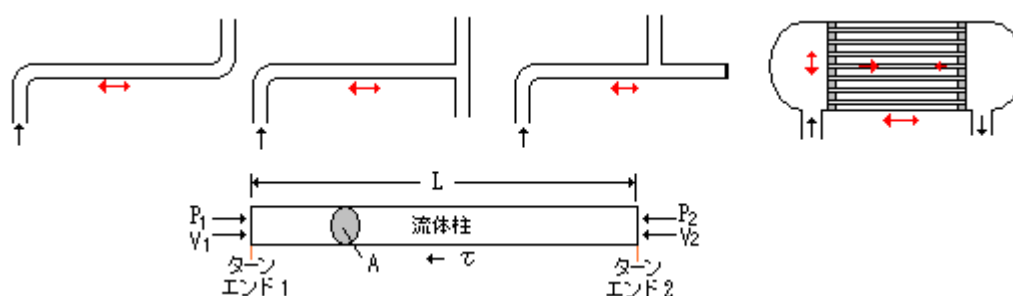


【整番】FE-06-TM-015	過渡状態におけるターンエンド間の不平衡力について	
分類：流れ(非定常流れ)/種別：技術メモ	作成年月：H19.1/改訂：Ver0.0 (H19.8)	作成者：N.Miyamoto

全6枚

余り一般的ではないが、ベンド、ティ、ブラインドの類いは流れ方向に突き当たり投影面をもっており機能上、ターンエンドと呼称することがある。これらを下図のように対に組み合わせた配管区間では、水撃、エアハンマリング、安全弁吹き出しといった過渡状態においてターンエンド間に非定常な流体力による不平衡力が発生して、配管や機器を大きく揺さぶり、そのレグやサポートを破損させることがある。従って、過渡状態においてどの程度の不平衡力が発生するかを知ることが、配管とそのサポート、機器とそのレグおよびこれらを支承する構造物(架構/基礎)の設計課題のひとつになる。

ここではターンエンド間に生じる不平衡力の発生についてその基本的な見方を述べてみたい。



1. テキスト(例えば末尾添付)によれば、上図のような流体柱の流体力のバランスは次のような一次元の運動量の式で記述される。

$$\partial(mV_c)/\partial t = P_1A_1 - P_2A_2 - \int_s \tau dA_s + (\rho_1A_1V_1^2 - \rho_2A_2V_2^2) \quad \text{-----(a)}$$

ここで m = 流体柱の質量、 V_c = 流体柱の流出流速、 P = 静圧、 V = 流速、 ρ = 流体密度、
 A = 流体柱の断面積、 A_s = 流体柱の周面積、 τ = 管壁内表面のせん断応力、
 サフィックス 1,2 → 入口、出口ターンエンドの意

この式の各項は力の単位(kgf)を持っている。左辺は流体柱の運動量変化を表わし、右辺は流体柱の前後方向に働く力を表わしている。なお、右辺の第3項は壁面の抵抗力を表すものである。ここで管壁におけるせん断応力は $\tau = (\lambda/4) \times 0.5 \rho V^2$ であるから、

$$\int_s \tau dA_s = \int_s (\lambda/8) \rho V^2 \pi D dx = (\rho/2) \int_s (A/D) V^2 dx \quad (\lambda = \text{ダルシーの摩擦損失係数})$$

これを(a)式に代入して、

$$\partial(mV_c)/\partial t = P_1A_1 - P_2A_2 - (\rho/2) \lambda \int_s (A/D) V^2 dx + \rho_1A_1V_1^2 - \rho_2A_2V_2^2 \quad \text{-----(b)}$$

なお、蛇足ながらベクトル表示すれば $V^2 = V|V|$ であるから

$$\partial(mV_c)/\partial t = P_1A_1 - P_2A_2 - (\rho/2) \lambda \int_s (A/D) V|V| dx + \rho_1A_1V_1|V_1| - \rho_2A_2V_2|V_2|$$

(b)式は、断面積 A が一定であれば $A_1 = A_2 = A$ 、また非圧縮性流れであれば $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ であるから、

$$\partial(mV_c)/\partial t = (P_1 - P_2)A - (\rho/2) \lambda \int_s (A/D) V^2 dx + \rho(V_1^2 - V_2^2)A \quad \text{-----(c)}$$

脈動などのない安定した定常状態では流量の時間変化がないので、断面積が一定なら区間のどこでも V = 一定なので、

$$\partial(mV_c)/\partial t = (P_1 - P_2)A - 0.5(\lambda \int dx/D) \rho V^2 A$$

更に、右辺第2項は $\int dx = L$ なので $0.5(\lambda L/D) \rho V^2 A = \Delta PA$ (ΔP = 区間の圧損) になるので

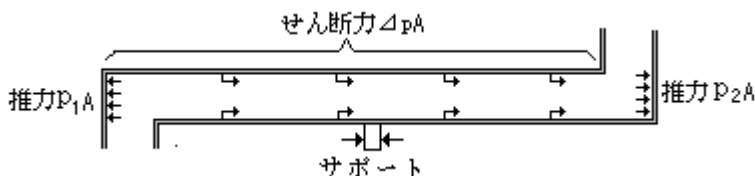
$$\partial (mV_c) / \partial t = \{P_1 - (P_2 + \Delta P)\}A \text{-----(d)}$$

また、定常状態では $P_1 = (P_2 + \Delta p)$ であるから、上式は零になる。

$$\partial (mV_c) / \partial t = 0$$

(この結果は区間の断面積を一定としたときのものであるが、断面積が変わっても同じ(*1))

結局、定常状態では(b)式の右辺は零となり、左辺の流体柱の運動量 mV_c は一定となる。右辺が零であることは、流体柱の前後に働く力がバランスしていることを表わす。これを流体柱に接する管壁で考えると下図のようである。



管壁には流体力に見合った反対方向の反力が働き、同様にバランスするので、(c)式の符号を反転して

$$-\partial (mV_c) / \partial t = (P_2 - P_1)A + (\rho / 2) \lambda \int_s (A/D) V^2 dx + (\rho_2 V_2^2 - \rho_1 V_1^2)A \text{-----(e)}$$

同様に $V_1 = V_2 = V$, $\rho_1 = \rho_2 = \rho$, $(\rho / 2) \lambda \int_s (A/D) V^2 dx = \Delta PA$, $P_2 + \Delta P = P_1$ とすれば

$$-\partial (mV_c) / \partial t = (P_2 + \Delta P + \rho V^2)A - (P_1 + \rho V^2)A = 0$$

$(P_2 + \Delta P + \rho V^2)A$ は管壁に生じる左方向の軸力、 $(P_1 + \rho V^2)A$ は右方向の軸力である。管は軸引張モードになり軸方向の応力が発生するが、全体としては軸力がバランスしているので管壁は動かない。従って、管サポートに軸方向の力が加わることはない。

以上は定常状態である。非定常な過渡状態では、左辺の運動量 $[mV_c]$ が時間変化する。即ち、

$$\partial (mV_c) / \partial t = (\partial / \partial t) \int \rho V A dx$$

具体的には圧力波の伝播によって速度変化 $\partial V / \partial t$ がでて運動量が急変する。それに付随して(b)式の右辺の静圧 P と流速 V が時間遅れ的に変化して、任意時刻において

$$[P_2 A_2 + \Delta P A_2 - P_1 A_1 + \rho_2 A_2 V_2^2 - \rho_1 A_1 V_1^2 \neq 0]$$

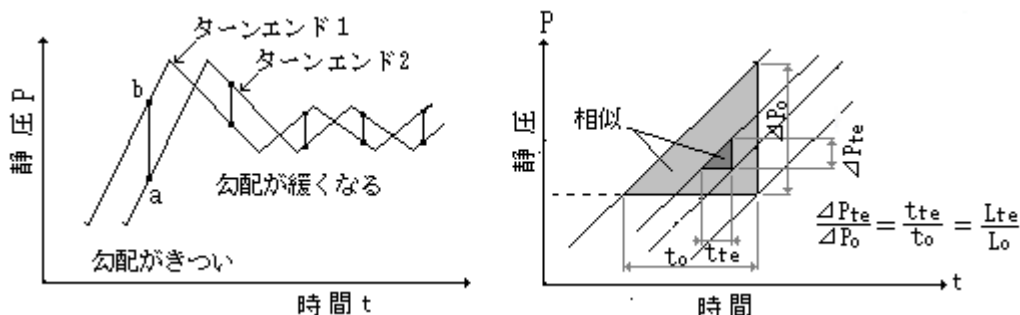
即ちバランスが失われ管壁に不平衡力が生じる。実際は、サポート拘束があるので管壁が飛んでゆくことはなくこの不平衡力はサポートで支承される。詰まるところ、

過渡状態においては、定常状態のように運動量変化が零にならず、(c)式による不平衡力あるいは(e)式によるサポート反力が発生することになる。

(c)式の左辺 $[\partial (mV_c) / \partial t]$ は方程式的なので F に置き換える。また、余程長い走りがない限りターンエンド区間の圧損 $[(\rho / 2) \lambda \int_s (A/D) V^2 dx]$ は小さく無視できるので、(c)式は次のようになる。

$$F = (P_1 - P_2)A + \rho (V_1^2 - V_2^2)A \text{-----(f)}$$

この式は簡単ではあるが、 P , V は電卓をたたいてでるようなものではなくコンピュータ解析による。



この場合は、上図のようにターンエンド 1、2 の圧力の時間変化あるいは流速変化を重ねあわせて圧力差あるいは流速差が最大になる時刻の圧力/流速値を採る。ターンエンド区間が余程長くない限りポイント 1 と 2 の波形はよく似ているので、勾配がきつくなると圧力差/速度差が大きくなる。図では a~b が最大圧力差となっている。

このようにターンエンドの波形を同時間で重ね合わせれば、 $(P_1 - P_2)$ 及び $(V_1^2 - V_2^2)$ は容易に得られ (f) 式の不平衡力 F は計算できる。しかし、計算モデルでは、各ターンエンドごとにノードをとると煩雑になるので、当該ターンエンド区間をはさむ区間のデータを区間長さでスライドして当該の圧力差、および流速の自乗差を推定するようにする。その場合、

- ・ 余程長距離にならない限り波形は余り変化しないこと
- ・ 波形は一定の音速(圧力伝播速度)で移動すること(移動時間 \propto 区間長さ)

から、上図の右側に示すような相似関係が成立する。即ち

$$\Delta P_{te} \doteq \Delta P_o (L_{te}/L_o)$$

ここで、 ΔP_{te} = ターンエンド間の圧力差 = $(P_1 - P_2)$ 、 ΔP_o = ノード間の圧力差(計算出力結果より)
 L_{te} = ターンエンド間長さ、 L_o = ノード間の長さ

速度の自乗差についても同じようにするが位置決めで少し手間取ると思う。相対的にみて

$$(P_1 - P_2)A \gg \rho (V_1^2 - V_2^2)A$$

の傾向が強いので、よほど低圧ラインで圧力差が小さい場合を除いて、 $\rho (V_1^2 - V_2^2)A$ 項を削除してもよい。即ち、

$$F = (P_1 - P_2)A \text{ -----(g)}$$

さて以上のように得られた不平衡力は動荷重である。ローディングデータを作るときサポート反力 F を動荷重と指定すれば動荷重を割愛し安全側に F の 2 倍の静荷重として強度計算される筈である。通常は静荷重扱いでローディングデータは作られるので

$$F_s = DLF \times F \quad (DLF = \text{動荷重係数})$$

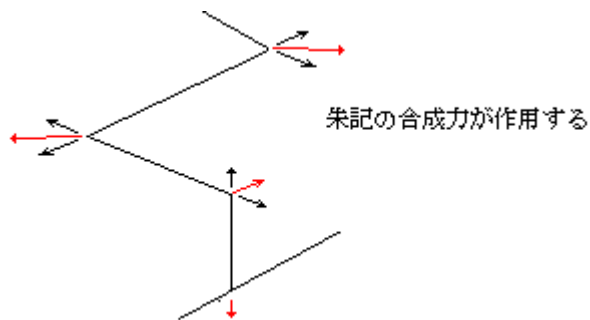
としてカウントすべきである。DLF は 1~2 の範囲であり、安全側には確かに 2 をとればよいが筆者の私見では、次の程度か?と思われる。

水撃が水柱分離再結合タイプで、波形がパルス波であるとき： DLF = 1.8

水柱分離タイプ以外で、勾配をもった波形であるとき： DLF = 1.3

実際は構造物の動的応答解析を要するが、時間と費用がかかり殆ど現実的でない。**ただ簡単なモデル解析を行いオーダーは見切っておく必要がある。今後トライ予定。**

なお、以上は単一のターンエンド区間を扱ってきたが、実際の管路は、複数のターンエンド区間が連なって構成されているので、下図のように接続区間の不平衡力が合成して作用する。従って水撃時の配管の挙動/変形は 3 次元的になる。



2. 以上をまとめれば、

- (1) ターンエンド間に生じる不平衡力は、運動量の時間変化項(非定常項)に等しい。
- (2) 脈動などのない安定した定常状態では、運動量の時間変化はなくターンエンド間に不平衡力は存在しない。
- (3) 非定常状態例えば過渡状態では、次のような運動量の時間変化、即ち不平衡力とその裏返しとしてのサポート反力がターンエンド間に発生する。

$$\partial(mV)/\partial t = P_1A_1 - P_2A_2 - (\rho/2) \int_s (A/D) V^2 dx + \rho_1A_1V_1^2 - \rho_2A_2V_2^2$$

- (4) 断面積一定/非圧縮性流れのターンエンド間の不平衡力は通常、次式で得られる。

$$F = (P_1 - P_2)A + \rho(V_1^2 - V_2^2)A$$

なお、圧力差 $(P_1 - P_2)$ が大きいときは第2項の $[\rho(V_1^2 - V_2^2)A]$ は、略々無視できる。

- (5) 不平衡力は水撃解析結果から、ターンエンドのノード間の圧力差、速度自乗差を読みとって計算する。もしターンエンドにノードがないときは最寄のノード間の差を読みとって次式で計算する。

$$F \approx \Delta P_o (L_{te}/L_o)A + \Delta(\rho V^2A)_o A$$

ここで $\Delta P_o, \Delta(\rho V^2A)_o$ = 最寄ノード区間の圧力差, 速度自乗差

圧力変化の勾配がきついと、あるいはターンエンド間の管長が長いとき不平衡力は大きくなる。例えば気柱分離&再結合によるパルス状の水撃がラック上の長い走りで行くと大きな不平衡力が発生してサポートが破損し配管が大変形を起こすことが考えられる。

- (6) 適切な DLF を上記の F に乗じてサポート点の荷重データとし、構造設計を行う。

(*1) 断面積が下図のように変化するときも不平衡力零になる。以下、

下図において左向きの力は、 $F_L = P_1a + \rho V_1^2a + \underline{P_2(A-a)}$

然るに $P_1 = P_2$ なので、 $F_L = P_2A + \rho V_1^2a$

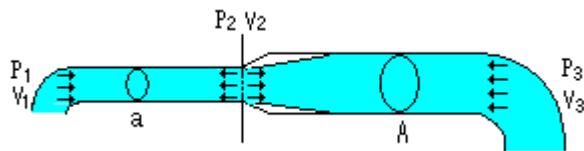
拡大部分のモーメントバランスは、 $(P_2 - P_3)A = \rho V_3^2A - \rho V_2^2a$

この式では $V_1 = V_2$ なので、 $\rho V_1^2a = P_3A + \rho V_3^2A - P_2A$

これを F_L 式に代入して、 $F_L = P_2A + P_3A + \rho V_3^2A - P_2A = P_3A + \rho V_3^2A$

右向きの力は $F_R = P_3A + \rho V_3^2A$ なので $F_L = F_R$ になる。

従って定常状態の不平衡力は零となる。



添付：松尾「圧縮性流体力学—内部流れの理論と解析」(理工学社) 抜粋

3.4 運動量の式

運動方程式(3.7)は、別の表現をすれば、運動量 mu の時間的変化割合は外力の総和に等しいという運動量の保存則 (law of conservation of momentum)

$$\frac{D}{Dt}(mu) = \Sigma F \quad (3.22)$$

を表しており、上式は、運動量の式 (momentum equation) といわれる。

図3.3に示すように、管路の中心線に沿って x 軸をとり、ある時刻に断面1と2の間を満たしている流体部分を閉じた系として考え、これに運動量の保存則を適用しよう。この系はもちろん時間とともに x 方向に運動するから、その運動量の実質微分は、式(3.9)の関係を用いると



図3.3 運動量の式の説明図。

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \int_1^2 \rho u A \, dx &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_1^2 \rho u A \, dx \right) + u \left. \frac{\partial}{\partial x} \int_1^2 \rho u A \, dx \right|_1^2 \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \int_1^2 \rho u A \, dx + (\rho_2 A_2 u_2^2 - \rho_1 A_1 u_1^2) \end{aligned} \quad (3.23)$$

上式の右辺第1項は、系の運動量の非定常的变化を示す項である。また第2項は定常項で、断面1と2を通る質量流量は $\dot{m} = \rho_1 u_1 A_1 = \rho_2 u_2 A_2$ であるから、第2項の $\rho_2 A_2 u_2^2 (= \dot{m} u_2)$ は、系の境界が断面2から単位時間後に断面2'に移動することによる運動量の増加、 $-\rho_1 A_1 u_1^2 (= -\dot{m} u_1)$ は、系の境界が断面1から単位時間後に断面1'に移動することによる運動量の減少を示している。

別の見方をすれば、式(3.23)の右辺第2項は、単位時間に断面2を通る運動量 $\dot{m} u_2$ と断面1を通る運動量 $\dot{m} u_1$ の差である。したがって、系の運動量の変化の定常項を求めるとき、上に述べたように、系の運動を考えてその運動量の変化を考える代わりに、図3.3の断面1と2に囲まれた空間的に固定された部分を検査体積として、その表面、すなわち検査面を通して出入りする運動量の差を求めればよい。

つぎに、図3.3の断面1~2間の流体部分に働く力として、圧力による力 F_p と粘性せん断力 F_f を考えよう。圧力による力は、断面1に x 方向に $p_1 A_1$ 、断面2に x と反対方向に $p_2 A_2$ である。また側壁に働く圧力による力は、側壁の微小面積を dA_s とすれば、 $\int_1^2 p dA_s$ であるが、その x 方向成分は、 dA_s の x 方向成分を dA とすれば、 $\int_1^2 p dA$ である。粘性により流体が壁から受ける力の x 方向成分 F_f は x と反対方向に働く。したがって系に作用する力は

$$\Sigma F = p_1 A_1 - p_2 A_2 + \int_1^2 p dA - F_f \quad (3.24)$$

式(3.23)と式(3.24)を式(3.22)に代入すると、つぎの運動量の式が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_1^2 \rho u A \, dx + (\rho_2 A_2 u_2^2 - \rho_1 A_1 u_1^2) = p_1 A_1 - p_2 A_2 + \int_1^2 p dA - F_f \quad (3.25)$$

なお $F_f = \int_1^2 \tau dA_s$

添付：J.W.ケイ「流れ学－基礎と応用」(培風館) 抜粋

3.4 定常流れの運動量の式¹⁾

剛体力学においてニュートンの第2法則で表わされる運動量の法則は一定量の流体に対してもそのまま適用できる。すでにわれわれは流れ系について連続の式とエネルギーの式を導いており、流れ系にこの運動量の法則が拡張できることはほとんど明らかなことであろうが、注意深く誘導してその正しさを確かめることが重要である。

図23に空間に固定された検査面 S が破線で示してある。この図では検査面は流管と一致するようにとられているが、これは考察を目で見えるような形で進めるのに便利であるからで、必ずしもそのように限定する必要はない。任意に選んだどんな仮想的な固定検査面についても以下の考察は適用できる。流体の一定質量 m を含み、常にそれと同じ質量 m を含みながら流体とともに移動するような自由に変形できる動く境界面 S' を考える。ここでは動く境界面を S' として、時刻 $t=t_0$ には固定検査面と一致しているものとする。わずかな時間 $t=t_0+dt$ 後には、この境界面は図に示した新しい位置に移動するものとする。境界面 S' に囲まれた流体の質量 m にニュート

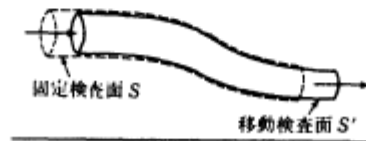


図 23

ンの法則を適用すると、全境界面に作用する圧力およびせん断応力による合力は S' に囲まれた流体の質量 m の運動量の変化速度に等しいと言える。
 x, y, z 方向の各成分で表わせば

$$F_x = \frac{dM_x}{dt}, \quad F_y = \frac{dM_y}{dt}, \quad F_z = \frac{dM_z}{dt}$$

あるいはベクトル表示では次のように表わせる。

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{M}}{dt}$$

流れが定常であれば

時刻 t_0+dt における移動境界面 S' で囲まれた流体の運動量は
 時刻 t_0 における固定面 S で囲まれた運動量と
 時間 dt 内に固定面 S から流出した運動量との和から
 時間 dt 内に固定面 S へ流入した運動量を差し引いたものに等しい

すなわち

時間 dt 内での S' で囲まれた流体の運動量の増加は
 時間 dt 内に固定面 S から流出した正味の運動量に等しくなる
 したがって、固定検査面をもつ流れ系に適用した運動量の法則は次のように書ける。

\mathbf{F} は検査面からの運動量の正味の流出速度になる
 ただし、この \mathbf{F} は全表面に作用する圧力およびせん断応力による力である。

以上