

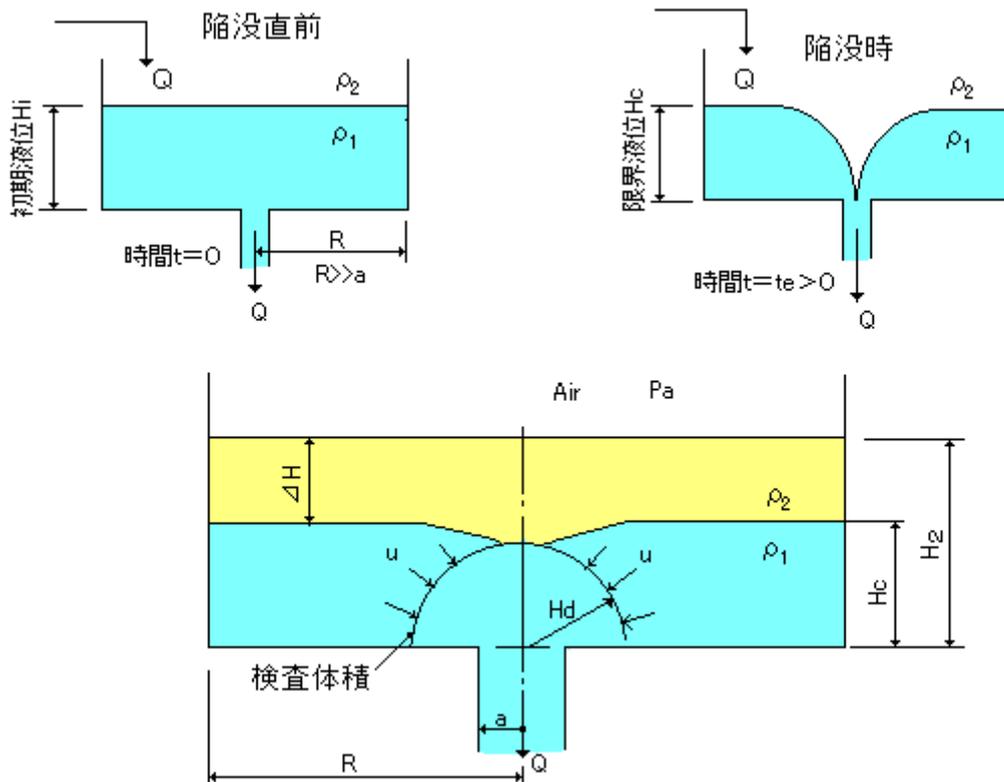
【整番】 FE-11-TM-005	【標題】 陥没深さ—Lubinの解（紹介）	
分類：空気吸込渦／種別：技術メモ	作成年月：H17.6／改訂：Ver0.0 (H18.8)	作成者：N.Miyamoto

全3枚

タンクの底から液を排出する時、液深が浅いと液面が保たれずに陥没することがある。液に接する気体や空気の混入はともかくとしても、この陥没直前の深さが、タンクの限界液位と言える。これに関して、下記の文献は平底槽の限界液位の式を導いている。実際とよく合うようなので紹介する。

“The formation of a dip on the surface of a liquid draining from a tank” by Lubin, Springer  
(J. Fluid Mechanics vol.29 1967)

成層流体を対象にした議論であるが、液タンク内は多くの場合、液+気体に成層しているので、特に不都合ではない。以下、その内容を紹介する。液面深さの限界を予測することは有益だろう。



- (仮定)
- 槽底部の成層流体を想定する。
  - 各層の液粘度の影響は無視する。
  - 層界面の張力は無視する。
  - 界面の初期静水圧を、 $P_{if} = \rho_2 g \Delta H + P_a$  とする。----- (1)
  - 陥没の起こる前は定常流れとする。
  - 表面にできた陥没は急激に成長し瞬時に排出管に及ぶものとする。

陥没が始まる前には、上図の半球状の検査体積について次の質量保存がある。

$$Q = 2 \pi U H_d^2 \quad \text{-----} \quad (2)$$

そしてインターフェイス直下の流線に沿うベルヌーイ式は

$$P_c + \rho_1 g H_c = P_d + \rho_1 g H_d + \rho_1 U^2 / 2 \quad \text{-----} \quad (3)$$

(2) (3) 式で半球状の検査体積の表面の全ての点で、流速は同じである。この表面に対し法線方向を考える。c、d 点の静水圧は陥没直前において  $P_c = \rho_2 g \Delta H_c + P_a$ 、 $P_d = \rho_2 g \Delta H_d + P_a$ 、一方、(2) 式より  $U = Q / (2 \pi H_d^2)$  である。これらを(3)式に代入して

$$\rho_2 g \Delta H_c + P_a + \rho_1 g H_c = \rho_2 g \Delta H_d + P_a + \rho_1 g H_d + (1/2) \rho_1 \{Q / (2 \pi H_d^2)\}^2$$

$$\Delta H_c = H_2 - H_c, \Delta H_d = H_2 - H_d \quad \text{であるから}$$

$$\rho_2 g (H_2 - H_c) + P_a + \rho_1 g H_c = \rho_2 g (H_2 - H_d) + P_a + \rho_1 g H_d + (1/2) \rho_1 \{Q / (2 \pi H_d^2)\}^2$$

整理して

$$H_c = H_d + Q^2 / \{8 \pi^2 (1 - \rho_2 / \rho_1) g H_d^4\} \quad \text{-----} \quad (4)$$

この式から  $H_d$  を除くため、仮定(e)を用いると、陥没形成の瞬間に

$$dH_c/dt \ll dH_d/dt \quad \text{即ち} \quad (dH_c/dt)/(dH_d/dt) \doteq 0 \quad \text{-----} \quad (5)$$

(5) 式は陥没部を除く部分の  $H_c$  の変化が非定常な  $H_d$  の急激な減少に追従しないことを表している。

(4) 式を微分して

$$dH_c/dt = dH_d/dt + Q^2 / \{8 \pi^2 (1 - \rho_2 / \rho_1) g\} \times (dH_d^{-4} / dH_d) \times (dH_d/dt)$$

$$= (1 - 4 Q^2 H_d^{-5} / \{8 \pi^2 (1 - \rho_2 / \rho_1) g\}) (dH_d/dt)$$

$$(dH_c/dt) / (dH_d/dt) = (1 - 4 Q^2 H_d^{-5} / \{8 \pi^2 (1 - \rho_2 / \rho_1) g\})$$

(5) より

$$\text{よって} \quad H_d = [Q^2 / \{2 \pi (1 - \rho_2 / \rho_1) g\}]^{1/5}$$

これを(4)式に代入すると

$$H_c = [Q^2 / \{2 \pi^2 (1 - \rho_2 / \rho_1) g\}]^{1/5} + (1/4) [Q^2 / \{2 \pi^2 (1 - \rho_2 / \rho_1) g\}]$$

$$\times [Q^2 / \{2 \pi^2 (1 - \rho_2 / \rho_1) g\}]^{-4/5}$$

$$= 1.25 [Q^2 / \{2 \pi^2 (1 - \rho_2 / \rho_1) g\}]^{1/5} = 0.69 [Q^2 / \{(1 - \rho_2 / \rho_1) g\}]^{1/5}$$

無次元表示して、

$$H_c/a = 0.69 \{Q^2 / \{(1 - \rho_2 / \rho_1) g a^5\}^{1/5} \quad \text{-----} \quad (6)$$

(6) 式は実験結果(添付図)に、ほぼ一致する。

(6) 式で 液層が単一の時は、 $\rho_2 \ll \rho_1$  とおいて

$$\boxed{H_c/a = 0.69 (Q^2 / g a^5)^{1/5}} \quad \text{-----} \quad (7)$$

ドレンの排出流量  $Q$  がわかっている時、限界深さ  $H_c$  は容易に得られる。ドレンが自然流下の場合、 $Q$  は  $\Delta P$  と  $H$  のパラメータをもち、(6) 式は一元多次方程式になり数値計算できる。しかし、実際は排出時、気体を巻き込んで流れ、スラグ流になれば振動を起こすだろう。

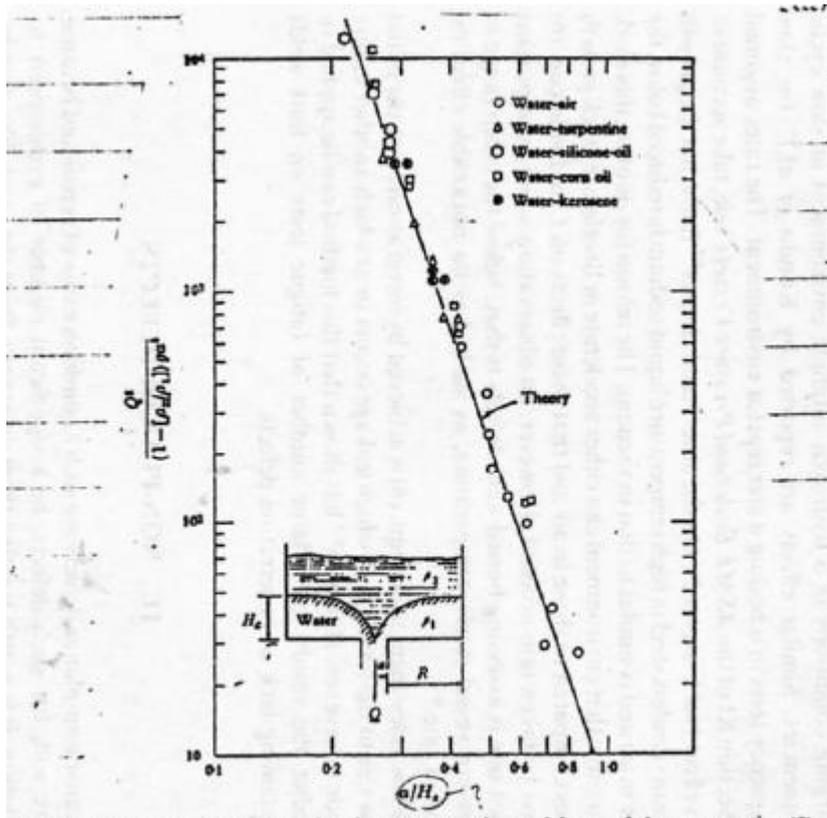


FIGURE 5. Critical height. Comparison between experimental data and theory, equation (6).