

【整番】 FE-06-TM-012	【標題】 空気溜まりのある管路の圧力上昇に関する情報
分類：流れ(非定常流れ)／種別：設計メモ	作成年月：H19.7／改訂：Ver0.0 (H19.8) 作成者：N.Miyamoto

全 12 枚

## 1. はじめに

管路に**非凝縮ガス(例えば空気)**の溜まりや分散があると、それがクッションとして作用して水撃圧を緩和する筈だと考える向きがある。しかし必ずしもそうではなく、場合によっては水撃圧を上昇させて想定外のトラブルになることがある。従って、水撃が予想され過分の空気混入が考えられる管路の設計に際しては、事前にこの現象の可否や発生時の影響などを検討すべきである。

本 TS は、この圧力上昇現象に関して幾つかの有用な情報を整理して設計の手引きにしたものである。またキィとなる文献の要点を添付 A,B,C にまとめている。空気以外の非凝縮性のガス溜まりについても密度/粘度を目安にして、本 TS の記述内容が準用できるだろう。

## 2. 現象の発生条件/程度/傾向

### (1) 【どういうフロー/運転で起きるか?】

事例的にみて、次のような場合にこの現象は発生している。

両端閉の低圧管路に空気溜まりができた状態で一端を急開して急激に圧力を負荷する場合

たとえば、

- ・ 下図(A)のようにポンプフィードラインのポンプ～吐出弁の間に空気溜まりがある状態で、ポンプを急激に締切始動する場合
- ・ 下図(B)のように遮断弁で圧力源から隔離された先止まり管路に空気溜まりがある状態で、遮断弁を急開する場合

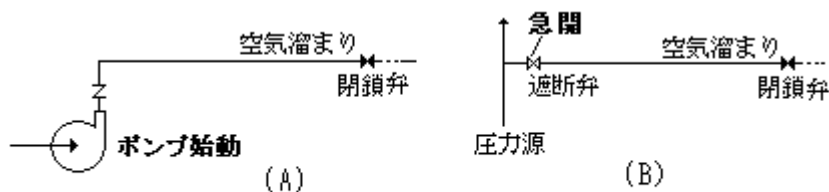


図1 過剰圧力上昇現象の発生条件

### (2) 【どういう現象であるか、圧力上昇の程度は?】

上図(A)でいえば、ポンプ始動直後、先止まり管路全域で圧力が急激に上昇しその後アップダウンを繰り返しながら通常の締切圧に減衰してゆく。圧力上昇の程度(ピーク値)は、

空気溜まりが無い時： 締切圧の 2 倍

先止まり管路が正圧(常圧)で空気溜まりが有る時： 締切圧の 4 倍弱

先止まり管路が負圧(-8mAq)で空気溜まりが有る時： 締切圧の 8 倍強

### (3) 【その傾向、あるいは関係因子は?】

条件によって変わってくるが、添付 A,B の実験/解析では次のような傾向が観察されている。

- 閉鎖端直前で最大の圧力上昇が起き、管路始端(ポンプ/遮断弁)に近づくほど圧力上昇は少ない。
- 末端の閉鎖弁が微開程度では余り変わらないが、開度が増すにつれ圧力上昇は低下する。
- ポンプ立ち上り時間あるいは遮断弁オープン時間が長くなるほど圧力上昇は低下する。
- 空気量が増えるにつれ圧力上昇が増加してピークに達し、その後空気量の増加につれ減少する。

- (e) 程度の差はあれ、空気溜まりが集中していても分布していても圧力上昇は起きる。
- (f) 空気溜まりが管路末端ではなく管路中間に在ってもあまり圧力上昇は変わらない。
- (g) 初期状態における管路の負圧度が増すにつれ圧力上昇は異常に増加する。逆に管路の圧力が増すにつれて圧力上昇は減少する。これは空気密度の変化/共鳴の影響によるものと思われる。
- (g) 管路が短くなるほど圧力上昇が低下する傾向がある。
- (I) 管に発生する応力に動的効果はみられない。変動圧は静圧と見なしてよい。
- (i) 流体が油の場合、水撃の瞬間、空気溜まりで発火することがある。

これらの傾向から、次のパラメータが挙げられる。

**[遮断弁開度、ポンプ始動時間/弁開作動時間、空気量、初期圧力、管路長さなど]**  
 確実ではないが、空気溜まりの集中/分布やその位置の関与は少ないようである。

### 3. 現象の緩和策およびトラブル防止対策

いろいろの案があるが、効果が期待される方策として次のようなものがある。

- ① 締切始動/先止り急開の運転モードはできるだけやめる。
- ② ポンプ立上り時間/弁オープン時間を長くセットする。例えばスターデルタ起動など。
- ③ 調整弁付きバイパス管を設けて、水撃時の押し込みを一時的にパスさせる。
- ④ 初期状態での管路の負圧度をできるだけ下げる。常圧(大気圧)スタートを考える。
- ④ 待機中の管路の空気抜きを行う。また空気溜まり構造を排除する。
- ⑤ ポンプ/遮断弁～閉鎖弁の間の管路長さをできるだけ短くする。
- ⑥ 強度の低いプラスチック配管などの使用に際しては、予め管強度を確認する。
- ⑦ サポート及び架構/基礎の強度をチェックし、強固にする。

### 4. 本現象の原因とメカニズム

この現象は一種の**サージング(逸走現象)**と考えられる。管路が液で満たされている状態では、始端でステップ的に発生した圧力上昇の波動が管路を伝播し、やがて閉鎖端に衝突して同位相で反転して戻るときに始端圧力上昇の約2倍のサージ圧が発生する。然るに、

管路内に柔らかい空気相があるとこれを圧縮する際に液柱がオーバーランして、**最大限、締切圧の4倍弱の圧力上昇**が起きる、即ち逸走現象である。圧力上昇度は**2.(3)**で示したパラメータによって変化するが、それらは流体柱の共鳴に係わる因子とも考えられる。

### 5. 設計時点の検討

予め、異常な圧力上昇現象が予想される場合は、空気溜まり問題が扱えるプログラムを用いてシミュレーションするのが理想的である。もし手間や時数に余裕がなければ、圧力上昇のピークを次のように設定してシステムや強度などの検討を行ってもいいだろう。

初期状態における先止まり管路の圧力が正圧のとき： 始端圧力上昇(締切圧)の4倍

諸期状態における先止まり管路の圧力が負圧のとき： **添付 B の図 6**などを参考に設定。

この場合、初期圧力がかなり高いときは、上記の常圧ベースの4倍設定は安全側になる。

なお、設計で使用する短期の最大圧力は「初期圧力+圧力上昇分」とする。

**[ 本 TS は多少古い文献によっているが、その後かなり技術的進展があったとおもわれるので、その後の文献を調査吟味して Ver-up してゆく予定。 ]**      **引用文献は末尾に示す。**

### 【 添付 A. 空気溜まりの影響について—文献(1)の要約 】

(0) 管内のエアポケット(空気室)はクッションとなってサージ緩和に有効と見られている風があるが、場合によっては逆にサージ圧を増長することがある。例えば、図 0 のように閉塞端をもった管路で入口弁を急開すると管路端寄りに著しい圧力上昇が起きることがある。

(1) 油による実験では、末端にエアポケットがあると、ポケットがない場合の最大 2 倍弱のサージ圧(過渡的圧力上昇)が発生する。

エアポケット無し : 18.6ata(供給圧 9.3ata の 2 倍)

エアポケット有り : 28~35ata(供給圧 9.3ata の 3~3.8 倍)

また、サージ圧発生時、空気室内に火花が出る。これは圧縮されて空気温度が上がりサージに伴って飛散した油滴が発火したと思われる。

(2) 実験/解析から観察される圧力上昇の傾向は次のようである。なお初期状態ではほぼ大気圧である。

- ・ 空気量が増加するとステップ状にサージ圧は上昇していくがピークを超えると低下(Fig. 10 参照)。
- ・ 空気量によってサージ波形は変化する。空気量少のときは特徴的な 2 段重ね形状(Fig.11 参照)。
- ・ 以上は末端にエアポケットがある場合であるが、中間にエアポケットがあってもサージ圧は殆ど同程度(Fig.13 参照)。

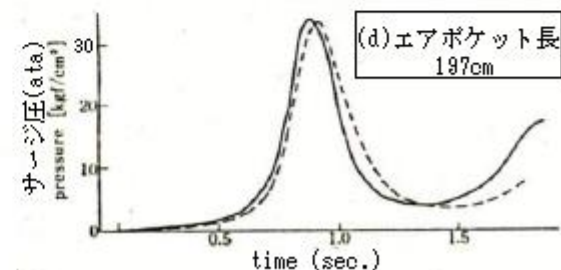
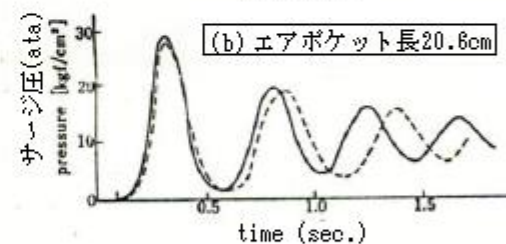
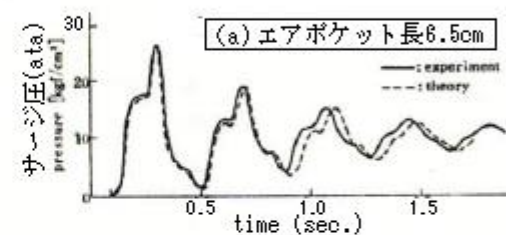
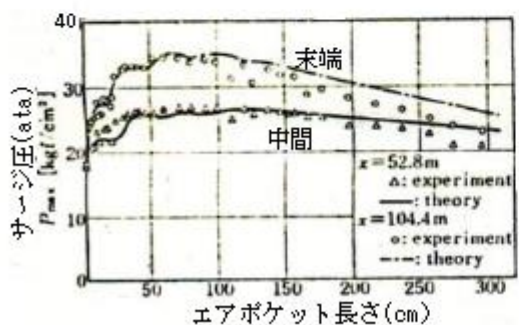
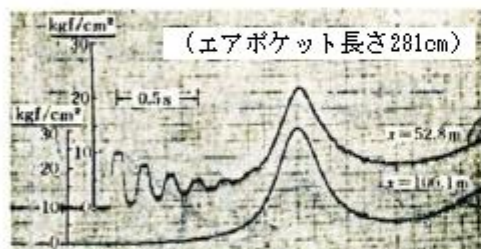
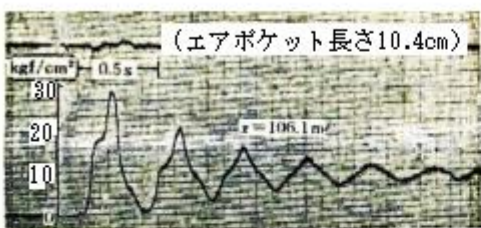
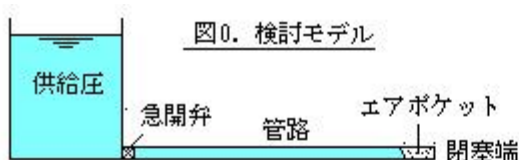


Fig.11 管路末端のサージ圧の時間変化

【 添付 B. ポンプ締切始動時の空気溜まりによる水撃現象—文献(2)の要約 】

(0) 典型的には図 1。造水設備のブライン循環ポンプの負圧下の締切始動でも異常昇圧発生(図 2)。実験の結果、ポンプ締切圧の **Max.約 8.7 倍**(但し負圧度-8mAq)のサージ圧上昇をカウント。(添付 A.の実験/解析では 3~**3.8 倍**であるからざっとその 2 倍弱になっている。負圧始動の影響は極めて大きい。)

(1) 実験装置を図 3 に示す。実験では、空気を水平管頂部に**分布**、または管端/中間にエアチャンバで**集中**させる。また待機中の吐出管水平部を負圧調整できるようにしている。

(2) 実験によれば、空気の分布/集中によらず、次の傾向がみられた。

(a) 圧力上昇は管路末端(吐出弁直前)で **Max.**になり、ポンプ側に近づくほど減少 ( 図 5)。

(b) 圧力上昇は空気容積が 5~7%でピークに達し、その後空気の増加と共に減少 ( 図 5)。

(c) 圧力上昇のピーク値は、待機中の吐出管の負圧度が増すにつれ大きくなる ( 図 6)。

(d) 圧力上昇のピーク値はポンプ始動時間が長ければ小さくなり、ピーク値のでる空気容積は大きくなる ( 図 7)。

(e) 圧力上昇のピーク値は吐き出し管の長さが短くなるほど小さくなり、ピーク値のでる空気容積は大きくなる ( 図 8)。

[(a)と(b)は、添付 A—文献(1)の結果と同じである。]

なお、空気の分散と集中の違いは顕著でないが、負圧度が大きいときは分布した方がピーク値が大きいなどの違いがみられる ( 図 9~11)。

(3) 管の応力(歪)は圧力変動とともに変動する。応力値は、圧力上昇値と同じ静水圧が負荷されたときの静的応力と同じ ( 即ち動的効果は見られず動荷重係数  $DLF \approx 1.0$  )。

(4) ポンプ始動時間/最大サージ圧発生時刻/圧力変動周期の傾向は次のようである。

(f)ポンプ始動時間の 1.2 倍程度の時刻に圧力上昇のピークがでる ( 図 15)。

(g)圧力変動周期 ( 圧力上昇の peak to peak )は初めが最も長く後になるほど短くなる ( 図 4)。

(h)圧力変動周期は空気の容積増加の $\sqrt{\quad}$ に比例して長くなる ( 図 15)。

(5) 圧力上昇緩和方法として、閉鎖された吐出弁をまたぐ**バイパスライン**を設けると圧力上昇はかなりダウンする( 図 16)。また吐き出し弁を微開した程度では圧力上昇はダウンしないが、開度を大きくしてゆくと圧力上昇はかなり緩和してゆく( 図 17)。

(6) **空気溜まりのある管路の水撃現象は振動現象として考えた方がいい。**この場合

非線形振動方程式：
$$d^2 v^* / dt^2 + \{nAP_0 / (\rho LV_0^*)\} v^* = \{AP_0 / (\rho LV_0^*)\} \{1 + P_1/P_0 + P_p/P_0\}$$

ここで、 $v^* = V^*/V_0^*$ (=空気体積/初期空気体積)、 $P_0$ =管路圧力、 $P_1$ =サーバ圧力、 $P_p$ =ポンプヘッド圧

$\rho$  = 水密度、 $A$ =管路断面積、 $L$ =管路長、 $n$ =ポリトロープ指数

これを強いて線形化して、流体柱の固有周期( $T_n$ ) /固有振動数( $f_n$ )を求めると

$$T_n = 2\pi \{ \rho LV_0^* / (nAP_0) \}^{0.5} \quad , \quad f_n = \{ 1 / (2\pi) \} \{ nAP_0 / (\rho LV_0^*) \}^{0.5}$$

この式はあくまで目安的なもの。方程式に非線形性が強いので正しい解は得にくい。

起振源はポンプヘッド圧であって、ポンプ起動に際してのヘッド圧(締切圧)の立ち上がり勾配によって過渡振動を生じる。この起振源の周期/振動数は、

$$T=2T_F \text{ (ポンプ始動時間の2倍)、} f=1/T=1/(2F)$$

この起振振動数  $f$  と流体柱固有振動数  $f_n$  が漸近すると、圧力上昇がピークになると考えられる。

(7) 空気溜まりを  $PV^\gamma=1$  定を境界条件として特性曲線法で解析したが実験結果とほぼ合致する。

(8) 異常圧力上昇防止対策として次のようなものが挙げられる。

- ① ポンプ～吐出弁の間の管長を短くする。
- ② 起動前に吐出ラインが負圧になっているときは、一度ラインを常圧に戻してから起動する。
- ③ ポンプ始動時間を長くする(モータの直入れをやめスターデルタ起動など)。
- ④ バイパス管を設けポンプ始動時、一定流量を流しておいて過渡終了後バイパス弁を閉じる。
- ⑤ 締切り起動方式をやめ、吐出弁を中間開度以上に開いて起動する。
- ⑥ 空気抜きをして空気溜まりをなくす。

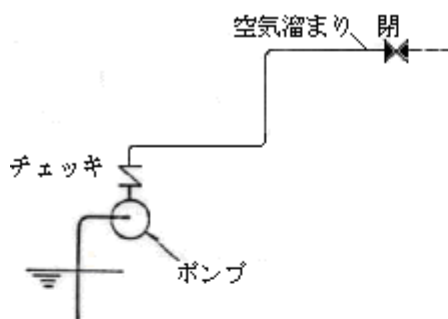


図1 管路末端弁でポンプ締切始動する場合

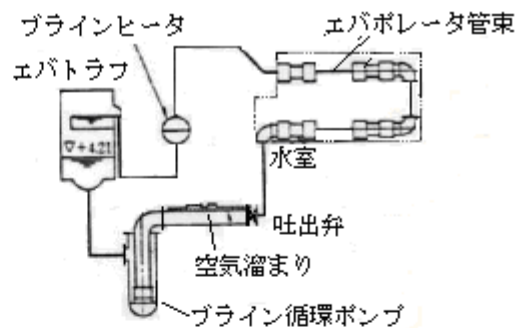


図2 堅型ポンプを負圧満水で締切始動する場合  
(海水淡水化設備の例)

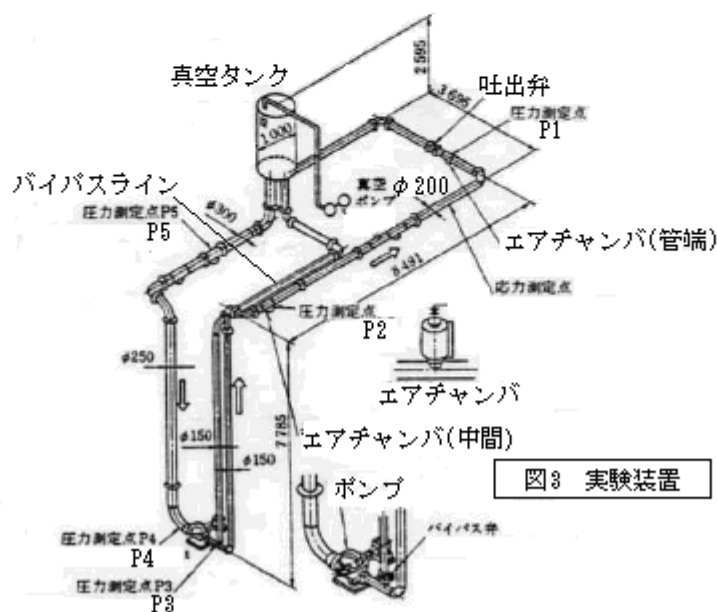


図3 実験装置



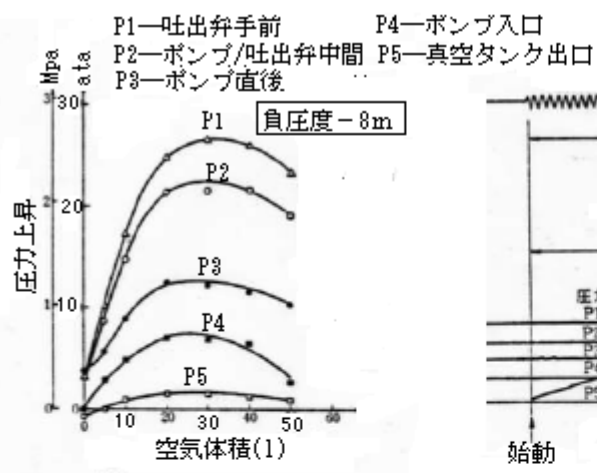


図5 圧力上昇と空気体積の関係 (位置による変化)

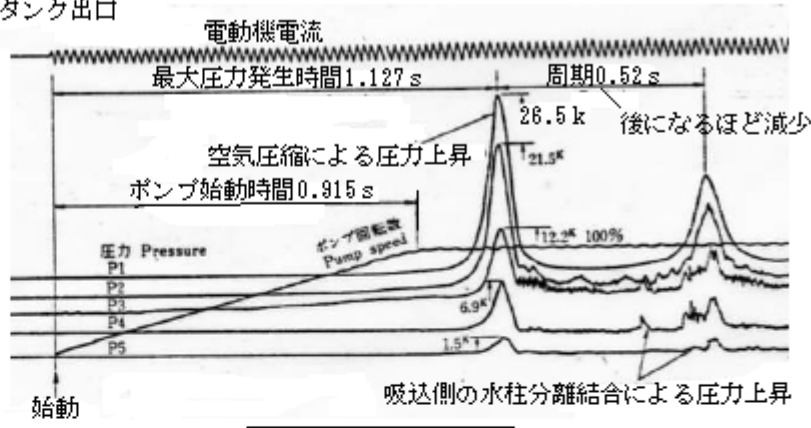


図4 測定データ

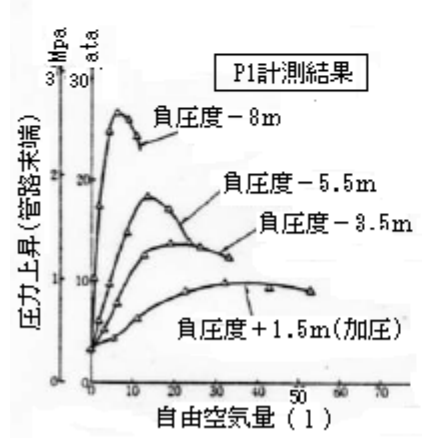


図6 圧力上昇と空気体積の関係 (負圧度の影響)

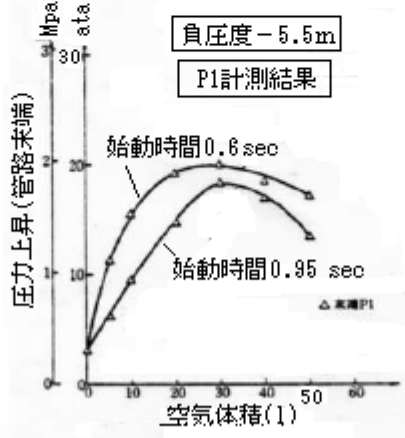


図7 圧力上昇と空気体積の関係 (始動時間の影響)

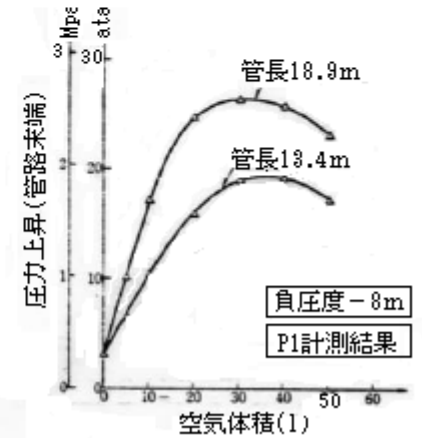


図8 圧力上昇と空気体積の関係 (吐出管長さの影響)

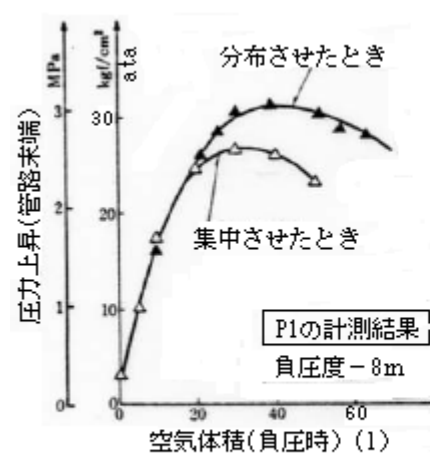


図9 圧力上昇と空気体積の関係 (空気溜まりの状態の影響 1)

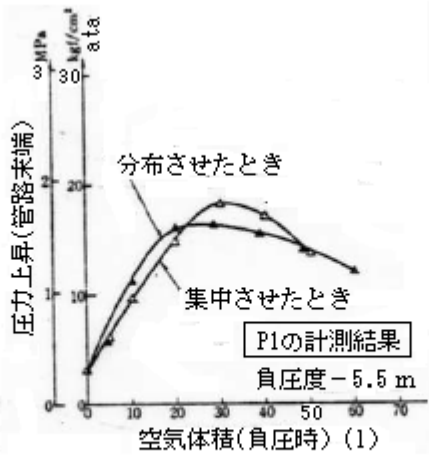


図10 圧力上昇と空気体積の関係 (空気溜まりの状態の影響 2)

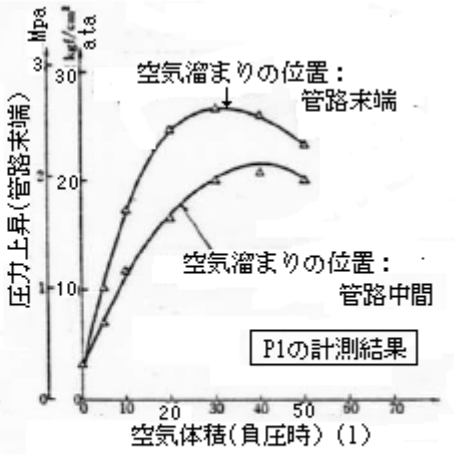


図11 圧力上昇と空気体積の関係 (空気溜まりの状態の影響 1)

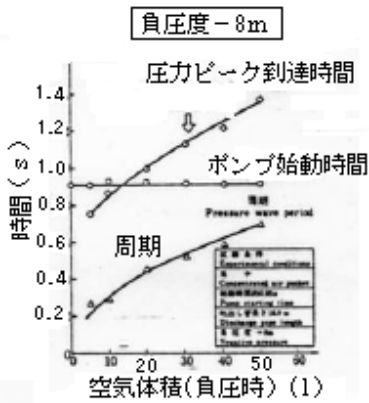


図15 空気体積と周期などの関係

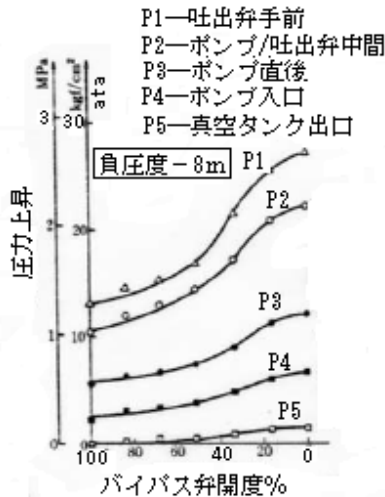


図16 圧力上昇とバイパス弁開度の関係

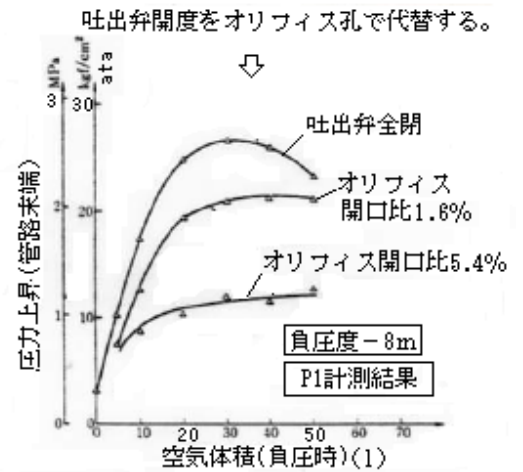
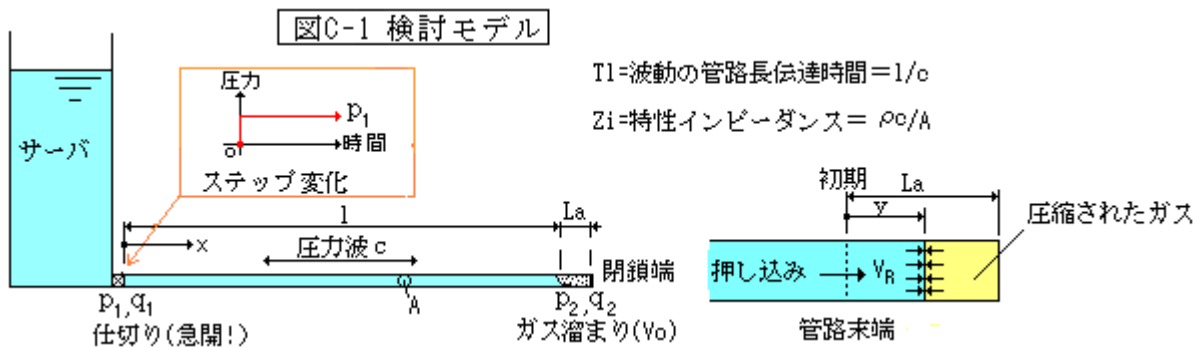


図17 圧力上昇と空気体積の関係 (吐き出し弁寸開の影響)

【 添付 C. インピーダンス法による空気溜まり付き管路の伝達式の導入と計算チャート 】

文献(3)はインピーダンス法による空気溜まり付き管路の伝達式を導いている。しかしこれは JSME 講演会資料としてポイントのみを記述しているので、多々判りにくい所がある。またガス溜まりのある管路末端の境界条件式に？が残る。ここでは境界条件式を見直すとともに、文献(3)の内容を追って補足し、更に管路の圧力上昇の計算チャートを試作した。検討モデル及び使用記号の定義は下記の通り。



使用記号定義：

$p$  = 圧力変動量 [=  $p(t)$ ]、 $P = p$  のラプラス変換 [=  $P(s)$ ]、 $P_0$  = ガス溜まり初期圧力

$q$  = 流量変動量 [=  $q(t)$ ]、 $Q = q$  のラプラス変換 [=  $Q(s)$ ]、

$u$  = 流速変動量 [=  $u(t)$ ]、 $U = u$  のラプラス変換 [=  $U(s)$ ]、

$\ddot{u}$  = 単位ステップ関数 ( $t < 0$  の時 0、 $t = 0$  の時 1/2、 $t > 0$  の時 1) [=  $\ddot{u}(t)$ ]、

$s$  = ラプラス演算子、 $t$  = 時刻, 時間、

$\rho$  = 流体(液)の密度、 $c$  = 流体(液)の音速、 $K$  = 流体(液)の体積弾性率、 $\gamma$  = ガスの比熱比

$Z_i$  = 特性インピーダンス =  $\rho c / A$ 、 $T_l$  = 圧力波の管路伝播時間、

$l$  = 管路長さ、 $A$  = 管路断面積、 $V_0$  = 初期ガス体積、 $L_a$  = ガス溜まり長さ(仮想)、

サフィックス 1、2 → 始端、末端の意

(1) 粘性損失を考慮すると水撃方程式とその解は複雑になるので、ここでは粘性を無視する。この場合、非定常流れ式は次のようである。

$$\text{運動の式: } \partial u / \partial t = -1 / \rho (\partial p / \partial x) \quad \text{----- (a)}$$

$$\text{連続の式: } \partial p / \partial t = -K(\partial u / \partial x) \quad \text{----- (b)}$$

ラプラス変換して

$$\mathcal{L}(\partial u / \partial t) = sU(s) - u(0), \quad \mathcal{L}(\partial p / \partial t) = SP(s) - p(0)$$

ここで、 $t=0$  のとき流速および圧力は  $u=0$ 、 $p=0$  であるから

$$\mathcal{L}(\partial u / \partial t) = sU(s), \quad \mathcal{L}(\partial p / \partial t) = sP(s)$$

従って、(a) (b) 式は

$$U(s) = -\{1/(s\rho)\} \{\partial P(s)/\partial x\} \quad \text{----- (a')}, \quad P(s) = -(K/s) \{\partial U(s)/\partial x\} \quad \text{----- (b')}$$

(a') 式の  $U(s)$  を (b') に代入し、整理して

$$\partial^2 P / \partial x^2 = \{s^2/c^2\} P \quad (\text{但し } c = (K/\rho)^{0.5}) \quad \text{----- (c)}$$

ここで、 $P=P(x)$  である。

(c) 式は、ラプラス変換された水撃時の波動方程式である。この解は

$$P = B_1 e^{-sx/c} + B_2 e^{sx/c} \quad \text{----- (d)}$$

また (a') 式より

$$U = -\{1/(s\rho)\} \{B_1(-s/c)e^{-sx/c} + B_2(s/c)e^{sx/c}\}$$

$Q=AU$  であるから

$$Q = B_1 \{A/(\rho c)\} e^{-sx/c} - B_2 \{A/(\rho c)\} e^{sx/c} = (1/Z_i) (B_1 e^{-sx/c} - B_2 e^{sx/c}) \quad \text{----- (e)}$$

ここで  $Z_i = \text{特性インピーダンス} = \rho c / A$

(d), (e) 式の未知数  $B_1, B_2$  を境界条件 [ $P=P_1$  at  $x=0$ 、 $P=P_2$  at  $x=1$ ] のもとで求める。

$$x=0 \text{ のとき } P_1 = B_1 + B_2, \quad Q_1 = (1/Z_i)(B_1 - B_2) \quad \rightarrow B_1 = (P_1 + Z_i Q_1)/2, \quad B_2 = (P_1 - Z_i Q_1)/2$$

$$x=1 \text{ のとき } P_2 = B_1 e^{-sTl} + B_2 e^{sTl}, \quad Q_2 = (1/Z_i)(B_1 e^{-sTl} - B_2 e^{sTl})$$

$$\rightarrow B_1 = (P_1 + Z_i Q_1)/(2e^{-sTl}), \quad B_2 = (P_1 - Z_i Q_1)/(2e^{sTl})$$

$x=0$  で得られた  $B_1, B_2$  を、 $x=1$  の式に代入して、

$$P_2 = \{(e^{-sTl} + e^{sTl})/2\} P_1 + Z_i \{(e^{-sTl} - e^{sTl})/2\} Q_1 = \{\cosh(sTl)\} P_1 - \{Z_i \sinh(sTl)\} Q_1$$

$$Q_2 = (1/Z_i) \{(e^{-sTl} - e^{sTl})/2\} P_1 + Z_i \{(e^{-sTl} + e^{sTl})/2\} Q_1 = -(1/Z_i) \{\sinh(sTl)\} P_1 + \{\cosh(sTl)\} Q_1$$

次に  $x=1$  で得られた  $B_1, B_2$  を、 $x=0$  の式に代入して

$$P_1 = \{(e^{sTl} + e^{-sTl})/2\} P_2 + Z_i \{(e^{sTl} - e^{-sTl})/2\} Q_2 = \{\cosh(sTl)\} P_2 + \{Z_i \sinh(sTl)\} Q_2$$

$$Q_1 = (1/Z_i) \{(e^{sTl} - e^{-sTl})/2\} P_2 + Z_i \{(e^{sTl} + e^{-sTl})/2\} Q_2 = (1/Z_i) \{\sinh(sTl)\} P_2 + \{\cosh(sTl)\} Q_2$$

これをマトリックス表示すると

$$\begin{Bmatrix} P_2 \\ Q_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(sTl), & -Z_i \sinh(sTl) \\ -(1/Z_i) \sinh(sTl), & \cosh(sTl) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_1 \\ Q_1 \end{Bmatrix} \quad \text{----- (f)}$$

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ Q_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(sTl), & Z_i \sinh(sTl) \\ (1/Z_i) \sinh(sTl), & \cosh(sTl) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_2 \\ Q_2 \end{Bmatrix} \quad \text{----- (g)}$$

(2) まず、管路末端に空気溜まりがない場合を考える。このときは管路端の流量は零 ( $Q_2=0$ ) であるから



(g)式より、 $P_1 = \{\cosh(sTl)\}P_2 \rightarrow P_2/P_1 = 1/\cosh(sTl)$

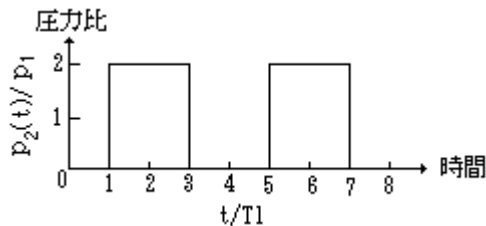
ここで、逆変換しやすいように、この式を級数分解する。

$$\begin{aligned} P_2/P_1 &= 1/\cosh(sTl) = 2/(e^{sTl} + e^{-sTl}) = 2/\{e^{sTl}(1 + e^{-2sTl})\} = 2e^{-sTl}(1 + e^{-2sTl})^{-1} \\ &= 2e^{-sTl} - 2e^{-3sTl} + 2e^{-5sTl} - 2e^{-7sTl} + 2e^{-9sTl} - 2e^{-11sTl} + \dots + \\ P_2 &= (2e^{-sTl})P_1 - (2e^{-3sTl})P_1 + (2e^{-5sTl})P_1 - (2e^{-7sTl})P_1 + (2e^{-9sTl})P_1 - (2e^{-11sTl})P_1 + \dots \\ &\quad + \{2(-1)^i e^{-(2i+1)sTl}\}P_1 + \dots \quad (i=0,1,2,3,4,\dots) \end{aligned}$$

ここで逆変換して  $\mathcal{L}^{-1}[2(-1)^i e^{-(2i+1)sTl}P_1] = 2(-1)^i \cdot \ddot{u}(t - (2i+1)Tl) \cdot p_1(t - (2i+1)Tl)$  であるから

$$\begin{aligned} p_2 &= 2\ddot{u}(t-Tl) \cdot p_1(t-Tl) - 2\ddot{u}(t-3Tl) \cdot p_1(t-3Tl) + 2\ddot{u}(t-5Tl) \cdot p_1(t-5Tl) \\ &\quad - 2\ddot{u}(t-7Tl) \cdot p_1(t-7Tl) + 2\ddot{u}(t-9Tl) \cdot p_1(t-9Tl) - 2\ddot{u}(t-11Tl) \cdot p_1(t-11Tl) + \dots \end{aligned} \quad \text{-----(h)}$$

この場合、 $p_2$ は下図のように  $p_1$ に対し2倍の応答を示す。実際、縮切始動の場合は然り。



(3) 次に管路端に空気溜まりがある場合を考える。このときは管路の液柱の境界条件として気体バネ効果を考える(図c-1参照)。

波動圧が閉鎖端に到達すると気相容積は液の押し込みによって減少し圧力上昇する。即ち

$$pA = k_0 y = k_0 u \Delta t \quad \text{----- (i)}$$

ここで、 $y$  = 液の押し込み長さ、 $k_0$  = 液の押し込みに対する抗力いわゆる気体バネ常数、

$u$  = 液の押し込み流速、 $\Delta t$  = 微小時間

空気溜まりの容積減少量  $V_R$ は、

$$V_R = q \Delta t = Au \Delta t \quad (q = \text{液の押し込み流量}) \quad \text{----- (i')}$$

(i)より  $u \Delta t = pA/k_0$ 、これを(i')に代入して  $V_R = (A^2/k_0)p$ 、これを時間微分して  $(k_0/A^2)dV_R/dt = dp/dt$  更に  $dV_R/dt = q$  であるから、

$$(k_0/A^2)q = kq = dp/dt \quad (\text{但し } k = k_0/A^2) \quad \text{----- (j)}$$

この式をラプラス変換すると、

$$sP(s) = kQ(s) \quad \text{----- (k)}$$

バネ常数  $k$  ( $\text{kg/m}^5$ )は以下のようにして求めることができる。

気相容積変化は断熱変化であるから

$$p_0 V_0^\gamma = (p + p_0) V_a^\gamma \rightarrow V_a = \{p_0/(p + p_0)\}^{1/\gamma} V_0 \quad \text{ここで } V_a = \text{ある時刻での気相容積}$$

$V_a = V_0 - V_R = V_0 - Ay$  であるから

$$V_0 - Ay = \{p_0/(p + p_0)\}^{1/\gamma} V_0 \rightarrow y = (V_0/A)[1 - \{p_0/(p + p_0)\}^{1/\gamma}]$$

$pA = k_0 y$  であるから  $k_0 = pA/y = (pA^2/V_0)/[1 - \{p_0/(p + p_0)\}^{1/\gamma}]$ 、

$$k_0/A^2 = (p/V_0)/[1 - \{p_0/(p + p_0)\}^{1/\gamma}] = k \quad \text{----- (m)}$$

この結果を(j)に代入して次式を得る。但し  $p_2 = p$ 、 $q_2 = q$  と表示する。

$$dp_2/dt = q_2(p_2/V_0)/[1 - \{p_0/(p_2 + p_0)\}^{1/\gamma}] \quad \text{----- (n)}$$

(4) 以上は管端部の気相部分で成立する。管路の伝達関係式は、前項1.の空気溜まりのない管路モデルの

場合と同様に求めればよい。(g)式より

$$P_1 = \{\cosh(sTl)\}P_2 + \{Z_i \sinh(sTl)\}Q_2$$

ここで(k)式より  $Q_2 = (s/k)P_2$  これを代入して

$$P_1 = [\text{oosh}(sTl) + (s/k)\{Z_i \sinh(sTl)\}]P_2$$

式を変形して

$$P_2/P_1 = 1/[\text{oosh}(sTl) + (s/k)\{Z_i \sinh(sTl)\}] = 1/[\text{oosh}(sTl) + T_0 s \sinh(sTl)] \quad (\text{但し } T_0 = Z_i/k)$$

この式を級数展開すると

$$\begin{aligned} P_2/P_1 &= \{2e^{-sTl}/(1+T_0s)\} [1 + \{(1-T_0s)/(1+T_0s)\} e^{-2sTl}] \\ &= \{2e^{-sTl}/(1+T_0s)\} \sum \{(T_0s-1)/(T_0s+1)\}^n e^{-2nsTl} \end{aligned}$$

これを変換すると

$$P_2 = 2(1 - e^{-(t-Tl)/T_0}) \dot{u}(t-Tl) + 2 \left[ \{1 + 2(t-3Tl)/T_0\} e^{-(t-3Tl)/T_0} - 1 \right] \dot{u}(t-3Tl) + \dots$$

のようになる。しかし3項以降は相当複雑になって変換が難しい。

(3) もっと別の方法を考える。(g)式より、  $P_1 = \{\cosh(sTl)\}P_2 + \{Z_i \sinh(sTl)\}Q_2$

変形して、  $2P_1 e^{-sTl} = (1 + e^{-2sTl})P_2 + Z_i(1 - 2e^{-2sTl})Q_2$

逆変換して、次の関連式が得られる。

$$2p_1(t-Tl) \dot{u}(t-Tl) = \{p_2(t) + Z_i q_2(t)\} \dot{u}(t) + \{p_2(t-2Tl) - Z_i q_2(t-2Tl)\} \dot{u}(t-2Tl) \dots \dots \dots (o)$$

この式で左辺の管路始端の圧力のステップ上昇  $[p_1 \dot{u}]$  を与えれば、任意時刻  $t$  の圧力上昇  $p_2(t)$  が得られる。ただ、同時に  $q_2(t)$  や時間遅れの  $p_2(t-2Tl)$ 、 $q_2(t-2Tl)$  などを与えなければならないので解けない。そこで境界条件式(n)と組み合わせて数値的に解くことを考える。

(4) 時刻  $t$  の圧力上昇  $p_2(t)$  の算定手順として、

- ・ まず、微小な圧力上昇  $p_2$  を設定し時間遅れなどを考慮して(o)式から  $q_2$  を求める。
- ・ 次に、 $q_2$  を用いて(n)式から単位時間当たりの圧力上昇  $dp/dt$  を求める。
- ・ これに経過時間を乗じて、圧力増分  $\Delta p$  を求め  $p_2 = p_2 + \Delta p$  とする。
- ・ 以後、時間刻みに(o)式-(n)式を反復して  $p_2$  の変化をフォローする。

なお、単位ステップ関数は、はじめ殆ど[0]であるので、その間の  $p_2(t)$  を記憶しておいて後で有効[1]になったときにそのストックを使用するようにする。従って多少記憶スペースが要る。

次頁以下に、計算の流れを示す。ただこの方法では文献(2)で議論されているような共振の問題は、始端の圧力上昇をステップとして与えているためでない？ 始端の圧力上昇をスロープ状で与えれば共振現象が見えてくると思われる。今後トライ。

(水撃計算は多くの場合、インピーダンス法ではなく特性曲線法によっている。特性曲線法でも本ケースと同じように境界条件として  $[q = dV/dt]$  と断熱変化式  $[PV^\gamma = \text{const}]$  を与え、液側とのコンプライアンスから数値的に処理するようである。ここでは簡便なインピーダンス法を用いたが、もし使用する特性曲線法プログラムが正しく空気溜まりを扱えるなら、無論これを使用した方がよい。)

### 末端にガス溜まりのある管路の圧力上昇の計算フローチャート

管路長さ  $l$ 、管路末端断面積  $A$ 、ガス溜まり初期容積  $V_0$ 。  
液体密度  $\rho$ 、液体の音速  $c$ 、ガスの比熱比  $\gamma$

$$Tl = l/c, \quad Zi = \rho c/A$$

計算時間刻み  $\Delta t$ 、計算終了時間  $T_e$ 、末端圧力上昇(初期値)  $P_2^*$   
始端圧力上昇  $P_1$ 、ガス溜まり初期圧力  $P_0$ 。

$$m = Tl/\Delta t, \quad n = T_e/Tl \quad (*1)$$

$$p_2(t) = P_2^*, \quad t_a = \Delta t, \quad \ddot{u}(t) = 1 \quad (*2)$$

$$i = m+1, \quad j = 1 \quad (*3)$$

$t = i\Delta t$  計算時刻セット

$$t_{p1} = t - Tl, \quad t_{p2} = t - 2Tl$$

$$t_{p1} = 0$$

y

n

$$p_1(t - Tl) = P_1, \quad \ddot{u}(t - Tl) = 1$$

$$p_1(t - Tl) = P_1, \quad \ddot{u}(t - Tl) = 1/2$$

$$t_{p2} < 0$$

y

n

$$\ddot{u}(t - 2Tl) = 0$$

$$t_{p2} = 0$$

y

n

$$\ddot{u}(t - 2Tl) = 1/2$$

$$\ddot{u}(t - 2Tl) = 1/2$$

$$p_2(t - 2Tl) = 0 \\ q_2(t - 2Tl) = 0$$

$$p_2(t - 2Tl) = p_2[i - m] \\ q_2(t - 2Tl) = q_2[i - m]$$

$$X_1 = 2p_1(t - Tl) \ddot{u}(t - Tl) - p_2(t) \ddot{u}(t) \\ X_2 = \{p_2(t - 2Tl) - Z_i q_2(t - 2Tl)\} \ddot{u}(t - 2Tl) \quad (*5) \\ q_2(t) = (X_1 - X_2)/(Z_i \ddot{u}(t))$$

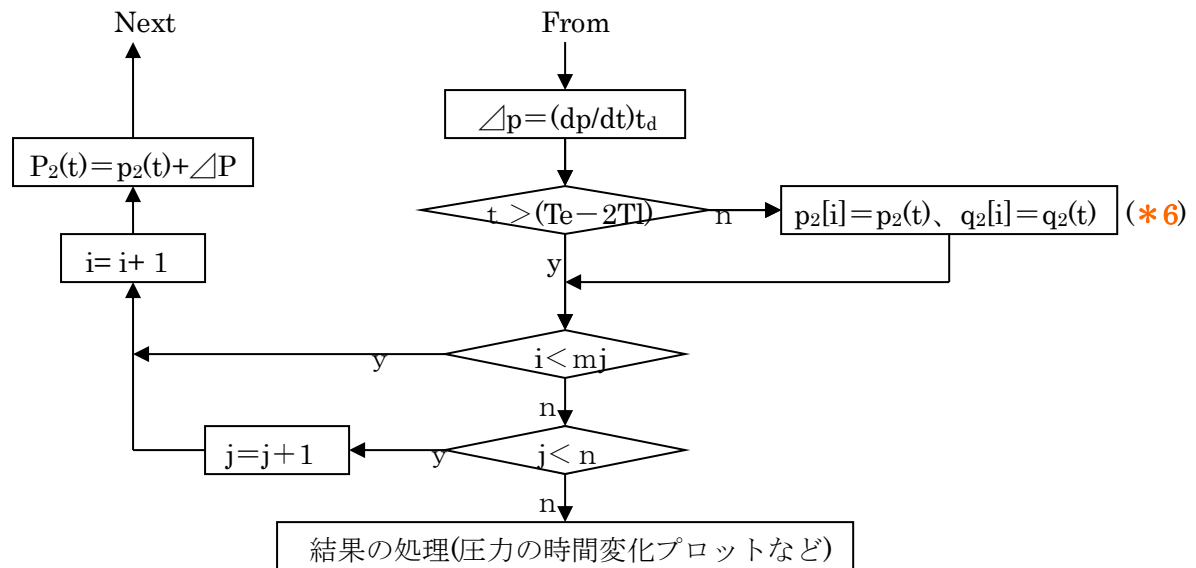
$$k = (p_2(t)/V_0)/[1 - \{P_0/(P_0 + p_2(t))\}^{1/\gamma}] \quad (\text{バネ常数})$$

$$dp/dt = k q_2(t)$$

From

Next

(\*4)



- 脚注：(\*1) 計算時間間隔 $\Delta t$ が小さいほど精度があがる。 $m=20$ 回程度必要と思われる。スルー回数としては5~7回程度か？ また、 $m$ 、 $n$ が整数になるように $\Delta t$ 、 $T_l$ 、 $T_e$ を調整する。
- (\*2) 初期の上昇量 $p_2^*$ を過剰/過少に与えると誤差がでる。目安として $2P_1/m$ 程度か？
- (\*3)  $p_2(t)$ は $t$ が $T_l$ を超えてから上昇するので、計算開始ステップを遅らして $(m+1)$ とする。
- (\*4) この部分は伝達式(o)の計算。 $p_2[i-m]$ 及び $q_2[i-m]$ はデータとして記憶されたもの。  
例えば $m=20$ で計算ステップが $i=35$ であれば、 $p_2[35-20]=p_2[15]$  即ち15ステップ目のデータを $p_2(t-T_l)$ 値として使用する。
- (\*5) (o)を変形して $q_2(t)$ を計算する式である。
- (\*6)  $p_2, q_2$ データを、ステップ数 $i$ をインデックスとして保存する。後のステップで読み出す。

記号定義：  $l$  = 管路長さ(m)、 $A$  = 管路断面積(m<sup>2</sup>)、 $V_0$  = ガス溜まり容積(m<sup>3</sup>)、 $\gamma$  = ガスの比熱比(-)  
 $\rho$  = 液体(液)密度(kg s<sup>2</sup>/m<sup>4</sup>)、 $c$  = 液体の音速(m/s)、 $Z_i$  = 特性インピーダンス(kg s/m<sup>5</sup>) =  $\rho c/A$ 、  
 $T_l$  = 圧力波の管路伝播時間(sec.) =  $l/c$ 、 $\Delta t$  = 計算時間間隔(sec.)、 $T_e$  = 計算終了時間(sec.)、  
 $t_d$  = 経過時間(s)、 $P_0$  = ガス溜まり初期圧力(kg/m<sup>2</sup>)、 $p_2^*$  = 末端圧力上昇(初期値)(kg/m<sup>2</sup>)、  
 $P_1$  = 図 c-1 の始端圧力上昇(kg/m<sup>2</sup>)、 $p_2$  = 管路末端の圧力上昇(kg/m<sup>2</sup>) =  $p_2(t)$ 、  
 $p_1$  = 始端圧力( $t > T_l$  のとき  $P_1$ ) (kg/m<sup>2</sup>) =  $p_1(t)$ 、 $t$  = 計算時刻(sec.)、 $k$  = 気体バネ(kg/m<sup>5</sup>)  
 $\dot{u}(t)$  = 時刻  $t$  での単位ステップ関数(-) [ $t < 0$  の時 0、 $t = 0$  の時 1/2、 $t > 0$  の時 1]  
 $m$  = 管路伝播時間当たりの計算ステップ数(正の整数) =  $T_l/\Delta t$ 、 $j$  = 整数 1,2,3,…… $n$   
 $n$  = 計算時間内の管路伝播回数(正の整数) =  $T_e/T_l$ 、 $i$  = 計算ステップ数 = 1,2,3,…… $m n$   
 $P_2[i]$  =  $i$  番目ステップにおける  $P_2$  値、 $q_2[i]$  =  $i$  ステップにおける  $q_2$  値

引用文献：

- (1) 「管内の残留空気が過渡現象に及ぼす影響」北川ほか [油圧と空気圧 S50.3]
- (2) 「ポンプ締切始動時の空気溜まりによる水撃現象」富田,中村 [エハラ時報 No.127(1984-1)]
- (3) 機械学会講演会ドラフト「管内流体の過渡波動現象解析」(岡山大鷲尾氏)