

【整番 FE-03-TM-102】	【標題】 臨界流に関する情報
分類：流れ(2相流)/種別：技術メモ	作成年月：H23.8/改訂：Ver0.0 (H23.8) 作成者：N.Miyamoto

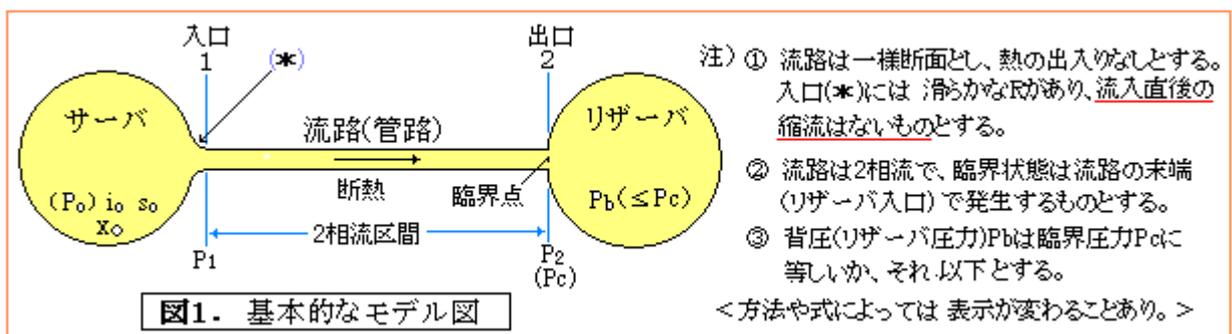
全 18 枚

## 0. はじめに

臨界流は閉塞(チョーク)状態で流れる二相流をさす。この2相流動は、動力プラントで重要である。特に原子力プラントではLOCA(炉心冷却材喪失事故)に関わる重要なイベントであり、容器壁貫通や配管破断による内容物の漏洩/漏出およびこれに伴う2次的イベントについて長年、追究がなされてかなり特化した議論になっている。従って、ごく一般的なプラント設備技術を志向する本TSの趣旨からはかなり遊離しており難しすぎる。しかし一般プラントでも漏洩/漏出の問題は決して無視できるわけではないし、ボイラ/タービン設備ではフラッシングフロ-や高温水の回収/排出などの操作が介在するので、非常にrareな技術課題とも言い切れない。少なくとも1960~1980年代にオープンされた基本的な技術情報は、一般プラントの設備設計でも有効ではないかと思う。そこで、これらのやや古い情報をメインにして臨界流に関するBasicな知見をまとめてみた。その場合、3つほどのテキストを用いているが、内容的には赤川先生がよく書かれたテキストから設計に有効と思われる部分を採取した形になってしまった。少し偏りはあるのかも知れないが、一応このTSを止まり木にして、関連する有用な知見を積み重ねていきたい。

## 1. 臨界流とそのモデル

- (1) 臨界流を考えるうえでの基本的なモデル(イメージ)を以下に示す。サーバの飽和水(液)はフラッシュしながら流路(管路とも)を通過してリザーバに放出される。流路の流れは二相流であり、流路末端(リザーバ入口)でその流量が飽和してこれ以上増加しない状態にあるとき、これを臨界流とする。



- (2) 流路の二相流には気相部分が含まれるので液流れに比べて圧縮性があり、圧縮性流れに似ている。圧縮性流れの特徴は流路末端で音速に達しチョークすることである。等エントロピ変化を仮定すればチョーク状態では、

$$\text{臨界圧力} : P_c = \{2 / (\gamma + 1)\}^{\gamma / (\gamma - 1)} P_0, \quad \text{臨界流量} : W_c = F a / v_c$$

ここで、 $P_0$  = サーバ圧(元圧)、 $F$  = 出口面積、 $a, v_c$  = 流路末端の音速, 比容積

臨界圧力が容易にわかるで、流路末端の状態( $a, v_c$ )がわかり、臨界流量が得られる。

然るに、二相流の場合は、比熱比が定義できず臨界圧力が固定されないうえに、

- 気液の空間的に分布が一樣でない(多様な流動様式)
- 気相-液相間に速度差あり(スリップの存在)
- 熱力学的な不平衡あり(等エンタルピでない)

などの理由で、密度、限界速度が定まらず(気液間に速度差があつて音速と限界速度の対応がとれず)、

また等エントロピ仮定も誤差を誘導する。即ち二相流の臨界圧力、臨界流量の推算は、臨界クオリティ臨界乾き度)の推算も含めて、かなり難しくなる。

(3) 流路の2相流の臨界流れモデルをどうするかで、臨界圧力/流量は変わる。理論モデルには、

- 均質流モデル
- 分離流モデル(2流体モデル—層状流/波状流/環状流)
- 気泡流モデル(スリップ比考慮)
- 環状噴霧流モデル

があるが、均質流/分離流以外の情報は不足しているのでここでは触れない。均質流モデルは、単相の圧縮性流れとの類縁性をベースにしており簡便性があるが、前述のような二相流動の特異性があるため精度が劣る。一方、分離流モデルはスリップ比を考慮しており、均質流より厳密で実験とのマッチングがよい。

(4) 今まで、実に多くの臨界流量等の推算方法が提案されている。それはいずれも流量式ないし連続式/エネルギー式運動量式を、ある臨界条件のもとで解いて得られる[詳しくはテキスト(1)による]。

本TSではそれら推算方法のうち、主要なものをピックアップしてそのサマリーを次章以下に示す。

なおこれら推算方法は一般化されておらず、いずれもなんらかの前提条件/拘束条件をもっているので注意する必要である。推算方法に入る前に予め、これを次の表で示しておく。

分類	該当項	方法(略称)	単一成分	熱平衡性	一様流れ	摩擦無し	等エントロ
均質流 モデル	2.1(1)	単相流アナログ - (1)	○	○	○	○	○
	2.1(2)	単相流アナログ - (2)	○	○	○	○	○
	2.2(i)	二成分二相流	(2成分)	○	○	○	○
	2.2(ii)	二成分二相流	(2成分)	○	○	○	×
分離流 モデル	3.1	エネルギー式ベース	○	○	○	○	○
	3.2	運動量式ベース	○	○	—	—	×
	3.3	基礎方程式ベース	○	○	—	—	×
	3.4	熱の非平衡性考慮	○	(非平衡)	○	○	×
摩擦有り モデル	4.1	赤川の方法	○	○	○	摩擦有り	×
	4.2	ベクトル社の方法	○	○	○	摩擦有り	○×
絞り要素	5.	—	○	○	×(非一様)	○	—

(注) 熱平衡性は気相と液相の間に温度差がなく熱的にバランスした状態で、定常状態がこれに近い。

しかし例えば圧力が急変すると相間に遅れがでてかなりの影響がでる。

一様流れは一様断面を満たした流れをいう。薄刃オリフィス出口やノズル入口では流れが縮流して非一様な流れになり、臨界流量や臨界圧力に影響がでる。

摩擦無しとは壁面の摩擦が無視できるケース。これはごく短い流路で然り(例えば5D以下?)。通常の配管は摩擦モデルになるはずである。

等エントロとは推論方法の中で等エントロピ変化を仮定している場合をいう。しかし、実際の流れは等エントロピ変化ではない。ただ分離流モデルでは等エントロピ仮定の有無による影響は殆どないとされているので、特に問題視する必要はないと思われる。

## 2. 均質流モデルによる臨界流量等の推算

### 2.1 単相流とのアナロジーに基づく一成分二相流の臨界流量<sup>(1)(2)(3)</sup>

(1) 均質流モデルは2相流体をスリップのない均質流体として扱うもの。この均質流体は単一性という点で圧縮性の単相流れと類似するため、同じ扱いで臨界流量を求めることが可能である(補1参照)。

流量変化の様態は、二相流でも単相流と同じである。流路末端の背圧  $P_b$  を下げてゆくと流量は上昇するが、やがて飽和しそれ以上  $P_b$  を下げても流量は増えない。従って臨界条件は  $(\partial G/\partial P)_s=0$  で表わされ、この条件を満足する流量が臨界流量  $G_c$  で、圧力が臨界圧力  $P_c$  になる。その場合、理論流量  $G$  は末端圧力  $P(=P_2)$  に依存する形で与えられねばならない。例えば断熱状態における単相流のエネルギー式を用いると、

$$G = [(2g/A)\{(i_0 - i_l) - \{(s_0 - s_l)/(s_g - s_l)\}(i_g - i_l)\}]^{0.5} / [v_l + \{(s_0 - s_l)/(s_g - s_l)\}(v_g - v_l)]$$

ここで  $i$ =比エンタルピ(kcal/kg)、 $s$ =比エントロピ(kcal/kg K)、 $v$ =比容積(m<sup>3</sup>/kg)、  
 サフィックス 0, g, l→入口側飽和液, 出口側気相, 出口側液相  
 $g$ =重力加速度(9.807m/s<sup>2</sup>)、 $A$ =仕事の熱当量(0.002343kcal/kgm)

パラメータ  $[i_l, i_g, s_l, s_g, v_l, v_g]$  は 飽和状態の  $P_2$  によって与えられ、パラメータ  $[i_0, s_0]$  は流入する流体のポテンシャルとして与えられる。通常、流入側は Fix されているので、何の制約もなしに  $P_2$  で  $G$  を偏微分できる(実際は、物性値の読み取りがあるので数値的に偏微分する)。

算定手順は以下のようになる。

- S0. 飽和液の  $s_0, i_0$  を物性表(蒸気表)から求める。
- S1. 当初  $P_0$  より少し低めの値に  $P$  を設定しこの  $P$  の前後に  $P'=P + \delta P$ 、 $P''=P - \delta P$  を設定。
- S2.  $P'$  と  $P''$  における  $[i_g, i_l, s_g, s_l, v_l, v_g]$  を物性表から求め、これらから  $G', G''$  を計算。
- S3.  $(\partial G/\partial P)_s = (G' - G'')/(P' - P'')$  が 0 の漸近する場合、設定された  $P$  を臨界圧力  $P_c$  とする。  
0 に漸近していないときは S1 の戻り  $P$  の設定を変更して、再度、S1~S3 を繰り返す。
- S4. 決定した  $P_c$  値における  $[i_g, i_l, s_g, s_l, v_l, v_g]$  を物性表から求めて  $G$  を計算し、これを臨界流量  $G_c$  とする。更に、臨界乾き度(クオリティ)  $[x_c = (s_0 - s_l)/(s_g - s_l)]$  についても計算する。

[ただ流量  $G$  の曲線は、図 8-8 のように入口圧  $P_0$  が小さくなると平坦になり S2~S3 では数値的に微妙なジャッジになってしまう。曲線勾配を計算して  $G_c$  を求めるよりも、図 8-8 のような  $G$ - $P$  曲線を引いて勾配 0 を判定するのが確実かもしれない。多少  $P_c$  がずれても  $G_c$  の誤差は小さい。]

図 8-8~8-10 に入口状態が飽和水( $x_0=0$ )の場合について、 $G$ 、 $G_c$ 、 $P_c$ 、 $x_c$  の計算結果(例)を示す。

(2) 上記の方法では、臨界圧力  $P_c$  と臨界流量  $G_c$  がセットで得られる。もし臨界圧力  $P_c$  が既知であれば以下の式を用いて直接、臨界流量を求めることができる(補1参照)。

$$G_c = \{-1/(dv/dP)_{sc}\}^{0.5} \quad (\text{ここで } ( )_{sc} \text{ は等エントロピ変化でかつ臨界状態であることを示す})$$

$$v = v_l + x(v_g - v_l)$$

ここで  $G_c$ =臨界質量流束(kg/m<sup>2</sup>s)、 $P$ =圧力(臨界圧力廻り)(N/m<sup>2</sup>)、 $v$ = $P$  における比容積(m<sup>3</sup>/kg)、  
 $x$ = $P$  におけるクオリティ  $[=(s_0 - s_l)/(s_g - s_l)]$ 、 $s_0$ =入口飽和液の比エントロピ(J/kg K)、  
 $s_g, s_l$ = $P$  における気液相の比エントロピ(J/kg K)、 $v_g, v_l$ = $P$  における気液相の比容積(m<sup>3</sup>/kg)  
 計算手順としては、臨界圧力  $P_c$  の前後に  $P'=P_c + \delta P$ 、 $P''=P_c - \delta P$  を設定して  $P', P''$  に対応する比容積  $v', v''$  を求め、 $(dv/dP)_{sc} \rightarrow (v' - v'')/(p' - p'')$  から、臨界流量  $G_c$  を計算する。

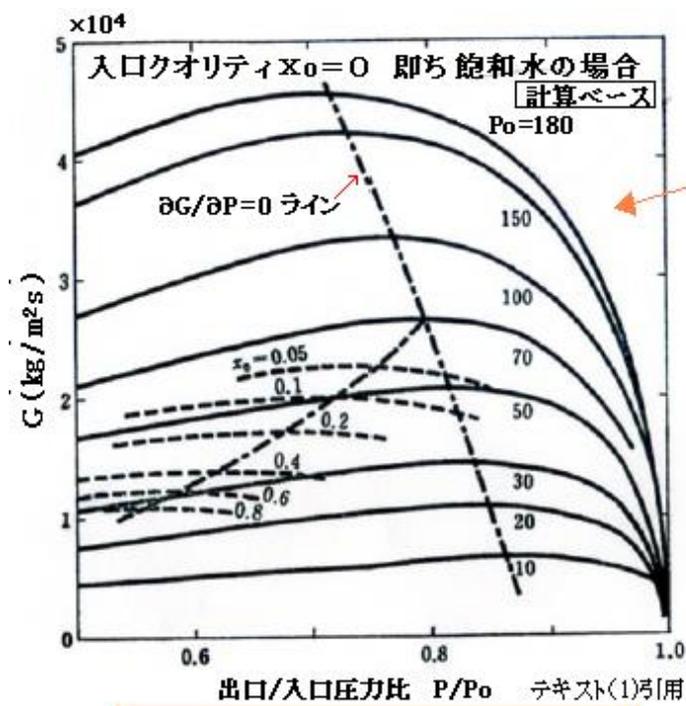


図8.8 等エントロピ変化の均質二相流の流量

(注意!) 実際の流量 計算上の流量 接線  
 $\partial G/\partial P = 0$   
 出口側サージバ圧力Pが下がってくると流量Gは上昇し、やがて飽和して増加しなくなり図の点線のように流量は固定してしまう。その流量が $G_c$ である。

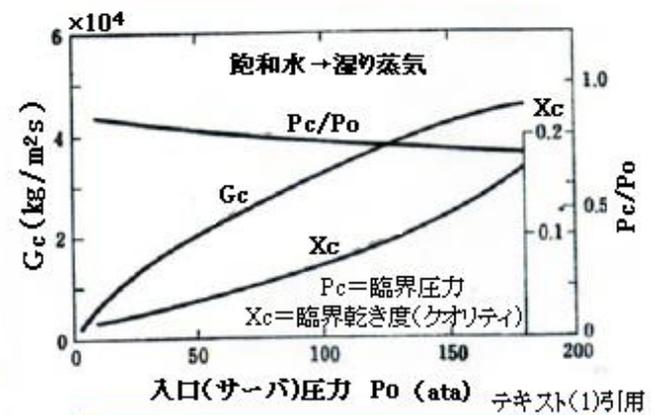


図8.9 臨界流量、臨界圧力比、臨界乾き度と初圧の関係 (均質流モデル)

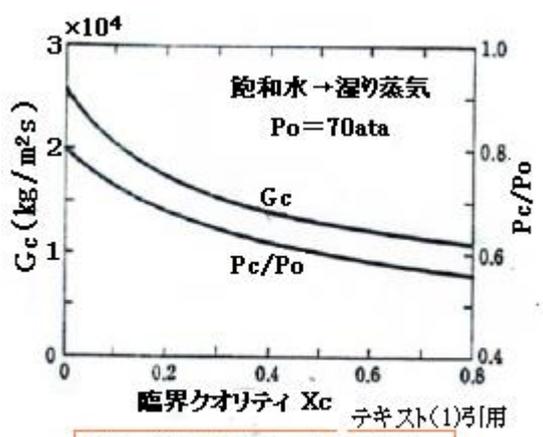


図8-10 臨界流量、臨界圧力比と入口乾き度の関係

2.2 二成分二相流の臨界流量<sup>(1)</sup>

二成分二相流とは異種流体(例えば空気-水)の混合流れを云う。その臨界流量の算定には、

- (i) 各相が等エントロピ変化すると仮定した場合、
- (ii) 相間に熱移動があり各相の等エントロピ変化はないとした場合

の2通りがある。実際の二相流で急激な圧力変化が起ると、相間の温度差が無視できないので(ii)がフィットするが、スリップによる相間の速度差などの影響があつて必ずしも(ii)の方が厳密解というわけではない。(i)(ii)の間ということになると思う。

まず(i)について。フラッシュを考えずクオリティ変化がなく一定であるとき、均質流モデルに基づく臨界流量は、次式で与えられる。

$$G_c = (1/x)^{0.5} G_{cg} = (1/x)^{0.5} (a_g/v_{gc}) \text{ ----- 乾き度ベース}$$

$$G_c = (1/f_g - 1)^{0.5} (a_g/a_l) (v_l/v_{gc})^{0.5} \text{ ----- ボイド率ベース}$$

ここで、 $G_c$  = 限界質量流束(kg/m<sup>2</sup>s)、 $G_{cg}$  = 気相单相流の臨界流量(kg/m<sup>2</sup>s)

$x$  = クオリティ(一定)  $[= 1 / \{1 + (1/f_g - 1)(v_g/v_l)\}]$ ,  $f_g$  = ボイド率

$a_g$  = 気相の音速(m/s),  $a_l$  = 液相の音速(m/s)

$v_{gc}$  = 臨界圧力における気相の比容積( $m^3/kg$ ),  $v_{lc}$  = 臨界圧力における液相の比容積( $m^3/kg$ )

なお臨界圧力については明記がないが、通常の  $P_c = \{2 / (\gamma + 1)\}^{\gamma / (\gamma - 1)} P_1$  (但し  $P_1$  = 入口圧力) で近似できると思う。更に、臨界速度は次のようになる(記号は  $G_c$  式と同じ)。

$$w_c = x^{0.5} a_g \quad \text{----- 乾き度ベース}$$

$$w_c = \{(v_{lc}/v_{gc}) / (f_g - f_g^2)\}^{0.5} a_g \quad \text{----- ボイド率ベース}$$

次に(ii)について。相間の熱移動の結果、両相に熱平衡が保たれているとして、

$$G_c = (2gT_1/A) \{x \cdot C_{pg} + (1-x)C_{pl}\} \{1 - (P_c/P_1)^{(n-1)/n}\}^{0.5} / \{x \cdot v_{g1}(P_c/P_1)^{-1/n} + (1-x)v_l\}$$

$$n = \{C_{pg}/(AR)\} [1 + \{(1-x)/x\}(C_{pl}/C_{pg})] / [\{C_{pg}/(AR)\} [1 + \{(1-x)/x\}(C_{pl}/C_{pg})] - 1]$$

$$P_c/P_1 = \{2/(n+1)\}^{n/(n-1)}$$

ここで  $T_1$  = 入口温度(K),  $P_1$  = 入口圧力( $N/m^2$ ),  $P_c$  = 臨界圧力( $N/m^2$ ),  $x$  = クオリティ(一定),  
 $n$  = ポリトロップ指数,  $v_{g1}$  = 入口の気相の比容積( $m^3/kg$ ),  $v_l$  = 液の比容積( $m^3/kg$ ),  
 $C_{pg}$  = 気相の定圧比熱(kcal/kg K),  $C_{pl}$  = 液相の定圧比熱(kcal/kg K),  
 $A$  = 仕事の熱当量(0.002343kcal/kgm),  $g$  = 重力加速度(9.807m/s<sup>2</sup>)

空気-水系の乾き度/ボイド率と臨界流量の関係を、図 8-1 と図 8-2 に示す。また空気-水系の乾き度/ボイド率と臨界流速の関係を図 8-3 と図 8-4 に示す。これらの図から次のことがわかる。

- ・ 図 8-1 や図 8-2 からわかるように、空気が少しでも入ると臨界流量は急激に低下する。
- ・ (i) より(ii)の方が臨界流量は高くなる。(i)の方は殆ど圧力依存性がない。
- ・ (ii)の場合、図 8-3 からわかるように  $x=0.2 \sim 1$  の間で臨界流速は空気音速を上回る。一方 (i)の場合は常に空気音速を下回る。

空気 - 水系の臨界圧力比( $P_c/P_1$ )と乾き度(ボイド率)の関係を図 8-6 に示す。 $(P_c/P_1)$ は 0.5~0.6 程度に落ち着く傾向がある。

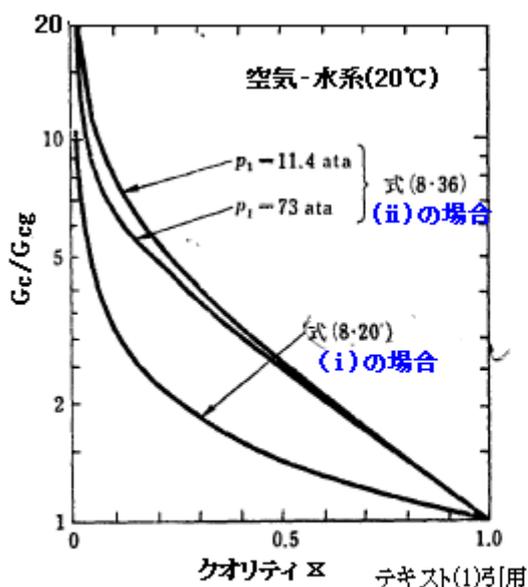


図8-1 均質二相流の臨界流量

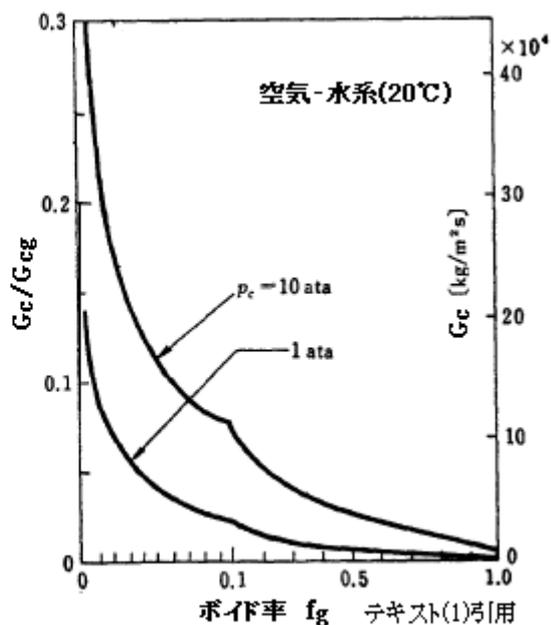


図8-2 均質二相流の臨界流量

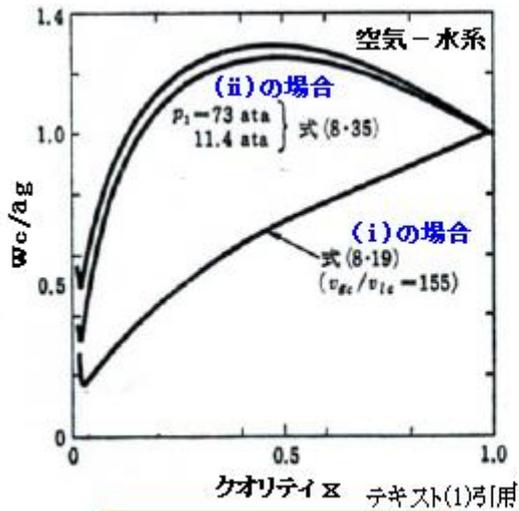


図8-3 均質二相流の臨界速度

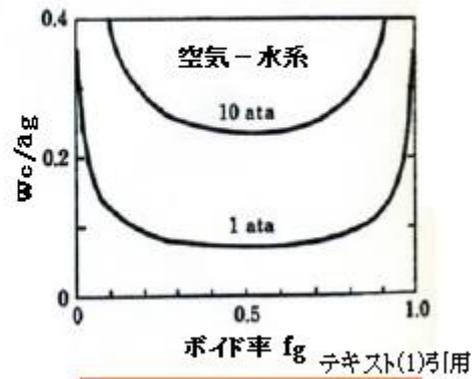


図8-4 均質二相流の臨界速度

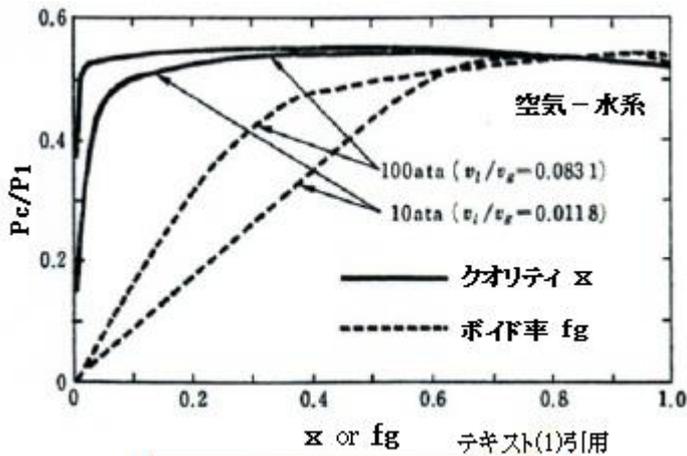


図8-6 空気-水二相流の臨界圧力比

### 2.3 均質流モデルの臨界流量の補正<sup>(1)(2)</sup>

均質流モデルによる臨界流量は実際よりかなり低めになることはよく知られている。これは、相分布の存在 / 気液間の相対速度差(slip) / 圧力変化時の熱力学的不平衡によるとされる。理論値と実際値の乖離を図 8-11 に示す。

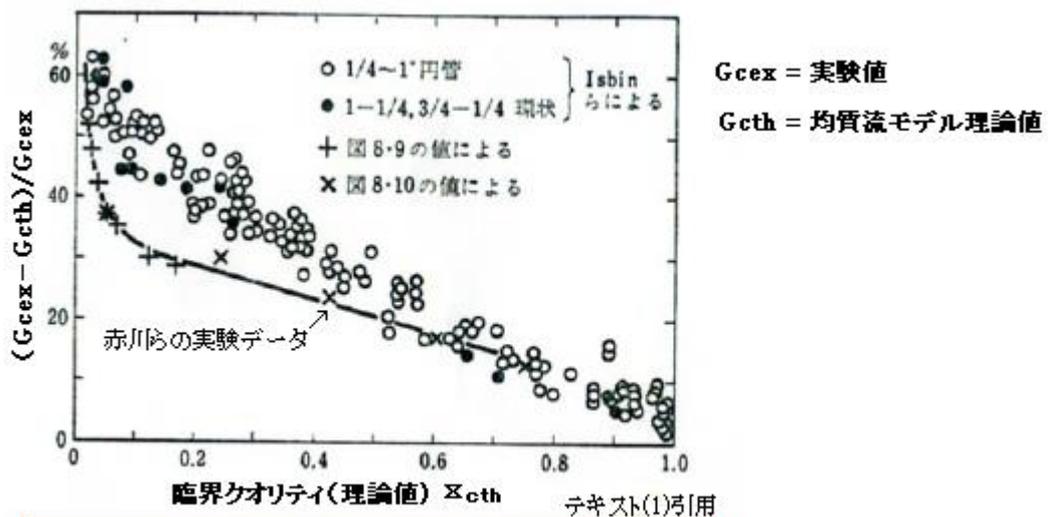


図8-11 均質平衡流モデルの臨界流量の計算値と実際値の比較

クオリティが小さく気相分が少なくなる程、誤差が広がる。エンジニアリング的には通常、臨界値を低く見積もることは安全側であるから、均質流モデルによる臨界値が採用されることもある。もしより正確に見積もる必要があるなら、次の係数を、均質流モデルの臨界流量計算値に乗じて補正すればよいと思われる。

$$G_{cex}/G_{cth}=1/(1-F) \quad \text{ここで } F=(G_{cex}-G_{cth})/G_{cex} \text{ (図 8-11 の縦軸の値)}$$

図の F 値は幅があるが、多少の裕度を持たせる意味で赤川氏のデータ(実線)を採るのがよいと思う。

### 3. 分離流モデルにおける臨界流量の推算

均質流には相関の相対的速度差の問題があり、分離流モデルが精度的にも有利である。分離流(即ち層状流/波状流/環状流)モデルは気相と液相を分離的に扱うもので、様々なアイデアがある。ここではその有力なものを紹介する。

#### 3.1 エネルギー式からの臨界流量(Moodyの方法)<sup>(1)(2)</sup>

任意の飽和圧力  $P_0$ (モデル的には入口圧力)に対して、下記の流量式を用いて $(\partial G/\partial P)_s=0$ の関係から、臨界圧力  $P_c$ 、臨界流量  $G_c$  及び臨界でのクオリティが得られる。

$$G=\{A/(B^2C)\}^{0.5}$$

$$A=(2g/A)[i_0-i_l-\{(i_g-i_l)/(s_g-s_l)\}(s_0-s_l)]$$

$$B=K\{(s_g-s_0)/(s_g-s_l)\}v_l+\{(s_0-s_l)/(s_g-s_l)\}v_g$$

$$C=(s_0-s_l)/(s_g-s_l)+(s_g-s_0)/\{K^2(s_g-s_l)\}$$

ここで、 $G$ =質量流束( $\text{kg}/\text{m}^2\text{s}$ )、 $i$ =比エンタルピ( $\text{kJ}/\text{kg}$ )、 $s$ =比エントロピ( $\text{kJ}/\text{kgK}$ )、

$v$ =比容積( $\text{m}^3/\text{kg}$ )、 $K$ =限界スリップ比= $(v_g/v_l)^{1/3}$  [この  $K$  式は $(\partial G/\partial K)_P=0$  より設定]

サフィックス 0, g, l  $\rightarrow$  入口飽和液、出口側気相、出口側液相の意、

計算ステップは次のようになる(均質流モデル 2.1(1)と同じやり方)。

S0. 入口側(サーバ)圧力  $P_0$ における飽和液の  $s_0, i_0$  を物性表から求める。

S1.  $P$  値を  $P_0$  より少し低めの値に仮定し、この  $P$  の前後に  $P'=P+\delta P$ 、 $P''=P-\delta P$  を設定。

S2.  $P'$  と  $P''$  における  $[i_g, i_l, s_g, s_l, v_l, v_g]$  を物性表から求め、 $K$  値を算定し、これらから  $G', G''$  を計算。

S3.  $(\partial G/\partial P)_s=(G'-G'')/(P'-P'')$  が 0 の漸近する場合、設定した  $P$  を臨界圧力  $P_c$  とする。0 に漸近していないときは S1 の戻り  $P$  値をリセットして、再度、S1~S3 を繰り返す。

S4. 決定した  $P$  値における  $[i_0, i_g, i_l, s_0, s_g, s_l, v_l, v_g]$  と  $K$  を求め  $G$  を計算してこれを臨界流量  $G_c$  とする。臨界クオリティ  $[x_c=(s_0-s_l)/(s_g-s_l)]$  についても計算する。

#### 3.2 運動量式からの臨界流量(Fauskeの式)<sup>(1)(2)</sup>

運動量式と連続式を用いても臨界流量を求めることができる。Fauske は、臨界条件として $(\partial G/\partial P)=0$  のほかに、 $(\partial P/\partial z)$ =有限極大値なるものを設けて、下記の式を導いている。

$$G_c=\{[-1/(dv_m/dP)]^{0.5}\}_c \quad ([ ]_c \text{ は臨界状態を表わす})$$

$$v_m=(1/K)\{(1-x)Kv_l+xv_g\}\{1+x(K-1)\}$$

ここで  $G_c$ =臨界質量流束( $\text{kg}/\text{m}^2\text{s}$ )、 $P$ =臨界圧力廻りの圧力( $\text{N}/\text{m}^2$ )

$v_m$ =臨界圧力廻りの二相流の比体積( $\text{m}^3/\text{kg}$ )、 $K$ =臨界スリップ比= $(v_g/v_l)^{1/2}$

$x$ =臨界圧力廻りのクオリティ= $(i_0-i_l)/(i_g-i_l)$ 、

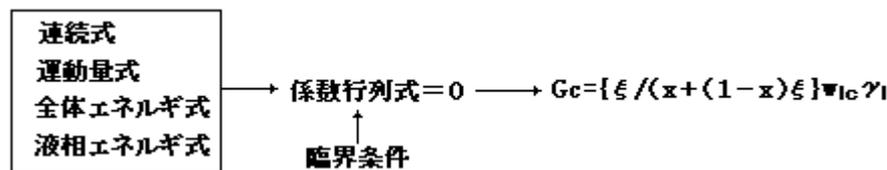
$[v_g, v_l, i_0, i_l, i_g]$  は前 3.1 に同じで、 $[v_g, v_l, i_l, i_g]$  は臨界圧力廻りについて与えられる。

計算手順としては、飽和蒸気圧  $P_0$  における  $i_0$ 、臨界圧力廻りの  $P$  における  $[i_g, i_l, v_g, v_l]$  を、物性表から求めるとともに  $K$  を計算し、これらを用いて Moody 法と同様のやり方で、勾配度  $(dv_m/dP)$  を求め  $G_c$  を計算する。Moody 法と違って、予め臨界圧力を設定する必要があるので注意のこと。また Moody 法と違って、等エンタルピ変化が想定されている ( $\rightarrow x$  式)。

なお運動量式から導かれた臨界流量式としては **Levy** の式もよく知られている。これは、等エントロピ変化を前提としている(ここでは割愛)。

### 3.3 基礎方程式からの臨界流量(甲藤・小笠原の式)<sup>(1)</sup>

Moody, Fauske, Levy の方法はエネルギー式、運動量式の何れかによっているが、この方法は全部の基礎方程式から臨界条件式を導くもの(アウトラインを下記に示す)。



便宜的な等エントロピ仮定は用いられておらず、分離流モデルでは最も厳密で精度が高い。ただ臨界圧力が既知という前提があるうえに、非常に複雑である(ここでは内容を割愛する)。

### 3.4 熱非平衡性を考慮した臨界流量(Henry モデル)<sup>(2)</sup>

定常状態では相間は熱平衡しており熱の移動は無視できると考えられるが、急激な圧力変化が起きるときは相間は熱的に非平衡になる(圧力降下によって気体の膨張  $\rightarrow$  温度低下を生じ、液体との間に温度差ができる)。この状態について、Henry は以下の関係を与えている。

$$\textcircled{1} \quad P_0 - P_c = G_c^2 \{ v_{l0} / (2C^2) + x_c (v_{g0} - v_{l0}) \}$$

$$\textcircled{2} \quad G_c = [1 / \{ v_g (x_E / P) - (v_g - v_{l0}) N (dx_E / dP) \}]^{0.5}$$

$$N = 20x_E \quad (x_E < 0.05 \text{ のとき}), \quad N = 1 \quad (x_E > 0.05 \text{ のとき})$$

$$\textcircled{3} \quad x_c = x_{LT} \{ 1 - e^{-0.0523 (L/D - 12)} \}$$

$$x_{LT} = Nx_E$$

ここで、 $G_c$  = 臨界流量 ( $\text{kg}/\text{m}^2 \text{ s}$ )、 $P$  = 臨界圧力廻りの圧力 ( $\text{N}/\text{m}^2$ )、 $P_0$  = 入口側サーバ圧力 ( $\text{N}/\text{m}^2$ )、

$P_c$  = 臨界圧力 ( $\text{N}/\text{m}^2$ )、 $x_E$  = 平衡クオリティ (-) (熱平衡を仮定した状態にて)

$x_c$  = 臨界クオリティ (-)、 $x_{LT}$  = 基準クオリティ (-)、 $N$  = 非平衡度パラメータ (-)

$C$  = 管入口の流量係数 (鋭角のとき 0.61、滑らかなとき 1)

$v_{g0}, v_{l0}$  = 入口における気相、液相の比容積 ( $\text{m}^3/\text{kg}$ )、 $v_g$  = 臨界圧力廻りの比容積 ( $\text{m}^3/\text{kg}$ )、

$L$  = 流路長さ (m)、 $D$  = 管内径又は水力径 (m)、

計算手順は、次のようになると思われる。

S1. 限界圧力  $P_c (< P_0)$  を仮定しこれを  $P$  とする。そして Moody 等の方法を用いて熱平衡下の平衡クオリティ  $x_E$  とその勾配  $(dx_E/dP)$  を求める。

S2. ②より臨界流量  $G_c$ 、③より臨界クオリティ  $x_c$  を求める。

S3. 得られた  $G_c$ 、 $x_c$  を用いて、①より  $P_c = P_0 - G_c^2 \{ v_{l0} / (2C^2) + x_c (v_{g0} - v_{l0}) \}$  を求める。

S4. もし得られた  $P_c$  が仮定した  $P_c$  と一致するなら、計算は終了。不一致なら、S1 に戻って反復する。

[なお Henry の方法については原典<sup>(4)</sup>を確認していない。適用にあたっては確認して下さい。]

### 3.4 臨界流量式の比較など<sup>(1)(2)</sup>

(1) Moody、Fauske、Levy、小笠原、甲籐の各臨界流量(理論値)の比較を下図に示す。

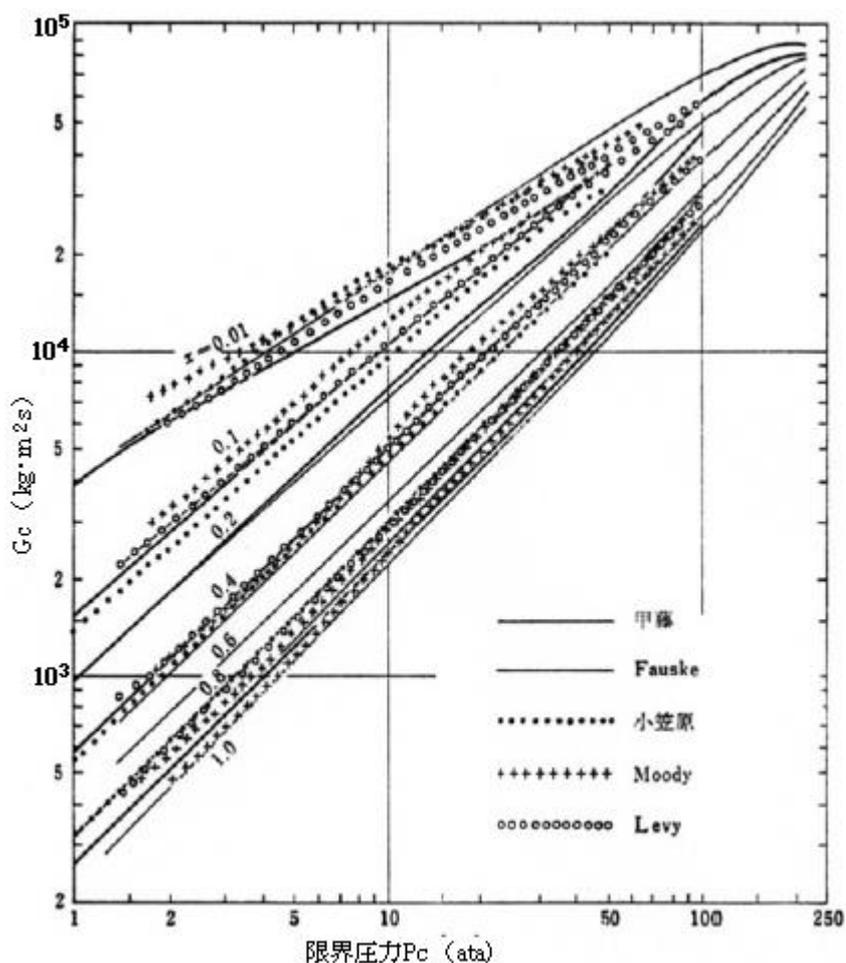


図8-7 臨界流量比較 テキスト(1)3[用]

このグラフは臨界圧力  $P_c$  に対して計算されたもので、夫々の計算流量は概ね、一致している。例えば、等エントロピ仮定に基づく Moody/Levy の結果は、そうではない甲籐の結果と大差がない(実際の2相流動は等エントロピ変化ではない?)。

(2) Moody の方法を除いて、分離流モデルにおける臨界流量の理論計算は臨界圧力  $P_c$  及びその時のクオリティ  $x_c$  が既知であることを前提している。実験ではリザーバ圧力(= $P_2$ )に注目すれば、容易に  $P_2 \rightarrow P_c$  を確認でき  $x_c$  を特定できるが、設備設計では通常、実験が伴わないので、臨界流量と同様に臨界圧力もまた計算対象である。そういう意味で、Moody の方法の方が

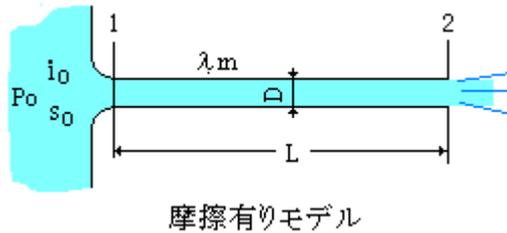
端的に云って甲籐の式がいくら優れていても設計では難儀である。むしろ、poor な仮定を含む Moody の方法の方が、臨界流量とともに臨界圧力が得られる点で設計的である。理想を言えば、他の確度の高い方法で臨界圧力を求め、その臨界圧力を用いて Fauske, Levy 式あるいは甲籐式で臨界流量を計算するのがベストな設計になると思う(臨界圧力は、均質流モデルでもそれほど大きな誤差もなく得られると思う)。

#### 4. 管路摩擦を考慮した臨界流量

前2.および3.章では流路の摩擦を無視しているが、管路の長い実際のプラント設備配管では管摩擦による損失や状態変化は無視できない。流路の摩擦を考慮した臨界流量計算には、Moody, 赤川あるいはベクテル社の方法などがある。ここでは、赤川とベクテル社の方法について述べる。

##### 4.1 赤川の方法<sup>(1)</sup>

(1) この方法では、下図のように飽和液をサーバから流路に流しリザーバに放出するモデルを扱っている。ここで、[0-1]区間は摩擦なしで等エントロピ的に変化する入口部分、[1-2]区間は摩擦有りで等エンタルピ的に変化する部分である。



各区間では、次の流れの基礎式と臨界条件が成立する。

- ① エネルギー式－区間[0-1] :  $i_0 = \{(i_1'' - i_1') (s_0 - s_1') / (s_1'' - s_1')\} + \{AG^2 / (2g)\} \{Kv_{11} + \{(s_0 - s_1') / (s_1'' - s_1')\} (v_{g1} - Kv_{11})\}^2 \cdot [1/K^2 + (1 - 1/K^2) \{(s_0 - s_1') / (s_1'' - s_1')\}]$
- ② エネルギー式－区間[1-2] :  $Ax^3 + Bx^2 + Cx = D$ 

$$A = (1 - 1/K^2) \{1 - 2K(v_1/v_g) + K^2(v_1/v_g)^2\}$$

$$B = (1/K^2) \{1 - 2K(v_1/v_g) + K^2(v_1/v_g)^2\} + 2(1 - 1/K^2)K(v_1/v_g) \{1 - (v_1/v_g)K\}$$

$$C = [(2/K)(v_1/v_g) \{1 - (v_1/v_g)K\} + (K^2 - 1)(v_1/v_g)^2] + \{(i'' - i') / v_g\} \{2g / (AG^2)\}$$

$$D = \{(i_0 - i') / v_g\} \{2g / (AG^2)\} - (v_1/v_g)^2$$
- ③ 運動量式－区間[1-2] :  $(\lambda_m/D)L = (2g/G^2) \int (dP/v) - 2 \int (dv_m/v)$  [積分区間  $P_2 \sim P_1$ ]  
 $v = v_1 + x(v_g - v_1)$ ,  $v_m = \{K(1-x)v_1 + xv_g\} \{x + (1-x)/K\}$
- ④ 臨界条件 :  $[ds/dP = 0$  あるいは  $ds/di = 0]$ , または  $dL/dP_2 = 0$  (ここでは  $ds/dP = 0$  使用)

ここで、 $G$  = 流量(質量流束)( $\text{kg}/\text{m}^2\text{s}$ )、 $g$  = 重力加速度( $\text{m}/\text{s}^2$ )、 $\lambda_m$  = 平均管摩擦係数

$A$  = 仕事の熱当量( $\text{kcal}/\text{kgm}$ )、 $i$  = 比エンタルピ( $\text{kcal}/\text{kg}$ )、 $s$  = 比エントロピ( $\text{kcal}/\text{kg}$ )、

$v$  = 比容積( $\text{m}^3/\text{kg}$ )、 $K$  = スリップ率 =  $(v_g/v_1)^{1/3}$ 、 $D$  = 管内径 or 水力径( $\text{m}$ )、 $L$  = 流路長さ( $\text{m}$ )

$x$  = クオリティ(乾き度)、 $P$  = 圧力( $\text{kg}/\text{m}^2$ )

サフィックス :  $0 \rightarrow$ サーバの飽和液、 $'' \rightarrow$ 気相、 $' \rightarrow$ 液相、 $g \rightarrow$ 気相、 $l \rightarrow$ 液相、 $1, 2 \rightarrow$ 断面 1, 2

計算手順は、次のとおり。

- S1. まず流量  $G^*$  を仮定する。次に  $P_1$  値をセットしこれに対応する  $i_1'', i_1', s_1'', s_1', v_{g1}, v_{11}, K$  を蒸気表ないし計算より求め、①式より  $G$  を計算する。もし  $G \neq G^*$  なら次に進む。そうでないなら  $P_1$  値をリセットして以上を繰り返す。
- S2. 次に  $P_1$  より多少低めに  $P_2$  値をセットし、この前後に  $P_{2a}, P_{2b}$  値を設定して、 $P_{2a}, P_{2b}$  に対応する  $i'', i', v_g, v_l, K$  を蒸気表や計算から求め、②式を解いて  $x_a, x_b$  を得る。それから  $s = s' + x(s'' - s')$  より  $s_a, s_b$  を求めて  $ds/dp = (s_a - s_b) / (P_{2a} - P_{2b})$  を計算する。もし  $(ds/dP)$  が

0に漸近するなら  $P_c$  を  $P_2$  として次に進む。そうでないなら  $P_2$  値をもう少し低めにセットして以上を繰り返す。

- S3. 再び②式を解いて以上で得られた  $P_2(P_0)$  に対応するクオリティ  $x$  ( $\rightarrow x_0$ ) を求め、この  $x$  と  $P_2$  における  $v_g, v_l$  及び  $K$  から  $v, v_m$  を計算する。更にこれらを用いて面積分から  $\int(dP/v), \int(dv_m/v)$  を求め、③式から  $G$  を計算する。もし  $G \doteq G^*$  なら  $G^*$  は臨界流量  $G_c$  である。そうでないなら S1に戻り、流量  $G^*$  をリセットして S1~S3 を繰り返す。

実際の計算は煩雑で、とても手計算というわけにはいかない。参考に計算チャートを[補 2]に示す。

(2) 飽和水に関しては、上記の計算結果はテキスト類にでているのでこれを利用すればよい。図 9.6, 図 9.8, 図 9.9, 図 9.10 および図 9.11 にこれを示す。これらの図から次のような、臨界流の一般的な傾向がうかがえる。

- 図 9.6 から判るように管路が長くなると初め急激に、その後なだらかに臨界流量は縮退する。Moody と赤川の差異は殆どないが、均質流(赤川の方法を均質流に転じたもの)になるとかなり低くなる (臨界流量が低くカウントされるのは摩擦無しの場合も同じ)。
- 図 9.6 はサーバで飽和水(入口クオリティ  $x_0=0$ )の場合である。初めから二相流の場合は、図 9.8 から判るように  $x_0$  が増加するにつれ、臨界流量は急激に減少する。
- 図 9.9 は管路長と限界圧力比の関係を示す。この図から判るように限界圧力も管路が長くなると初め急激に、その後なだらかに減少する。なお均質流に比べて初期圧力(サーバ圧力)  $P_0$  の影響は殆どでない(均質流の  $P_0$  依存については?)。
- 限界圧力比に及ぼす入口クオリティ  $x_0$  の影響は、図 9.10 に示されるようにごく小さい。
- 図 9.11 は熱的に平衡した状態と非平衡した状態の差異を示す。非平衡状態ではある程度過飽和で流れるせいか、臨界圧力は低い。

## 4.2 ベクテル社の方法

単相の圧縮性流れの場合、摩擦損失を伴う流れは、いわゆるファノ流れになる。即ち、

$$K_i = X_1 - X_2$$

$$X = (1 - M^2) / (\gamma M^2) + \{(\gamma + 1) / (2\gamma)\} \ln[(\gamma + 1)M^2 / \{2 + (\gamma - 1)M^2\}]$$

ここで  $K_i$  = 非圧縮性の要素の損失係数または  $\lambda L/D$  で与えられる損失係数、

$\lambda$  = 管摩擦係数(by Moody)、 $L$  = パイプ又は通路の長さ、 $D$  = パイプ径又は通路の水力径  
 サフィックス : 1 → 入口、2 → 出口

均質流れを圧縮性流れのように扱うには、比熱比  $\gamma$  の代わりに擬似的なパラメータに置き換えればよい。ベクテル社は、次の擬等エントロピ指数  $\gamma^*$  を均質流モデルに使用している。

$$\gamma^* = G^2 / (P^* \rho^*) = \rho^* V^{*2} / P^*$$

ここで、 $G$  = 臨界流量、 $P^*$  = 臨界圧力、 $\rho^*$  = 臨界密度、 $V^*$  = 臨界速度

$\gamma$  を  $\gamma^*$  に置き換えれば、二相流はほとんど単相圧縮性流れで扱えるので、流れ計算は簡略化される。このベクテル社の方法は、Benedict のテキストに記述されている。エンジニアリング的であって、学問的には?かも知れないが、実験結果とのマッチングは決して悪くないようだ。詳しくは、

**【FE-03-TM-101 単成分フラッシュ流れの簡易計算 (by Benedict)】**

を参照のこと。詳細な計算手順が紹介されている。

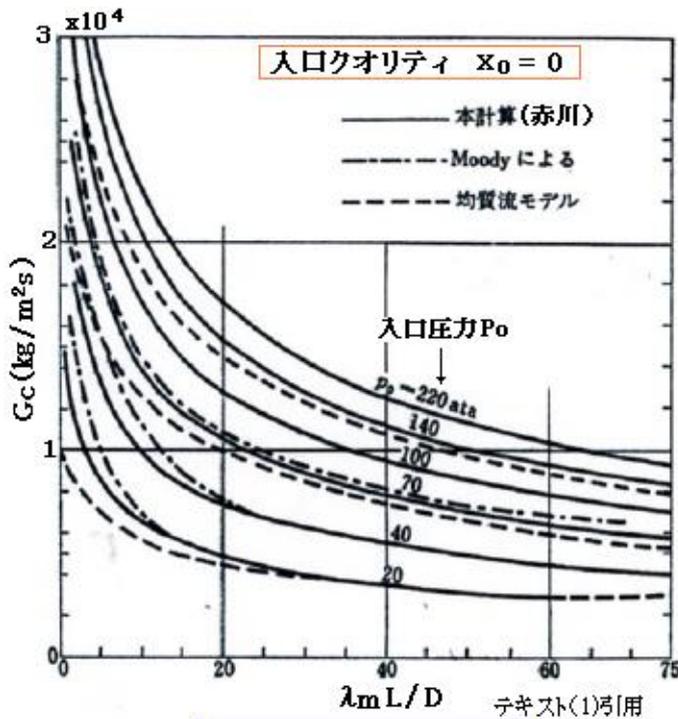


図9-6 モデル計算結果

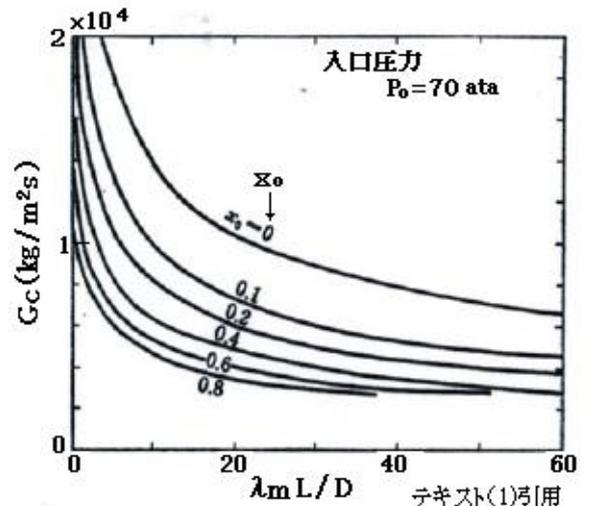


図9-8 臨界流量と入口乾き度の関係

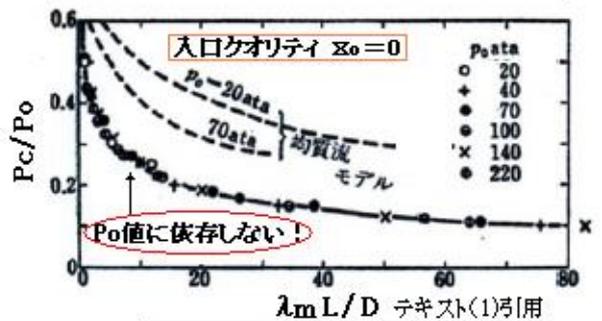


図9-9 臨界圧力比の値

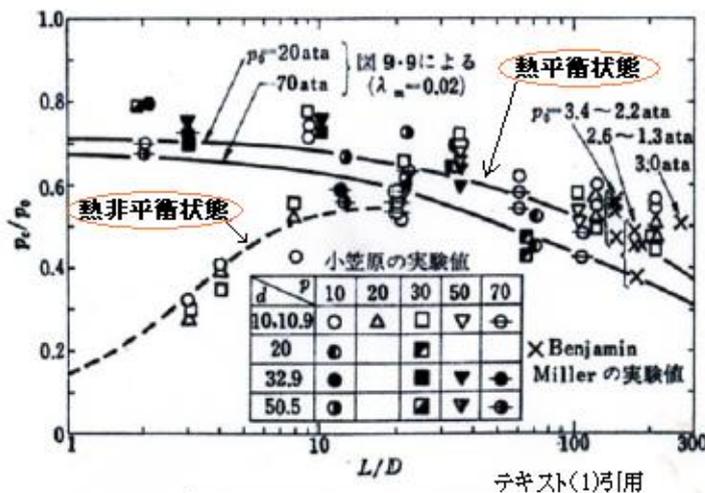


図9-11 臨界圧力比データ

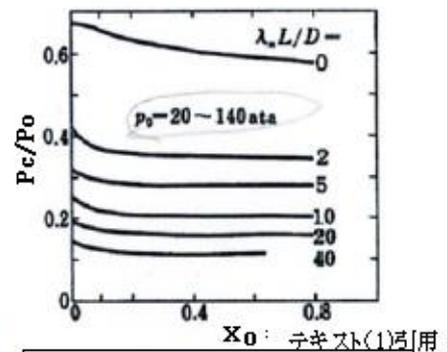


図9-10 臨界圧力比とX0の関係

5. 絞り要素の臨界流量<sup>(1)(5)</sup>

(1) 薄刃オリフィスを通して高温水あるいは飽和水が噴出する場合、オリフィス孔通過時の圧力降下によってフラッシュがおき流量がかなりダウンすることが予想されるが、実際は、のど部でフラッシュを起こすことはなく、過飽和水(液)になって流れるため、圧縮性由来する臨界流量はないとされる。その場合、オリフィス通過流量Gはのど部でカウントされ、次のような単純な差圧流量の形をとる。

$$G = C \{ 2(P_0 - P_2) / v_1 \}^2 \quad (\text{kg/m}^2\text{s})$$

ここで C=流量係数(≒0.6)、P<sub>0</sub>=上流側静圧(N/m<sup>2</sup>)、v<sub>1</sub>=飽和水(液)密度(m<sup>3</sup>/kg)、

P<sub>2</sub>=孔通過直後静圧(N/m<sup>2</sup>) (= P<sub>T</sub> - 0.5 ρ u<sub>t</sub><sup>2</sup>)、P<sub>T</sub>=全圧(N/m<sup>2</sup>)、u<sub>t</sub>=孔通過流速(m/s)

流入液が二相流の場合は、Chisholm らの実験式がある。下記の TS を参照のこと。

【FE-03-TM-053 断熱二相流の圧力損失計算法：フィッティング類の圧損計算】

- (2) ロングオリフィス(あるいは厚肉オリフィス)では、入口直後の孔部分で縮流しその直後フラッシュして二相流になるので、例えば図1のモデルに比べ流量の算定が難しくなると思われるが、実際は薄刃オリフィスの式に似た単純な式で流量  $G$  が計算できる(下図参照)。

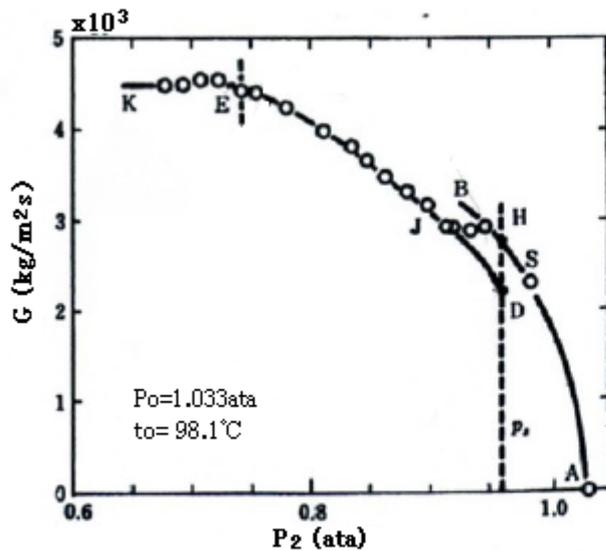


図8.25 短管の流量 (Baileyの実験値による)  
[テキスト(1)から引用]

左図のAH部分とDE部分については下記の式がフィットする。

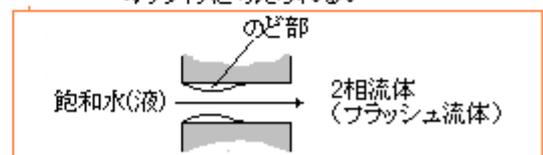
$$\text{AH部分: } G = 0.73 [2(P_0 - P_2) / v_1]^{0.5}$$

$$\text{DE部分: } G = 0.61 [2(P_0 - P_2) / v_1]^{0.5}$$

ここで、 $G$ =流量( $\text{kg}/\text{m}^2\text{s}$ )、 $P_0$ =上流側静圧( $\text{N}/\text{m}^2$ )

$P_2$ =下流側静圧( $\text{N}/\text{m}^2$ )、 $v_1$ =液密度( $\text{kg}/\text{m}^3$ )

筆者注記) 短管となっているが、形状的にはロングオリフィスと考えられる。



しかし曲線はE点でフラットになっているので、薄刃オリフィスと違って  $P_2=0.75\text{ata}$  付近 ( $P_2/P_0 \doteq 0.75$ )に臨界流量が存在しているようである。この臨界状態はのど部分ではなく、流路出口で起きたものと思われる。おそらく下流側静圧  $P_2$ が高い間はのど部の縮流に、 $P_2$ が低くなると孔出口のフラッシュ流に流量が支配されるためと思われる。ただ圧力比  $P_2/P_0 \doteq 0.75$ は少なすぎる？のど部の縮流や流路の長さが影響しているような気がする。このノズル入口の縮流の影響にては更に調査する必要がある (Wallis 文献など)。

## 6. 運用上の留意点

以上、2.~5.では、代表的な流路/流路条件について、公式扱いで臨界流量/臨界圧力/臨界クオリティを記述した。実際の設計でこれら準公式をフルに活用するには本 TS の情報は多少不足している。その不足は折をみて改善してゆくものとして、とりあえず本 TS の運用上の留意事項を以下に記しておく。

### (1) 流体/圧力条件

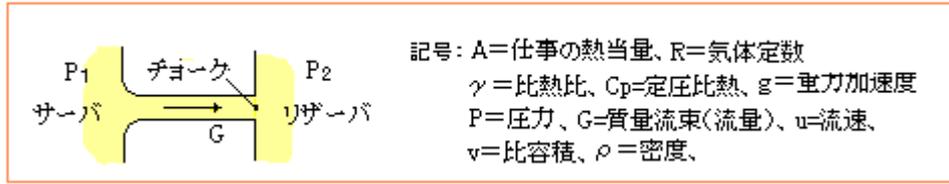
- 定常状態に適用する。過渡的な圧力変化が含まれるときは Henry 式の運用を考える。
- サーバ流体が飽和液ではなくサブクール液のときは、流路途中で圧力降下して飽和した時点/場所以降を臨界流モデルとして扱う。
- サーバ流体が 2 相流体になっている場合、そのクオリティ  $x_0$  を必ず 確認しておく。たとえ微少な  $x_0$  でも影響が大きいため注意(異質の気泡の介在にも注意)。
- リザーバ圧力  $P_b$  は必ず、 $P_b \leq \text{臨界圧力} < \text{飽和圧力}$  であること(臨界圧力を推算してチェック)。
- 自然の入熱/放熱ではない加熱管や冷却管には適用しない。

## (2) 流路形状など

- 配管のように(L/D)が大きくなる時は「摩擦有りモデル」で扱い、壁貫通のように(L/D)が小さいときは「摩擦無し」で扱う(その場合 L/D のしきい値は 5 程度)。
- 図 1 のように入口コーナに R(アール)がなく流入直後に縮流する場合で例えば L/D が 5 以下と小さい時は、[絞り要素(ロングオリフィス)]の扱いを考える。それ以外は縮流部分を等価長さに変換して流路長 L に加算する。
- 配管の場合、フィッティング類も等価長さに換算して L に加算する(L は実質、等価管長)。平均摩擦損失係数は 0.015 を基準にする(安全側と思う)。
- 流路断面は任意。円管でない時は水力径を用いる。流路に沿って大きく変化しないときは長さ方向の平均径を用いてもよい。

## 【 補足説明 】

(補 1) 下記のような単相の圧縮流れを考える。管路は短く摩擦は無視できるとする。



流量 G は背圧  $P_2$  を下げていけば増加するが、末端でチョークするといくら  $P_2$  をさげてもそれ以上増加しない(この状態で G は最大流量になる)。故に、

$$\partial G / \partial P_2 = 0 \quad \text{-----(a)}$$

さて管路末端(リザーバ入口)の流速は通常、次式で与えられる。

$$u_2 = \left[ \frac{2gC_p}{AR} \right] (P_1 v_1) \left\{ 1 - (P_2/P_1)^{(\gamma-1)/\gamma} \right\}^{0.5} \quad \text{-----(b)}$$

質量流束は  $G = \rho_2 u_2 = u_2 / v_2$ 、また等エントロピ関係  $Pv^\gamma = \text{const}$  より  $v_2 = (P_1/P_2)^{1/\gamma} v_1$  であるから

$$G = \left[ \frac{2gC_p}{AR} \right] (P_1/v_1) \left\{ (P_2/P_1)^{2/\gamma} - (P_2/P_1)^{(\gamma+1)/\gamma} \right\}^{0.5} \quad \text{-----(c)}$$

これを上式に代入すると、

$$\begin{aligned} \partial G / \partial P_2 = & \left[ \frac{2gC_p}{AR} \right] (P_1/v_1)^{0.5} \left[ 2 \left\{ (P_2/P_1)^{2/\gamma} - (P_2/P_1)^{(\gamma+1)/\gamma} \right\}^{0.5} \right. \\ & \left. \cdot \left[ \frac{2}{\gamma} \right] (P_2/P_1)^{(2-\gamma)/\gamma} - \left\{ \frac{\gamma+1}{\gamma} \right\} (P_2/P_1)^{1/\gamma} \right] / P_1 = 0 \end{aligned}$$

従って【 c 】内は零になる。即ち

$$\begin{aligned} \left[ \frac{2}{\gamma} \right] (P_2/P_1)^{(2-\gamma)/\gamma} - \left\{ \frac{\gamma+1}{\gamma} \right\} (P_2/P_1)^{1/\gamma} &= (P_2/P_1)^{1/\gamma} \left\{ \frac{2}{\gamma} \right\} (P_2/P_1)^{(1-\gamma)/\gamma} - (\gamma+1)/2 = 0 \\ \therefore (P_2/P_1) &= \left\{ \frac{2}{\gamma+1} \right\}^{\gamma/(\gamma-1)} \end{aligned}$$

さて管路末端チョークを想定し  $P_2 \rightarrow P_c$  とすれば、限界圧力比は、

$$P_c/P_1 = \left\{ \frac{2}{\gamma+1} \right\}^{\gamma/(\gamma-1)} \quad \text{-----(d)}$$

臨界状態では(b)式の  $u_2$ 、 $P_2$  は  $u_c$ 、 $P_c$  の置き換えられる。これに上記の限界圧力比を適用し、更に  $C_p = \gamma AR / (\gamma - 1)$  とおいて、

$$\text{限界流速: } u_c = \left[ \frac{2}{\gamma-1} \right] g \gamma P_1 v_1^{0.5} \left\{ \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right\}^{0.5} = \left[ \frac{2}{\gamma+1} \right] g \gamma P_1 v_1^{0.5} \quad \text{----(e)}$$

$G_c = u_c/v_c$  であるから、

$$\text{限界流量: } G_c = \left[ \frac{2}{\gamma+1} \right] g \gamma (P_1 v_1 / v_c^2)^{0.5} \quad (\text{入口ベース}) \quad \text{-----(f)}$$

単相圧縮流れでは、実用上、(e)(f)式があれば十分であるが、等エントロピ変化を仮定して、更に(f)式を変形してみる。

摩擦のない断熱流れは等エントロピ流れである。この場合、 $P_1 = (v_c/v_1)^\gamma P_c$  であるから、

$$G_c = \left[ \frac{2}{\gamma+1} \right] g \gamma (v_c/v_1)^{\gamma-1} (P_c/v_c)^{0.5}$$

ここで公式  $\rho_1/\rho_c = \left\{ \frac{\gamma+1}{2} \right\}^{1/(\gamma-1)}$  より、 $(v_c/v_1)^{\gamma-1} = (\rho_1/\rho_c)^{\gamma-1} = \left\{ \frac{\gamma+1}{2} \right\}$  であるから、

$$G_c = \left\{ g \gamma (P_c/v_c) \right\}^{0.5}$$

一方、等エントロピ関係( $Pv^\gamma = \text{定数 } C$ )から、限界圧  $p_c$  における  $(dp/dv)_{sc}$  を求めると、

$$(dP/dv)_{sc} = d(Cv^{-\gamma})/dv = (P_c v_c^\gamma) (-\gamma v_c^{-\gamma-1}) = -\gamma (P_c/v_c) \rightarrow (P_c/v_c) = -(dP/dv)_{sc} / \gamma$$

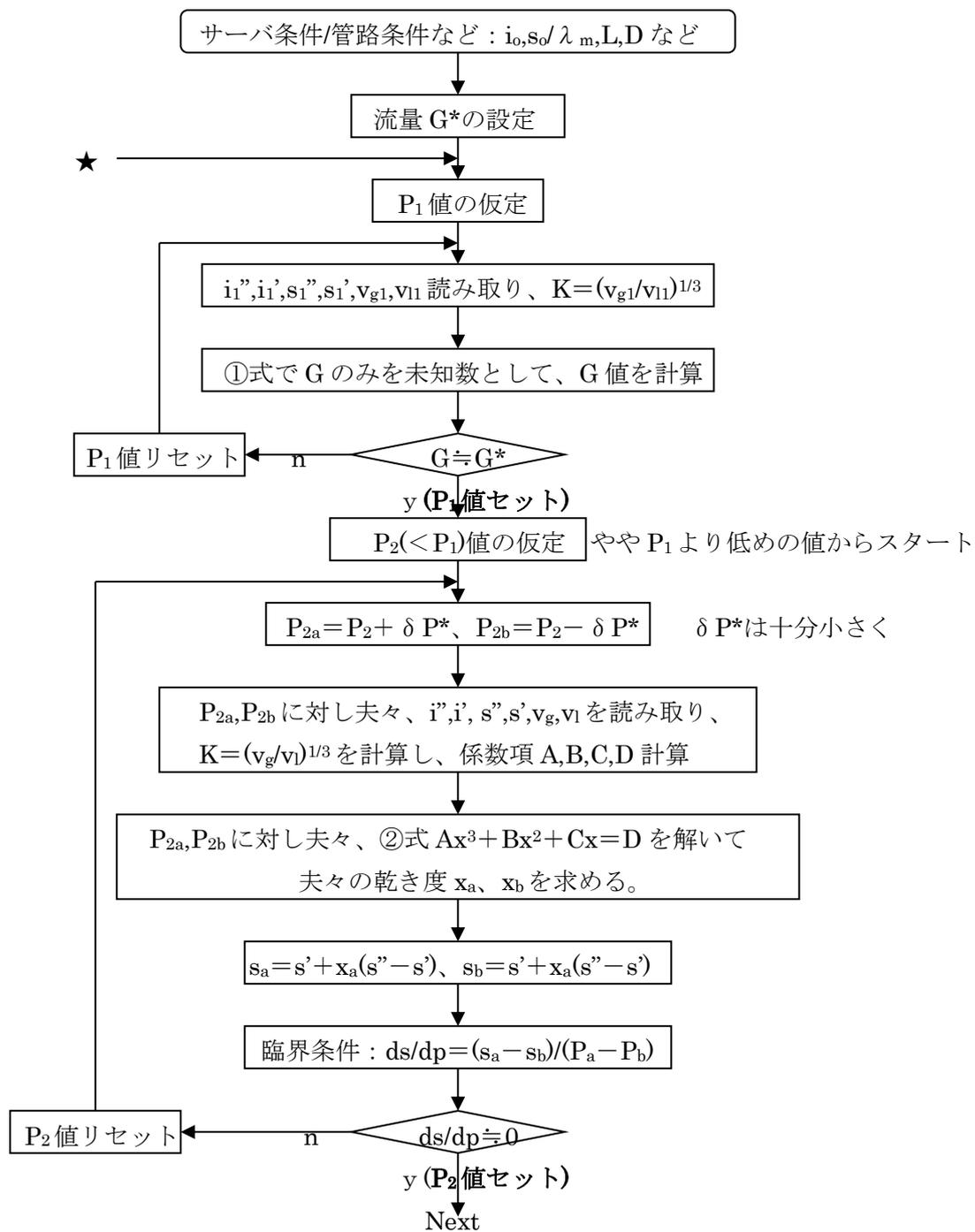
故に、限界流量  $G_c$  式は、

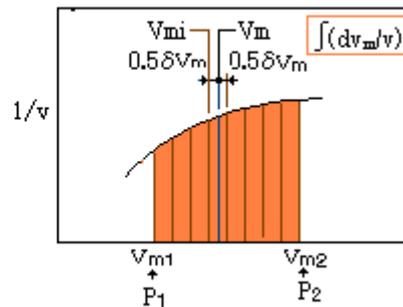
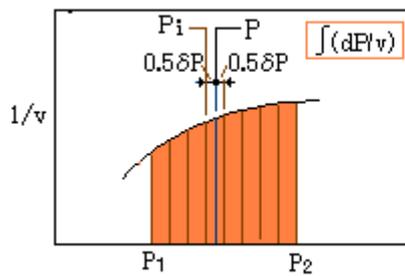
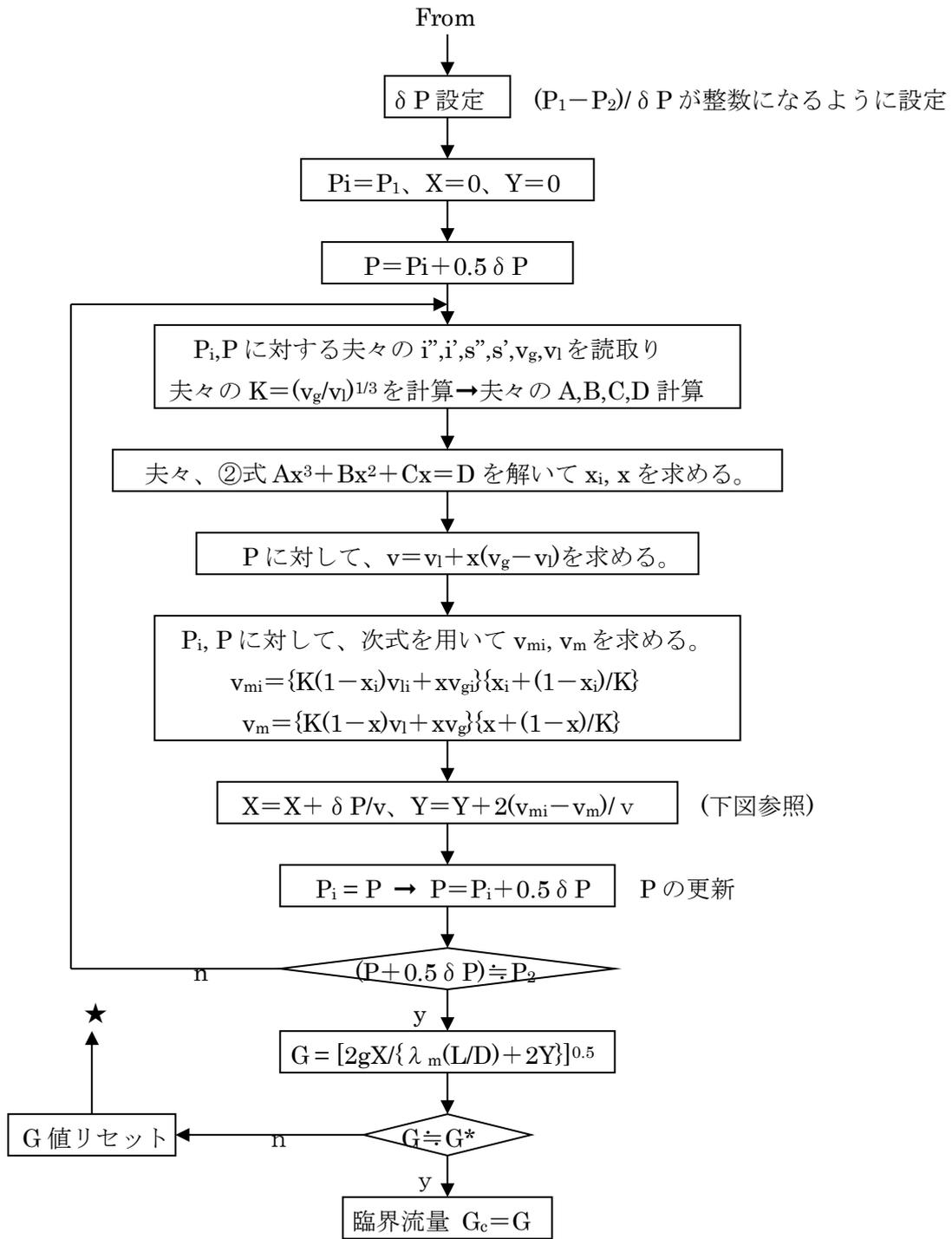
$$G_c = \{-g/(dv/dP)_{sc}\}^{0.5} \text{------(e)}$$

サフィックス sc は等エントロピ&末端チョーク状態を表わす。即ち、入口→出口は等エントロピ関係にあり、(dv/dp)は臨界圧力に対する比容積の勾配を表わす。

二相流を均質流とみなし、擬似的に比熱比  $\gamma$  を設定できれば、臨界流量は、(f)式で十分に計算できる。もし当を得た  $\gamma$  の設定が面倒なら、類似性(アナロジー)によって、(e)式を用いて二相流の限界流量が算定できると予想される。

(補 2) 管路の摩擦を考慮した臨界流量の算定手順の例を以下に示す。





引用テキスト・文献)

(1) 赤川「気液二相流」(コロナ社)

8. 気液 2 相臨界流れ、 9. 管路中の摩擦を伴う気液 2 相臨界流れ

(2) JSME 編「気液二相流技術ハンドブック」 4. 臨界流

(3) 日本原子力学会「気液二相流の数値解析」1.4 (朝倉書店)

(4) “The Two-Phase Critical discharge of Initially Saturated or Subcooled Liquid”

by Henry. R. E (Nuc.Sci.Eng.,41(1970)336-342)

(5) “The Flow of Saturated Water Through Throttling Orifices” by M.W. Benjamin, J.G. Miller

(Trans. of ASME July 1941)