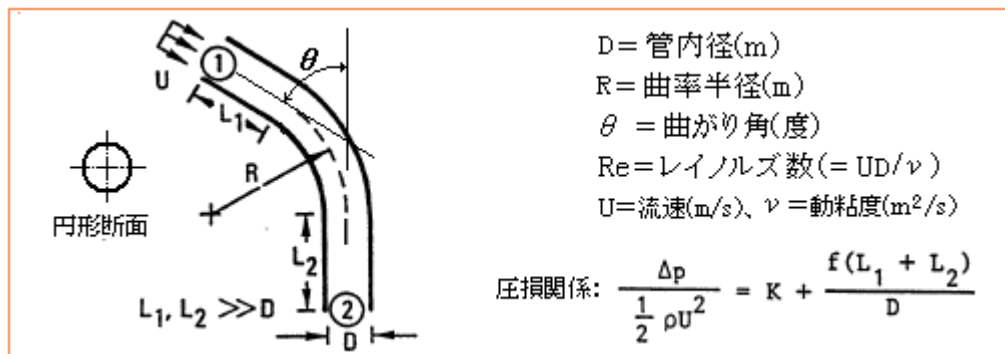
- ・ 入口側/出口側には十分に長い直管が接続されて他のコンポーネントの影響を受けない、
- ・ また管内面は十分に滑らかで内面粗さによる影響を受けない

という前提で得られたものである。従って、以下の Blevins の圧損係数を運用する場合は、

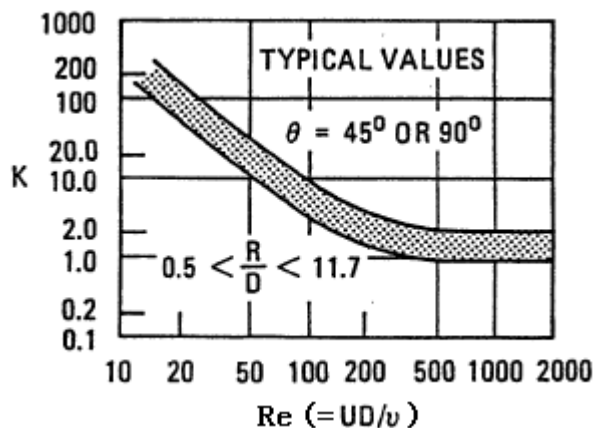
$$K = [\text{以下の項で得られる各ベンドの圧損係数 } K] \times C_o \times C_f$$

の形で補正すべきである。補正係数  $C_o$ ,  $C_f$  は、前述の Miller データによるものとする (Fig.9.4 or Fig.8.1)。ただ、コイル管はこの限りでない。

(1) 円形断面のスムースベンド(層流&乱流) → 基本的には高速研・伊藤氏の式



層流の場合( $Re < 2000$ ): 下図による。但し  $\theta = 180^\circ$  のときは、 $K = 2 \times$  (下記の  $K$  値) とする。



乱流の場合( $Re > 4000$ ): 緩いベンド( $R/D \geq 1.8$ )に対して

$$0 < (UD/v)(D/R)^2 < 360 \rightarrow K = 0.0175 \alpha f_c \theta (R/D)$$

$$360 < (UD/v)(D/R)^2 \rightarrow K = 0.00431 \alpha \theta (UD/v)^{-0.17} (R/D)^{0.84}$$

ここで、 $\theta$  = 曲がり角(度)、 $f_c$  = ベンドの摩擦係数[後(5)項コイル管による]、 $\alpha$  = 係数。次の式による。なお  $R > 50D$  では  $\theta$  の如何によらず  $\alpha = 1$ 。

$$\theta = 45^\circ : \alpha = 1 + 5.13(D/R)^{1.47}$$

$$\theta = 90^\circ : \alpha = 0.95 + 4.42(D/R)^{1.96} \quad (R/D \leq 9.85 \text{ のとき})$$

$$\alpha = 1.0 \quad (R/D > 9.85 \text{ のとき})$$

$$\theta = 180^\circ : \alpha = 1 + 5.06(D/R)^{4.52}$$

なお中間の  $\theta$  値に対しては内挿にて決定

鋭いベンド( $R/D \leq 2$  &  $Re \geq 5 \times 10^5$ )に対して

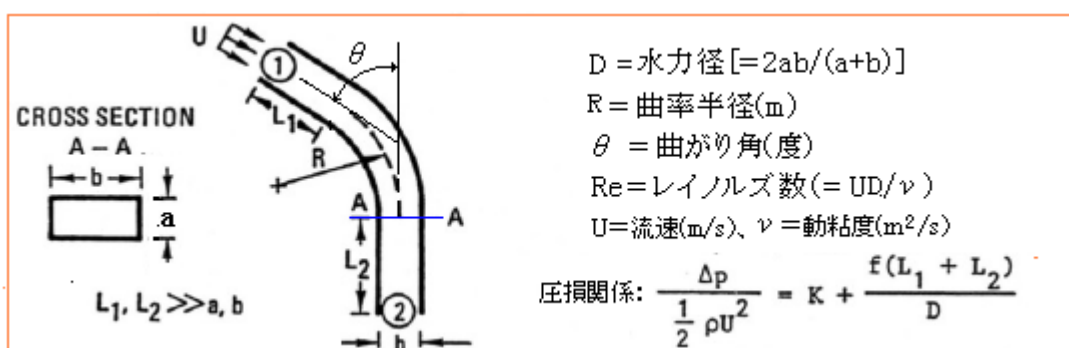
R/D	K 値					
	$\theta$ (度)					
	20	30	45	75	90	180
0.5	0.053	0.12	0.27	0.80	1.10	---
0.75	0.038	0.070	0.14	0.31	0.40	0.70
1.0	0.035	0.058	0.10	0.20	0.25	0.28
1.5	0.040	0.060	0.090	0.15	0.18	0.21
2.0	0.045	0.065	0.089	0.14	0.16	0.19

鋭いベンド( $R/D \leq 2$  &  $4000 < Re < 5 \times 10^5$ )に対して

$$K = [Re \geq 5 \times 10^5 \text{ のときの } K \text{ 値}] \times (5 \times 10^5 / Re)^{0.17}$$

[ 以上、文献 6-47, 6-48, 6-49 に基づく。遷移流域( $2000 < Re < 4000$ )は安全側に内挿する。]

## (2) 矩形断面のスムーズベンド( $Re > 4000$ 乱流)



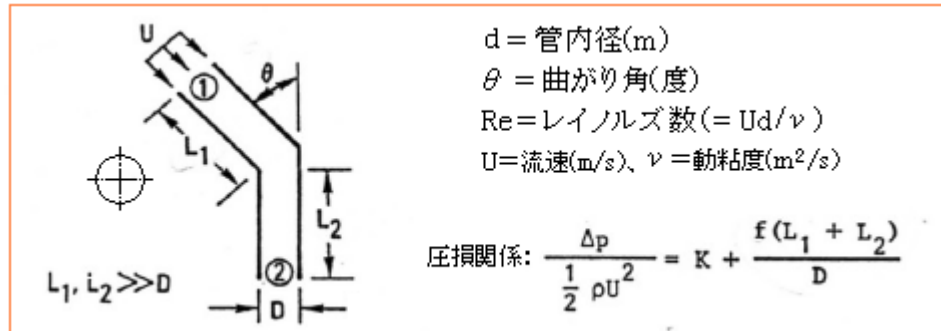
圧損係数  $K$  は、次の式による(円形断面を補正して求める)。

$$K = \beta \times [U, D, R, \theta, \nu \text{ を用いて前(1)項から得られる } K \text{ 値}]$$

ここで  $\beta = \text{アスペクト比補正係数(下記)}$

a/b	$\beta$	
	$0.5 < (R/b) < 1.5$	$(R/b) > 1.5$
0.25	1.30	1.50
0.50	0.95	1.00
1.0	0.95	0.90
2.0	0.85	0.75
4.0	0.90	0.85

[ 以上は 文献 6-39(PP207-209)、文献 6-49(P156)、文献 6-56,57(PP39-42)のデータによる ]

(3) 円形断面のシングルミタバンド( $Re > 4000$ 、乱流)

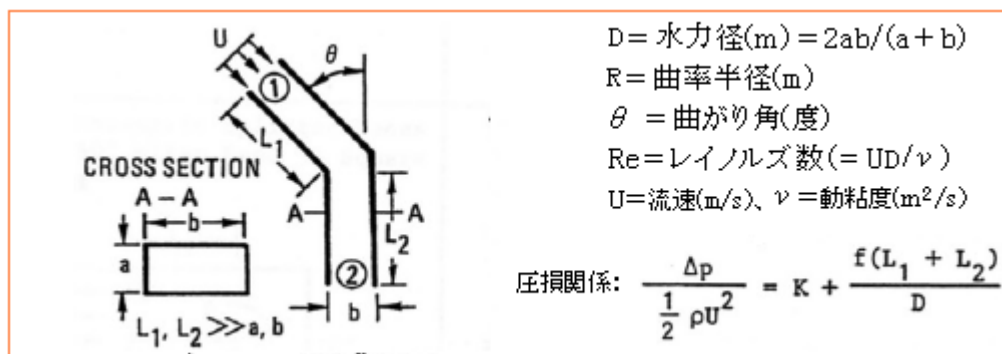
圧損係数は、 $Re \geq 2 \times 10^5$  について下記による。

$\theta$ (度)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	120
K	0.025	0.055	0.10	0.20	0.35	0.50	0.70	0.90	1.1	1.5

$4000 < Re < 2 \times 10^5$  については、下記の式による。

$$K = [\text{上記の } Re \geq 2 \times 10^5 \text{ の時の } K \text{ 値}] \times (2 \times 10^5 / Re)^{0.2}$$

[ 以上は、文献 6-39(P216)、6-4(P19)、6-53 による。 ]

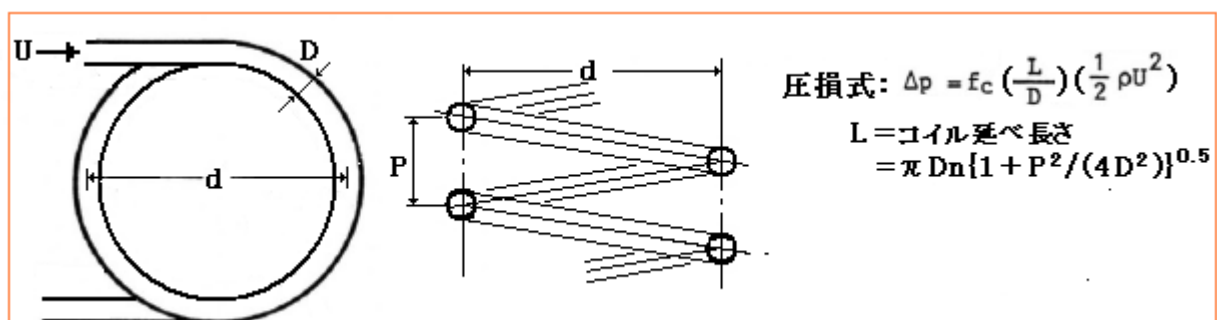
(4) 矩形断面のシングルミタバンド( $Re > 4000$ 、乱流)

圧損係数は次の式による。

$$K = \beta \times [U, D, \theta, \nu \text{ を用いて前(3)項で得られる } K \text{ 値}]$$

ここで  $\beta$  = アスペクト比補正係数。前(2)項の  $\beta$  値を用いる。

## (5) コイル管 (→直管の圧損式を引き当てる)



上記で定義される損失係数  $f_c$  は、以下の通り。但し  $0.01 < D/d < 0.15$



$Re < 2100\{1 + 12(D/d)^{0.5}\}$ 、即ち層流のとき：下記の通り。但し  $f = 64/Re$ （但し  $Re = UD/\nu$ ）

$N = Re \cdot (D/d)^{0.5}$	$(f_c / f)$
0 ~ 11.6	1.0
11.6 ~ 2000	$11/[1 - \{1 - (11.6/N)^{0.45}\}^{2.2}]$
> 2000	$0.11N^{0.5}$

$Re > 2100\{1 + 12(D/d)^{0.5}\}$ 、即ち乱流のとき：次式による(但し  $Re = UD/\nu$ )。

$$f_c = 0.336 / \{Re(D/d)^{0.5}\}^{0.2}$$

[ 以上は、文献 6-50~52 による。]

### 3. 特殊形状のベンズの圧損係数

#### (1) 流路断面積が変化するベンズ (by Miller)

流路断面積が変化するベンズでは、できるだけ内側コーナの曲率を大きくとり、曲がり部の断面積を常に接続管路の断面積より大きくとることで、損失を最小にすることができる。Fig.9.11 に、断面変化するベンズ(ただし  $Re = 10^6$ )の圧損係数例を示す。レイノルズ数補正等はされていない。

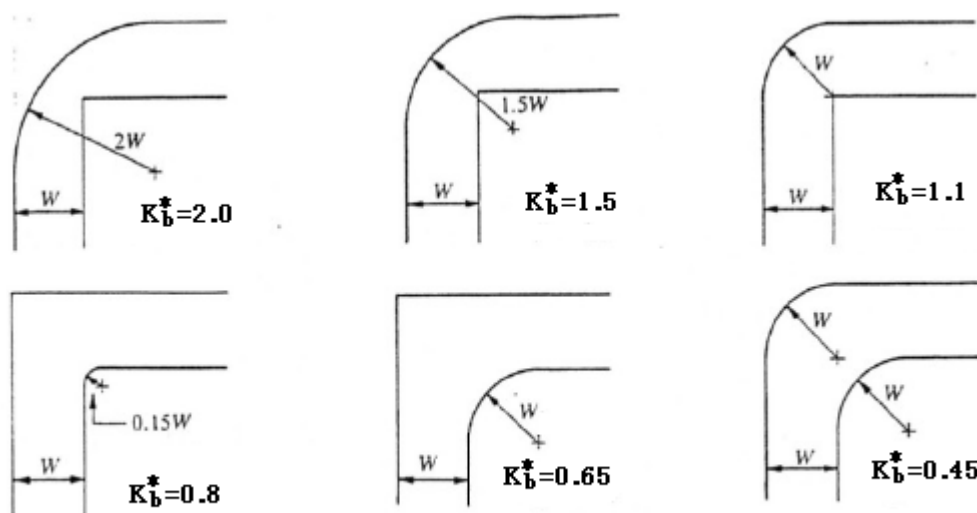


Fig.9.11 Variable area bend loss coefficient  $K_b^*$

#### (2) 曲率変化するベンズ (by Miller)

ベンズの曲率が、ベンズの出口側に向かって増加するとき、ベンズの損失は最小になる。下表にその例を示す。

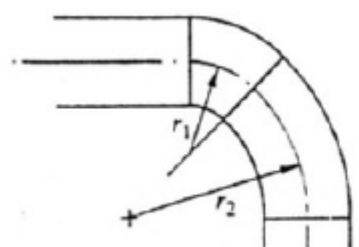


Fig.9.12 Variable radius ratio bends

Table 9.4 90° Composite bend loss coefficient for bend of circular cross-section

Bend configuration	$K_{b*}$
$(45^\circ, r/d=1) + (45^\circ, r/d=2)$	0.16
$(45^\circ, r/d=2) + (45^\circ, r/d=1)$	0.20
$90^\circ, r/d=1.5$	0.18

比較

#### (3) 180度環状ベンズ (by Miller)

Fig.9.13 のような流れ形状を考える。[パイプから環状部への流れ]あるいは[環状部からパイプへの

流れ]に対して、圧損係数 $[=\Delta P/(\rho U^2/2)]$ は Fig.9.14 のようになる(但しパイプ断面積=環状部断面積)。この場合、

- ①  $[h/d]$ が小さいときは、縮流によって損失が大きくなる。
- ② 最小損失について最適範囲がある。
- ③  $[h/d]$ が最適範囲を越えて増加するにつれ損失は大きくなる。これは端面壁に流れがくっついてすぐにパイプあるいは環状部にターンしないからである。この領域の流れは非常に不安定で、圧損係数は2倍のオーダーで変化する。
- ④ 環状部からパイプへ流れる場合で、 $[h/d]$ が十分に大きく主流れに端面壁の影響が及ばないとき、その圧損係数は、最適 $[h/d]$ の圧損係数付近までダウンする。

パイプから環状部に流れる場合の基本圧損係数を、最適 $[h/d]$ と併せて Table 9.5 に示す。圧損係数は $[t/d]$ 比や $[r/d]$ 比にわずかに依存している。

環状部からパイプに流れる場合の基本圧損係数を、最適 $[h/d]$ と併せて Table 9.6 に示す。損失係数は $[t/d]$ によって顕著に変わる。表にはないが、 $[t/d] < 0.1$ では圧損係数は、 $t/d=0.1$ のときの約2倍になる。パイプの肉厚を局部的に厚くしたり丸みを付けたりすると圧損係数は半減する。 $[r/d] < 0.4$ (最適値 0.3)では、圧損係数は、 $[r/d]$ にごくわずかしに依存していない。

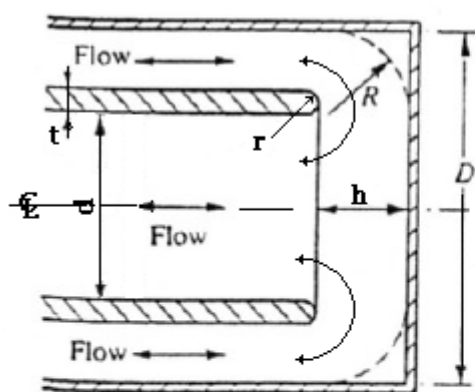


Fig.9.13 Annular bend geometrie

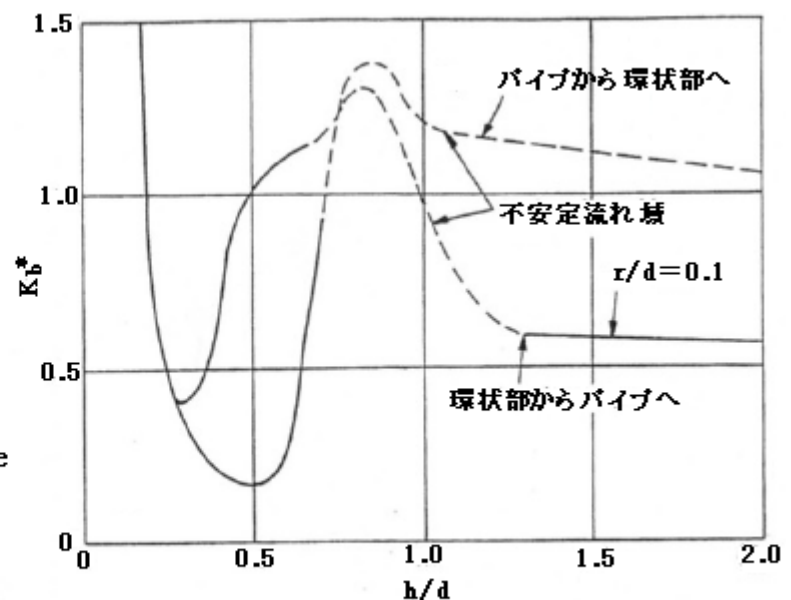


Fig.9.14 Annular bend loss coefficient variation with  $h/d$  for equal area

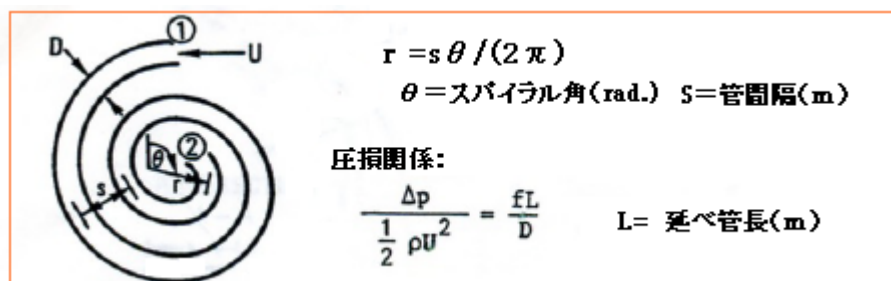
Table 9.5. Pipe to annulus loss coefficients

Area Ratio Annulus/Pipe	Optimum h/d range	r/d	t/d	Loss coefficient, $K_b^*$
0.75	0.4-0.8	0.05	0.1	0.19
1.08	0.5-0.8	0.05	0.1	0.43
2.05	0.6-0.9	0.05	0.1	0.34
0.75	0.4-0.6	0	0.1	0.24
1.08	0.5-0.6	0	0.1	0.40
2.05	0.8-1.0	0	0.1	0.34
0.76	0.3-0.5	0.1	0.2	0.16
1.06	0.3-0.5	0.1	0.2	0.23
2.07	0.6-1.0	0.1	0.2	0.32
0.76	0.4-0.5	0	0.2	0.22
1.06	0.4-0.5	0	0.2	0.26
2.07	0.7-0.9	0	0.2	0.40
0.8	0.2-0.5	0.2	0.4	0.30
1.07	0.3-0.5	0.2	0.4	0.20
2.10	0.2-1.0	0.2	0.4	0.40
0.8	0.3-0.5	0	0.4	0.36
1.07	0.3-0.4	0	0.4	0.26
2.10	0.5-0.9	0	0.4	0.30

Table 9.6. Annulus to Pipe loss coefficients

Area Ratio Annulus/Pipe	Optimum h/d range	r/d	t/d	Loss coefficient, $K_b^*$
0.75	0.18-0.22	0.5	0.10	1.90
1.08	0.24-0.33	0.5	0.10	1.04
2.05	0.33-0.66	0.5	0.10	0.50
0.75	0.23-0.27	0	0.10	1.70
1.08	0.27-0.34	0	0.10	1.0
2.05	0.35-0.45	0	0.10	0.44
0.76	0.18-0.23	0.10	0.20	0.96
1.06	0.20-0.29	0.10	0.20	0.40
2.07	0.28-0.40	0.10	0.20	0.20
0.75	0.22-0.28	0	0.20	1.10
1.06	0.23-0.33	0	0.20	0.45
2.07	0.22-0.48	0	0.20	0.50
0.80	0.22-0.30	0.20	0.40	0.70
1.07	0.18-0.28	0.20	0.40	0.32
2.10	0.17-0.50	0.20	0.40	0.16
0.8	0.30-0.38	0	0.40	0.72
1.07	0.26-0.36	0	0.40	0.40
2.1	0.20-0.40	0	0.40	0.40

## (4) ラセン状の円管 ( by Blevins )



管摩擦損失係数  $f$  は次の式による。

$$f = \alpha (n_1^\beta - n_2^\beta)^\gamma / [(UD/\nu) (2s/D)^{0.5}]^\delta \quad (\text{但し } 7.3 < (2s/D) < 15.5)$$

ここで、 $n_1, n_2 =$  スパイラル巻数 ( 原点  $\theta = 0$  からポイント①あるいは②まで)

$\alpha, \beta, \gamma, \delta =$  下記による。

$(UD/\nu) (2s/D)^{0.5}$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
500~2000 (層流)	2.5	0.7	2.0	0.6
2000~4000 (遷移)	2.1	0.75	1.0	0.5
4000~1.5x10 <sup>5</sup> (乱流)	0.03	0.9	1.5	0.2

[ 以上、文献(6-52)による。 ]

#### 4. 例題

(1) 曲げ半径比  $r/d=2$  の  $90^\circ$  ベンドについて、ベンド入口から出口側接続管の出口端までの圧力損失を求めよ。出口側接続管の条件は次の 3 ケースとする。

- (a) 接続直管の長さが  $30d$  のとき
- (b) ベンド出口からそのまま無限の膨張タンクに排出されるとき
- (c) 長さ  $2d$  の接続直管を介して他のコンポーネントに接続されるとき

なお、管径は  $0.6\text{m}$ 、平均流速は  $4\text{m/s}$ 、流体動粘度は  $1.14 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ 、ベンド/管の内面粗さ  $0.02\text{mm}$  とする。

\*\*\*\*\*

まず、Miller による圧損計算：

$$\text{レイノルズ数 } Re = Ud/\nu = 4 \times 0.6 / 1.14 \times 10^{-6} = 2.1 \times 10^6$$

$$\text{基本圧損係数} : \quad \text{Fig.9.2 より} \quad K_b^* = 0.16$$

$$\text{レイノルズ数による補正} : \quad \text{Fig.9.3 より} \quad C_{Re} = 0.89$$

$$\text{出口側管長による補正} : \quad \text{Fig.9.4 より} \quad (a) L/d=30 \rightarrow C_o=1$$

$$(b) L/d=0 \rightarrow C_o=0.9$$

$$(c) L/d=2 \rightarrow C_o=0.62$$

$$\text{管内粗さによる補正} : \quad \text{Fig.8.1 にて、} Re=2.1 \times 10^6, \kappa/d=0.02/600=0.000033 \text{ より}$$

$$C_f = f_{\text{rough}}/f_{\text{smooth}} = 0.0114/0.0103 = 1.11$$

以上より、ベンドの圧力損失係数  $K_b$  は、

$$(a) K_b = 0.16 \times 0.89 \times 1.0 \times 1.11 = 0.158$$

$$(b) K_b = 0.16 \times 0.89 \times 0.9 \times 1.11 = 0.142$$

$$(c) K_b = 0.16 \times 0.89 \times 0.62 \times 1.11 = 0.098$$

損失ヘッド( $\Delta H$ )は、ベンド損失+接続直管損失  $= (K_b + fL/d)\{U^2/(2g)\}$  として

$$(a) \Delta H = (0.158 + 30 \times 0.0114)\{4^2/(2 \times 9.81)\} = 0.41\text{m}$$

$$(b) \Delta H = (0.142 + 1)\{4^2/(2 \times 9.81)\} = 0.93\text{m} \quad (*)$$

$$(c) \Delta H = (0.098 + 2 \times 0.0114)\{4^2/(2 \times 9.81)\} = 0.099\text{m}$$

(\*) 接続管なしで急拡するので、その出口損失(廃棄損失)を  $1 \times \{U^2/(2g)\}$  として  $\Delta H$  に含めた。

次に Blevins による圧損計算：

$R/D=2$  なので、緩いベンド( $R/D > 1.8$ )、鋭いベンド( $R/D \leq 2, Re > 5 \times 10^5$ )のいずれにも該当する。

緩いベンドの場合、 $\theta = 90^\circ, R/D < 9.85$  であるから  $\alpha = 0.95 + 4.42 \times 0.5^{1.96} = 2.09$  よって

$$K = 0.00431 \times 2.09 \times 90 \times (2.1 \times 10^6)^{-0.172} \times 0.84 = \underline{0.122}$$

鋭いベンドの場合、であるから表より  $K = \underline{0.16}$

これらの中間値を採用して、 $K = (0.122 + 0.16)/2 = \underline{0.141}$ 、これに Miller の  $C_o C_f$  を乗じて

$$(a) K_b = 0.141 \times 1.0 \times 1.11 = 0.157, \Delta H = (0.157 + 30 \times 0.0114)\{4^2/(2 \times 9.81)\} = 0.41\text{m}$$

$$(b) K_b = 0.141 \times 0.9 \times 1.11 = 0.141, \Delta H = (0.141 + 1)\{4^2/(2 \times 9.81)\} = 0.93\text{m}$$

$$(c) K_b = 0.141 \times 0.62 \times 1.11 = 0.097, \Delta H = (0.097 + 2 \times 0.0114)\{4^2/(2 \times 9.81)\} = 0.098\text{m}$$

本ケースでは、殆ど Miller と Blevins の結果は一致している。

(2)  $3 \times 30^\circ$  マイターベンドの圧損係数を求めよ。ただし、曲げ半径比  $r/d = 3, Re = 2.30 \times 10^5$ 、出口側



接続管長 30 d、管内粗さ 0 とする。

\*\*\*\*\*

Fig.9.10 より  $r/d=2$  の  $3 \times 30^\circ$  マイタについて  $K_b^*=0.21$ 、レイノルズ数補正は  $C_{Re}=1.25$ 、粗さ補正は  $C_f=1.0$ 、出口側管長による補正は  $C_o=1.0$  であるから

$$K_b=0.21 \times 1.25 \times 1 \times 1 = 0.263$$

JSME 技術資料[管路・ダクトの流体抵抗]第 4 章の図 4.73 では、 $3 \times 30^\circ$  ベンド、 $r/d=3$ 、 $Re=2.25 \times 10^5$ 、管内粗さ 0 の場合、 $K$ =約 0.182 になる。レイノルズ数は殆ど差がないので、 $0.263/0.182=1.45$  即ち 45% の差異がある(?)。

### 【 解説 及び 補足 】

1. 本 TS は、Miller と Blevins のテキストによっている。ほかに JSME 「管路ダクトの流体抵抗」 4.7 もあるが、議論が多くて纏まりを欠くので、ここでは用いていない。ただ詳細検討の場合はできるだけ目を通すべきだろう。

本 TS で注意すべきは Miller による係数と Blevins による係数が、異なっていることである。

Miller ケース： 基本圧損係数(基準値)をレイノルズ数/接続管/管粗さの影響に応じて補正しており Complete なものとしてそのまま使用できる。

Blevins ケース： レイノルズ数の影響も含めた圧損係数になっており、接続管/管粗さの影響を考えた補正は含まれていない。

接続管の影響は、後述するように、接続される直管の長さでカウントできる。然るに、プレ的な検討では配管レイアウトは未だきまっておらず、接続管の長さをいちいち仮定し、圧損係数を設定するのは煩雑である。従って、多くの場合、Miller ケースではなく Blevins ケースを用いて圧損計算されているのが実状である。このとき、機器エリアでは、接続管の影響による補正係数は 0.7~0.9、管粗さに対しては 1.1~1.4 程度になって、オーバーオールな補正值は 1 に近づく傾向がある。従って、Blevins ケースを用いて圧損計算しても、結局大きな誤差にはならないということになる。

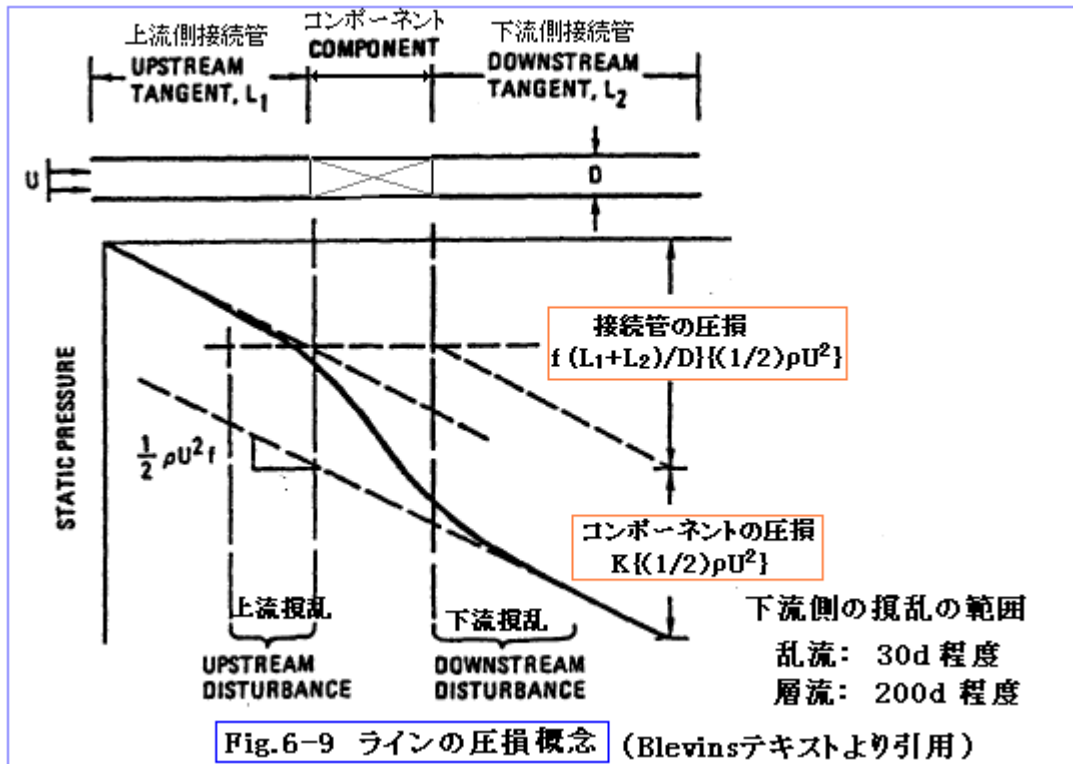
しかし、厳しく圧損計算を行う場合、これは余りにルーズである。Miller ケースを採るか、Blevins ケースに Miller の補正係数を乗じたものを採るべきだと思う。

2. ベンドはコンポーネント(コンポと略記)のひとつである。ラインはいくつかのコンポをパイプ(接続管)で継いだもので、Fig.6-9 のようになる。ラインの圧力降下は、

$$\Delta P = \text{接続直管の圧損} + \text{コンポの圧損} = f\{(L_1+L_2)/D\} \{(1/2) \rho U^2\} + K \{(1/2) \rho U^2\}$$

この式では接続管とコンポの圧損は分離しているが、実際は混ざっている。コンポの入口/出口側に流れの乱れがあり、これが入口側接続管 10 d、出口側接続管 30d/乱流 (200d/層流)の範囲に広がっている。接続直管がこの範囲以下になれば、隣接するコンポの乱れが伝わってコンポ圧損  $[K \{(1/2) \rho U^2\}]$  に隣接コンポの干渉に加わることになる。故にコンポ圧損係数  $K$  の内実は次のようになる。

- ① コンポ内の圧損 x ② 接続側からの干渉による補正



①は、[十分に長い接続管、代表レイノルズ数( $Re=10^6$ ) & 滑らかな内面] という前提で得られた基本圧損係数  $K_b^*$  を、実際のレイノルズ数と実際の管内粗さで補正したものである。

②は、乱れの影響や干渉の度合いが接続管(直管)の長さによって変化するので、接続管の長さに基づく補正係数の形で与えられる。この場合、出口側接続管のみが対象になり、入口側接続管は影響が小さいので無視されている。例えば、Miller テキストでは、

圧損係数  $< 0.25$  ( $Re=10^6$  にて) のコンポが  $2d$  以上の接続管を介して上流にあるとき、あるいは

圧損係数  $> 0.5$  ( $Re=10^6$  にて) のコンポが  $4d$  以上の接続管を介して上流にあるとき

下流側の接続管のみの補正だけで、過少見積りになることはないとしている。接続管が  $2d$  あるいは  $4d$  を下回る場合も、Miller テキストには、強いて補正を行う意思はみられない。

コンポ間の干渉の問題は一般的な議論で、管路を構成するコンポーネントに共通する。しかし、弁やオリフィスのように高い圧損レベルのコンポでは、干渉による影響は殆ど問題にされていない。これは流れ自身に非常に強靱な加速成分があつて、ベンド内流れのように前後の乱れの影響にナーバスに反応できないためではないかと思う。なおベンド同志の干渉については下記の TS があるので参照されたし。

【 FE-14-RP-005 近接ベンドの干渉を考慮した圧損係数計算方法 】

- 干渉の問題はともかくとして、ベンド管の圧損の大半は流れのターンによっておきる。基本圧損係数に関する Miller の Fig. 9.2 は、 $r/d$  と  $\theta_b$  の 2 つのパラメータを用いて表示されているので、例えば、曲げ半径比  $[r/d]$  と圧損係数の関係がよく読めない。その点 Blevins テキストでは、下図のように曲げ半径比と圧損係数の関係が示されているので、曲げ半径比の効果がよくわかる。

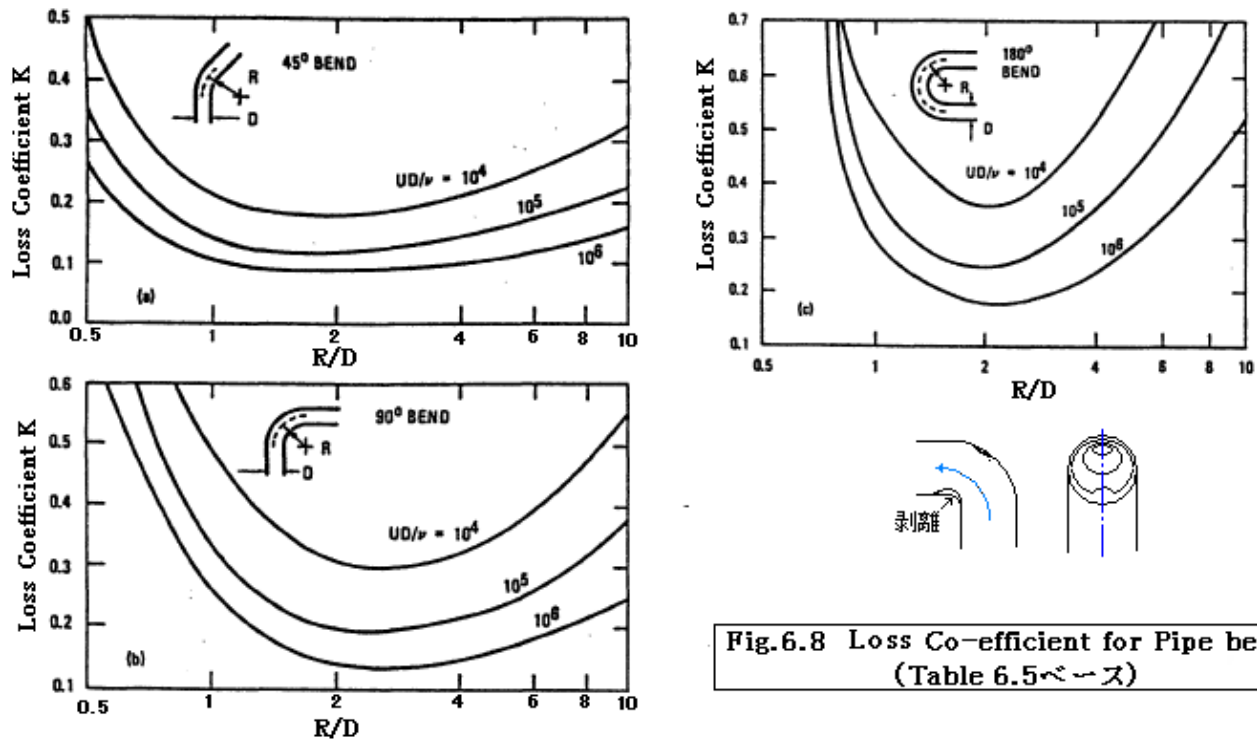


Fig.6.8 Loss Co-efficient for Pipe bend  
(Table 6.5ベース)

このグラフから、次のような傾向が読める。

- ・  $(R/D)$  比が低い領域では、剥離(Separation)によって圧損が増加する。
- ・  $(R/D)$  比が高い領域では、ベンド管長が長くなって摩擦抵抗が増え圧損が増加する。

もちろん剥離の影響の方が強い(特にレイノルズ数が大きくなると然り)。90° ベンドでは、最小の圧損係数は 2.0~3.0 の範囲にある( 曲げ加工管の  $R$  はこの辺にくる)。

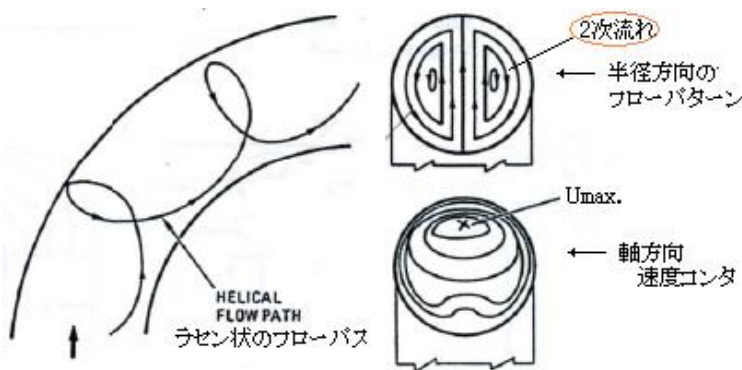


Fig.6.10 ベンド流れの特徴 文献(2)

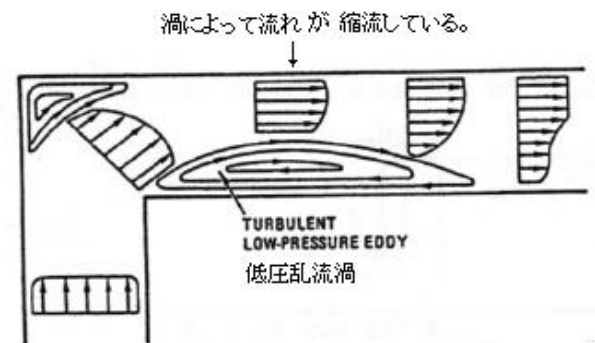


Fig.6.11 90° マイターベンドのフローパターン 文献(2)

4. 曲管の流れの特性については Blevins テキストで概括的に説明されている。必ずしも圧力損失に連結するわけではないが、参考のために、以下にメモしておく。

- (1) 曲管の流れには軸方向成分と半径方向成分が並立している。流れが連続した曲管を通過する場合、流れのモーメントは流体を直進させようとし、ベンド壁は流体をベンド沿いに遠心的に加速させようとする。結果として、軸方向の最大流量点は管中心よりも外側に移る。流体はコアを横切って外方向に押しやられ、更に壁を伝って回流して 2 次流れが形成される。この 2 次流れは管断面を二分する 2 つの対称渦と見なされる(Fig.6.10 参照)。この渦によってベンドに沿う流れは旋回し、ラセン状のフローパスができる。これらの現象は層流/乱流によらず円管/矩形ダクトのいずれにも存在する(6-51, 6-65~67)。

2次流れはディーン数  $[(UD/\nu)(D/d)^{1/2}]$  の関数として扱われる。なお  $(UD/\nu)$  は、平均流量に基づくレイノルズ数。D は管径、d=コイル径[=2x 曲率(曲げ)半径]である。定性的には、

ディーン数 < 10 → 2次流れは軽微で、流れ形状や摩擦損失係数は直管のそれに近い。

ディーン数 > 10 → 摩擦損失係数は直管のそれを上回る。

[ディーン数は偏流の尺度にも使用される。]

また、はっきりしたデータはないが、管内面の表面粗さは直管の場合と同じように曲管の圧損に影響を与えるとしてよい<sup>(6-49,6-39)</sup>。従って、次の比率を乗じて圧損を補正すべき(この考えは Miller と同じである)。

[実際の粗さによる直管の摩擦損失係数] / [粗さのない滑らかな直管の摩擦損失係数]

- (2) 鋭いベンド(sharp bend)という用語があるが、マイターベンドあるいは 45 度以上の曲がり角(ベンド角)を持ち曲げ半径比  $R/D$  が 2 以下のスムーズベンドがこれに該当する。このようなベンドでは、内側コーナーから乱流が剥離して低圧の渦が派生する。この渦が大きくなると、ベンド越しの軸方向流れが縮まって大きな圧力損失になる(Fig.6.11 参照)<sup>(6-68)</sup>。その場合、マイターベンドの内側コーナーを丸め剥離ゾーンを散らすことで圧損を減らすことができる。ただ、外側コーナーを丸めても余り効果はない<sup>(6-39)</sup>。

文献データでは、鋭いベンドの、 $Re > 2 \times 10^5$  における乱流圧損は、レイノルズ数に依存しないとされる。しかし、 $Re < 2 \times 10^5$  では、圧力損失は  $Re^\alpha$  ( $\alpha = -0.17 \sim -2.0$ ) に比例して変化する<sup>(6-39)</sup>。従って、前項の表面粗さ補正には妥当性がある。

- (3) ベンド流れには Fig.6.10 のように半径方向に 2 次流れ(遠心加速)が派生する。これはベンドの内側コーナの静圧降下と外側コーナの静圧上昇の原因になっている。このとき断面に分布する内外差圧は、

$$P_o - P_i = C_k(1/2) \rho U^2$$

ここで  $P_o, P_i$  = 外側, 内側の静圧(Pa) [ベンド中央断面で]、 $\rho$  = 流体密度 (kg/m<sup>3</sup>)、 $U$  = 平均流速 (m/s)

$C_k$  = 内外差圧係数(下記による) <sup>(6-61~65)</sup>

流れ状態	適用範囲	内外差圧係数 $C_k$	<記号>
層流 (緩やかなベンド)	$\frac{UD}{\nu} < 2000$ $\left(\frac{UD}{\nu}\right) \left(\frac{D}{R}\right)^{1/2} < 1000$	$4.11 \left(\frac{D}{R}\right)^{0.96} \left(\frac{UD}{\nu}\right)^{-0.08}$	D = 管内径(m) R = 曲げ半径(m) U = 平均流速(m/s) $\nu$ = 動粘度(m <sup>2</sup> /s)
乱流	$4 \times 10^3 < \frac{UD}{\nu} < 5 \times 10^5$ ----- $\frac{UD}{\nu} > 5 \times 10^5$	$\frac{2D}{R} \left(\frac{5 \times 10^5}{UD/\nu}\right)^{0.17}$ ----- $\frac{2D}{R}$	

$C_k$  即ち内外差圧は、 $R/D > 2$  の緩いベンドのときに正確な値が得られる。鋭いベンドでは測定位置の角度に敏感でかなりばらつく。この内外差圧をセンサー信号にして流量計ができる<sup>(6-62,6-65)</sup>。その場合、差圧の計測値から、断面平均の流速  $U$  は次のように計算できる。

$$U = \{2(\rho_o - \rho_i) / (C_k \rho)\}^{0.5}$$

式の予測精度は 90° 円形ベンドで ±4% である。内側コーナの最小静圧は、

$$P_{min.} = P_{nominal} - \alpha C_k(1/2) \rho U^2$$



$P_{\text{nominal}}$  は、ベンド中央の中心軸に沿う公称静圧で圧損計算から得られる。係数  $\alpha$  はベンド曲率によって変わる。正方形ベンド( $Re=10^5$ )で、次のようなデータがある<sup>(6-57)</sup>。

R/D	1.15	1.71	2.30	3.45
$\alpha$	0.7	0.6	0.5	0.4

鋭いベンドでは内側の静圧低下量は、外側の圧力上昇量を上回る。 $R/D > 2$  の緩いベンドでは、内外の圧力変化はほぼ釣り合う。もちろん最小静圧が液体の飽和蒸気圧を下回るとキャビテーションが起きる。

#### 引用文献)

- (1) D. S. Miller 「Internal Flow System(second. edition)」 9. Turning Flow—Bend
- (2) R. D. Blevins 「Applied Fluid Dynamic Handbook」 6.4 Curved Pipes and Bends

Blevins によって引用される関連文献は次の通り

- 6-11. Chen, R-Y., "Flow in the Entrance Region at Low Reynolds Numbers," *J. Fluids Eng.* 95, 153–158 (1973).
- 6-39. Idel'chik, I. E., *Handbook of Hydraulic Resistance*, U.S. Department of Commerce, National Technical Information Service, Report AEC-TR-6630, 1960 (translated from Russian).
- 6-47. Kittredge, C. P., and D. S. Rowley, "Resistance Coefficients for Laminar and Turbulent Flow Through One-Half-Inch Valves and Fittings," *Trans. ASME* 79, 1759–1766 (1957).
- 6-48. Bruins, P. F., et al., "Friction of Fluids in Solder-Type Fittings," *Trans. AIChE* 36, 721–739 (1940).
- 6-49. Ito, H., "Pressure Losses in Smooth Pipe Bends," *J. Basic Eng.* 82, 131–143 (1960). 伊藤英寛
- 6-50. White, C. M., "Streamline Flow through Curved Pipes," *Proc. Roy. Soc. (London)* 123A, 645–663 (1929).
- 6-51. Baylis, J. A., "Experiments on Laminar Flow in Curved Channel of Square Section," *J. Fluid Mech.* 48, 417–422 (1971).
- 6-52. Srinivasan, P. S., S. S. Nandapurkar, and F. A. Holland, "Friction Factors for Coils," *Trans. Instn. Chem. Engrs.* 48, T156–T161 (1970).
- 6-53. Kirchbach, H., "Loss of Energy in Miter Bends," *Trans. Munich Hydraulic Institute*, Bulletin 3, 1929, p. 43 (ASME translation).
- 6-54. Ito, H., and K. Imai, "Pressure Losses in Vaned Elbows of a Circular Cross Section," *J. Basic Eng.* 88, 684–685 (1966).
- 6-55. Spalding, W., "Tests of Flow Loss in Curved Ducts" (in German), *VDI Zeit.* 77, 143–148 (Jan.–June 1933).
- 6-56. Madison, R. D., and J. R. Parker, "Pressure Losses in Rectangular Elbows," *Trans. ASME* 58, 167–176 (1936).
- 6-57. Ward Smith, A. J., *Pressure Losses in Ducted Flows*, Butterworths, London, 1971.

- 6-58. Biolley, A., "Means for Decreasing the Loss in Sharp Bends" (in German), *Schweizerische Bauzeitung*, 118(8) (Aug. 23, 1941).
- 6-59. Schubart, W., "Flow in Curved Pipes," *Trans. Munich Hydraulic Institute*, Bulletin 3, Vol. 121, 1929, p. 121 (ASME translation).
- 6-60. Abramovich, G. N., "Fluid Motion in Curved Ducts," *Trans. Central Aero- and Hydrodynamical Institute, USSR, Moscow*, 1935 (NACA translation); also Abramovich, G. N., "Aerodynamika Mestnykh Soprotivlenii" (Aerodynamics of Local Resistance), *Sbornik po Promyshlennoi Aerodinamike*, Trudy, 211 (1935).
- 6-61. Austin, L. R., and J. D. Seader, "Fully Developed Viscous Flow in Coiled Circular Pipes," *AIChE J.* 19, 85-94 (1973).
- 6-62. Replogle, J. A., et al., "Evaluation of Pipe Elbows as Flow Meters," *ASCE Irrigation and Drainage Div. J.* 92(1R3), 17-34 (1966).
- 6-63. McPherson, M., and H. S. Strausser, "Minimum Pressures in Rectangular Bends," *ASCE J. Hydraulics Div.* 81, paper No. 747 (1955).
- 6-64. Huange, W. H., et al., "Some Analytical Results for Plane 90° Bend Flow," *ASCE J. Hydraulics Div.* 93(HY6), 169-185 (1967).
- 6-65. Murdock, J. W., C. J. Foltz, and C. Gregory, "Performance Characteristics of Elbow Flowmeters," *J. Basic Eng.* 86, 498-503 (1964); also see discussion of this paper by R. H. Moem, *J. Basic Eng.* 86, 504-505 (1964).
- 6-66. Berger, S. A. et al., "Flow in Curved Pipes," *Ann. Rev. Fluid Mech.* 15, 461-512 (1983).
- 6-67. Humphrey, J. A. C., et al., "Laminar Flow in a Square Duct of Strong Curvature," *J. Fluid Mech.* 83, 509-527 (1977).
- 6-68. Bambach, "Plötzliche Umlenkung (Stoss) von Wasser in geschlossenen unter Druck durchströmten Kanälen," *VDI 327* (1930).