

【整番 FE-04-TM-001】	【標題】スラリー輸送管路の流動特性と圧力損失について
分類：流れ(固液混相)／種別：技術メモ	作成年月：H24.9／改訂：Ver0.0 (H24.10) 作成者：N.Miyamoto

全 31 枚

1. はじめに

(1) スラリーは固体粒子の水力輸送に力点をもった印象が強いが、固液二相流(Solid-liquid tow-phase flow)と殆ど同義語である。スラリー輸送は、鉱山/土木/建設の分野のみならず、動力、産業及び化学プラントでも用いられており、多様で広範なアプリケーションがみられる。

スラリーのような固液混相の流れは自然界にも見られるのである種の親近感がある。しかし実際にはそれなりの特性があつてこれを理解し認識することが設備設計の始まりになる。ここではスラリー輸送管路における流動特性(流動様式)と圧力損失およびその設計反映というごく Basic なテーマをとりあげテキスト/技術資料/文献等の情報を集約してみた [総じてハンドブック類と重複する所も多いが、今後の関連情報の止まり木、あるいは情報集約の始端として敢えて作成している]。

(2) ひとくちにスラリーと言っても実に多様である。中には微細な粒子が液体に馴染んで単一なニュートン流体として挙動したり、固液が合体して非ニュートン流体(補 1 参照)として挙動するものがあつて**非沈降性のスラリー**として扱われるものも多い。一方、微細な粒子であつても母液に馴染まず固体として挙動し母液はそのままニュートン流体として挙動する**沈降性のスラリー**も多い。前者の非沈降性のスラリーのうち単一なニュートン流体で扱われるものは、殆ど TS 化する意義がない。また非ニュートン流体で扱われるものは特異性があつて流体種別毎に情報が分かれて非常に煩雑になる。そこで本 TS では前者を割愛し後者の**典型的な固液二相流の特性を持った沈降性スラリー**に焦点を絞って扱う。

(3) 本 TS で使用する**全般的な記号定義**は以下の通り(本文中で特記される時は特記の方を優先)。

Q_m =スラリー(固液混合体)流量(m^3/s)、 Q_s =粒子群の体積流量(m^3/s)、 Q_l =液相の体積流量(m^3/s)
 W_s =固相の質量流量(kg/s)、 C_v =吐出し体積濃度(-)[$= Q_s / Q_m$]、 q =管内体積濃度(-)、
 U_f =単一粒子の沈降速度(自由沈降速度)(m/s)、 U_f' =干渉沈降速度(m/s)、 g =重力加速度($=9.807m/s^2$)
 U_m =スラリーの平均流速(m/s)、 U_l =液相平均流速(m/s)、 u =粒子平均速度(m/s)、
 v_{01} =堆積限界速度(m/s)、 v_{12} =浮遊限界速度(m/s)、 v_{23} =均質限界速度(m/s)、 v_c =臨界流速(m/s)、
 Re =粒子レイノルズ数、 μ =液相の粘性係数($Pa \cdot s$)、 ν =液相の動粘度(m^2/s)
 C_D =粒子の抗力係数(-)、 C_{Dm} =平均抗力係数(d_m ベース)(-)、 C_{Dh} =中間抗力係数(仮称)(d_h ベース)(-)
 λ_1 =液单相流の摩擦損失係数(-)[Moody 線図]、 μ_s =粒子と管壁の摩擦係数(-)、
 s =密度比(比重)(-)($= \rho_s / \rho_l$)、 ρ_s =粒子の密度(kg/m^3)、 ρ_l =液相の密度(kg/m^3)
 d =粒径ないし等価粒径(m)、 d_m =平均粒径(m)、 d_h =中位粒径(m)、 D =管内径(m)、 L =管長(m)、
 ΔP =混相流の圧損(Pa)、 ΔP_l =液单相流の圧損(Pa)、 ΔP_s =粒子輸送による付加的な圧損(Pa)
 i =混相流の水力勾配、 i_l =液单相流の水力勾配、 ϕ =圧損係数(-)、 L_e =相当管長(m)、

なお、本 TS で ”スラリー”とは**固液混合体(粒子群+液相)全体**を指す。

(4) なお本 TS は、1980~2000 年代の主要情報が十分入手できずそれ以前の古い情報による処が大きい。今後 1980 年以降の情報を集約して、できるだけ速く Ver-up してゆく積もりである。本 TS が**暫定的**なものであることを何卒、理解願いたい。

2. スラリー流体の基本事項

(1) スラリー物性全般⁽¹⁾

スラリーは搬送媒体としての液体と、搬送体としての固体粒子からなる混合体であり、冒頭で述べたように、非沈降性(安定)スラリーと沈降性スラリーに大別できるが、前者は、粒子サイズが非常に微小なため、均質流体として単一の混合物性で扱えることが多い。しかし後者は、粒子径が大きくて媒体(液体)と分離しやすく、また沈降や堆積によって流動が安定せずに、混合物性として扱うことが難しくなるので、液体と固体粒子の両者の物性をを用いると共に沈降速度など中間的な物性パラメータを用いて流れ問題を扱うことになる。おそらく沈降性スラリーでは混合体物性を議論するケースは殆どない。ここでは設計に直接関係する粒度・粒径/輸送濃度/粒子速度/沈降速度/抗力係数/粘度について要点を記す。

(2) 粒度、粒径

粒度は固体粒子のサイズを云うが、工業的に扱われる固体粒子は様々な形をしているうえに、その粒度分布は均一ではない。設計的にこれらの形態的なランダム性を受け入れるのは無理で、通常は球形粒子を想定して平均化して扱う。その場合、

- ① まず、各単一粒子の代表寸法としての粒径(あるいは等価粒径)を設定し
- ② 次に、粒度分布(粒径&粒子個数)から粒子群の平均粒径を設定する。

もちろん粒度や粒度分布などはラボテストによる(詳細はテキストに譲る)。①②では様々な定義付けがなされている。その代表的なものを下記に示す。

表A1 粒径の各種定義

単一 粒径 (particle diameter)	平均粒径 (mean particle diameter)
体積径: $d = (6V/\pi)^{1/3}$	算術平均径: $d_m = \sum (N_i d_i) / \sum N_i$
表面積径: $d = (S/\pi)^{1/2}$	平均体積径: $d_m = [\sum (N_i d_i^3) / \sum N_i]^{1/3}$
体面積径: $d = 6V/S = d_v^3/d_s^2$	平均表面積径: $d_m = [\sum (N_i d_i^2) / \sum N_i]^{1/2}$
ストークス径: $d = [18 \mu U_{\infty} / \{(\rho_s - \rho_l)g\}]^{0.5}$	体面積平均径: $d_m = \sum (N_i d_i^3) / \sum (N_i d_i^2)$
長軸径or短軸径: $d = l \text{ or } w$	重量平均径: $d_m = \sum (N_i d_i^4) / \sum (N_i d_i^3)$
3軸平均径: $d = (l+w+h)/3$	
調和平均径: $d = 3(1/l + 1/w + 1/h)^{-1}$	
記号) V = 粒子体積 (m^3)、 S = 粒子表面積 (m^2)、 ρ_s = 粒子密度 (kg/m^3)、 ρ_l = 液相密度 (kg/m^3) U_{∞} = 終速度 (=沈降速度 U_f) (m/s)、 μ = 液相粘度 ($Pa \cdot s$)、 g = 重力加速度 ($9.807 m/s^2$) d = 単一粒径 (m)、 l, w, h = 粒子の各次元の寸法 (m)、 N_i = i 番目の粒子個数、 サフィックス: i → 粒子群番号 (= 1, 2, 3, 4, ...), m → 平均の意	

スラリー計算で使用する粒径は次の3つになる。

d = 粒径あるいは等価粒径、後者は上記の表で単一粒径と表記されたもの。体積径がよく使用されるようだ。一般定義(式)で使用。

d_m = 平均粒径、上記の表で平均粒径に区分されたもの。平均抗力係数 C_{Dm} (→ 圧損係数 ϕ) の定義(式)等で使用。

d_h = 中位粒径(メディアン径, 50%径)、中間抗力係数 C_{Dh} や自由沈降速度 U_f の定義(式)等で使用。
 中位粒径とは、その粒径以下の粒子の質量分率が 1/2 になるような粒径を云う。

(3) 輸送濃度あるいは粒子速度⁽³⁾⁽⁶⁾

スラリーの輸送濃度としては通常、体積濃度(vol%)が使われており重量濃度(wt%)は余り使われていない。体積濃度には管内(体積)濃度 q と吐出し(体積)濃度 C_v の2種類がある。前者はスラリーが管内を流れている状態で測られる濃度で、後者は管路を流れているスラリーをそのまま計量槽に導いて得られる濃度である。計測が難しく管内濃度 q の使用は限られており通常、設計計算には吐出し濃度 C_v が使われている。 C_v は次の式で得られる。

$$C_v = Q_s / Q_m = Q_s / (Q_s + Q_l) \quad \text{-----}(2-1)$$

ここで Q_s = 固体粒子体積流量、 Q_l = 液相体積流量、 Q_m = スラリー体積流量

この輸送濃度は、スラリー流速や粒子速度と関係が深い。以下これを示す⁽⁶⁾。

スラリーが管路内を流れている状態では、粒子群の速度 u と液の速度 U_l は同じではなく一般には、**粒子速度 u は液の速度より遅れる**。さてスラリー中の固体粒子の質量流量は次のようになる。

$$W_s = \rho_s q A u \quad (\text{ここで } \rho_s = \text{粒子の密度、} A = \text{管路断面積})$$

一方、スラリー液が吐き出される状態において液と固体粒子が一率の速度で排出されるとすれば、排出される固体粒子の質量流量 W_s' は、

$$W_s' = \rho_s C_v A U_m \quad (\text{ここで、} U_m = \text{スラリーの速度})$$

連続条件より W_s と W_s' は等しく、 $\rho_s q A u = \rho_s C_v A U_m$ であるから、

$$u = U_m (C_v / q) \quad \text{あるいは} \quad u / U_m = C_v / q \quad \text{-----}(2-2)$$

また液についても当然ながら、連続条件が成立するので次の関係が得られる。

$$U = U_m (1 - C_v) / (1 - q) \quad \rightarrow \quad U / U_m = (1 - C_v) / (1 - q) \quad \text{-----}(2-3)$$

(2-2)式を(2-3)式で割れば、

$$u / U = C_v (1 - q) / \{q (1 - C_v)\} = (1/q - 1) / (1/C_v - 1) \quad \text{-----}(2-4)$$

吐出し濃度が一定の場合、次のような傾向が見られる。

- ① 粒子速度 u が低下すると(2-2)式からわかるように管内濃度 q が増加する。逆に u が増加すると q は減少する。
- ② 液速度 U が低下すると液によって駆動される粒子速度 u も低下し浮遊状態から摺動状態に移行して急激に q は増加する。逆に U がアップすると u もまたアップし q は減少する。

要は粒子速度 u の増減は U の消長には関係しないが、液速度 U の増減は、 u とこれに係わる q の増減に影響する。なお輸送効率をアップするには濃度 C_v を上げればよいが、 U が減少して u も低下し(濃度 q が上がって摺動傾向になり)輸送効率は頭打ちになる。粒子径が 1mm 以下の細粒子では 50% 程度、粗大粒子では 20% 程度の効率アップに留まるとされる⁽⁶⁾。

(2-2)式は速度比と濃度比が等しくなることを示しているが、これは通常、未知のパラメータである u の値(あるいは q の値)を求める時に役立つ。下図(図 11.21)の例では、あるスラリーの水平管輸送におけるフルード数と濃度比の関係(実験データ)が示されている。縦軸の濃度比は速度比とイコールであるから、既知の U_m に横軸のパラメータから得られる濃度比(C_v/q)を乗じて、粒子速度 u を得ることができる。

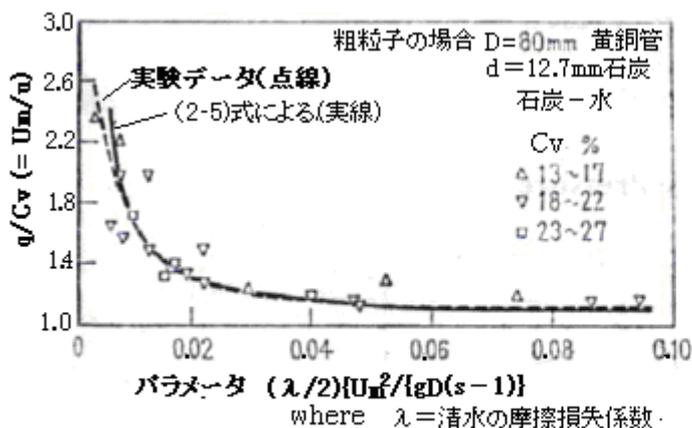


図11.21 $(\lambda/2)\{U_m^2/gD(s-1)\}$ と濃度比(速度比)の関係
[文献(3)引用]

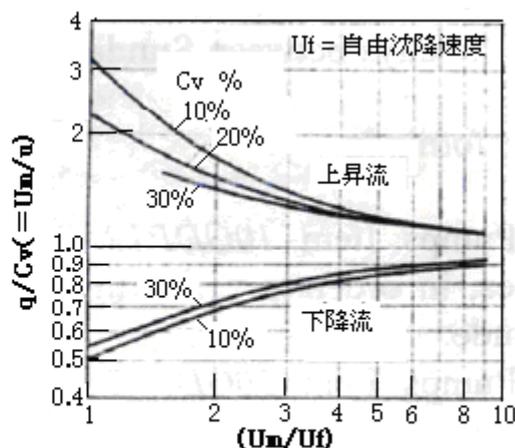


図11.24 鉛直管路における (q/C_v) と (U_m/U_f) の関係 [文献(3)引用]

なお、図 11.21 の実線は次の式で与えられる速度比の式をベースに書かれている^③。

$$u/U_m (= C_v/q) = 1 - (1/F_r) \left[(4/3) \left\{ (s-1)/C_D \right\} (d/D) (\xi_s \cos \theta + \sin \theta) \right]^{0.5} \text{-----(2-5)}$$

$$F_r = U_m / (gD)^{0.5}, \quad \xi_s = \phi [U_m^2 C_D^{0.5} / \{gD(s-1)\}]^{-m}$$

$$\phi = 2.0 - 0.16d \text{ (但し } d \text{ は mm 単位)}, \quad m = 0.37 + \log \phi / 1.26, \quad \theta = \text{傾き角}$$

この式はもともと傾斜上昇管の式であるが、水平管($\theta = 0^\circ$)にも、鉛直上昇管($\theta = 90^\circ$)にも使用でき、 q や u を推定する上で便利である。

鉛直管(上昇流/下降流)については、全般的に上図(図 11.24)が使用できる。 $C_v U_f^2 / U_m < 0.1$ の場合の鉛直上昇管には次の式が適している^③。

$$q/C_v (= U_m/u) = \{1/(1-U_f/U_m)\} \{1 - (C_v U_f^2 / U_m) \{1/(1-U_f/U_m)\}^2\} \text{-----(2-6)}$$

ここで U_f = 干渉沈降速度(m/s) → 補 3 参照のこと。

(4) 沈降速度

沈降速度は終速度とも呼ばれ、スラリー輸送の流動特性に係わる重要なパラメータである。粒子形状や環境条件によって相違があり、次のような代表ケースが考えられる。

- ① 単一球形粒子の沈降速度、② 非球形粒子の沈降速度、
- ③ 容器壁面干渉下の沈降速度、④ 液中における粒子群の沈降速度

①②はいわゆる自由沈降速度、③④は干渉沈降速度である。①が基本パラメータで②③④はこれを修正する形になることが多い。①～④全ての沈降速度に言及すると煩雑になるので、ここでは①の球形(あるいは等価球形)粒子の沈降速度についてのみ記し、②③④については[補 3]に要点を記す。なお、②～④の沈降速度は多くの場合、①の自由沈降速度を補正する形になっている(念為)。

①の単一球形粒子の沈降速度について。無限広さの静止流体中を単一の粒子が重力で沈降してゆく時、次のオイラーの運動方程式が成り立つ^⑥。

$$\rho_s V (dU_f/dt) = (\rho_s - \rho) g V_s - (1/2) C_D \rho U_f^2 A_s \text{-----(2-7)}$$

ここで U_f = 粒子速度、 C_D = 抗力係数、 V_s = 粒子体積、 A_s = 粒子投影面積、

左辺は加速度の項で、右辺第 1 項は(重力-浮力)の項、第 2 項は流体抵抗の項である。沈降速度は、時間経過後に $(dU_f/dt) \rightarrow 0$ になって等速運動(定常状態)に移行した後の流速であるから、上記の式で

$(dU_f/dt)=0$ とおき、球形粒子を仮定し粒子体積 V_s を $(\pi d^3/6)$ 、粒子投影面積 A_s を $(\pi d^2/4)$ とすれば、

$$U_f = [(4/3)(gd/C_D)(\rho_s/\rho_l - 1)]^{1/2} \quad \text{-----(2-8)}$$

この等速運動下の粒子速度が、単一球形粒子の**沈降速度**である。

上式からわかるように、沈降速度 U_f は**抗力係数 C_D** に依存している。その場合、下記に定義される**粒子レイノルズ数 Re** が大きくなるほど抗力係数 C_D は減少し、沈降速度 U_f は増加する。

$$Re = U_f d \rho_l / \mu \quad \text{-----(2-9)}$$

ここで μ = 液相の粘性係数(Pas)。 Re は U_f を含んでいるので $Re - C_D - U_f$ の関係は相対的になる。 $Re - C_D$ の関係については次項に述べる。ともかく次項の(2-20)式で与えられる C_D を(2-8)に代入して整理すると、単一球体粒子の沈降速度は⁽²⁾、

$$\text{ストークス領域 } Re \leq 1 : U_f = gd^2(\rho_s - \rho_l)/(18\mu) \quad \text{-----(2-10a)}$$

$$\text{遷移領域 } 30 < Re < 500 : U_f = \{4g^2 d^3(\rho_s - \rho_l)^2 / (225 \mu \rho_l)\}^{1/3} \quad \text{-----(2-10b)}$$

$$\text{ニュートン領域 } Re \geq 500 : U_f = \{3.03 gd(\rho_s - \rho_l) / \rho_l\}^{1/2} \quad \text{-----(2-10c)}$$

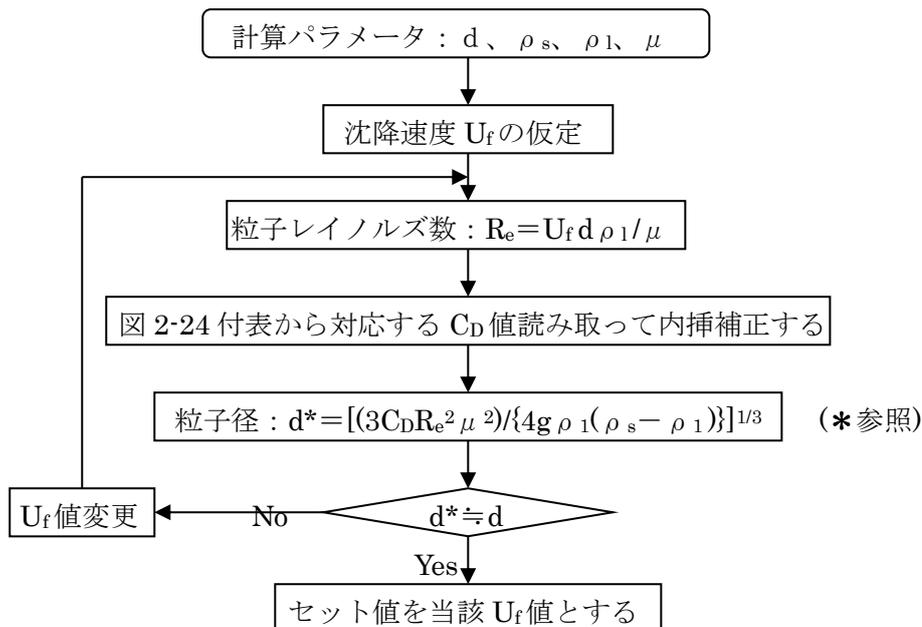
になる(上記の領域に関しては**[補 2]**を参照のこと)。この場合、領域を与える Re には U_f が含まれているので、沈降速度を決定するには次の手順が必要になる。

ステップ 1. まず(2-10a)～(2-10c)式で各領域の U_f 値を計算する。

ステップ 2. これら U_f 値を用いて(2-9)式から各領域の Re を求める。

ステップ 3. 計算した Re がその領域の Re 範囲内にある場合の U_f を当該沈降速度とする。

なお、遷移領域については $1 < Re \leq 30$ がブランクになっている。この範囲は不安定で適切な C_D 式がないからである。このブランク領域の沈降速度を求めるには、次項(5)の図 2-24 付表の一般側データを用いて次のような手順で計算すればよい。



(*) $Re = U_f d \rho_l / \mu$ を変形した $U_f = Re \mu / (d \rho_l)$ を(2-8)式に代入し整理したもの。

なお、遷移領域やニュートン領域の C_D 式の精度はストークス領域のそれに比べて少し誤差があるので、精度をあげる必要があるならこの手順を採るのがよい。

また本項では単に粒径を d 、抗力係数を C_D と表現したが、**実際の自由沈降速度の計算では中位粒径**

(メディアン径) d_h とこれを用いて計算された抗力係数 C_{Dh} を用いるべきである。即ち(2-7)~(2-10)式の d, C_D は d_h, C_{Dh} に置き換えて運用する。関連して次項末尾を参照のこと。

(5) 固体粒子の抗力係数⁽¹⁾⁽²⁾

前述のごとく抗力係数は、(2-9)式で定義される粒子レイノルズ数 Re に依存する。即ち、

$$\text{ストークス領域 } Re \leq 1 \quad : \quad C_D = 24/Re \quad \text{-----(2-20a)}$$

$$\text{遷移領域 } 30 < Re < 500 \quad : \quad C_D = 10/Re^{0.5} \quad \text{-----(2-20b)}$$

$$\text{ニュートン領域 } Re \geq 500 \quad : \quad C_D = 0.44 \quad \text{-----(2-20c)}$$

またこれを用いると(1-5)式の右辺第2項の流体抵抗(抵抗力) F_R は次のようになる⁽¹⁾。

$$Re \leq 1 \quad : \quad F_R = 3\pi \mu U_f d \quad \text{-----(2-21a)}$$

$$30 < Re < 500 \quad : \quad F_R = 1.25(\mu \rho_1 U_f^3 d^3)^{0.5} \quad \text{-----(2-21b)}$$

$$Re \geq 500 \quad : \quad F_R = 0.055 \pi \rho_1 U_f^2 d^2 \quad \text{-----(2-21c)}$$

ここで、 F_R =抵抗力(N)

(2-20),(2-21)の式は、球形および球形に近い粒子に適用する。非球形粒子については、**[補3]**の表2.24 やは第1表を参照のこと(但しニュートン領域に限る)。(2-20b)式は Allen 則とも云われる。

また上記の式では、 $1 < Re \leq 30$ がカバーされていない。これは、このレイノルズ領域で C_D 値が Allen 則に乗らないからである。

文献(2)によれば、計測データを整理して、下図のような $Re-C_D$ 関係(→ 一般則データ)を得られているので、 $1 < Re \leq 30$ の場合あるいは精度が要求される場合はこのデータを使えばよい。

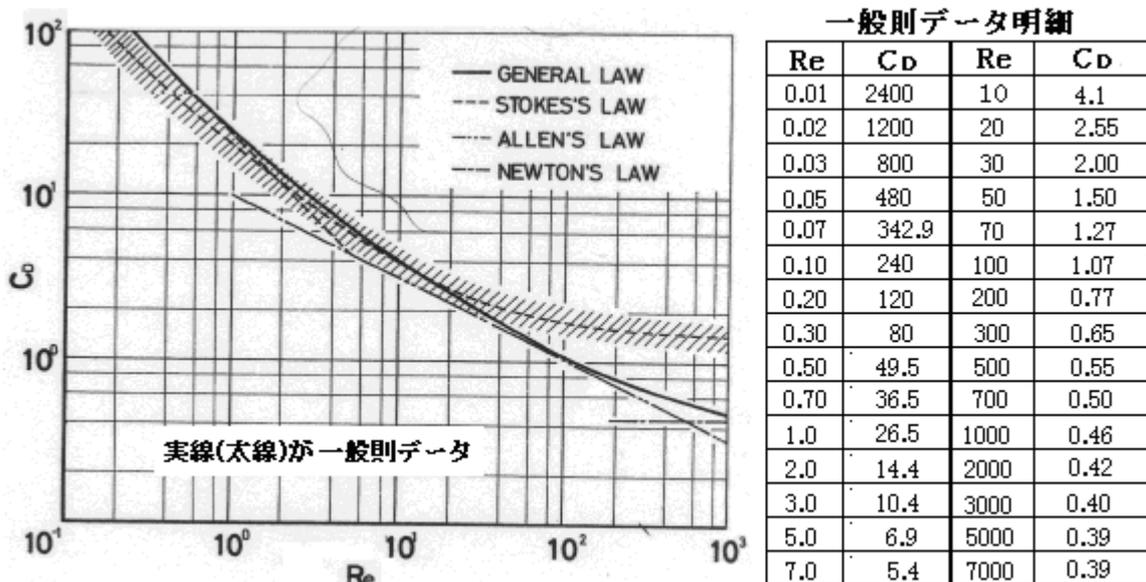


図2.24 粒子レイノルズ数 Re —抗力係数 C_D の関係(文献(2)より引用)

なお、実際の抗力係数は、粒子レイノルズ数に使用する d の違いで次の2種類がある(要注意)。

平均抗力係数 C_{Dm} : d の代わりに平均粒径 d_m を用いる。圧力損失計算等に使用。

中間抗力係数 C_{Dh} : d の代わりに中位粒径 d_h を用いる。沈降速度計算等に使用。

この抗力係数の分別は、機工便覧(流体力学編 14.3)の記述内容に準じたものである。

(6) 液相の粘度

粒子レイノルズ数の算定では粘度データが必要になる。沈降性スラリーでは基本的に液体(as ニュートン流体)の粘度(静的粘性係数/動的粘性係数)を使用すればよい。然るに、微粒子を含む沈降性スラリー(例えば COM とか)では液相が非ニュートン流体として挙動することが多いので、粘性や流動性の扱いが難しくなり別個の液体として物性データが必要になる(念為)。文献(1)の 14.3.1 の b.参照のこと。

3. 流動様式について

3.1 水平管路の流動様式

(1) 流動様式の理解はスラリー設備の流路を設計し運転する上で重要である。特に水平管路の流動様式には顕著な特徴がある。水平管路の流動様式には、通常 4 つのパターン、

堆積層を伴う流れ / 摺動層を伴う流れ / 非均質流れ / 擬均質流れ

がある。これらのパターンの区分方法には、次の 2 つがある。

① **基準流速(仮称)**による区分 (粒子運動—スラリー速度—圧力損失の関係による区分)

② **修正フルード数**による区分 (粒子運動の変動強度/流動音の統計量による区分)

②は機工便覧⁽¹⁾に紹介されているが、ラボ(実験室)的で設計には不向きなところがある。ここでは、一般的な①をとり上げて、少しくどく説明してみたい。なお②については**[補 4]**に要点を記す。

(2) ここで基準流速は、流動様式を区切る境界の流速を云い、

堆積速度(<)臨界速度(<)浮遊限界速度(<)遷移速度

の 4 つがある。いずれもスラリー(固液混合体)の平均流速について定義されている。

流動様式は**固体粒子のサイズ(粒径)/形状/比重、混合体の流速/濃度及び管内径に依存する**が、一般的なスラリーであれば、粒径、平均速度 &/or 圧損の関係をプロットしたグラフで表わすことできる。

図 3.1 は**粒径—平均流速**の関係を示している。粒径が小さくて流速が速いと均質流に近づく。また、粒径 1mm 以上でかつ 2.5m/s 以上では摺動層を伴う流れになる。

図 3.2 は**粒径—平均速度—圧損勾配**の関係を示す。粒径を微粒子から粗粒子まで 4 つのランクに分け夫々の平均流速—圧力勾配の関係を示し、目視観察で得られる流動様式を 2 つの基準流速(堆積限界流速 V_L 及び浮遊限界速度 V_o)で仕切ったものである⁽²⁾。

基準流速で区切られた各流動様式のプロフィールは、次のようである。

(i) 第 1 相流動様式：堆積開始限界流速(V_L)付近以下の**低流速域**で、流速がこの流速付近まで低下すると水平管底面に薄い層が堆積しはじめ更に流速が低下すると、表面の一部以外は静止して動かなくなる。即ち**堆積を伴う流れ**を呈する。

(ii) 第 2 相流動様式： $V_L \sim (1.5 - 2.0)V_L$ の**流速域**の過渡的な流動様式で管下面の静止堆積層は殆どなくなる。即ち**摺動/跳躍を伴う流れ(サルテーション流れ)**を呈する。

(iii) 第 3 相流動様式： $(2 - 3)V_L$ 以上の**流速域**になると安定化し粗い粒子であっても清水に近い流動軌跡をとるようになる。一般に $V > (3 - 5)V_L$ では粗い粒子は完全に安定化する。即ち可動堆積層はないが管断面上下に分布する濃度が不均一な**非均質流れ**、あるいは管断面上下の濃度がほぼ均一な**均質流れ(擬均質流れとも云う)**を呈する。

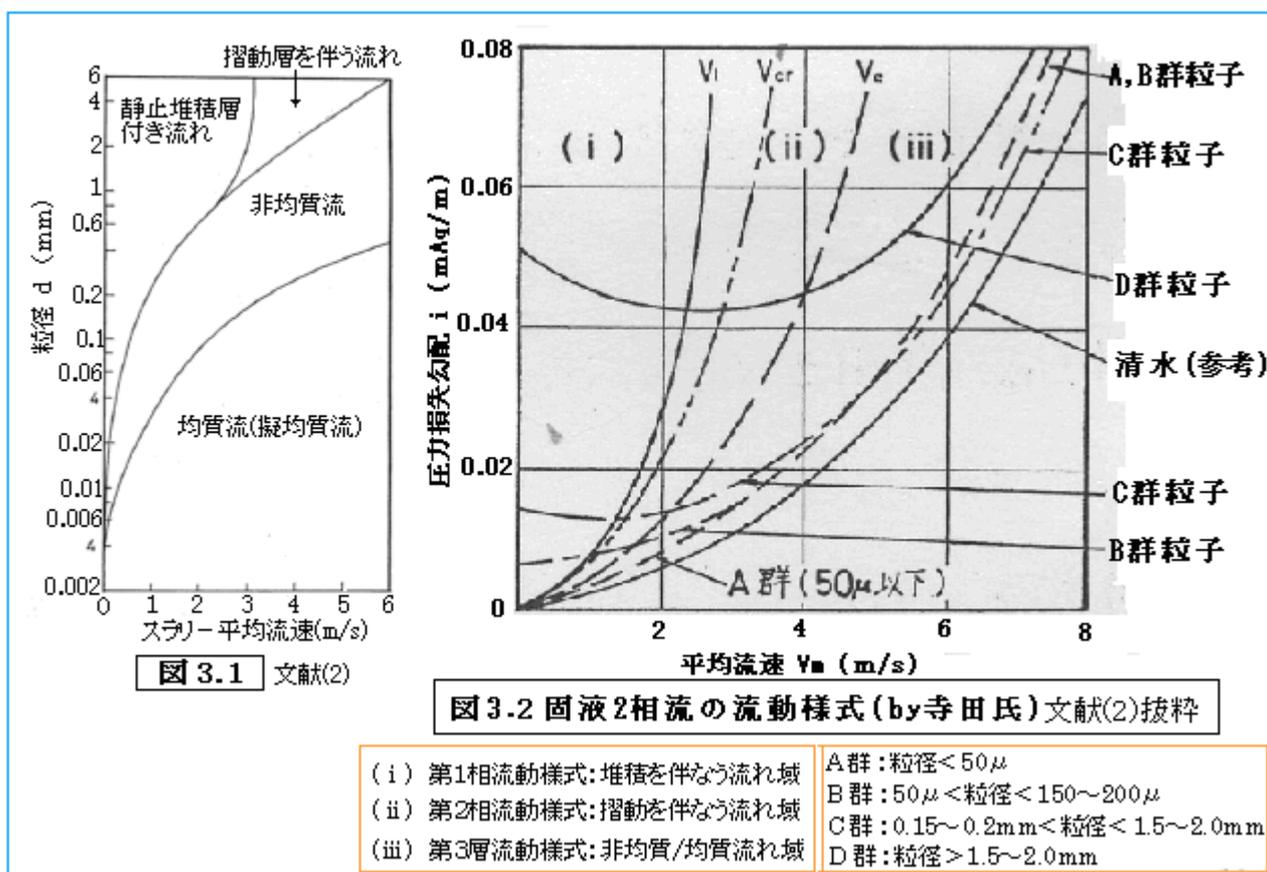


図 3.2 には、粒子比重及び濃度の影響が含まれていない。比重についてはよほど大きくなる限り影響はでない。濃度については圧力損失に影響するが、それでパターンが変わることはないだろう。

図 3.2 から粒径 - 平均速度 - 圧損勾配による流動様式はよく理解できる。文献(2)には、濃度の影響も含めて更に詳しい説明があるので、その要点を以下に記す。実際的には C 群の挙動が目安になる。

粒子群	流動様式の傾向
A 群混合液	コロイド状/擬コロイド状の液体になっているので、特に高濃度になって粘度増加が顕著にならない限り単純なニュートン流体と同じ性質を示す。第 1 相、第 2 相は現れずのっけから第 3 相的な性格を示す。
B 群混合液	粒子が小さいので、母液の渦流(脈動的な流れ)に溶け込み活発に移動する。しかし濃度が高くなると低流速で堆積する。即ち粒子の飽和度が効く。相の移動には、粒子の摺動的な要素(滑動/転動/跳躍)が働く。流速が移動開始流速 V_0 の 2 倍以上になると移動が活発化して懸濁状態になり、更に流速が増えると均等分布の均質流れになる。
C 群混合液	この場合、実用流速内で、母液の渦流とは関係なく粒子の跳躍運動が起こりそれによって一種の制動摩擦のような抵抗力が管底付近に生じる。この抵抗力は粒子のサイズと比重に支配される。C 群では、この粒子の跳躍によって移動が起きる。2~3 V_0 では粒子の走路は安定してくるが横断面の粒子分布は不均一。3~5 V_0 では走路は安定するも粒子分布はなお不安定。
D 群混合液	粗粒子群は管底に移動粗面床を作りそこで著しい制動摩擦が起きる(摩擦力支配)。濃度が等しければ、粒子の大小に関係なく同一の抵抗値となる。2~3 V_0 以上では移動粗面床壁際で粒子が跳躍しながら摺動するような動きをする。更に 3~5 V_0 では安定した断続的な懸濁移動と移動粗面状の流れが下底にみられる。横断面の粒子分布は極めて不均一になる。

(3) 図 3.2 の寺田氏による流動様式において気付くのは粒子径の違いや、多分濃度の違いにも係わらず 3つの流動様式はとぎれることなく繋がり、各群の平均流速-圧損勾配の曲線は、基準流速 V_1 と V_c によって区切られることである。機工便覧⁽¹⁾には、下図のような様式図が記載されているが、図 3.2 とほぼ同じ傾向を示している。ただこの場合、図 3.2 の第 3 相流動様式は、遷移速度によって非均質流れと均質流れ(擬均質流れ)に分別されている。

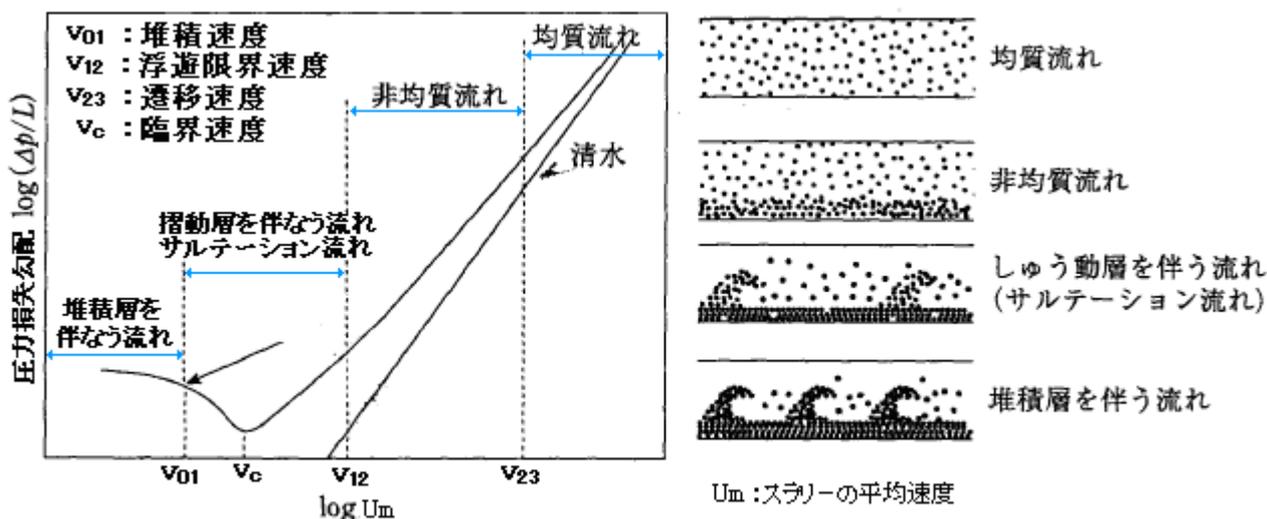
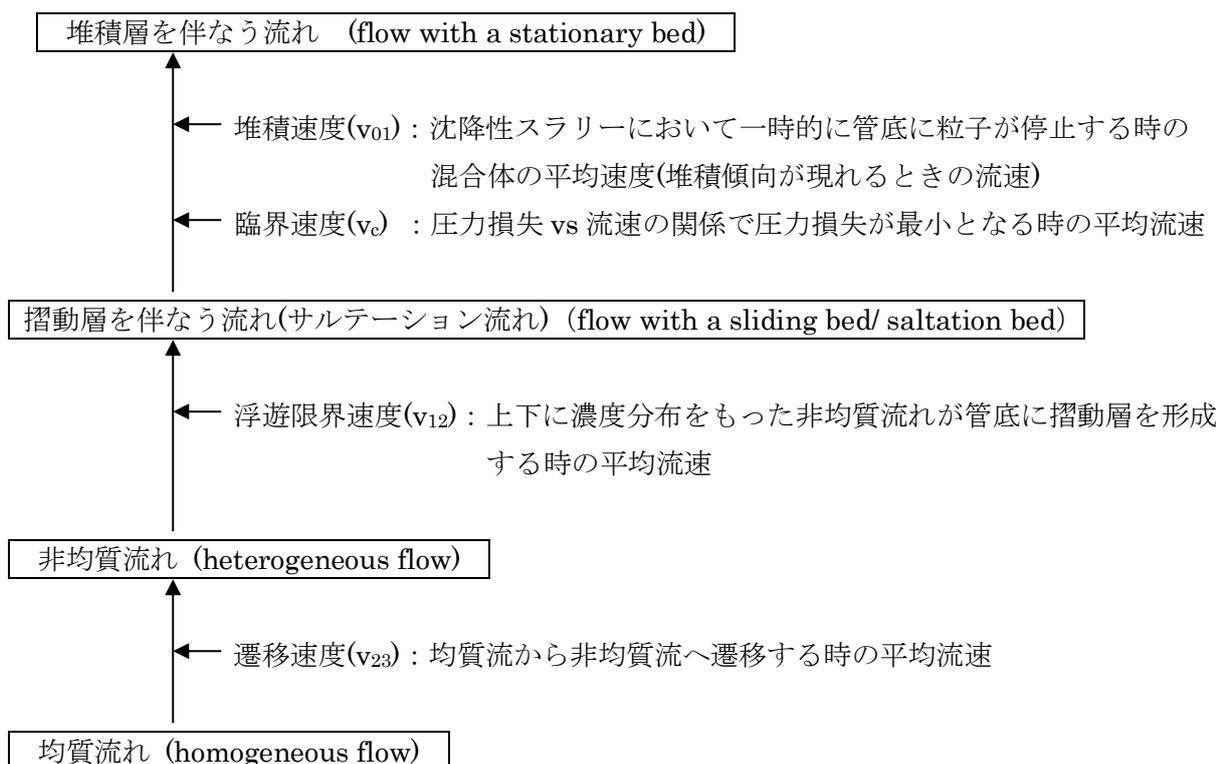


図 14-14 沈降性固液二相流の流動様式 文献(1)引用

図 14.14 は図 3.2 と違って粒子群が取り除かれてパターン図化されている。これを右から左へ減速方向にチャート化すると次のようになる。



(4) 図 14.14 では、4つの基準流速($v_{01}, v_c, v_{12}, v_{23}$)が流動様式区間を区切っている。これら基準流速と設計時/運転時のスラリー流速 U_m を比べれば、当該の輸送管路の流動様式を知ることができる。

この場合、機工便覧には図 14.14 に関連して、下記の基準流速⁽⁵⁾ が示されている。

$$\text{堆積速度： } v_{01} = \{31.93 C_v^{1.083} f_w^{1.064} C_{Dm}^{-0.06160} gD(s-1)\}^{0.5} \quad \text{-----}(3-1)$$

$$\text{浮遊限界速度： } v_{12} = \{2.411 C_v^{0.2263} f_w^{-0.2334} C_{Dm}^{-0.3840} gD(s-1)\}^{0.5} \quad \text{-----}(3-2)$$

$$\text{? 遷移速度： } v_{23} = \{0.2859 C_v^{1.075} f_w^{-0.6700} C_{Dm}^{-0.9375} gD(s-1)\}^{0.5} \quad \text{-----}(3-3)$$

ただし C_v = 粒子の吐出し体積濃度(-)、 C_D = 粒子の平均抗力係数(-)、 g = 重力加速度(9.8m/s²)、
 f_w = スラリーの平均流速と等しい液相流速でのファニングの管摩擦損失係数(-)(= $\lambda/4$)
 λ_1 = 液単相流の管摩擦損失係数(Moody 線図)、 D = 管径(m)、 s = 比重(= ρ_s/ρ_l)
 ρ_s = 粒子密度(kg/m³)、 ρ_l = 液相密度(kg/m³)

この式は、 $D=1.26\sim 69.9\text{cm}$ 、 $d=0.0297\sim 38\text{mm}$ 、 $\rho_s=1.16\sim 11.3\text{g/cm}^3$ 、 $C_v=0.006\sim 42\%$ 、
 $U_m=0.009\sim 6.7\text{m/s}$ の範囲の多数のデータから導かれているので、かなり統計的で信頼性は高いと
 思われる。然るに、遷移速度 v_{23} は v_{12} より低くなることもあり、疑問が残る(5.3 参照)。参考として
 文献(2)(3)に示される基準流速を【補 5】に紹介しておく。

(5) 図 14.14 の示される**臨界流速 v_c** は他の 3 つの基準流速に比べ、設計的に重要なパラメータである。
 然るに機工便覧ではこの算式は示されていない。図からわかるようにこの流速において圧力損失は最小
 になるので、輸送効率化を議論する場合、この基準速度は欠かせない。以下、検討してみる。

スラリー輸送管路の圧力損失は、後述するように、次の水力勾配(単位管長当りの水頭損失)の形で
 与えられる。

$$i = (1 + C_v \phi) i_l \quad \text{但し } \phi = K F_{rm}^n = K [C_{Dm}^{0.5} \{gD(s-1)\}^n U_m^{2n}], \quad i_l = \lambda U_m^2 / (2gD)$$

[記号説明は、4.1 項(1)を参照のこと]

水力勾配 i をスラリー速度 U_m で微分すると、

$$di/dU_m = i_l \{d(1 + C_v \phi)/dU_m\} + (1 + C_v \phi) (di_l/dU_m)$$

$$\{d(1 + C_v \phi)/dU_m\} = C_v (d\phi/dU_m) = C_v [2nK [C_{Dm}^{0.5} \{gD(s-1)\}^n] U_m^{2n-1}], \quad (di_l/dU_m) = \{\lambda/(gD)\} U_m$$

$$di/dU_m = \{\lambda/(2gD)\} C_v [2nK [C_{Dm}^{0.5} \{gD(s-1)\}^n] U_m^{2n-1}$$

$$+ [1 + C_v K [C_{Dm}^{0.5} \{gD(s-1)\}^n U_m^{2n}] \{\lambda/(gD)\} U_m$$

$$= \{\lambda/(gD)\} U_m + (n+1) C_v K [C_{Dm}^{0.5} \{gD(s-1)\}^n] \{\lambda/(gD)\} U_m^{2n+1}$$

$di/dU_m = 0$ のとき、水力勾配 i は最小になるので、

$$1 + (n+1) C_v K [C_{Dm}^{0.5} \{gD(s-1)\}^n] U_m^{2n} = 0 \quad \rightarrow \quad U_m = [-1 / \{(n+1) C_v K [C_{Dm}^{0.5} \{gD(s-1)\}^n]\}]^{0.5/n}$$

整理して、圧損を最小にする流速すなわち臨界速度 v_c が得られる。

$$U_m = v_c = [-1 / \{(n+1) C_v K\}]^{1/(2n)} C_{Dm}^{-0.25} \{gD(s-1)\}^{0.5} \quad \text{-----}(3-4)$$

また臨界速度について、文献(3)は次の式を紹介している。

$$v_c = F_{rc} \{2gD(s-1)\}^{0.5} \quad (F_{rc} \text{ は下図による}) \quad \text{-----}(3-5)$$

粒子径が 2.0mm 以上になると、 F_{rc} は 1.35 ぐらいで一定となっているので (3.5) 式では

$$v_c = 1.35 \times 2^{0.5} \times \{gD(s-1)\}^{0.5} = 1.91 \times \{gD(s-1)\}^{0.5}$$

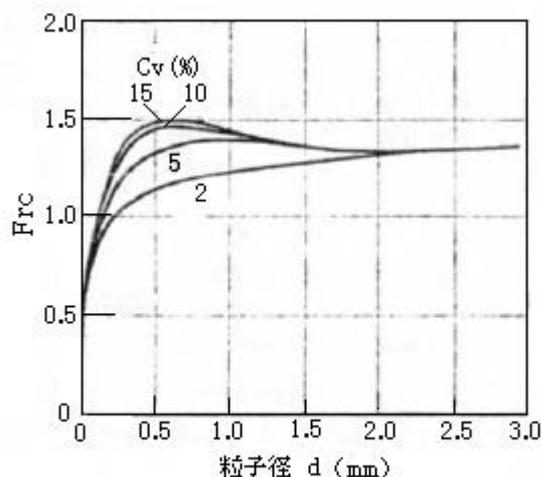


図11.23 係数 F_{rc} と粒子径および吐き出し濃度との関係
[文献(3)引用]

一方、(3-4)式は、 v_c が存在する流域即ち摺動を伴う流れで有効と思われる。この流域の圧損式としては Durant 式が有力であるが、4.1 項(2)に示すように係数 K , n について種々の提案がある。各提案について、 $C_v=2\sim 15\%$ (図 11.23 引用)として(3-4)式から v_c を計算すると

$$\begin{aligned} \text{Bonington} &: v_c = (1.03 \sim 2.12) \times \{gD(s-1)\}^{0.5} \quad (K=78, n=-1.4) \\ \text{Ellis} &: v_c = (1.91 \sim 3.75) \times \{gD(s-1)\}^{0.5} \quad (K=385, n=-1.5) \\ \text{Hayden} &: v_c = (1.12 \sim 2.44) \times \{gD(s-1)\}^{0.5} \quad (K=121, n=-1.3) \\ \text{Babcock} &: v_c = (1.14 \sim 2.24) \times \{gD(s-1)\}^{0.5} \quad (K=82, n=-1.5) \\ \text{Noda} &: v_c = (1.73 \sim 3.16) \times \{gD(s-1)\}^{0.5} \quad (K=240, n=-1.67) \end{aligned}$$

となり、(3-5)式の安定値 1.91 とはかなり乖離がある。図 14.14 からは、 v_c は v_{01} と v_{12} の中間にあり堆積限界速度 v_{01} 寄りになる傾向がみられる。 v_{01}, v_{12} は(3-1),(3-2)式から得られる。従って、設計的には(3-4)や(3-5)式で当り計算を行い図 14.14 の傾向を考慮して v_c をセットすることになると思う。

3.2 垂直管路の流動様式⁽³⁾

(1) 水平管路では、粒径/濃度/速度によってかなりパターンが変化するが、垂直管路では概して通常の均質流に近い流動様式になる。

上昇流 → 低流速では、粒子群は管内にほぼ均一に分散しているが、流速が上がってゆくと管中央部分に集まって流動する。速度分布も低流速/低濃度ではマイルドであるが流速があがるときつくなり液単相流れに近くなる。

下降流 → 上昇流と反対の傾向があるがほとんど目立たず、平均流速に関係なく粒子はほぼ一様に管内に分布している。速度分布は濃度や平均流速の影響を受けず、殆ど液単相流れに近い分布になっている。

(2) 図 11.20 に垂直管路流れの例を示す。速度分布(U/U_{max})は液相のそれを示している。上昇流も下降流も、平均流速が速くなると液単相流に近づき、速度分布がきつくなっている。

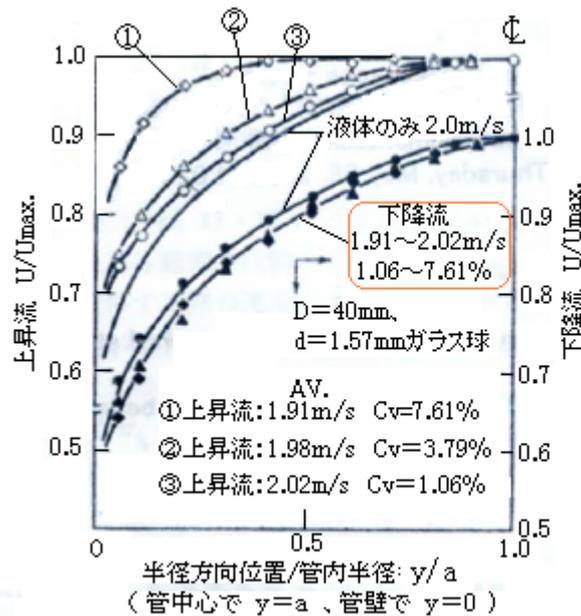


図11.20 鉛直管路における液相速度分布 [文献(3)引用]

4. スラリーの圧力損失について

4.1 水平管路の摩擦圧力損失

(1) スラリー(混合液)流れにおける水平管部分の摩擦圧力損失 ΔP は次の式で定義される。

$$\Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_s \quad \text{-----(4-1)}$$

$$\Delta P_1 = \lambda_1 (L/D) \rho_1 (U_m^2/2) = (\lambda_1/D) \{U_m^2/(2g)\} \rho_1 gL = i_1 \rho_1 gL$$

$$\Delta P_s = \Delta P - \Delta P_1 = (i - i_1) \rho_1 gL$$

ここで ΔP =摩擦圧損(P_a)、 ΔP_1 =液単相流の摩擦圧損(P_a)、 ΔP_s =固体粒子による付加圧損(P_a)

U_m =スラリー平均流速(m/s)、 λ_1 =液単相流(流速 U_m)の管摩擦損失係数(Moody 線図)

ρ_1 =液相密度(kg/m^3)、 D =管内径(m)、 L =管長(m)、 g =重力加速度(9.807m/s^2)、

i =スラリーの単位管長当りの水頭損失(水力勾配)(m/m)[$=\Delta P/(\rho_1 gL)$]、

i_1 =液単相流の単位管長当りの水頭損失(水力勾配)(m/m)[$=\Delta P_1/(\rho_1 gL) = \lambda_1 U_m^2/(2gD)$]

ΔP を計算するには ΔP_s 式の $(i - i_1)$ を以下の式で求める必要がある(補6参照)。

$$(i - i_1) = i_1 C_v \phi \quad \text{-----(4-2)}$$

ここで、 C_v =吐出し体積濃度(-)、 ϕ =圧損係数(-)[$= (i - i_1)/(i_1 C_v)$]

この式を上記の ΔP_s 式に代入し ΔP_1 に加算すると、

$$\Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_s = (1 + \phi C_v) i_1 \rho_1 gL = (1 + \phi C_v) \Delta P_1 \quad \text{-----(4-3)}$$

(2) (4-3)式において ΔP_1 は単相流の圧損であるから容易に算定できる。また C_v は仕様で定義される管であるから、**圧損係数 ϕ** が与えられれば ΔP は容易に計算できる。しかし ϕ については旧来から実に様々な提案がある。以下にその代表的なものを示す。

① 擬均質流 ($U_m > v_{23}$): Newitt ら⁽²⁾

$$\phi = (i - i_1)/(i_1 C_v) = (s - 1) \quad \text{-----(4-4)}$$

② 非均質流/摺動層流れ ($v_{01} < U_m < v_{23}$) : Durand ほか多数⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾

$$\phi = (i - i_1) / (i_1 C_v) = K F_{rm}^n \quad \text{-----(4-5)}$$

$$F_{rm} = U_m^2 C_{Dm}^{0.5} / \{gD(s-1)\}$$

K, n は定数で、以下にこれを示す⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾(提案者によってバラツキがある)。

研究者(条件)	K	n	備考
Durand,R	81	-1.5	K=81 は文献(8)による。機工便覧に記載無し
Bonington,S.T	78	-1.4	
Ellis,H.S	385	-1.5	
Hayden,J.W.	121	-1.3	
Babcock,H.A.	81	-1.5	Durand 式に同じ?
Noda,K	240	-1.67	
Zandi ($F_{rm} < 10$ の時)	280	-1.93	吐出し濃度 $C_v > 5\%$ 、データ数 1452 個より
($F_{rm} > 10$ の時)	6.3	-0.354	

③ 堆積流($v < v_{01}$) : Condolius ら

$$\phi = 150 [U_m^2 C_{Dm}^{0.5} / \{4gm(s-1)\}]^{-1.5} \quad \text{-----(4-6)}$$

ただこの場合、沈殿して動かない堆積層の高さを知る必要がある。

(4-4)~(4-6)式の記号定義は下記の通り。

F_{rm} = フルード数(自乗)、K, n = 実験等による定数、 v_{01}, v_{23} = 各基準流速(m/s)

C_{Dm} = 平均粒径における抗力係数(-)、m = 上部の流動断面の流体平均深さ(=水力径の 1/4)

g、D、i、 i_1 、 C_v 、s、 U_m → 全般定義による。

なお、粒径 d が幅広く分布している場合は、 $C_{Dm}^{0.5}$ は次式によって求めるのがよい⁽³⁾。

$$C_{Dm}^{0.5} = \Sigma \{(M_i / 100) C_{Di}^{0.5}\}$$

ここで、 $i = 1, 2, 3, \dots$ 、 $M_i = i$ 番目の粒子の重量分率(%)、 $C_{Di} = i$ 番目の粒子の抗力係数

なお、(4-4)~(4-5)式の根拠になった実験の内容は次のようである(適用に際し考慮のこと)。

4-4 式) プラスチック(粒径 0.51~3.18mm/比重 1.18)、石炭(粒径 1.6~4.76mm/比重 1.4)、

砂(粒径 0.06~0.8mm/比重 2.64)、供試管(真鍮管)径 25mm

4-5 式) 粒径 0.0297~38mm、粒子比重 1.16~11.3、吐出し濃度 0.006~42%、

スラリー流速 0.009~6.7m/s、供試管径 12.6~699mm (参考値)

(4-4)~(4-6)式以外にも多くの摩擦圧損式が提案されている。**[補 7]**を参照のこと。

4.2 垂直管路/勾配管路の摩擦圧力損失

(1) 垂直管の場合は、次の式が使用できる。

① Kostuik の式⁽¹⁾ : $i = i_1 \pm C_v(s-1) \{U_m / (U_m - U_f)\} \quad \text{-----(4-7)}$

$$U_f = \{[1 - (d_m/D)^2] \exp\{-4q/(1+q)\}\} U_f$$

ここで U_f = 粒子群の干渉沈降速度(m/s)、 U_f = (2-8)式の自由沈降速度(m/s)、

d_m = 平均粒径(m)、q = 管内体積濃度(-)、他の記号 → 全般定義による

また、(+) → 上昇流、(-) → 下降流

この式の推奨適用範囲は $C_v < 0.4$ 、 $1.045 < s < 2.65$ 、 $1.37 < d_m < 3.4\text{mm}$ である。

② Newitt らの式⁽²⁾ :

$$\Delta P = (1 + \phi C_v) \Delta P_1 \text{ において } \phi = 0.037 (gD/U_m^2)^{0.5} (D/d_m) \cdot s^2 \text{ -----(4-8)}$$

ここで記号は(4-7)式に同じ。この式のベースは $C_v < 0.3$ 、 $0.1 < d_m < 3.8\text{mm}$ 、 $2.6 < s < 4.5$ 、 $D = 25 \sim 50\text{mm}$ である。

(2) 傾斜管の場合は、次の式が使用できる⁽³⁾。

① 川島/野田の式 :

$$\Delta P = (1 + \phi C_v) \Delta P_1 \text{ において、 } \phi = \pm (3/2)(C_{Dm}/\lambda_1)(d_m/D)^{-1} \{ (1 - \zeta)^2 / \zeta \} \text{ -----(4-9)}$$

$(\xi_s \cos \theta + \sin \theta) > 0$ の時 : $\zeta = u/U_m = 1 - \{ [4gd_m(s-1)/(3U_m^2 C_{Dm})] (\xi_s \cos \theta + \sin \theta) \}^{0.5}$
 なお ϕ 式の右辺 $\rightarrow (+)$ とする。

$(\xi_s \cos \theta + \sin \theta) = 0$ の時 : $\zeta = 1$ ($\rightarrow \phi = 0 \rightarrow$ 水平管の式で圧損計算する)

$(\xi_s \cos \theta + \sin \theta) < 0$ の時 : $\zeta = u/U_m = 1 + \{ [4gd_m(s-1)/(3U_m^2 C_{Dm})] (\mu_s \cos \theta - \sin \theta) \}^{0.5}$
 なお ϕ 式の右辺 $\rightarrow (-)$ とする。

ここで $\zeta =$ 速度比、 $\theta =$ 傾斜角(度)、 $\lambda_1 =$ 液単相流れの管摩擦損失係数(-)(Moody 線図)

$u =$ 固体粒子速度(m/s)、 $\xi_s =$ 係数[(2-5)式で定義される通り]、 $C_{Dm} =$ 平均抗力係数(-)

② 川島/野田の式 ($U_m/U_f > 6$ の場合) : $i = i_w + i_h \cos \theta \pm C_v(s-1) \sin \theta$ -----(4-10)

ここで、 $i_h =$ 水平管路で流したときの水力勾配[4.1(2)項]、なお (+) \rightarrow 上昇流、(-) \rightarrow 下降流

4.3 全圧力損失

(1) 以上は管路の管部分の摩擦による圧力損失である。管路にはその他にも曲管/ティ部分/弁などの配管構成部品の圧損がある。曲管については通常、(5~15)Dの曲率が採用されているし、ティの設置は控えめで、また弁はフルボア ON-OFF のボール弁が使われているので、他の流体輸送配管に比べてスラリー配管の摩擦圧損の割合は高いのではないと思われる。しかしプラント内の輸送管路では頻繁に曲がりをとる必要があるし切換弁もあるので、スラリー輸送に関する配管構成部品の圧損データは必須と思われる。ただ残念ながら現状これらのデータはそろっていない(今後、準備してゆきたい)。

ただ、一般の配管圧損計算で採られる相当管長は、スラリー配管でも有効と思われる。即ち液単相輸送を前提に各構成部品の相当管長を求め、管路長に加算して全管路の相当管長とすれば恐らく安全側に[摩擦圧損+構成部品圧損]を見積もることができると思われる。

(2) そのほか、スラリー輸送の場合、固体粒子を加速させるための圧力損失(加速損失)が必要になる。

加速損失は次式で与えられる⁽³⁾⁽⁶⁾が、通常、摩擦損失に比べ余り大きなものではない。流動がスタートするとき必要であるが、無視されることも多い。

$$\Delta P_a = \zeta_a \{ C_v / (1 - C_v) \} (\rho_1 U^2 / 2) \text{ -----(4-11)}$$

係数 ζ_a は Max.2、詳しくは [補 8] を参照のこと。

(3) スラリー輸送管路の全圧損は、摩擦圧損に上記の配管構成部品の圧損と加速損失を加えたものになる。

$$\Delta P_o = \Delta P_{\text{horiz}} + \Delta P_{\text{vert}} + \Delta P_{\text{incl}} + \Sigma \Delta P_{\text{comp}} + \Delta P_a$$

$$\text{または } \Delta P_o = [i \rho_1 g L_e]_{\text{horiz}} + [i \rho_1 g L_e]_{\text{vert}} + [i \rho_1 g L_e]_{\text{inc}} + \Delta P_a \text{ -----(4-12)}$$

ここで ΔP_o = 管路の全圧損 (P_a)、 ΔP = 管部分の摩擦圧損 (P_a)、 ΔP_{comp} = 配管構成部品の圧損 (P_a)
 L_e = 相当管長 (m)、 ΔP_a = 加速損失 (P_a)、サフィックス horiz, vert, inc → 水平、垂直、傾斜部分

5. 輸送管路設計への反映

5.1 輸送速度(運転流速)の決め方

(1) 実際のスラリー輸送において、輸送速度が堆積速度 v_{01} を下回るとスラリーは失速して堆積する。従って、輸送速度は必ず、 v_{01} 以上にしなければならない。しかし v_{01} 以上であればどこでもいいのかというとそうでもない。通常 v_{01} を少し越えた辺りに臨界速度 v_c があるが、圧力損失(水力勾配)はそこで最小になる。これは所要動力が、そのポイントで最小になることを意味するので臨界速度 v_c を運転点とすれば、沈殿/堆積の恐れもなく経済的に輸送管路を運転できることになる。

ただスラリー流動の不確実性を考えれば、臨界速度運転は不安が残る。そのため臨界速度を更に上回る **スラリー平均流速 $U_m = (1.15 \sim 1.3) \cdot v_c$** を運転点にしているが多い。

(2) この選択は概して合理性があり妥当性があるが、輸送管路の目的を考えれば、更に合理的な選択が考えられる。その場合、輸送管路の目的(用途)として、次の2つのケースが考えられる。

- ①スラリー(混合物)全体の輸送を目的とする場合→所定濃度のスラリーをできるだけ多く輸送
 - ②スラリーを手段とし固体粒子の輸送を目的とする場合→できるだけ高い濃度/流速による輸送
- いずれの場合も**動力削減による経済性の追究が前提になる。**

まず①の場合、動力に制限があるときはその制限内で最大輸送量を追及することになり(1)項のような結論になる。一方、特に動力に制限がないときは輸送の効率化 即ち

[スラリー輸送量/所要動力](=スラリー平均流速/水力勾配(U_m/i)) → Max化
 が狙い目になる。この場合、経済的で効率的なスラリー平均速度は **$U_e = 1.59v_c$** になる。

②の場合、濃度一定で単に流速を速めることが考えられるが、図 14.14 からわかるように圧損が大きくなり動力費がかさむ。むしろ、粒子濃度を高めて限界流速付近で送れば圧損は抑えられる。

この場合、経済的で効率的なスラリー平均速度は **$U_e = 1.26v_c$** になる。

以上は文献(7)の議論によっている。この文献は旧いので、その後、議論が進んで違った形の収束があるのかも知れない(今後も調査継続)。なお文献(7)の要点を **[補 9]** に示すので参照されたし。

(3) 管路が所定の設計流量より**低い流量で運転されるときは閉塞の恐れ**がある。この場合の限界流速は堆積速度 v_{01} か、干渉沈降速度 U_f' になる。後者の場合、旧い資料の中に次のような式がある⁽⁶⁾。

$$U_m = U_f' + K_1 \{gD(s-1)\}^{0.5}$$

ここで、 U_f' = 干渉沈降速度(補 3 参照)、 K_1 = 係数(0.65~2.0)

この式の右辺第 2 項はマージンになると思われる。なお粒子群の中にかかなり大きな粒子が含まれるときは、その自由沈降速度がスラリー平均速度を越えないようにチェックすべきと思われる。

(4) スラリー輸送では、前(1)項でも云ったように、堆積速度 v_{01} が下限界になる。しかしスラリーの中に微粒子が多く含まれていると、その非ニュートン流体的な挙動によって、それよりも粗い粒子の

沈降を低減することも考えられる(例えば文献(3)の例題 A・16 の記述)。その場合は、臨界流速ベースの設定ではなく、堆積速度 v_{01} に多少のマージンを設けて輸送速度にすることも考えられる。

5.2 管路設計に及ぼす影響

(1) スラリー輸送の管路設計では当然ながら、スラリーの性状や流れ特性などを考慮する必要がある。ここではスラリーの性状や流れ特性が、管路(配管)の材料や構造/形状をどう係わるか、管路設計で知っておくべき Basic な事項を示してみたい。

スラリー自身が設備に与える影響には次の3つがある。

- ① 固体輸送に伴う付加的圧損によるラインの高圧化
- ② 付着、沈殿および閉塞によるラインの運転障害
- ③ 固体粒子が管壁に接触/衝突することによる磨耗(エロージョン)
- ④ 磨耗に随伴して進行する腐食(コロージョン)

①のラインの高圧化は特に高濃度スラリーの輸送等で顕著になる。摩擦抵抗を抑え曲管など配管構成品の局部抵抗を抑えたとともに配管の耐圧強度を保ち継手のリーク防止などの措置を行うほかない。ここでは専ら、②～③について考える。

(2) 付着/沈殿/閉塞による障害について。これらはスラリー輸送につきものの現象で、要は堆積速度 v_{01} 以上の流速の保持に尽きる。防止策としては、

- ・ 5.1 項で述べたようにすくなくとも臨界流速の 15%以上の運転流速を確保する。
- ・ 粒子がばらつくときは、最大沈降速度をチェックする。
- ・ 万一の upset を考え、配管計画時点で非常時対策を織り込んでおく。
- ・ バッチ運転を回避し可及的に連続運転を行い、不用意に輸送を中断しない。
- ・ 閉塞の起きないスラリーを調製する、添加剤を検討する。
- ・ 適当な傾斜を設け弁を付けて、異常時スラリーを自然流下で放出できるようにする。
- ・ 傾斜管の最低部などに圧密沈殿/閉塞が起きないように形状等を工夫する。
- ・ 曲管の R を大きくする/Y 型管を採用する/閉塞の少ない弁タイプを選ぶ。
- ・ 万一にそなえハンドホール/注水ノズルなどを適所に配置する。
- ・ すべりのいいライナー管やライニング管を使用する、などなど

(3) 磨耗(エロージョン)について。スラリー配管の磨耗は、主にスラリーの流動に伴う流動抵抗と粒子衝突によって生じる。前者は摩擦磨耗になり後者は衝撃磨耗になる。磨耗面の拡がりからみれば摩擦磨耗の影響の方が大きい、破損の観点からみれば衝撃磨耗は高サイクル疲労であるから、そのインパクトは大きい。

摩擦磨耗には初期磨耗と定常磨耗の2つのタイプがあるが、初期磨耗の方が磨耗量が多く、定常磨耗の方は縮退傾向がある(時間経過後、表面が滑らかになり加工硬化するため)。

衝撃磨耗は粒子の流動方向と関係がある。一般に衝突角が 50° 付近で磨耗が最大になる(図 2.3 を参照のこと)。

磨耗問題において、全般的にスラリーの性状/流動性の与える影響は次のようになる。

スラリーの性状：粒子が硬いほど磨耗が著しい(もちろん管材の硬度との兼ね合い有り)。ただ脆い粒子は輸送途中で破碎/粉化して磨耗は少ない。また鋭い稜角や不規則な形状を持つ粒子ほど磨耗を起ししやすい。粒度構成/比重/液粘度も影響する。

スラリー濃度：濃度が高くなると必然、衝突回数が増えるので磨耗が増加する。磨耗量は吐出し濃度の 1.22 乗($\propto C_v^{1.22}$)程度に比例して増加する。

スラリー流速：流速がアップして運動エネルギー($0.5 \rho U^2$)が増加すると摩擦抵抗、粒子衝突が増加して流速の 1.9~2.6 乗で増加する(理論では 2 乗であるが実際は流れの不定が加わる)。

(4) 更に磨耗(エロージョン)について。実際の配管磨耗をみってみる。**直管部分**では管底の磨耗が著しい。通常のスラリー輸送が前項で述べたように臨界流速 v_c より少し高めで運転され、流動様式が摺動や跳躍を伴う流れになって底部に負担がかかるからである。**曲管部分**では次のような傾向が見られる。

- ・直管部分に比べ、通常の曲管で 10~15 倍の磨耗が生じると云われている。
- ・流速が速く曲げ半径 R が少ないと磨耗速度が著しくなる。高流速で $R=(10\sim 15)D$ 、低流速で $R=(5\sim 10)D$ の曲げ半径が採用されている。図 2.9 の例を参照のこと。
- ・曲げ角度が増加するにつれ磨耗速度が増加する(90° Max.)。図 2.10 の例を参照のこと。
- ・出口近くの外半径部分で最大の磨耗(局部磨耗)が生じる。図 2.11 を参照のこと。

傾斜部分では次のような傾向が見られる。

- ・水平管に比べ垂直管では重力の影響が少なく磨耗は殆ど起きない。
- ・しかしある程度傾斜した管では重力の影響で磨耗が現れ 45 度傾斜付近で最大となる。

以上の観点から**配管形状あるいは引き回しは極めて重要**である。更に配管仕様に関しては、

- ・弁類としてはかみ込みや磨耗の少ないボール弁やプラグ弁が好ましい。
- ・ベローズ継手は不安が残るので熱膨張吸収は配管引回し(曲管構造の伸縮吸収)が望ましい。
- ・継手や部品挿入の少ない突合せ溶接配管が望ましい。
- ・激しい底部磨耗が予想される部分はフランジ構造にして管の上下反転が可能な形にする。
- ・激しい磨耗が予想される場合は磨耗に強い高 Cr 鋼管や内部のスベリの良い管材を選ぶ。

(5) **腐食(コロージョン)について**。一般に流体物性に依存する所が大きい。酸性やアルカリ性が強い時は PH 調整などが必要。またスラリーでは、エロージョンとコロージョンの相乗作用が著しい。即ち磨耗によって酸化皮膜など腐食生成物が剥ぎ取られるので流速が速くなると異常に腐食減肉が進行することがある。

(6) 管路の磨耗あるいは腐食に対する**設計対応**は次のようになる。

流送条件に関し) ・当該スラリーの磨耗に関するデータ/資料の蒐集/検討(必要ならラボテスト)

- ・適正な粒度構成/濃度/速度を選びそれに応じて磨耗対策の検討。
- ・PH 調整やインヒビターの添加など検討。

配管に関して) ・磨耗に関する実績調査/既存データ確認あるいは年間磨耗量推定

- ・上記に基づく管材質/肉厚/弁仕様/部品仕様等の検討
- ・曲管の曲げ半径の選択(少なくとも $R > 5D$)

- ・ 曲管の厚肉化/ライナー管/内面ライニングなどの検討
- ・ 管継手の平滑化/漏洩防止/局部磨耗対策などの検討
- ・ 配管引回し/曲管構造による熱膨張吸収の検討などなど

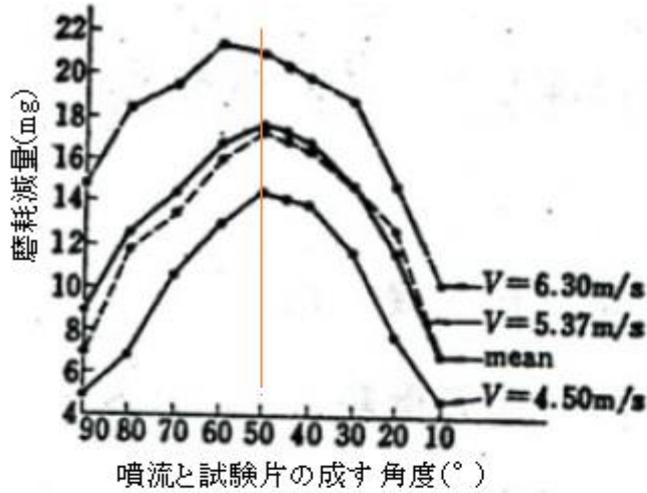


図2.3 黄銅板に噴流を当てた時の磨耗減量

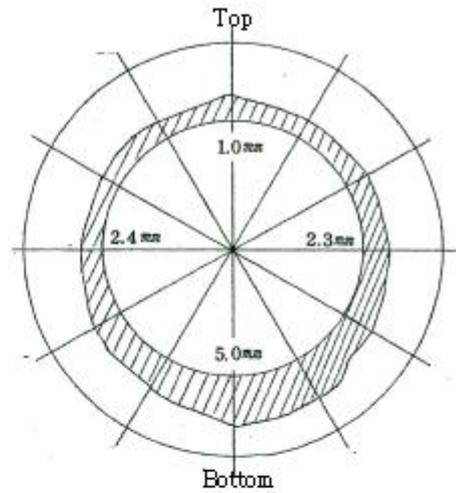


図2.8 鋼管断面の磨耗分布

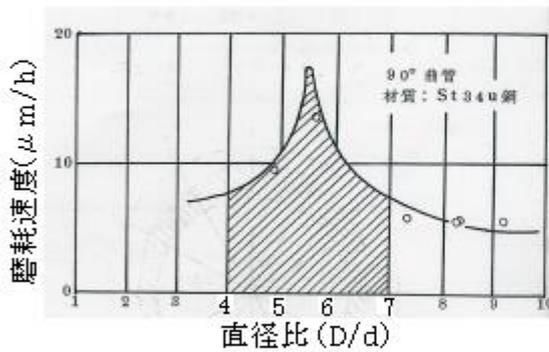


図2.9 曲管の曲げ直径比と磨耗速度の関係

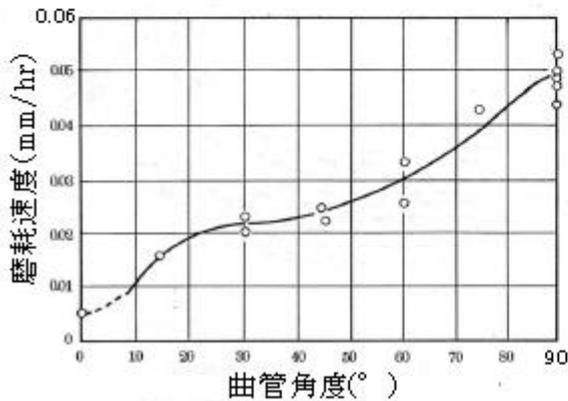


図2.10 曲管角度と磨耗速度の関係

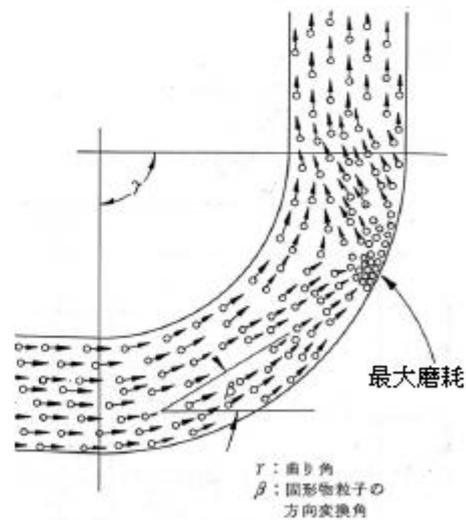


図2.11 固体粒子の運動軌跡

5.3 輸送管路の検討例

A 事業所で生産された粒状生成物をスラリーにして、800m離れた B 事業所に輸送することを考えている。ついては下記条件で管路サイズ/ライン圧力がどの程度になるか目安を得たい。

- ① 固形分：輸送量 1000t/day、吐出し体積濃度 8%(目標)、比重量 2600 kg/m³、ほぼ球状。
 粒径分布[φ 1.8-3 個、φ 1.5-54 個、φ 1.1-72 個、φ 0.5-41 個、φ 0.3-25 個]
 ② 液相：工業用水(微粒子混入)、比重量 1050 kg/m³、粘性係数 $\mu = 850 \times 10^{-6} \text{Pa}\cdot\text{s}$
 ③ 管路仕様：炭素鋼管(管径未定)、相当管長[水平 800m、垂直上向き 20m]、実揚程 22m

(1) 固体の質量流量 $W_s = 1000 \times 10^3 \text{ kg/day} = 1000 \times 10^3 / (24 \times 3600) = 11.57 \text{ kg/s}$

固体の体積流量 $Q_s = Q_s / \rho_s = 11.57 / 2600 = 0.00445 \text{ m}^3/\text{s}$ 、また $C_v = Q_s / Q_m = 0.08$ であるから、

$$\text{スラリー流量} : Q_m = 0.00445 / 0.08 = 0.0556 \text{ m}^3/\text{s}$$

スラリー平均流速 U_m を 3~3.5m/s 程度とすれば $A = \pi D^2/4 = Q_m/U_m$ なので

$$D = \{4Q_m/(\pi U_m)\}^{0.5} = \{4 \times 0.0556 / (\pi \times 3 \sim 3.5)\}^{0.5} = 0.142 \sim 0.153 \text{ m}$$

そこで 輸送管を 150A、内径 D を 0.15m として流れを検討してみる。なおこの場合、

$$U_m = 0.0556 / (\pi \times 0.15^2/4) = 0.0556 / 0.01767 = 3.15 \text{ m/s}$$

(2) まず、圧損式などに使用する平均粒径は重量平均径(重量比で重み付け)による。

$$d_m = \frac{\sum N_i d_{pi}^4}{\sum N_i d_{pi}^3}$$

$$= (3 \times 1.8^4 + 54 \times 1.5^4 + 72 \times 1.1^3 + 41 \times 0.5^3 + 25 \times 0.3^3) / (3 \times 1.8^3 + 54 \times 1.5^3 + 72 \times 1.1^3 + 41 \times 0.5^3 + 25 \times 0.3^3)$$

$$= 413.05 / 301.38 = 1.37 \text{ mm}$$

沈降速度式などに使用する中位粒径に関しては

$$0.3 \sim 1.1 \text{ mm} \quad \text{重量比} = (25 \times 0.3^3 + 41 \times 0.5^3 + 72 \times 1.1^3) / 301.38 = 0.34 \quad (< 0.5)$$

$$0.3 \sim 1.5 \text{ mm} \quad \text{重量比} = (25 \times 0.3^3 + 41 \times 0.5^3 + 72 \times 1.1^3 + 54 \times 1.5^3) / 301.38 = 0.94 \quad (> 0.5)$$

従って、中位粒径を φ 1.5mm にする。

(3) 次に自由沈降速度について。(2-10)式より

① ストークス領域： $U_f = gd^2(\rho_s - \rho_l) / (18\mu) = 9.807 \times 0.0015^2(2600 - 1050) / (18 \times 850 \times 10^{-6}) = 2.235$

$$Re = U_f d_h \rho_l / \mu = 2.235 \times 0.0015 \times 1050 / (850 \times 10^{-6}) = 4141 > 1 \quad \text{故に不適}$$

② 遷移領域： $U_f = \{4g^2 d^3(\rho_s - \rho_l)^2 / (225\mu\rho_l)\}^{1/3}$

$$= \{4 \times 9.807^2 \times 0.0015^3 \times (2600 - 1050)^2 / (225 \times 850 \times 10^{-6} \times 1050)\}^{1/3} = 0.2495 \rightarrow 0.25$$

$$Re = U_f d_h \rho_l / \mu = 0.2495 \times 0.0015 \times 1050 / (850 \times 10^{-6}) = 462, \text{ 故に } 30 < Re < 500 \quad \text{OK}$$

③ ニュートン領域： $U_f = \{3.03 gd(\rho_s - \rho_l) / \rho_l\}^{1/2} = \{3.03 \times 9.807 \times 0.0015 \times (2600 - 1050) / 1050\}^{1/2}$

$$= 0.257 \text{ m}, \quad Re = U_f d_h \rho_l / \mu = 0.257 \times 0.0015 \times 1050 / (850 \times 10^{-6}) = 476 \text{ 故に不適}$$

従って 単一粒子としては、遷移領域(Allen 領域)にあつて、自由沈降速度 $U_f = 0.25 \text{ m/s}$ となる。

(4) 更に干渉沈降速度について。ここでは多少粒径が小さくなる(1.37mm < 2mm)が、機工便覧にある補 3 の(2-19)式から抗力係数を求め、(2-8)式にこれを用いて干渉沈降係数を推定してみる。即ち、

$$C_{Dc} = \{[1 - (d_m/D)^2] \exp\{-4q/(1+q)\}\}^{-2} C_{Dm} \rightarrow U_f' = [(4/3)(gd_m/C_{Dc})(\rho_s/\rho_l - 1)]^{1/2}$$

(2-19)式では管内体積濃度 q が不明である。q は次の(2-5)式から得られる。

$$C_v/q = 1 - (1/F_r)[(4/3)\{(s-1)/C_{Dm}\}(d_m/D)(\xi_s \cos \theta + \sin \theta)]^{0.5}$$

$$\text{ここで、} F_r = U_m/(gD)^{0.5} = 3.15/(9.807 \times 0.15)^{0.5} = 2.6, \quad \phi = 2.0 - 0.16d = 2.0 - 0.16 \times 1.37 = 1.781$$

$$m = 0.37 + \log \phi / 1.26 = 0.37 + 0.25 / 1.26 = 0.57$$

$C_D(\rightarrow C_{Dm})$ は平均粒径 $d_m(1.37\text{mm})$ を用いてリセットする必要がある。

$$U_f = \{4g^2 d^3 (\rho_s - \rho_l) / (225 \mu \rho_l)\}^{1/3} \\ = \{4 \times 9.807^2 \times 0.00137^3 \times (2600 - 1050) / (225 \times 850 \times 10^{-6} \times 1050)\}^{1/3} = 0.227$$

$$Re = U_f d_h \rho_l / \mu = 0.227 \times 0.00137 \times 1050 / (850 \times 10^{-6}) = 384 \rightarrow 30 < Re < 500 \text{ 遷移領域 OK}$$

(2-20)式より、 $C_{Dm} = 10 / Re^{0.5} = 10 / 384^{0.5} = 0.51$ 。係数 ξ_s は、

$$\xi_s = \phi [U_m^2 C_{Dm}^{0.5} / \{gD(s-1)\}]^{-m} = 1.781 \times [3.15^2 \times 0.51^{0.5} / \{9.807 \times 0.15 \times (2.476 - 1)\}]^{-0.57} = 0.91$$

これらの結果を用いて(2-5)式は、 $\theta = 0(\rightarrow \text{水平管})$ のときに、

$$C_v/q = 1 - (1/2.6) [(4/3) \{ (2.476 - 1) / 0.51 \} \times (0.00137 / 0.15) \times 0.91]^{0.5} = 0.93$$

従って、管内体積濃度 $q = 0.08 / 0.93 = 0.086$ (約 8.6%) となる。

以上より干渉抗力係数 C_{Dc} は、次のようになる。

$$C_{Dc} = \{ [1 - (d_m/D)^2] \exp\{-4q/(1+q)\} \}^{-2} C_{Dm} \\ = \{ [1 - (0.00137/0.15)^2] \exp\{-4 \times 0.086 / (1 + 0.086)\} \}^{-2} \times 0.51 = 0.96$$

従って、機工便覧から得られる干渉沈降速度 U_f' は次のようになる。

$$U_f' = [(4/3) (g d_m / C_{Dc}) (\rho_s / \rho_l - 1)]^{1/2} = \{ 1.333 \times (9.807 \times 0.00137 / 0.96) \times 1.476 \}^{0.5} = 0.166 \text{ m/s}$$

補3のリチャードソン式[(2-16)式]によれば、

$$U_f' = U_f (1 - C_v)^n = 0.25 \times (1 - 0.08)^{2.4} = 0.2 \text{ m/s} \quad (\text{但し } n = 4.45 Re^{-0.1} = 4.45 \times 462^{-0.1} = 2.4)$$

同じくスモルドイレフ[(2-17)式]も $U_f' = 0.2 \text{ m/s}$ となる。

(5) 次に肝心の基準速度を計算してみる。まず臨界速度 v_c について。下記の(3-4)式から圧損最小となるときの速度が得られる。

$$v_c = [-1 / \{(n+1) C_v K\}]^{1/(2n)} C_{Dm}^{-0.25} \{gD(s-1)\}^{0.5}$$

係数 K 、 n は Durand タイプの圧損係数のパラメータで、提案された圧損式によって違っている。各提案式について計算すると、次のようになる(但し Ellis 式は差異が大きいため除外している)。

① Durand/Babcock $K=81$ 、 $n=-1.5$

$$v_c = [-1 / \{(n+1) C_v K\}]^{1/(2n)} C_{Dm}^{-0.25} \{gD(s-1)\}^{0.5} \\ = [-1 / \{-0.5 \times 0.08 \times 81\}]^{-1/3} \times 0.51^{-0.25} \{9.807 \times 0.15 \times (2.476 - 1)\}^{0.5} \\ = 1.4797 \times 1.183 \times 1.4735 = 2.58 \text{ m/s}$$

② Bonington $K=78$ 、 $n=-1.4$ \rightarrow 同様に $v_c = 2.42 \text{ m/s}$

③ Hayden $K=121$ 、 $n=-1.3$ \rightarrow 同様に $v_c = 2.63 \text{ m/s}$

④ Noda $K=240$ 、 $n=-1.67$ \rightarrow 同様に $v_c = 3.75 \text{ m/s}$

⑤ Zandi $K=280$ 、 $n=-1.93$ \rightarrow 同様に $v_c = 3.83 \text{ m/s}$

この結果を平均すれば $\sim 3 \text{ m/s}$ になる。(3-5)式によれば、

$$v_c = F_{rc} \{2gD(s-1)\}^{0.5} = 1.4 \times \{2 \times 9.807 \times 0.15 \times 1.476\}^{0.5} = 2.9 \text{ m/s} \quad (F_{rc} \rightarrow \text{図 11.23})$$

になる。①②③と④⑤の差異が大きく断定は出来ないが、傾向的には 3 m/s ぐらいと推定される。

(6) (3-1)式と(3-2)式から堆積速度 v_{01} と浮遊限界速度 v_{12} を求める。

$$\text{堆積速度} : v_{01} = \{31.93 C_v^{1.083} f_w^{1.064} C_{Dm}^{-0.06160} gD(s-1)\}^{0.5} \\ = \{31.93 \times 0.08^{1.083} \times (0.016/4)^{1.064} \times 0.51^{-0.06160} \times 9.807 \times 0.15 \times 1.476\}^{0.5} = 0.115 \text{ m/s}$$

$$\text{浮遊限界速度} : v_{12} = \{2.411 C_v^{0.2263} f_w^{-0.2334} C_{Dm}^{-0.3840} gD(s-1)\}^{0.5}$$

$$= \{2.411 \times 0.08^{0.2263} \times 0.004^{-0.2334} \times 0.51^{-0.3840} \times 2.171\}^{0.5} = 3.73 \text{ m/s}$$

スラリー速度 U_m が干涉沈降速度 U_f' を下回ると粒子の堆積が起きると思われるので、**堆積速度 v_{01} は前項の干涉沈降速度 U_f' と同程度になるのではないか？** 本ケースでは、

$$[v_{01} = 0.115 \text{ m/s}] \text{ vs } [U_f' = 0.166 \sim 0.2 \text{ m/s}]$$

であるから、 v_{01} が U_f' を下回りマッチしない。機工便覧の云う堆積速度は、堆積が始まる流速というよりも明瞭な粒子静止層が現れる速度 (< 堆積速度) ではないか? と思う。Gibert/ Graf は堆積速度に相当すると思われる堆積開始限界速度の式を与えている(補 5 参照)。この式によれば、

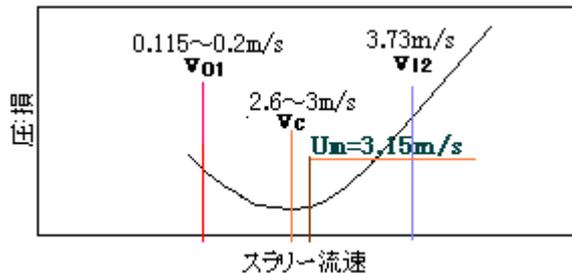
$$V_L = F_1 \{2gD(s-1)\}^{0.5} = 1.1 \{2 \times 9.807 \times 0.15 \times 1.476\}^{0.5} = 2.3 \text{ m/s} \quad (F_1 \rightarrow \text{図 3.4})$$

が得られる。この値は少し高すぎるが、上記の v_{01} が余りに低すぎることを暗示しているように思う。

一方、浮遊限界速度 v_{12} は、臨界速度 v_c よりも大きくなる。本ケースでは

$$[v_c = \sim 3 \text{ m/s}] < [v_{12} = 3.73 \text{ m/s}]$$

になっているのでマッチングがある。ただかなり近寄り過ぎている(?)ので、実際の臨界速度 v_c は Durand/Babcock のケース (**2.6 m/s**) に近いのではないかとと思われる。



(7) さて前(1)項に示したように、輸送管内径を $\phi 150 \text{ mm}$ にするとスラリー平均流速 U_m は **3.15 m/s** になる。これは臨界流速(v_c) **2.6~3 m/s** に対して、1.05~1.21 倍になる。5.1 項で述べたように、

$$\text{通常マージンとして} \rightarrow U_m = (1.15 \sim 1.30) v_c$$

$$\text{スラリーを手段とし固体粒子の輸送を目的とする場合} \rightarrow U_m = 1.26 v_c$$

に対してやや倍率が少ない。しかし口径を 1 ランク下げると流速が倍増するので、 $\phi 150$ は変更が効かない。どうしても変更したいなら、吐出し濃度 C_v を現状よりダウンするのがよい。

なお、低流量運転を行う場合は、 $v_{01} = 0.2 \text{ m/s}$ が下限界になるが、 v_c からやや離れすぎなので、安全をみて **1.5 m/s** ぐらいを目安にすべきではないかと思う。

(8) 圧力損失を計算する。水平管路の圧損式は 4.1 項で示したように、

$$\Delta P_H = (1 + \phi C_v) \Delta P_1$$

$$\phi = K F_{rm}^n, \quad F_{rm} = U_m^2 C_{Dm}^{0.5} / \{gD(s-1)\}$$

定数 K, n は次のようにセットする。

$$\text{ケース① Hayden 式の場合 } K=121, n=-1.3$$

$$\text{ケース② Noda 式の場合 } K=240, n=-1.67$$

係数 F_{rm} は、 $F_{rm} = 3.15^2 \times 0.51^{0.5} / \{9.807 \times 0.15 \times 1.476\} = 3.26$ になる。液単相流における圧損 ΔP_1 は

$$\Delta P_1 = \lambda (L_e/D) \rho_l U_m^2 / 2 = 0.016 \times (L_e/0.15) \times 1050 \times 3.15^2 / 2 = 555.7 L_e \text{ (Pa)}$$

水平相当管長 $L_e = 800 \text{ m}$ とすれば、

$$\text{ケース① } \Delta P_H = \{1 + (121 \times 3.26^{-1.3} \times 0.08)\} \times 555.7 \times 800 = 13.71 \times 10^5 \text{ Pa} = 13.71 \text{ bar}$$

ケース② $\Delta P_H = \{1 + (240 \times 3.26^{-1.67} \times 0.08)\} \times 555.7 \times 800 = 16.31 \times 10^5 \text{ Pa} = 16.31 \text{ bar}$
 垂直管路の圧損勾配は(4-7)式から得られる。即ち、

$$i = i_1 + C_v(s-1)\{U_m/(U_m - U_f)\} = 0.054 + 0.08 \times 1.476 \times \{3.15/(3.15 - 0.116)\} = 0.1766$$

$$i_1 = \lambda_1 U_m^2 / (2gD) = 0.016 \times 3.15^2 / (2 \times 9.807 \times 0.15) = 0.054, \quad U_f = 0.116 \text{ m/s}$$

従って 垂直部圧損は $\Delta P_v = i \rho_1 g L_e = 0.1766 \times 1050 \times 9.807 \times 20 = 0.36 \times 10^5 \text{ Pa} = 0.36 \text{ bar}$

一方、スラリーの密度は、

$$\rho^* = (W_s + W_l) / Q_m = \{W_s + \rho_l(Q_m - Q_s)\} / Q_m$$

$$= \{11.57 + 1050 \times (0.0556 - 0.00445)\} / 0.0556 = 1174 \text{ kg/m}^3$$

故に 動圧 $\Delta P_d = \rho^* (U_m^2 / 2) = 1174 \times 3.15^2 / 2 = 5825 \text{ Pa} = 0.06 \text{ bar}$

$$\text{実揚程分 } \Delta P_L = \rho^* g H_a = 1174 \times 9.807 \times 22 = 2.53 \times 10^5 \text{ Pa} = 2.53 \text{ bar}$$

従って ラインの所要全圧(Max)は、

$$\Delta P = \Delta P_H + \Delta P_v + \Delta P_d + \Delta P_L = 16.31 + 0.36 + 0.06 + 2.53 = \underline{19.26 \text{ bar}}$$

【 補 足 説 明 】

(補 1) ニュートン流体と非ニュートン流体について⁽⁴⁾

ニュートン流体では、流れのせん断応力(τ_{xy})は速度勾配($\partial u_x / \partial y$)に比例し、比例定数(粘性率 μ)は一定である。即ち

$$\text{流れのせん断応力} \propto \text{流れの速度勾配(ずり速度/せん断応力)} \rightarrow \tau_{xy} = \mu \partial u_x / \partial y$$

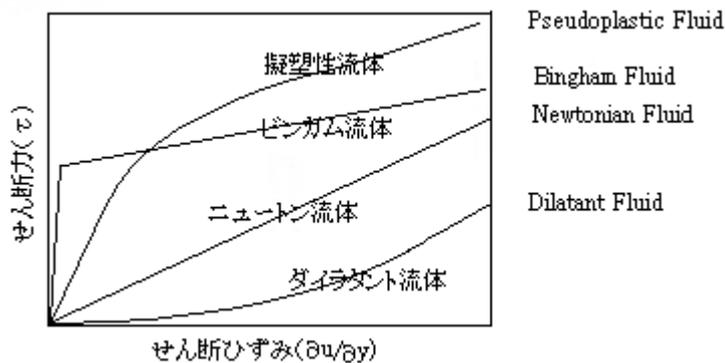
逆に言えば、粘性率 μ が変化しない流体はニュートン流体である。一方 $\tau_{xy} = \mu \partial u_x / \partial y$ の関係にあてはまらない流体は非ニュートン流体であり、次の式で表される。

$$\tau_{xy} = \tau_o + \eta (\partial u_x / \partial y)^n$$

ここで τ_o = 降伏強度、 η = 非ニュートン粘性、 n = 指数

非ニュートン流体には、次のような3つのタイプが知られている。

- ① ビンガム流体 (例えば掘削土、下水汚泥) $\tau_o > 0, n = 1$
- ② 擬塑性流体 (例えばパルプ液、マヨネーズ) $\tau_o = 0, n > 1$
- ③ ダイラタント流体 (例えばコーンスターチ液) $\tau_o = 0, n < 1$



機工便覧⁽¹⁾の流体力学 14 章に、せん断応力 vs せん断速度の関係が整理されている。参照のこと。

(補 2) ストークス領域、ニュートン領域そして遷移領域

沈降速度が遅いか粒子が微粒子であるとかで粒子レイノルズ数 Re が ~ 1 以下になると粒子外表面に

生じる乱れや渦による流体抵抗は無視できるようになり、粒子の運動は主に流体の粘性抵抗力(ストークスの抵抗)に支配され粒子の抗力は大きくなる。この場合、粒子の背面にはいわゆる後流(ウェーキ)が生じないので、流れは粒子の存在によって乱されることが少なく、粒子は媒質である液体の乱れの拡散作用に順応して水とよく混ざり合うようになる。この領域をストークス領域と称している。

他方、粒子レイノルズ数 Re が 500 以上(1000 以上とも?)では、乱れや渦が大きくなりウェーキが現れ粒子の抗力が減じて媒質との混合が悪くなる(→ニュートンの抵抗)。この領域をニュートン領域と云う。

Re が 1~500 の領域はストークスからニュートンへの遷移領域になる。この領域は Allen の式 $C_D = 10/Re^{0.5}$ で近似できるが、1~30 までは Allen 式からの乖離が大きい。

(補 3) 単一非球形粒子の沈降速度 / 容器壁面干渉下の沈降速度 / 液中における粒子群の沈降速度について

(1) ②の **単一非球形粒子の沈降速度** について。定形粒子(規則形状の粒子)と不定形の粒子(不規則形状の粒子)の 2 ケースが考えられる。

まず定形粒子については明確な扱いが見当たらないが、ニュートン領域($Re > 1000$)については、次の式で概算できると思われる(ただストークス領域/遷移領域については不定形として扱わざるを得ない)。

$$U_f = (C_D/C_D')^{0.5} U_f \dots\dots\dots(2-11)$$

ここで U_f = 非球体粒子の沈降速度、 C_D' = 非球体粒子の抗力係数(表 2.24 による)

U_f = 非球体粒子の等径径と同径の球体粒子の沈降速度、 C_D = 球体粒子の抗力係数(=0.44)

表2.24 いろんな形状の抗力係数($Re > 1000$) [文献(2)より引用]

2次元 物体												
	1.17	1.20	1.16	1.60	1.55	1.55	1.98	2.00	2.30	2.20	2.05	
3次元 物体												
	0.44	0.38	0.42	0.59	0.80	0.50	1.17	1.17	1.42	1.38	1.05	

(メモ) $Re > 1000$ になっているが、 $Re > 500$ でも可と考える(TS作成者)。

第 1 表 ニュートン抵抗を受ける固体粒子の抗力係数 [文献(6)より引用]

種 類	形 状	表面の特徴	抗力係数 C_w
石炭および岩石	立方体状のものまたは平行六面体に似たもの	破碎したばかり	0.5 ~ 0.7
	へん平で長いもの	同 上	0.85~1.0
じゃりおよび輸送を経て丸みをついた岩石	球状または長方形に似たもの	表面がなめらか	0.22~0.30
		輸送で丸みをもつ	0.4 ~ 0.6
	へん平で長いもの	同 上	0.8 ~ 0.95

不定形粒子の沈降速度の設定については幾つかの方法があるが、ここでは次の2つを紹介する。

まず表面積形状係数による方法⁽²⁾。この場合は、図 2.26 の $Re-C_D$ 関係を用いる。この図で形状係数 ϕ は次式で定義される。

$$\phi = A_s/A_i = (4.84V^{0.667})/A_i \quad \text{-----(2-12)}$$

ここで A_i = 単位重量当りの粒子の実表面積(比表面積計測による)(m^2)、

A_s = 単位重量当りの体積 V の球体の表面積(m^2)、 V = 単位重量あたりの体積(比容積) (m^3)

図の使用法は、まず粒子の体積から等価径を割り出し沈降速度を仮定して縦軸の Re を計算する。更に ϕ を計算して曲線を選んで、この Re 値に対応する C_D 値を用いて、(1-6)式から U_f を計算する。そして、この U_f 値と先に仮定した沈降速度を比較しそれらがマッチするまで反復をくり返す。

次に一般則データを用いた方法⁽²⁾。これは特に鉱石類に適用する。鉱石類に関する $Re-C_D$ 関係に関する一般則は以下のようなになる。

Re 値	0.3	0.5	0.7	1	2	3	5	7	10	20	30	50
C_D 値	58.6	37.3	28.0	21.1	12.5	9.4	6.6	5.3	4.1	2.9	2.43	2.10
Re 値	70	100	200	300	500	700	1000	2000	3000	5000	7000	
C_D 値	1.94	1.82	1.63	1.57	1.50	1.44	1.40	1.40	1.40	1.40	1.40	

この一般則データや粒子体積から得られる等価粒径 [$d_e = (6V/\pi)^{1/3}$] を用いて、本文の単一球形粒子の項で示したフローチャートを用いて沈降速度を計算すればよい。

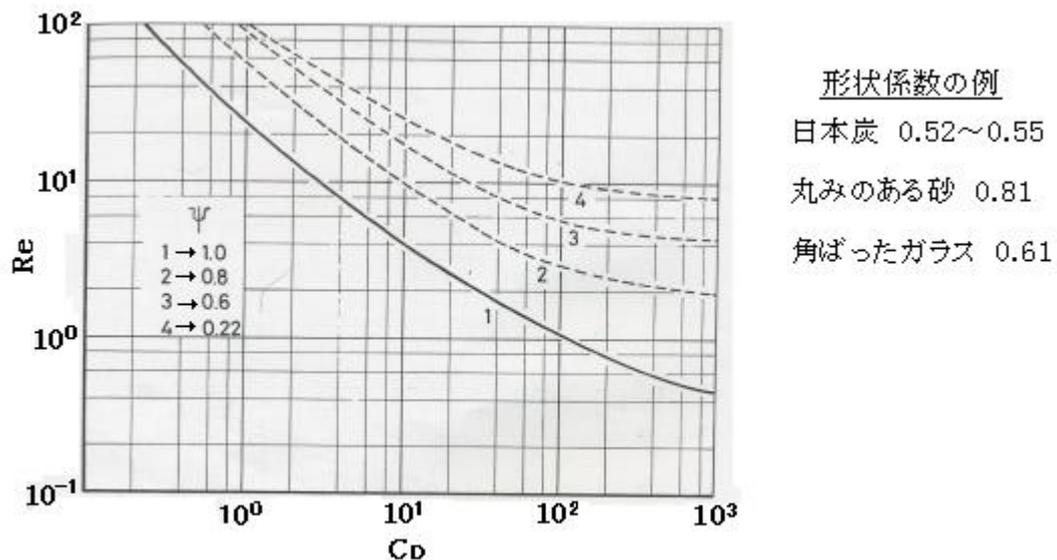


図2.26 不規則粒子の $Re-C_D$ 関係

③の容器壁面干渉下の沈降速度について⁽¹⁾⁽²⁾。①及び②は無窮大容器中の単一粒子の沈降速度(即ち理想状態の沈降速度あるいは自由沈降速度)に関する情報である。単一粒子が管路内を沈降/上昇して流れる場合、粒子-管壁間の流速分布によって干渉がおきて、理想状態とは異なった沈降速度になる。

$Re < 500$ 以下ではこの干渉効果を考える必要はないが、粗大粒子であって $Re > 500$ になる場合は、次式によって沈降速度を補正する必要がある。

$$U_f' = U_f \{1 - (d/D)^m\} \quad \text{-----(2-13)}$$

ここで U_f' = 干渉効果を考慮した沈降速度(m/s)、 U_f = 単一粒子の理想状態の沈降速度(m/s)

m = 指数($R_e < 1$ の時 2.0、 $R_e > 500$ の時 1.5、 $1 \leq R_e \leq 500$ の時 1.5~2.0)

④の液中における粒子群の沈降速度について⁽¹⁾⁽²⁾。単一粒子と違ってスラリー中の粒子群の沈降粒子間の干渉によって減速される。この干渉の効果は空間率 ε の関数 $[\phi(\varepsilon)]$ で表わされるので、沈降速度の基本式(2-8)式は

$$U_f' = [(4/3)(gd_m/C_D)(\rho_s/\rho_l - 1)/\phi(\varepsilon)]^{1/2}$$

となる。これは無限容器(理想状態)における式で、実際は有限容器になるので、容器に対する絶対沈降速度は、 $[(1-\varepsilon)U_f' = \varepsilon(U_f'' - U_f')] \rightarrow [U_f' = \varepsilon U_f'']$ なので、

$$U_f' = [(4/3)(gd_m/C_D)(\rho_s/\rho_l - 1)\{\varepsilon^{2/\phi(\varepsilon)}\}]^{0.5} = U_f'' \{\varepsilon^{2/\phi(\varepsilon)}\}^{0.5} \quad \text{-----}(2-14)$$

ここで d_m = 粒子群の平均粒径(m)

になる。 U_f' 式についてはいろいろの式が提案されているが、以下その代表例を示す。また併せて機工便覧に記載される粗粒子の式を示す。

まず非凝集/凝集性の高濃度スラリーの場合。次の3つの Steinour の式による⁽²⁾。

・ 球粒子で層流域($R_e < 0.3$)で $0 < C_v < 0.7$ の時： $U_f' = U_f(1 - C_v)^2 \cdot 10^{-1.82C_v}$ -----(2-15a)

・ 球粒子で層流域($R_e < 0.3$)で $0.3 < C_v < 0.7$ の時： $U_f' = U_f \cdot 0.123(1 - C_v)^3 / C_v$ -----(2-15b)

・ 不定形粒子で層流($R_e < 0.3$)の時： $U_f' = U_f \{(1 - C_v - W_i) / (1 - W_i)\}^2 \cdot 10^{-1.82C_v / (1 - W_i)}$ ----(2-15c)

ここで、 C_v = 固体体積濃度(-)、 W_i = 付着水を考慮した粒子容積の補正係数

金剛砂の場合、分散スラリーでは [$d_m = 10 \mu$ の時 $W_i = 0.168$ 、 $d_m = 76 \mu$ の時 $W_i = 0.22$]、また凝集スラリーでは [$d_m = 4.6 \mu$ の時 $W_i = 0.35$ 、 $d_m = 9.6 \mu$ の時 $W_i = 0.29$ 、 $d_m = 12.2 \mu$ の時 $W_i = 0.27$]である。

ここで、 $d_m \rightarrow$ (2-14)式に同じ

主に球形粒子の整粒系スラリーで濃度 $C_v < 0.3$ の場合。以下のリチャードソンらの式による⁽²⁾。

$$U_f' = U_f(1 - C_v)^n \quad \text{-----}(2-16)$$

ここで 球形粒子： $n = 4.65 + 19.5(d_m/D)$ ($R_e < 0.2$ の時)

： $n = (4.36 + 17.6d_m/D)R_e^{-0.03}$ ($0.2 < R_e < 1$ の時)

： $n = 4.45R_e^{-0.1}$ ($1 < R_e < 500$ の時)

： $n = 2.39$ ($500 < R_e < 7000$ の時)

非球形粒子： $n = 2.7(d_m^3/d_{pm}^3)^{0.16}$

ここで d_m = 平均粒子径(mm)、 d_{pm} = 平均投影平均径(mm)、 C_v = 固体体積濃度(-)

粒度構成の異なるスラリーで石炭/岩石類の場合。以下のスモルドイレフ式による⁽²⁾。

・ 主に微細粒のスラリー： $U_f' = U_f \{(1 - C_v)^3 / \{6C_v + (1 - C_v)^2\}\}$ ($R_e < 1$ の時) - -----(2-17a)

： $U_f' = 5\{1 - 0.2\log(R_e)\}$ ($1 < R_e < 450$ の時) -----(2-17b)

・ 主に細/粗粒のスラリー： $U_f' = U_f(1 - C_v)^{2.5}\{1 - (d_m/D)^2\}$ -----(2-17c)

・ 主に粗粒のスラリー： $U_f' = U_f(1 - C_v)^2\{1 - (d_m/D)^2\}$ -----(2-17d)

濃度範囲による空隙率関数を適用する場合。以下の白井らの式による⁽²⁾。

・ $0.25 < C_v < 0.7$ のとき： $U_f' = U_f \{(1 - C_v)^3 / (6C_v)\}$ or $U_f' = U_f [4(1 - C_v)^2 \cdot 10^{-1.82C_v} / 3]$ ---(2-18a)

・ $C_v < 0.25$ のとき： $U_f' = U_f(1 - C_v)^{4.65}$ -----(2-18b)

粒子群の抗力係数による場合。以下は機工便覧⁽¹⁾に記載されている。単一粒子の抗力係数の代わりに次の抗力係数 C_{De} を使用する。但し $2 < d_m < 50(\text{mm})$ 、 $25 < D < 250(\text{mm})$ 、 $q < 0.24$ の範囲。

$$C_{De} = \{ [1 - (d_m/D)^2] \exp\{-4q/(1+q)\} \}^{-2} C_{Dm} \quad \text{-----(2-19)}$$

ここで $d_{em} \rightarrow$ (2-14)式に同じ、 $q =$ 管内体積濃度(-)、 $C_{Dm} =$ 平均粒径 d_m の場合の抗力係数(-)

[(2-16),(2-17),(2-19)式の場合には③の容器壁面干渉効果が含まれているような気がする。]

(補4) ②の修正フルード数による区分について

これは統計量(客観数値)によって区分するもので、JSME 機工便覧には、規準となる統計量として次の2つが紹介されている。

粒子速度ベクトルの偏角の変動強度によるもの あるいは 粒子間衝突による流動音によるもの

図 14.15、図 14.16 は、粒子基準の修正フルード数(F_{rm})を尺度にこれらを表わしたもので、

$0.35 < F_{rm}^2 < 0.8 \rightarrow$ 堆積層を伴う流れ

$0.8 < F_{rm}^2 < 2.5 \rightarrow$ 摺動層を伴う流れ

$2.5 < F_{rm}^2 \rightarrow$ 非均質流れ

ということになる。なお修正フルード数は以下のように定義される。

$$F_{rm}^2 = U_m^2 C_D^{0.5} / \{gD(s-1)\} \quad \text{ここで記号} \rightarrow \text{全般定義による}$$

[修正フルード数 F_{rm} は容易に得られるので、流動様式の判定は簡単になるが、データとしては限定的で、統計量としてはまだ不足するのではないかと思える。]

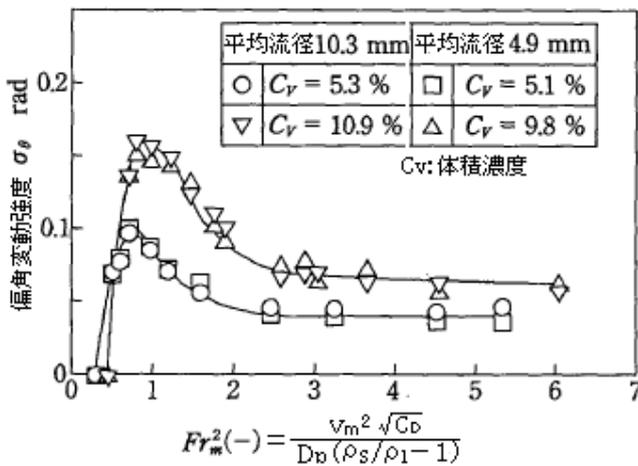


図14.15 粒子速度ベクトルの偏角の変動強度と修正フルード数の関係
文献(1)引用

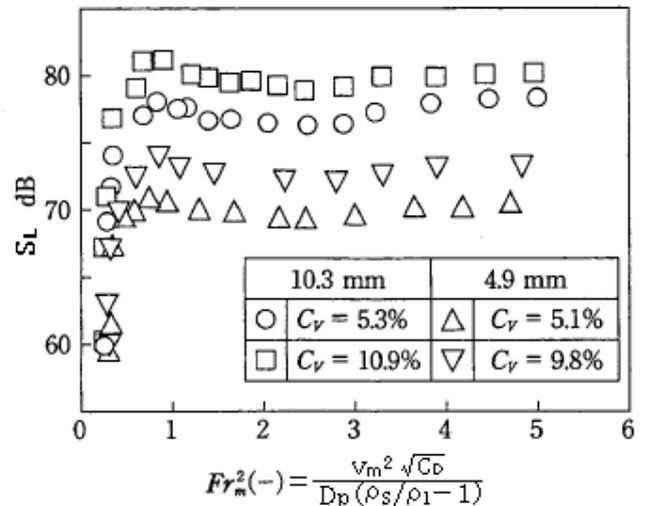


図14.16 沈降性固液二相流における流動音の音圧レベルと修正フルード数との関係 (文献(1)引用)

(補5) 基準速度に関する補足

(1)文献(2)の実用化技術資料には、以下のような種々の基準流速の式が紹介されている。

(a) 堆積開始限界速度 $V_1 (=$ 堆積速度 $v_{01}?)$:

① $V_1 = F_1 \{2gD(s-1)\}^{0.5}$

F₁については Condolios ら → 図 3.3 (砂 - 水)

Girbert,Graf → 図 3.4 (砂 - 水、石炭 - 水、鉄 - 灯油、ナイロン - 水)

- ② スマイルズイレフ) $V_1 = C'' \{ f_m C_v g D (s - 1) \}^{0.5}$ ← 粒径 1.5mm 以上
 $V_1 = C' (D^{0.5} / d_m^{0.25}) \{ C_v (s - 1) U_f \}^{0.5}$ ← 粒径 0.05~2mm
 ここで、F₁=限界フルード数(-)、g = 重力加速度(9.807m/s²)

C'' = 定数(D < 250mm のとき C'' = 7~8、D = 250~500mm の場合 C'' = 8~9)
 C' = 定数 8~9、C_v = スラリー濃度(-)、D = 管径(m)、d_m = 平均粒径(m)
 f_m = 係数(表 3.1)、s = 比重(= ρ_s / ρ_l)、R_e = 粒子レイノルズ数(-)、
 U_f' = 干渉沈降速度(m/s)(= (1 - C_v)ⁿ U_f)、n = 5(1 - 0.2logR_e)
 U_f = 自由沈降速度(m/s)

特に、図 3.4 を用いた①の式はよく使用されているようである。

(b) 遷移速度 V_B(=浮遊限界速度 v₁₂) :

水平管(θ = 0°) → V_B = 17U_f (by Newitt)、V_B = 18U_f (by 野田)

傾斜管(θ = 30°) → V_B = 15U_f (by 野田)

傾斜管(θ = 60°) → V_B = 12U_f (by 野田)

ここで、V_B = 遷移速度(m/s)、U_f = 自由沈降速度(m/s)

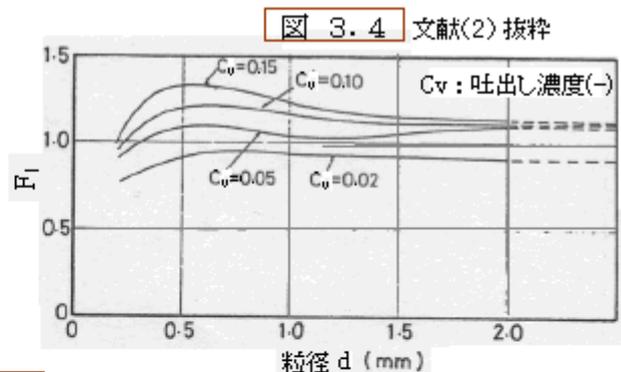
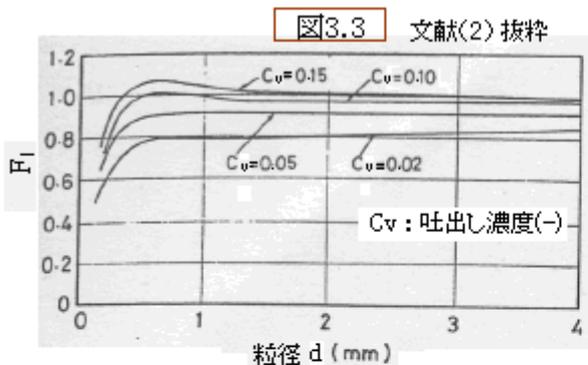


表3.1 文献(2) 抜粋

固体粒子の種類	f _m 値
破碎したての尖った へりの多い岩	0.7~0.6
柔らかい岩石(ぼた)	0.6~0.5
輸送でまるまった岩石	0.45~0.3
粉碎石炭	0.3~0.2
無煙炭	0.2~0.1

(2) 文献(3)の JSME 技術資料にも、以下のような基準流速式が紹介されている。

(a) 堆積開始限界速度 v₁(=堆積速度 v₀₁) :

① $v_1 = F_1 \{ 2gD(s - 1) \}^{0.5}$ ← 実用化資料に同じ

② $v_1 = \{ 40C_v g D (s - 1) / C_D^{0.5} \}^{0.5}$ ← by Zandi

ここで、F₁= 限界フルード数、C_v=吐出し濃度(-)、s = 比重(= ρ_s / ρ_l)、C_D=粒子の抗力係数(-)
 なお ②の式は、D=25~610mm、粒径 0.07~12.7mm、s=1.18~4.6、C_v=0.5(50%)以下の場合

(b) 浮遊限界速度 v_{sv} (=浮遊限界速度 v_{12}) :

① $v_{sv}=17U_f$ ← 実用化資料に同じ

② $v_{sv}=2.9\{gD(s-1)\}^{0.5}$ ←by 鮎川

ここで、 U_f' =浮遊限界速度(m/s)、 U_f =自由沈降速度(m/s)、その他記号は上記に同じ。

(c) 均質流限界速度 v_H (=遷移速度 v_{23})

$$v_H=\{1800gDU_f'\}^{1/3} \quad \leftarrow \text{by Newitt}$$

以上において $v < v_1 \rightarrow$ 堆積流、 $v_1 < v < v_{sv} \rightarrow$ 摺動流、 $v_{sv} < v < v_H \rightarrow$ 非均質流、 $v > v_H \rightarrow$ 擬均質流

(補6) 水平管路の摩擦損失について(5)(6)

比重 s の粒子が管内体積濃度 q で管底を摺動しながら移動している場合、管壁に生じる摩擦力 F は

$$F = \mu_s W_s' = \mu_s \rho_l g(s-1)V = \mu_s (\pi D^2/4)L q(s-1) \rho_l g$$

また粒子輸送の際の管長 L の区間での圧損を ΔP 、液単相流の圧損を ΔP_l とすれば、粒子を動かすための付加力 P は、

$$P = (\pi D^2/4)(\Delta P - \Delta P_l)$$

F と P は釣り合っているので、 $F=P$ とおいて、

$$(\Delta P - \Delta P_l) = \mu_s L q(s-1) \rho_l g \rightarrow i - i_l = \mu_s q(s-1)$$

$i_l = \lambda U_m^2/(2gD)$ 、 $m = q/C_v$ とすれば、

$$(i - i_l)/(i_l C_v) = (2m \mu_s / \lambda) [U_m^2 / \{gD(s-1)\}]^{-1} = \phi$$

$$\rightarrow \phi = (i - i_l)/(i_l C_v) = (2m \mu_s C_D^{0.5} / \lambda) [C_D^{0.5} U_m^2 / \{gD(s-1)\}]^{-1}$$

ϕ は圧損係数とも呼べるパラメータで、

$$\phi = K F_{rm}^{-1} \quad (\text{但し } K = (2m \mu_s C_D^{0.5} / \lambda), F_{rm} = [C_D^{0.5} U_m^2 / \{gD(s-1)\}])$$

($K = 2m \mu_s C_D^{0.5} / \lambda$)のうち、 $m \mu_s$ は可変パラメータで摺動によって変化するのでこれをみている。

まず、 U_m が臨界速度 v_c を越えると摺動がはじまるが、粒子速度には遅れがあるので $m > 1$ で、摩擦係数 μ_s も大きい。多分、 $K (= 2m \mu_s C_D^{0.5} / \lambda)$ はかなり F_{rm} の変化に寄与すると思われる。

さらに U_m が増加しフルード数 F_{rm} が大きくなると、粒子速度がアップして管内濃度がダウンすると、濃度比 m は減少して1に近づくが、この場合、寺田氏のいう $m \mu_s \propto F_r^{-0.5}$ の傾向が現れるので大雑把にみて $\phi \propto F_r^{-1.5}$ とみてよい。さらに流速が増え F_r が大きくなると $m=1$ に、また粒子挙動が安定して $\mu_s = \text{一定}$ になって、 $m \mu_s \rightarrow \text{一定}$ に近づき、 $\phi = K F_r^{-1}$ に収束するとみてよい。

パラメータ $(2m \mu_s / \lambda)$ が F_{rm} と関連していることは確かである。2.1 項で示した Durand らの式も

$$\text{摺動層を伴う流れ \& 非均質流れにて} \rightarrow \text{圧損パラメータ } \phi = K F_{rm}^{-n}$$

としている。Durand 式は研究者によって係数 K と指数 n がばらつくが、指数 n は -1.5 辺りに落ちつく傾向がみられ、Durand らの式はこの不安定な流域の圧損を、かなり言い当てているようだ。

(補7) 水平管路の圧損係数式(その他の例)

(1) Newitt の式。(4-3)式の圧損係数 ϕ として下記の式が提案されている。

摺動層を伴った流れ： $\phi = 66(s-1)(gD/U_m^2)$

砂(径 1.98/3.1/3.8mm、比重 2.6)、石炭(径 2.28/5.96mm、比重 1.4)の場合

摺動層を伴わない非均質流： $\phi = 1100(s-1)(gDU_f/U_m^3)$

砂(径 0.21/0.48/0.76mm、比重～2.6)、プラスチック(径 0.58/1.1/1.98mm、比重 1.18)

石炭(径 1.32mm、比重 1.4)の場合

ここで U_f = 自由沈降速度(m/s)(あるいは干渉沈降速度?)、他の記号→全般定義に同じ

(2) 寺田の式。(4-3)式の圧損係数 ϕ として下記の式が提案されている。

粗粒群(径 1.5～2.0mm 以上)： $\phi = 8.5(\mu_s/\lambda)[U_m^2/\{gD(s-1)\}]^{-1.45}$

鉱物質粒群－金属管： $\phi = (2.25/\lambda)[U_m^2/\{gD(s-1)\}]^{-1.45}$

植物質粒群(木片/ゴム等)： $\phi = (0.82/\lambda)[U_m^2/\{gD(s-1)\}]^{-1.45}$

粗粒－中粒群(径 0.15～2mm)： $\phi = (2.4/\lambda)[C_{Dm}^{0.5}U_m^2/\{gD(s-1)\}]^{-1.45}$

ここで μ_s = 固体粒子-管の摩擦係数(石炭粉 0.2～0.3、丸み岩石 0.3～0.45、柔かい岩石 0.5～0.6、
破碎した縁の尖った岩石 0.6～0.7)

λ = 液单相流の時の管摩擦損失係数(by Moody)、他の記号→全般定義に同じ

なお、粒径 0.15～2mm では、 $\lambda = 0.02$ とすれば $\phi = 120[C_{Dm}^{0.5}U_m^2/\{gD(s-1)\}]^{-1.45}$ となって
4.1 項(2)の②の Durand らの式に類似している。

(3) 八木らの式。下記のスラリーの水力勾配 i の式が提案されている。

$$i = \{1 + (\mu_s/\lambda)(2q/F_D)\} \cdot i_1$$

$$F_D = U_m^2/\{gD(s-1)\}$$

$$\mu_s = (\lambda/C_{Dm}^{0.5})(K'/2)[C_{Dm}^{0.5}U_m^2/\{gD(s-1)\}]^{m'+1}$$

$$q = (1/2) [(1 - 1/\phi_0) + \{(1 - 1/\phi_0)^2 + (4C_v/\phi_0)\}^{0.5}]$$

$$\phi_0 = 1.3[C_{Dm}^{0.5}U_m^2/\{gD(s-1)\}]^{-1.4}$$

ここで q = 管内体積濃度(-)、 λ, μ_s → 前項(2)に同じ、 C_{Dm} = 平均抗力係数(-)、
 K', m' = 係数(下記)、他の記号→全般定義に同じ

	ϕ	K'	m'
砂	$\phi < 3$	100	-1.55
	$\phi > 3$	180	-2.09
砂利	$\phi < 3$	98	-1.16
	$\phi > 3$	138	-1.46

(4) 鮎川・越智の式。下記に ΔP 式が提案されている。

$$\Delta P = (\lambda + \lambda_s)(L/D)(\rho_1 U_m^2/2)$$

$$\lambda_s = \{1.8gD\mu_s(s-1)/U_f^2\}(d_m/D)^{-0.707}(F_D^{-2.72} \cdot C_v)$$

$$F_D = U_m^2/\{gD(s-1)\}^{0.5}$$

ここで ΔP = 管摩擦圧損(Pa)、 λ_s = 付加損失係数(-)、 λ, μ_s = 前項(2)に同じ、 L = 管長(m)、
他の記号→全般定義に同じ

(5) Kriegel/Brauer の式。高濃度($C_v < 50\%$)まで適用できる下記の式が提案されている。

$$\Delta P = (\lambda + \lambda_s)(L/D)(\rho_1 U_m^2/2)$$

$$\lambda_s = 0.282 C_v (s-1) \{U_f/(g\nu)\}^{1/3} \{U_m^2/(gD)\}^{-4/3} \{1 + 2.7(C_v/C_{vmax})^4\}$$

ここで C_{vmax} = 吐出し濃度の最大値(-)、 ν = 液相の動粘度(m²/s)、他の記号→前項(4)と同じ

(補8) 加速損失について⁽⁶⁾

液中で粒子を加速させるための力は、オイラの式 $F = m\alpha$ より

$$\Delta p_a A = \{Q_s \rho_1 (s-1)\} u'$$

ここで Δp_a = 加速に要する液の圧損、 Q_s = 固体粒子流量、 ρ_1 = 液体の密度、 s = 粒子比重、 u' = 粒子群の速度変化量、 A = 管断面積、

この式に液速度 U をかけ、 $AU = Q$ (液流量) とすれば、

$$\Delta p_a Q = \{Q_s \rho_1 (s-1)\} U u' \rightarrow \Delta p_a = (2u'/U)(Q_s/Q)(\rho_1 U^2/2)$$

吐出し濃度 $C_v = Q_s/(Q + Q_s)$ とし、 $(2u'/U) = \zeta_a$ とすれば、

$$\Delta p_a = \zeta_a \{C_v/(1-C_v)\}(\rho_1 U^2/2)$$

この圧損式で、 ζ_a は通常 $u' \leq U$ で最大 2、また修正密度 $\rho' = \rho_1(s-1)$ も余り高くないので、加速損失 Δp_a は摩擦損失に比べてかなり小さい。

(補9) スラリー輸送の最適輸送条件について⁽⁷⁾

スラリーの最適輸送条件(→最適輸送速度)については、まだ十分な情報を得ていないが、文献(7)は輸送目的別に経済流速を導いており設計的に有効である。以下その導入過程と結果をメモしておく。

(1) まず濃度一定のスラリー(固液混合物)の輸送動力を最小にするには、スラリー流速 U_m を臨界流速 v_c に近づけるのがよい。何故なら、臨界流速で圧損即ち動力は最小になるからである。さて U_m が多少 v_c を越えた辺りで一般に、圧損係数 $\phi = K F_{rm}^{-1.5}$ の傾向がみられる(補6参照)。ここで K を ϕ_1 に置き換え、水力勾配 i の式を次のように変形する。

$$i = i_1(1 + C_v \phi_1 F_{rm}^{-1.5}) = i_1(1 + C_v K' U_m^{-3}) \quad \text{ここで } K' = \phi_1 \{gD(s-1)\}^{1.5}$$

液の水力勾配 $i_1 = \lambda U_m^2/(2gD) = \beta U_m^2$ とおけば、この式は $i = \beta U_m^2 + \beta C_v K' U_m^{-1}$ になる。ここで、 i の最小値は $(di/dU_m) = 0$ とおいて得られ、そのときの U_m が臨界値 v_c になる。即ち

$$di/dU_m = 2\beta U_m - \beta C_v K' U_m^{-2} = 0 \rightarrow U_m = v_c = (C_v K'/2)^{1/3} = (C_v \phi_1/2)^{1/3} \{gD(s-1)\}^{1/2}$$

この式を上記の i 式に代入して、臨界点の水力勾配 i_c を求めると、

$$i_c = [1 + C_v K' \{2/(C_v K')\}] i_{1c} = 3 i_{1c} \rightarrow i_c/i_{1c} = 3$$

設計的には v_c はギリギリでリスクがあるので、実際の流速を臨界速度の 15~30% アップに設定すれば設計水力勾配 (i_p) および水力勾配比 (i_p/i_{1p}) は次のようになる。

$$i_p = \{1 + C_v K' \{2/[(1.15^3 \sim 1.3^3) C_v K']\}\} i_{1p} = (1.91 \sim 2.32) i_{1p} \rightarrow i_p/i_{1p} = 1.91 \sim 2.32$$

(2) 次に、濃度一定のスラリー(固液混合物)の輸送量を最大にするには、スラリー U_m を最大にすればいい。しかしやたら U_m を大きくすると水力勾配 i が大きくなり動力が増えるので、[スラリー輸送量/所要動力] (U_m/i) が最大になるよう U_m を設定すれば輸送量を効率的に最大化できる。以下。

$$i = i_1(1 + C_v K' U_m^{-3}) \rightarrow i/U_m = \beta U_m + \beta C_v K' U_m^{-2}$$

これを U_m で微分して零とおけば、[勾配(動力)/輸送量] を最小にする経済輸送速度 U_e が得られる。

$$d(i/U_m)/dU_m = \beta - 2\beta C_v K' U_m^{-3} = 0 \rightarrow U_m = U_e = (2C_v \phi_1)^{1/3} \{gD(s-1)\}^{1/2}$$

前(1)項の結果 $[v_c = (C_v \phi_1/2)^{1/3} \{gD(s-1)\}^{1/2}]$ を用いて、経済輸送速度と臨界速度との比をとれば、

$$U_e/v_c = (2C_v \phi_1)^{1/3} / (C_v \phi_1/2)^{1/3} = 4^{1/3} = 1.59$$

U_e は、通常的设计流速(1.15~1.3) v_c を越えおり、実質の上限値になる。故にこれ以上は不経済になる。 U_e を用いてそのときの圧力勾配 i_e を求めると、

$$i_e = (1 + C_v K' U_e^{-3}) i_{le} = \{1 + C_v \phi_1 / (2C_v \phi_1)\} i_{le} = 1.5 i_{le} \rightarrow i_e/i_{le} = 1.5$$

更に $i_{le}/i_{lc} = (U_e/v_c)^2 = 1.59^2 = 2.53$ 、 $i_e/i_{lc} = (i_e/i_{le})(i_{le}/i_{lc}) = 1.5 \times 2.53 = 3.79$ 、また $i_c/i_{lc} = 3$ であるから

$$i_e/i_{cr} = (i_e/i_{lc})(i_{lc}/i_c) = 3.79/3 = 1.26$$

(3) 次にスラリー(固液混合物)中の粒子輸送量を最大にするには単純に流速を高くすればいいが、圧損及び所要動力が増えて効率的でない。むしろ濃度 C_v をアップして最小流速の臨界速度 v_c で送る方が得策と思われる。これは、一定の粒子輸送量 $Q_s = C_v U_m A = Q_s' A$ ($\rightarrow Q_s' = C_v U_m$)を考えれば、 C_v をアップして U_m を減じることに等しい。 $i = i_l(1 + C_v K' U_m^{-3})$ において、 $C_v = Q_s' / U_m$ であるから、

$$i = i_s = i_l(1 + K' Q_s' U_m^{-4}) = \beta U_m^2 + \beta K' Q_s' U_m^{-2}$$

U_m で微分して0とおけば、水力勾配を最小にする $U_m (\rightarrow U_{sc})$ が得られる。

$$di_s/dU_m = 2\beta U_m - 2\beta K' Q_s' U_m^{-3} = 0 \rightarrow U_m = U_{sc} = (K' Q_s')^{1/4}$$

U_{sc} は粒子輸送量一定のときの臨界速度である。これを i_s 式に代入してその時の水力勾配が得られる。

$$i_{sc} = \{1 + K' Q_s' / K' Q_s'\} i_{lc} = 2i_{lc} \rightarrow i_{sc}/i_{lc} = 2$$

また、 U_{sc} における Q_s' は 前述の式から $Q_s' = U_{sc}^4 / K' = U_{sc}^4 / [\phi_1 \{gD(s-1)\}^{3/2}]$

故に U_{sc} における固体粒子輸送量 Q_s および吐出し濃度 C_v は、

$$Q_s = A Q_s' = A C_v U_{sc} = A U_{sc}^4 / [\phi_1 \{gD(s-1)\}^{3/2}] \rightarrow C_v = U_{sc}^3 / [\phi_1 \{gD(s-1)\}^{3/2}]$$

また、 $i_{sc} = i_{lc}(1 + C_v K' U_{sc}^{-3}) = 2i_{lc}$ であるから

$$C_v K' U_{sc}^{-3} = 1 \rightarrow U_{sc} = (C_v K')^{1/3} \rightarrow U_{sc}/v_c = (C_v K')^{1/3} / (C_v K'/2)^{1/3} = 2^{1/3} = 1.26$$

即ち、粒子量一定のときの臨界速度 U_{sc} は濃度一定の時の臨界速度 v_c の1.26倍である。これは通常的设计流速(1.15~1.3) v_c の上限に近くなっている。

引用文献)

- (1) 機械工学便覧 流体工学 14.3 固液2相流
- (2) 「スラリー輸送システム実用化技術資料集」 スラリー輸送研究会編 (日本技術経済センタ)
- (3) JSME 技術資料「管路ダクトの流体抵抗」11.2 固液二相流
- (4) R. B. Blevin 「Applied Fluid Dynamic Handbook」6.8.3 Solid-Liquid Two-phase Flow
- (5) 「Critical Velocity in Pipeline Flow of Slurries」 A.R. Oroskar et.al (AIChE.J Vol26 No.4-1980)
- (6) 「固体の水力輸送の力学的取り扱い」池森 機械学会誌 Vol. 66 No.537 (1963)
- (7) 「固体粒子の水力輸送における最適輸送条件」宮江 日本機械学会論文集 40巻 333号(S49)
- (8) 寺田「固体混合液の管路輸送」(理工図書)