

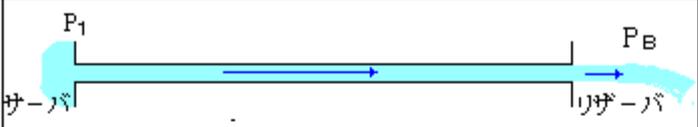
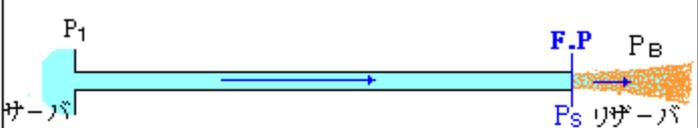
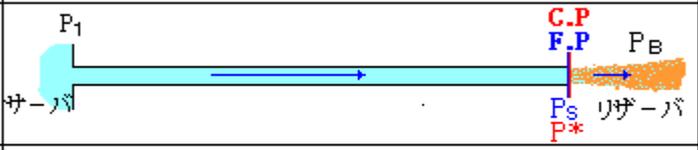
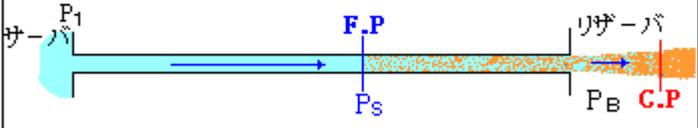
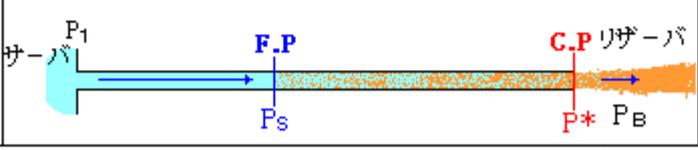
【整番】 FE-03-TM-101	【標題】 単成分フラッシュ流れの簡易計算 (by Benedict)
分類：流れ(気液 2 相流れ)／種別：技術メモ	作成年月：H23.06／改訂：Ver0.0(23.08)
	作成者：N.Miyamoto

全 27 枚

ボイラドラムからの飽和水の排出のような高温液体の輸送ラインでは、管路の途中でフラッシュして気液 2 相流になってリザーバに流出する場合がある。フラッシュが起きると体積が数百倍に膨張して(補 1)、中途にある絞り弁やリザーバへの放出口でチョークを起こすことが多い。この問題は古くから臨界流として知られ、多くのテキスト文献で議論されている。特に、Benedict は水のような単成分の流体を対象に、ベクテル社関連の論文(補 2)に基づいて簡易的な流れ計算方法をまとめている。以下その内容と運用例を紹介する。

[なお、本 TS は翻訳ではないが、Benedict のテキストから引用した図表の番号/題目および式番号は変えていない。圧力は絶対圧表示である。]

図1 管路のフローパターン

①	$P_B > P_s > P^*$		液单相流れ
②a	$P_B = P_s > P^*$		液单相流れ 末端フラッシュ
②b	$P_B \leq P_s = P^*$		液单相流れ 末端フラッシュ 末端チョーク 最大フラッシング流量発生
③a	$P^* \leq P_B < P_s$		液流れ → 気液 2 相流れ 中途フラッシュ
③b	$P_B < P^* < P_s$		液流れ → 気液 2 相流れ 中途フラッシュ 末端チョーク
記号定義	P_1 : 入口圧力(上流サーバの内圧) P_s : 飽和蒸気圧 F.P.: フラッシュポイント P_B : 背圧(下流リザーバの内圧) P^* : 限界圧力 C.P.: チョークポイント		

1. フローパターン

(1) ここでは、ボイラドラムのようなサーバから回収タンクのようなリザーバへの管路流れを考える。

形状としては、昇り降りの少ない比較的平坦な管路を想定し基本的には流れとともに静圧が低下するというイメージを仮定する。ここでサーバから流出する流体が飽和液に近い高温の液体であれば、管路の途中でフラッシングして液流れから気液 2 相流れに変化することがある。その場合フラッシングの可否は、リザーバの圧力(背圧) P_B が、液温で決まる飽和蒸気圧 P_s を越えるか否かで決まる。

$P_B > P_s$ であれば管路の途中でフラッシュすることはない。管路の流れは全て液流れである。しかし、 $P_B \leq P_s$ であれば、管路の途中や管端でフラッシングを起こしそれ以降の流れは気液二相流になる。気液二相流では体積が膨張して流速が増し圧力降下が急増して気化が進むため、それ以上にサーバ圧力を増加

させても、逆にそれ以下にリザーバ圧力を減少させても流量が増加しないという現象、いわゆる**チョーク現象**が起きる。流れはいわゆる**臨界流れ**になる。なおサーバ圧力は通常一定に採られるので、リザーバ圧力 P_B の減少、即ち $P_B \leq P^*$ で**チョーク現象が起きることになる**。

チョーク現象は常に管路末端(リザーバ入口)で起きる。 $P_B > P^*$ の時はこの管端チョークは起きないが仮想的にはリザーバの中にチョーク発生が持ち込まれると考えれば判り易い(図1の3a)。チョーク現象が起きる時の静圧がいわゆる**限界圧(また臨界圧) P^*** である。**限界圧 P^* は常に飽和圧力 P_s 以下である**。

高温液流れで起きるフローパターンを、冒頭の図1に示す。基本的には $P_B - P_s - P^*$ の関係で5つのパターンに分かれる。

パターン1は背圧 P_B が飽和蒸気圧 P_s を上回るので、管路全て液流れでフラッシュすることはない。また背圧 P_B が予想される限界圧力 P^* を上回るので、チョークすることもない。

パターン2aは背圧 P_B が丁度、飽和蒸気圧 P_s に等しいときで、パターン1と同じく管路全て液流れであるが、管路端ではフラッシュが起きる。

パターン2bは背圧 P_B が飽和蒸気圧 P_s 以下であるからフラッシュが起きるが、飽和蒸気圧 P_s が末端の限界圧力 P^* と等しいので、管路内にはフラッシングが起きない。管路全てが液流れであるので、流動抵抗が少なくパターン3a,3bに比べ流量が大きく、**最大フラッシング流量(最大限界流量)**と称している。

パターン3aは、背圧 P_B が飽和蒸気圧 P_s より小さい場合で、管路は中途からフラッシュして気液二相流れになるが、背圧 P_B が限界圧力 P^* より大きいので管路端のチョークは起きない(チョークするとすればリザーバ中の噴流の中の仮想位置で起きる)。一方、

パターン3bは、 $P_B \leq P^*$ なので必ず管路端でチョークする。

- (2) パターン1とパターン2aは、全路、液流れであるのでここでは対象外にする。パターン2b,3a,3bではフラッシュ以降の二相流れ、とりわけ管路端のチョークが対象になる。液流れ部分もフラッシュ点(F.P)がどこから始まるかということで、検討の範囲に入ってくる。

2. 臨界流れ計算のポイント

基本的にパターン2b、3a、3bは気液二相流れ問題になる(パターン2bもパターン3bのフラッシュ点F.Pとチョーク点C.Pが漸近したものであるから二相流で扱える)。従って気液二相流の圧損計算がフィットする。しかし特にパターン2b,3bでは、気相の膨張に伴うチョークをどう扱うかという問題にぶつかる。これについてはパターン3aも含め、Benedictは簡明な限界圧力/限界流量の計算方法を提示している。この方法によれば二相フローパターンに気に掛ける必要も、煩雑なボイド率/スリップ率計算も必要ではない。以下Benedictの簡易臨界流れ計算の要点、即ち**限界流量、限界圧力、等エントロピ指数、フラッシュ区間のファノ流れ計算、および弁の制御性維持**について記す。

(1) 最大フラッシング流量(最大臨界流量)

臨界流れは古くから工学的関心が集まる所である。とくにパターン2bのように気液混相区間が殆ど存在せず、F.PとC.Pが同期する場合には、以下の最大臨界流量式が与えられる(補3)。

$$G_o = [\alpha \{ (d\beta/dp) + v_f (d\alpha/dp) - v_f (gJ) \}]^{1/2} \quad \text{-----(9.2)}$$

$$\text{但し } \alpha = h_{fg}/v_{fg}, \quad \beta = h_f - \alpha v_f$$

ここで、 G_o =最大臨界流量(kg/m²s)、 α =熱/容積比(kcal/m³)、 β =エンタルピ差(kcal/kg)

J =熱の仕事当量(kgm/kcal)、 p =静圧(N/m²)、 h_f =飽和液のエンタルピ(kcal/kg)、

h_{fg} =飽和蒸気と飽和液のエンタルピ差(kcal/kg)、 g =重力加速度(9.807m/s²)

v_f =飽和液の比容積(m³/kg)、 v_{fg} =飽和蒸気と飽和液の比容積差(m³/kg)

[上記の G_o は”流量”ではなく”質量流束”(単位断面積当りの質量流量)であるが、煩雑なので以下同様に”流量”と呼ぶ]

この式で α, β の勾配 ($d\alpha/dp$), ($d\beta/dp$) は、飽和蒸気圧 P_s 廻りの有限差から計算される。また v_f や α も P_s における値とする。

水-水蒸気について最大臨界流量を計算した結果を **Table 9.1**、**Fig. 9.3** に示す⁽¹⁾。なお Fig. 9.3 の結果は、次式で表わすことができる(但しこの式に限りオリジナルの **ft-lb-s** 単位で表示)。

$$G_o = 21.19 P_s^{0.861} \quad \text{-----(9.3)}$$

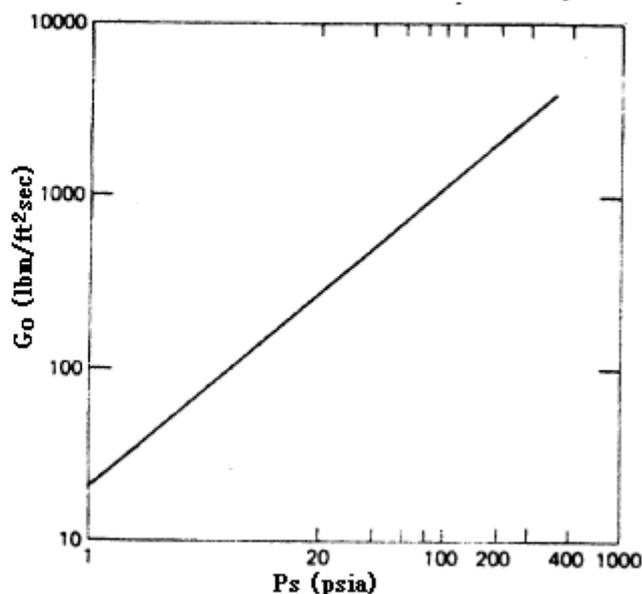
ここで G_o = 最大臨界流量(lbm/ft²sec.)、 P_s =飽和蒸気圧(psia)

最大臨界流量は前述の通り $P_s = P^*$ のとき発生しその場合の差圧は $(P_1 - P_s)$ である。 $P^* < P_s$ のときはフラッシュが管路の中途ではじまり流動抵抗が加わって流量 G は G_o より少なくなる。つまり、差圧 $(P_1 - P^*)$ が前者の差圧 $(P_1 - P_s)$ よりも大きくなるにも拘わらず、その臨界流量は低下する(Fig. 9.5 はこの現象をよく表わしている)。

Table 9.1 Maximum Flashing Flow Rate per Unit Area for Water, as a Function of Saturation Pressure at Inlet

P_s (psia)	G_o (lbm/ft ² sec)
1	20.759
2	38.482
3	55.088
4	70.979
5	86.341
10	158.047
20	287.363
30	406.246
40	518.481
50	625.844
100	1116.237
250	2361.329

Figure 9.3 Maximum flashing flow rate per unit area for water, as a function of saturation pressure.



(2) 限界圧力

限界圧力は、チョークポイントにおける静圧である。パターン 2b, 3b からわかるように $P_s \geq P^* \geq P_B$ の関係がある。チョーク状態では、流量は頭打ちになって限界に達するから、果たして P^* が P_B と P_s の間に入るかどうか、 P^* の算定は必須である。

チョーク現象は、端的に言ってチョーク点即ち管路端(リザーバ入口)の局所的な流速が音速になる場合

に起きる。2相流を均質流(单相均一な流れ)とみなせば、音速 a は $a = \{(\partial P / \partial \rho)\}^{0.5}$ で与えられる。即ち音速は熱の出入りのない状態での圧力変化(∂P)と密度変化($\partial \rho$)のルートで表わせる(補4)。この場合の変化は当然、限界圧力 P^* 前後の微小変化になる。

具体的な P^* の算定は次のステップに拠る。なお Fig.9.1 のような等エントロピプロセスを仮定する⁽¹⁾。

- (1) まず、ある P^* の値を選ぶ(なお流量 G は与えられているものとする)。
- (2) 限界状態のクオリティ x^* を次式から求める。

$$x^* = (S_s - S_f^*) / S_{fg}^* \quad \text{-----(9.4)}$$

ここで $S_s = P_s$ における飽和液の比エントロピ $\rightarrow P^*$ における実質比エントロピ(J/kgK)、

$S_f^* = P^*$ における飽和液の比エントロピ(J/kgK)

$S_{fg}^* = P^*$ における飽和蒸気と飽和液の比エントロピ差(J/kgK)

- (3) この x^* を用いて、限界状態の密度 ρ^* を次式から求める。

$$\rho^* = 1 / (v_f^* + x^* v_{fg}^*) \quad \text{-----(9.5)}$$

ここで $\rho^* = P^*$ での密度(kg/m³)、 $v_f^* = P^*$ における飽和液の比容積(m³/kg)

$v_{fg}^* = P^*$ における飽和蒸気と飽和液の比容積の差(m³/kg)

- (4) P^* の前後に、 $P_a^* = P^* + \delta P$ 、 $P_b^* = P^* - \delta P$ をとり、 P_a^* と P_b^* について、上記と同様に夫々の x^* と ρ^* を計算して次の値を設定する。なお ΔP^* は小さくとるほど、精度が上がる。

$$\Delta P^* = P_a^* - P_b^*, \quad \Delta \rho^* = \rho_a^* - \rho_b^*$$

- (5) 次の臨界速度 V^* と臨界流量 G を求める(V^* は音速 a に等しい)。

$$V^* = \{(\Delta P^* / \Delta \rho^*)\}^{1/2}, \quad G^* = \rho^* V^* \quad \text{-----(9.6)}$$

ここで $V^* =$ 臨界速度(m/s)、 $G =$ 臨界流量(kg/m²s)

- (6) G^* と所定流量 G を比べ一致していなければ、(1)に戻って再計算。一致していれば、当該 P^* を流量 G 及び飽和蒸気圧 P_s における限界圧力とする。

この手順で、水-水蒸気について限界圧力 P^* と流量 G との関係を計算した結果を Fig.9.4、Fig.9.5 に示す⁽¹⁾。Fig.9.5 は無次元パラメータ $P^*/P_s, G/G_0$ で表示したもので、一本の線に収束する傾向がある。

なお Fig.9.1 は、ライン圧力がフラッシュ点(F.P)における飽和蒸気圧 P_s から等エントロピ的に降下して、末端チョーク点(C.P)で限界圧力 P^* に至るまでをモデル化したものである(補5参照のこと)。

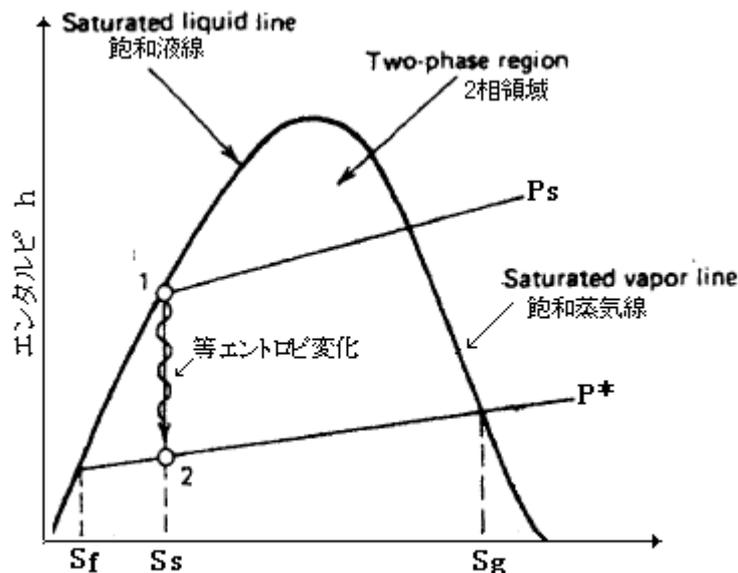


Figure 9.1 Mollier diagram for an isentropic flashing process.

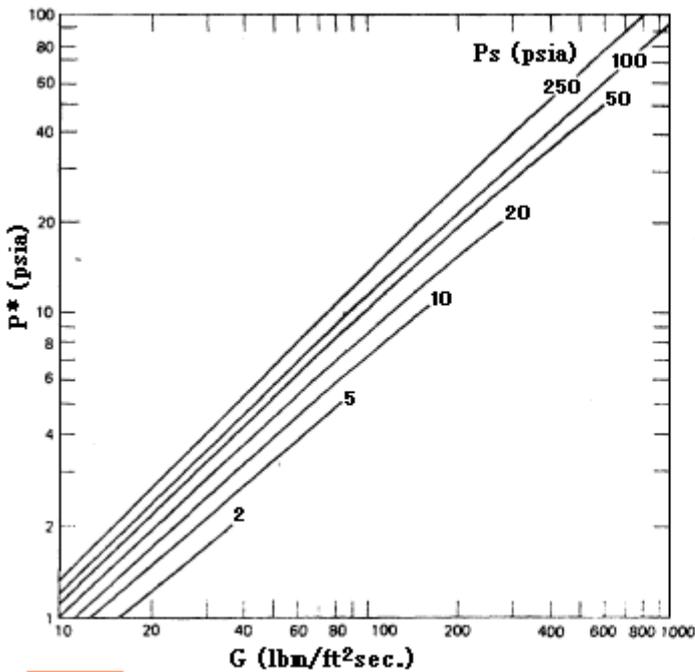


Fig.9.4 Flowrate per unit area vertus critical pressure, with parameters

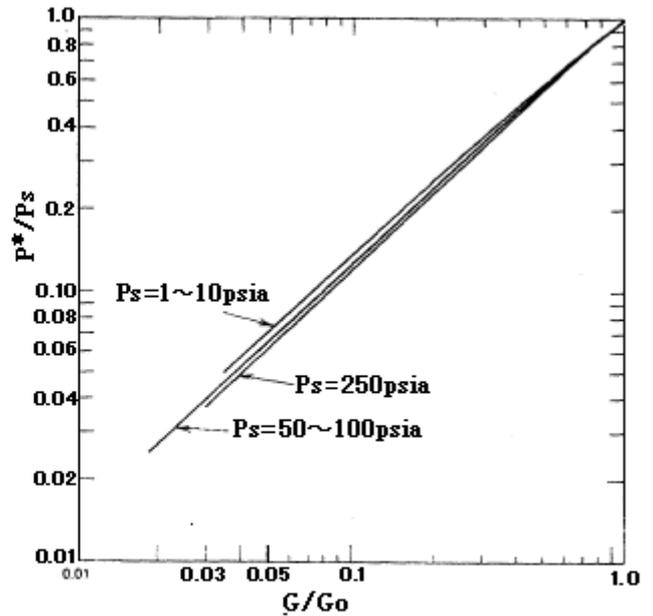


Fig.9.5 Dimensionless flowrate per unit area vertus dimensionless critical pressure

(3) 擬等エントロピ指数

圧縮性流れの気体力学公式を用いてフラッシング流れ(2相流れ)を扱かうことは可能である。その場合気体力学公式で多用される比熱比 γ を、限定的に擬等エントロピ指数 γ^* で置き換えればよい。

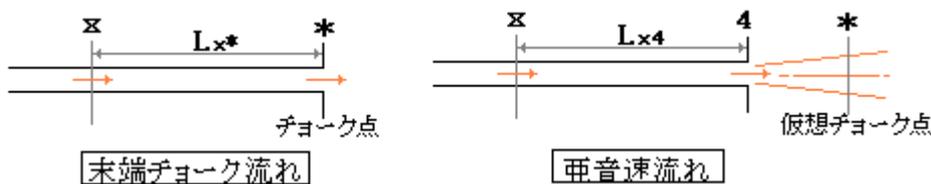
理想ガスに対してチョーク状態における臨界速度は、次の式で表わされる。

$$V^* = (\gamma^* P^* / \rho^*)^{1/2} = G / \rho^* \quad \text{-----(9.7)}$$

この式を変形すれば、次の擬等エントロピ指数 γ^* が得られる。

$$\gamma^* = G^2 / (P^* \rho^*) = \rho^* V^{*2} / P^* \quad \text{-----(9.8)}$$

水-水蒸気について γ^* を計算した結果を Fig.9.6 と Fig.9.7 に示す⁽¹⁾。 ρ^* と V^* は流量 G に対応する P^* と P_s の組み合わせで決まるので、これらグラフでは任意の $[P_s, P^*]$ に対して γ^* が与えられている。



[この近似法はベクトル社の good idea と思うが、均質流モデルそのものについては議論が残る。]

(4) フラッシュ区間のファノ流れ計算

上図のように管路末端でチョークするフラッシュ区間(x~*)では、次の気体力学式が成立する。

$$K_x^* = (1/\gamma^*)(1/M_x^2 - 1) + \{(\gamma^* + 1)/(2\gamma^*)\} \ln[(\gamma^* + 1)M_x^2 / \{2 + (\gamma^* - 1)M_x^2\}] \quad \text{-----(9.12)}$$

ここで K_x^* = 区間(x~*)の圧損係数、L=管長、D=管内径、 M_x =位置 x でのマッハ数、

K_x^* は直管の場合 $K_x^* = fL_x^*/D$ となる。この場合、 f は管摩擦損失係数(Moody)であるが、2相流であるためその値をどう採るか難しいが、Moody 線図の十分に発達した乱流域の値が妥当である(補6)。

管路末端でチョークしないフラッシュ区間(x~4)では、次の気体力学式が成立する。

$$K_{x4} = K_x^* - K_4^* \quad \text{-----(9.15)}$$

$$K_x^* = (1/\gamma^*)(1/M_x^2 - 1) + \{(\gamma^* + 1)/(2\gamma^*)\} \ln[(\gamma^* + 1)M_x^2 / \{2 + (\gamma^* - 1)M_x^2\}] \quad \text{[(9.12)式に同じ]}$$

$$K_4^* = (1/\gamma^*)(1/M_4^2 - 1) + \{(\gamma^* + 1)/(2\gamma^*)\} \ln[(\gamma^* + 1)M_4^2 / \{2 + (\gamma^* - 1)M_4^2\}]$$

ここで K_{x4} = 区間(x~4)の圧損係数、 K_4^* = 管端4~リザーバ内 C.P までの圧損係数(仮想的なもの)

M_4 = 位置4(管端)でのマッハ数

(9.12)(9.15)式は、圧損係数-マッハ数の関係を示している。任意ポイントの圧力 P_x と末端の限界圧力 P^* の関係は次のように任意 x でのマッハ数の関数で表わされる。

$$P_x/P^* = (1/M_x)[(\gamma^* + 1)/\{2 + (\gamma^* - 1)M_x^2\}]^{1/2} \quad \text{-----(9.14)}$$

(9.12)式を Fig.9.8 に示す⁽¹⁾。また(9.14)式を Fig.9.9 に示す⁽¹⁾。Fig.9.8 からわかるように、管路の圧損($P_x - P^*$)がアップすると、入口マッハ数がダウンして流量が減少する(補7参照)。この圧力差-流量の関係は、前2項で得られた限界圧力 P^* と流量の関係にマッチしたものでなければならない。後述の 3. 臨界流れの計算手順(例)はこのマッチング(流量の一致)を前提にして組み立てられている。

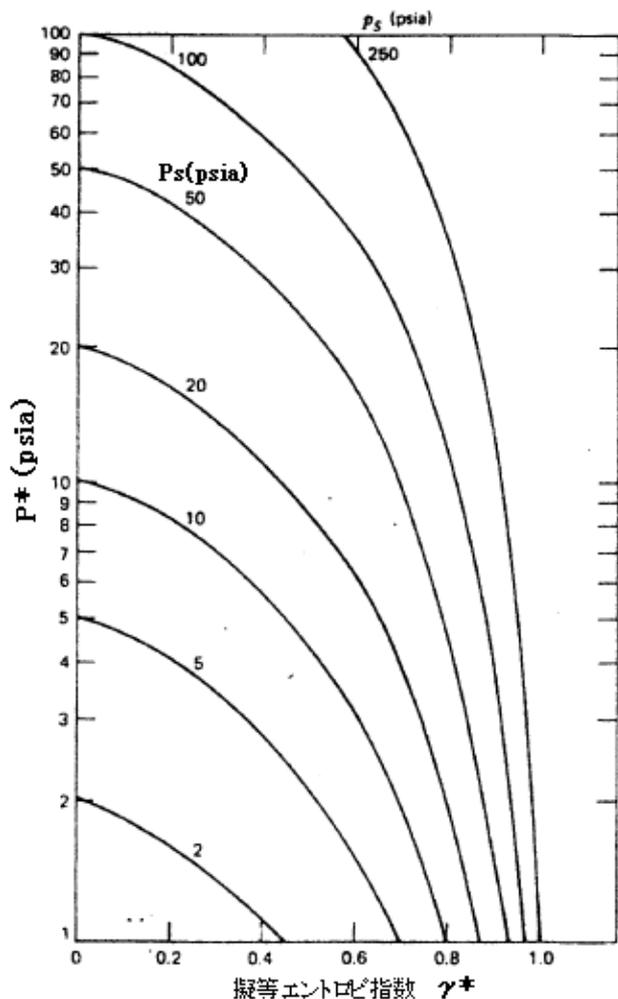


Fig.9.6 Isentropic exponent as a function of critical pressure parameters of saturation pressure

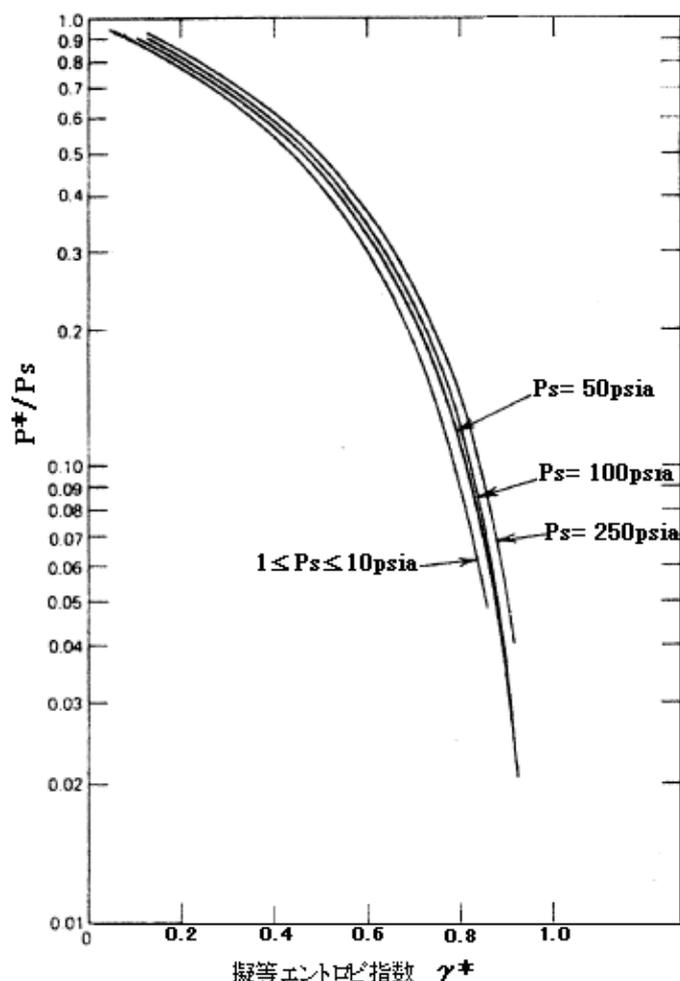


Fig.9.7 Isentropic exponent as a function of dimensionless critical pressure

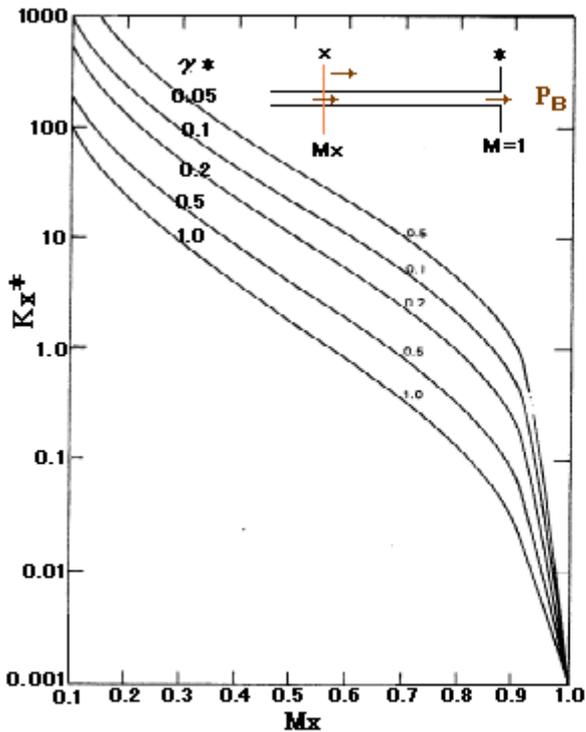


Fig.9.8 Mach number at any point in piping as a function of loss coefficient with parameters of the pseudo-isentropic

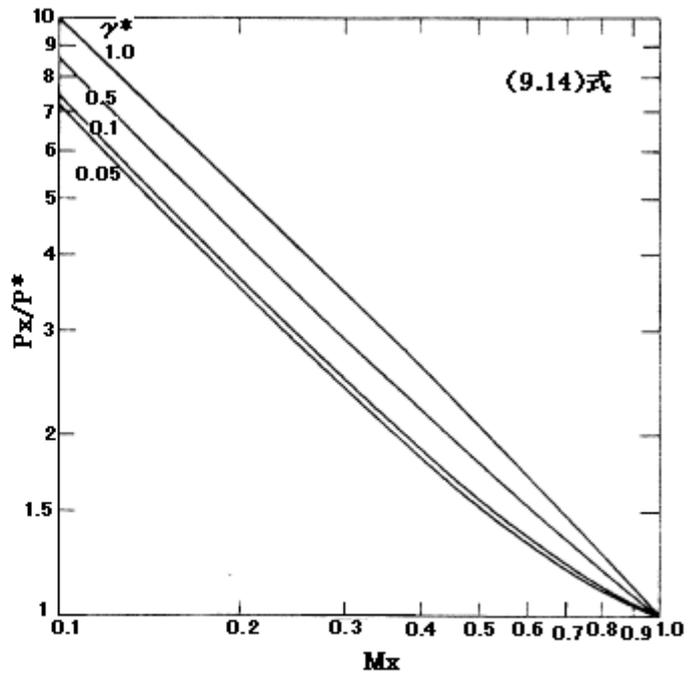
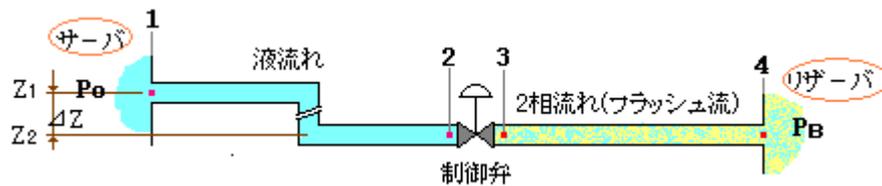


Fig.9.9 Mach number at any point in piping as a function of dimensionless critical pressure, with parameters of the pseudo-isentropic exponent

(5) 弁の制御性維持

配管システムには、液面制御/圧力制御/流量調整などで制御弁が用いられることが多い。その場合、Benedict(補2の Liao/Larson)の議論によれば、

- ① 制御弁に流入する流れがフラッシュしていると制御機能を維持するのが難しいので、1次側静圧を常に飽和蒸気圧 P_s 以下に抑える、また、
- ② 制御弁2次側以降がフラッシュ化して圧力/流量の不安定なフィードバックがあると安定な制御が難しくなるので、弁絞り部分でチョーク(音速化)させ1次側と2次側を隔離するのが、望ましいということになる。弁の二相流制御が必ずしも不可と云う訳ではないと思われるのでこの Benedict のコメントは変動の大きいラインを念頭においた安全側の措置ではないかと思われる。



①について。下記の場合、1次側のフラッシュは回避できる(上図参照)。

$$g(Z_1 - Z_2) > \{ \Delta P_{12} - (P_0 - P_s) \} / \rho_L + V_2^2 / 2 \quad \text{-----(9.9)}$$

ここで Z_1, Z_2 =管路入口,弁入口の位置水頭(m)、 ΔP_{12} =管路入口から弁入口までの圧力損失(N/m²)
 P_0 =サーバ出口位置の全圧(N/m²)、 P_s =飽和蒸気圧(N/m²)、 ρ_L =液の比重量(kg/m³)、
 V_2 = 弁入口流速(m/s)、 g =重力加速度(9.807m/s²)

②について。下記の場合、制御弁側を2次側フラッシュ流れから隔離できる(補8)。

$$P_{cv} > P_3 \quad \text{但し } P_{cv} = F_F P_s = \{0.96 - 0.28(P_s/P_{cr})^{0.5}\} P_s \quad \text{-----}(9.11)$$

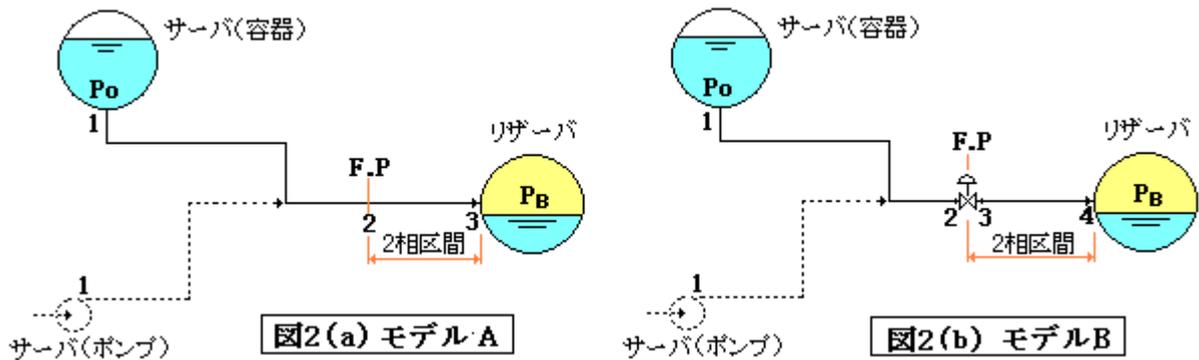
ここで P_{cv} = 弁の縮流部分(ベナコントラクタ)の限界圧力(N/m²)、 P_3 = 弁出口静圧(N/m²)

F_F = 液体臨界圧力比係数(-)、 P_{cr} = 熱力学的臨界圧(N/m²)

P_{cv} は、弁通過流れの中の最小流れ断面に発生する静圧である。もし弁2次側の静圧 P_3 がこの P_{cv} を上回ることがなければ、 P_{cv} は限界圧力に留まって音速流れが維持される。音速流れでは周知のように下流の変動が上流に伝播することはないので、2次側に変動が起きても弁の制御機能(開度調整)が不安定に陥ることはない。なお流量は開度によって調整されるので十分な弁容量であれば、弁自身の限界流量をチェックする必要はない。2次側の2相フラッシュ区間については、例えばサイズをアップするとか、1次側と無関係に設計できる。

3. 臨界流れの計算手順(例)

(1) 臨界流れにはいろんな形態が考えられる。ここでは下図のような2つの典型的なモデルを考える。



モデルAもモデルBもサーバからリザーバを単調なワンラインで接続したもの。ラインのフィードはサーバ～リザーバ間の位置水頭差ないし圧力差によるものとする。点線はサーバとして加圧ポンプを用いている。モデルの違いは**制御弁の有無**である。モデルAには制御弁がなく、モデルBには中途に制御弁をあり**制御性の問題**がでてくる。なおリザーバ内圧すなわち背圧 P_B は飽和蒸気圧 P_s を下回り、常にラインにはフラッシングが存在するものとする。

何れのモデルでも、フラッシュ点はできるだけリザーバ寄りになるようにし**2相区間(フラッシュ区間)**はできるだけ短くし、**過度な高低差を設けず水平に近い形にする(経済性/安定性を重視)**。

(2) まずモデルAについて

液温 T (あるいは飽和蒸気圧 P_s)、サーバ供給圧 P_0 及びリザーバ内圧(背圧) P_B を既知として、

- ① 所定流量(目標流量)を流すためのライン構成及び幾何条件を求める。あるいは
- ② あるライン構成及び幾何条件のもとで流すことができる流量を求める。

標準的な検討手順を以下に示す。

- S1. 圧力/流体/幾何条件及びライン構成についてデータを準備する。また①の場合は目標流量を、②の場合は初期流量を設定する。

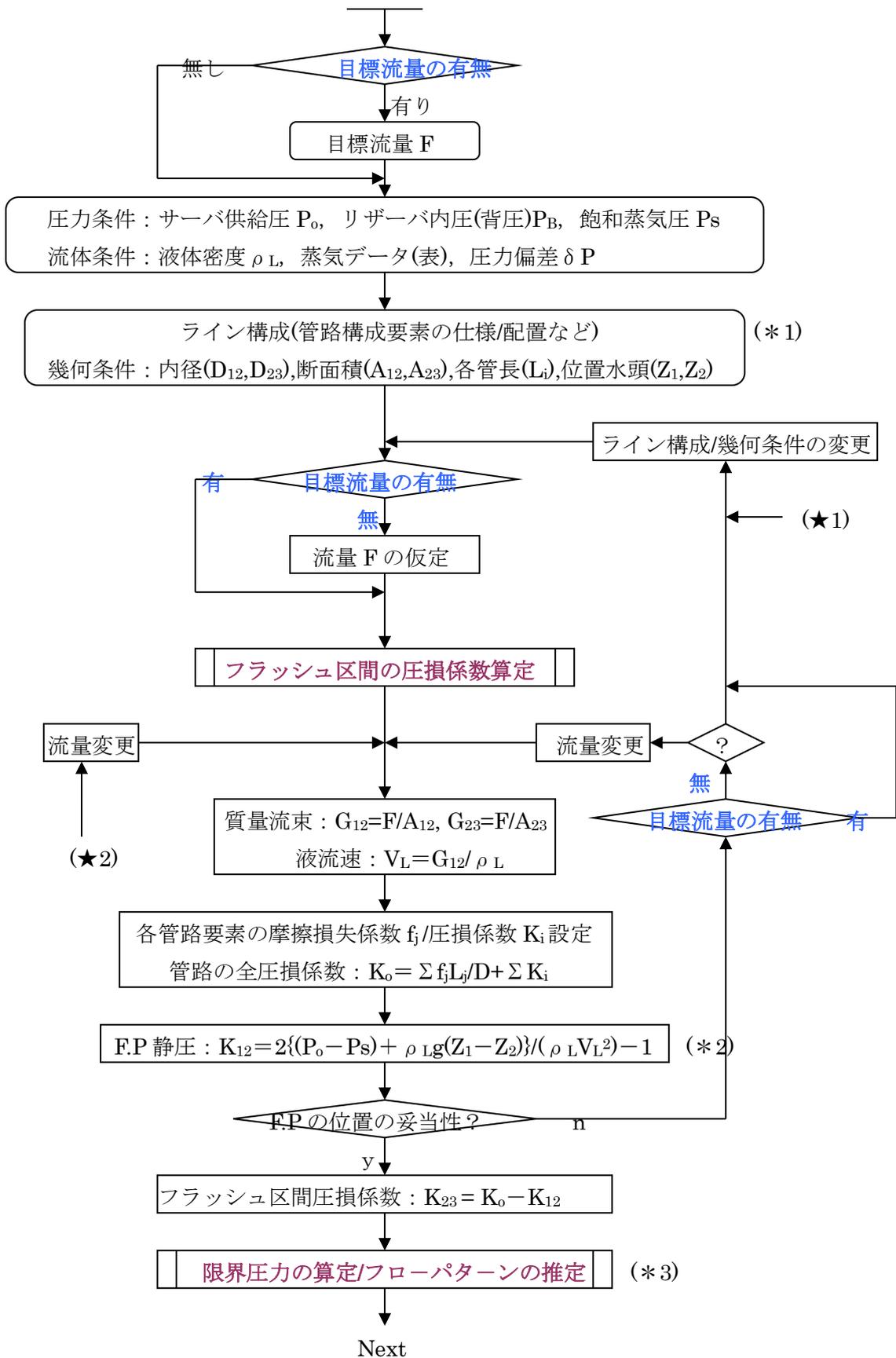
- S2. フラッシュ区間の圧損係数を求める。まず管路全体の圧損係数 K_0 を求めておき、液流れ区間の圧損係数 K_{12} を計算してこれを差し引いて K_{23} を求めて、これをステップ S4. で用いる。なお K_{12} の値から F.P の位置が決まるので、その F.P の位置が適切か調べて、流量やライン構成を調整する。F.P は前述のようにリザーバに近く平坦な位置にくるのが望ましい。
- S3. 次いで限界圧力 P^* (及び擬等エントロピ指数 γ^*) を算定し、2 相区間がチョークフロー/ 亜音速フローのいずれになるか調べて、次ステップで用いる。
- S4. 2 相区間のファノ流れ計算を行い流量/圧力降下が妥当であるか、チェックする。ファノ流れ式が成立しない時は特に流量(マッハ数)の不適切が予想される。①のケースではライン構成や幾何条件を調整して、間接的に飽和蒸気圧に見合った流量にする。②のケースでは直接的に流量を変えて適正化する。

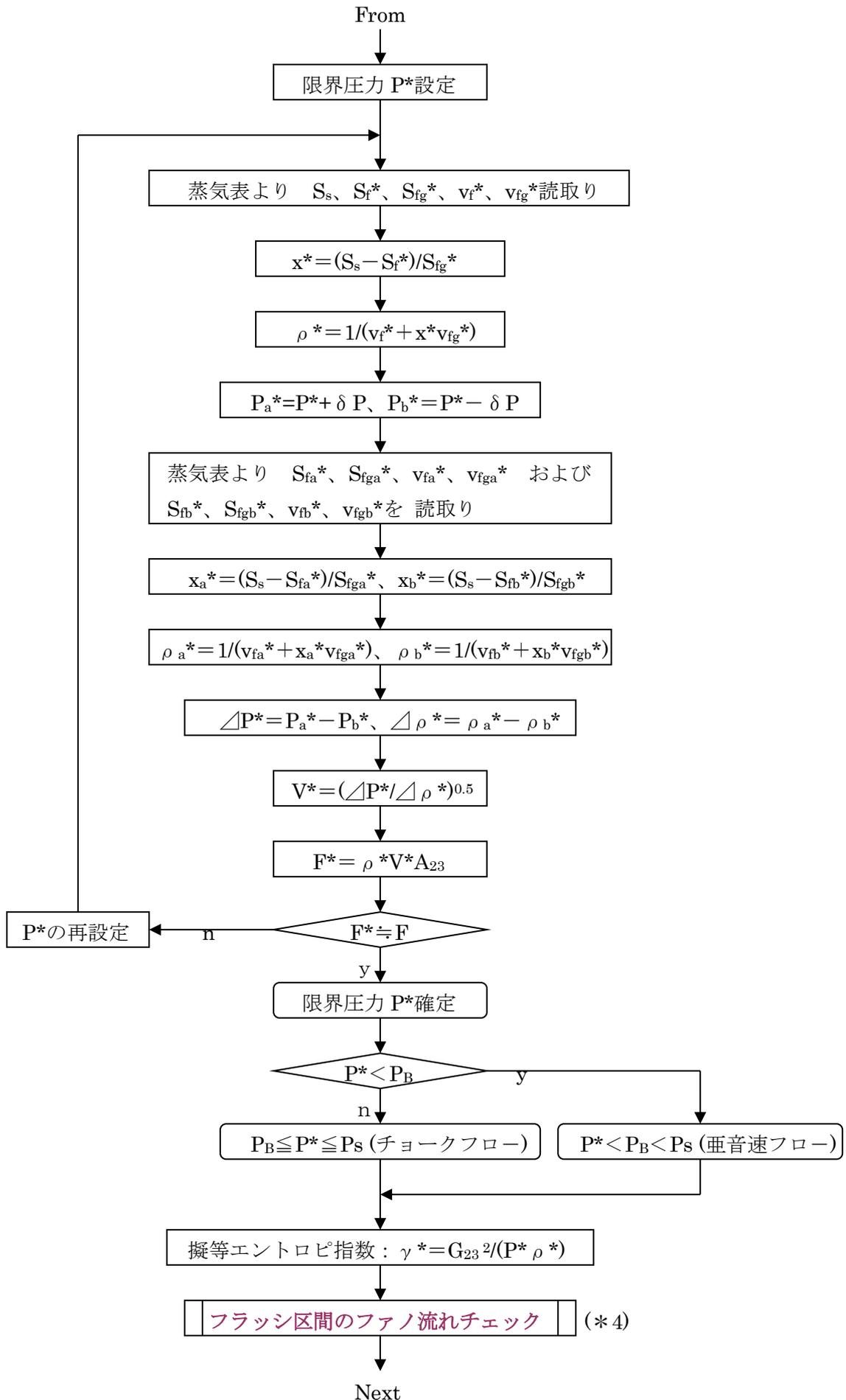
(3) 次にモデル B について

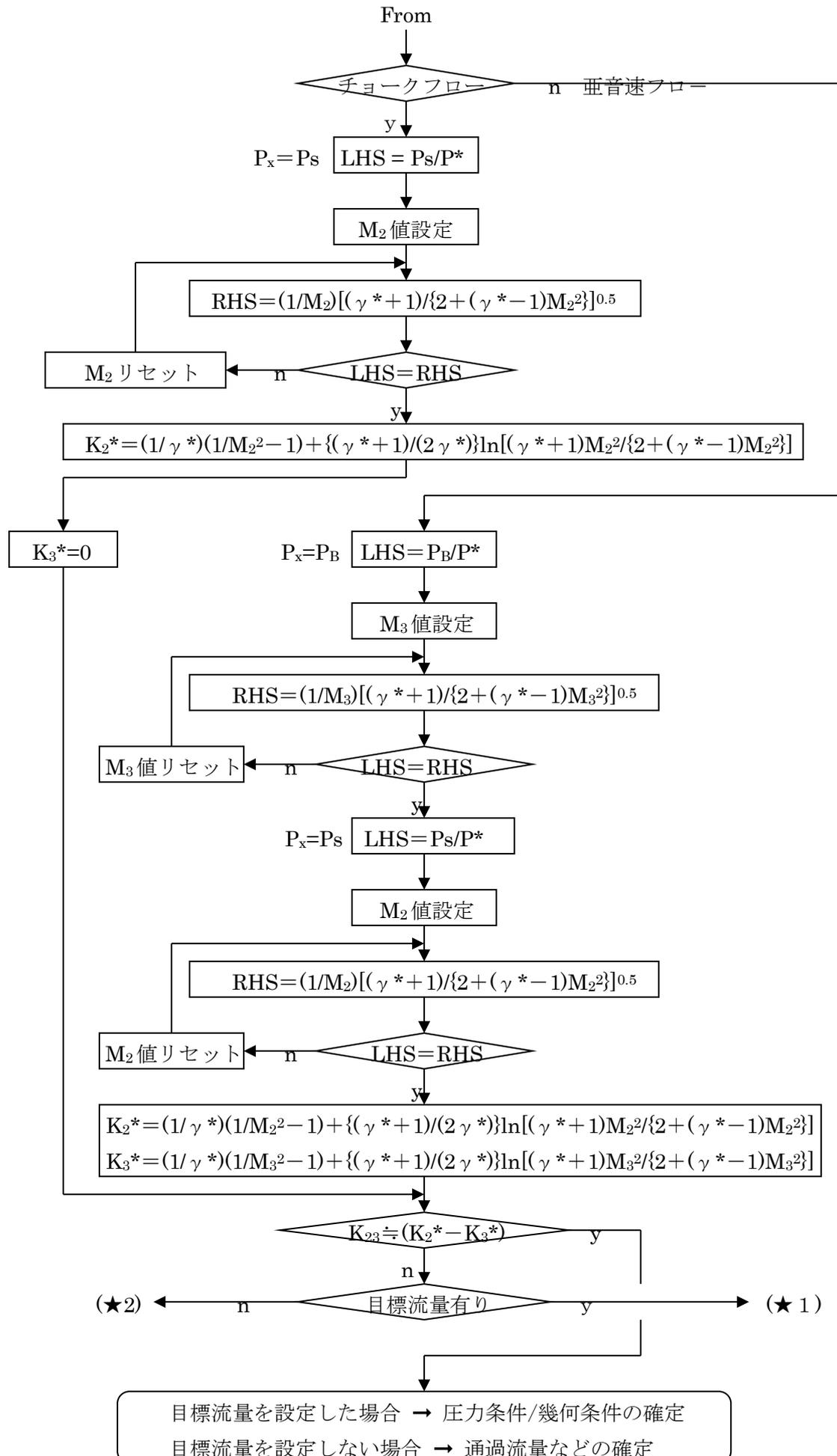
モデル A と同じく、液温 T 、サーバ供給圧 P_0 、リザーバ内圧(背圧) P_B 及び飽和蒸気圧 P_s を既知として、ケース①、ケース②を実施する。但しモデル A と異なり、制御弁によって流れを調節するために、“制御弁の 1 次側でフラッシュを起こさず”、“制御弁の絞り部でチョークさせ、常に 2 次側をフラッシュ状態に保つ”必要がある。標準的な検討手順を以下に示す。

- S1. 圧力/流体/幾何条件及びライン構成についてデータを準備する。
- S2. 制御弁の入口でフラッシュが起きないように、入口静圧 P_2 が飽和蒸気圧 P_s 以下になっていないかチェックする。もし P_2 が P_s 以下になっていれば、流量や配置/寸法などを調整して是正する。サーバ出口から制御弁入口までは液流れ、弁出口以降はフラッシュ流れで扱う。
- S3. 次いで、限界圧力 P^* (及び擬等エントロピ指数) を算定し、2 相フラッシュ区間がチョーク流れ、亜音速流れのいずれになるか調べる(フローパターンによってアプローチが異なる故)。
- S4. 制御弁の絞り部分でチョークすることを確認するため、制御弁出口(2 次側)静圧 P_3 が絞り部分における限界圧力 P_{cv} 以下になることをチェックする(因みに P_3 が P_{cv} 未満であることは飽和蒸気圧を下回っていることであるから弁出口以降はフラッシュ区間になる)。 P_3 の計算はチャート 1 で用いたファノ流れ式と(9.14)式を組み合わせる。 P_3 が P_{cv} を越える時は流量や管サイズ/流れ抵抗の不適切が考えられるので、①のケースではライン構成や幾何条件を是正する。②のケースでは直接的に流量を適正化する。

チャート1. モデルAの設計検討フローチャート







【 チャート 1 の記号説明 】

F = 質量流量(kg/s)、G = 質量流束(m/s)、V = 流速(m/s)、M = マッハ数(-)、P = 静圧(Pa)、
 P_0 = サーバ供給圧(Pa)、 P_B = リザーバ内圧(背圧)(Pa)、 P^* = 限界圧力(静圧)(Pa)、
 ΔP = 圧力変分(Pa)、 δP = 圧力偏差(Pa)、 ρ = 密度(kg/m³)、 $\Delta \rho$ = 密度変分(kg/m³)、
g = 重力加速度(9.807m/s²)、v = 比容積(m³/kg)、S = エントロピ(J/kg K)、
 $S_s = P_s$ における飽和液のエントロピ(J/kg K)、x = クオリティ(-)、 γ^* = 擬等エントロピ指数(-)、
D = 直径(又は水力径)(m)、A = 流れ断面積(m²)、L = 管長、Z = 基準位置からのレベル(m)、
 f_j = 各管摩擦損失係数(Moody)(-)、 K_i = 各構成要素の圧損係数(-)、
 K_2^* = 位置 2 ~ チョーク点(C.P)の圧損係数(-)、 K_3^* = 位置 3 ~ チョーク点(C.P)の圧損係数(-)

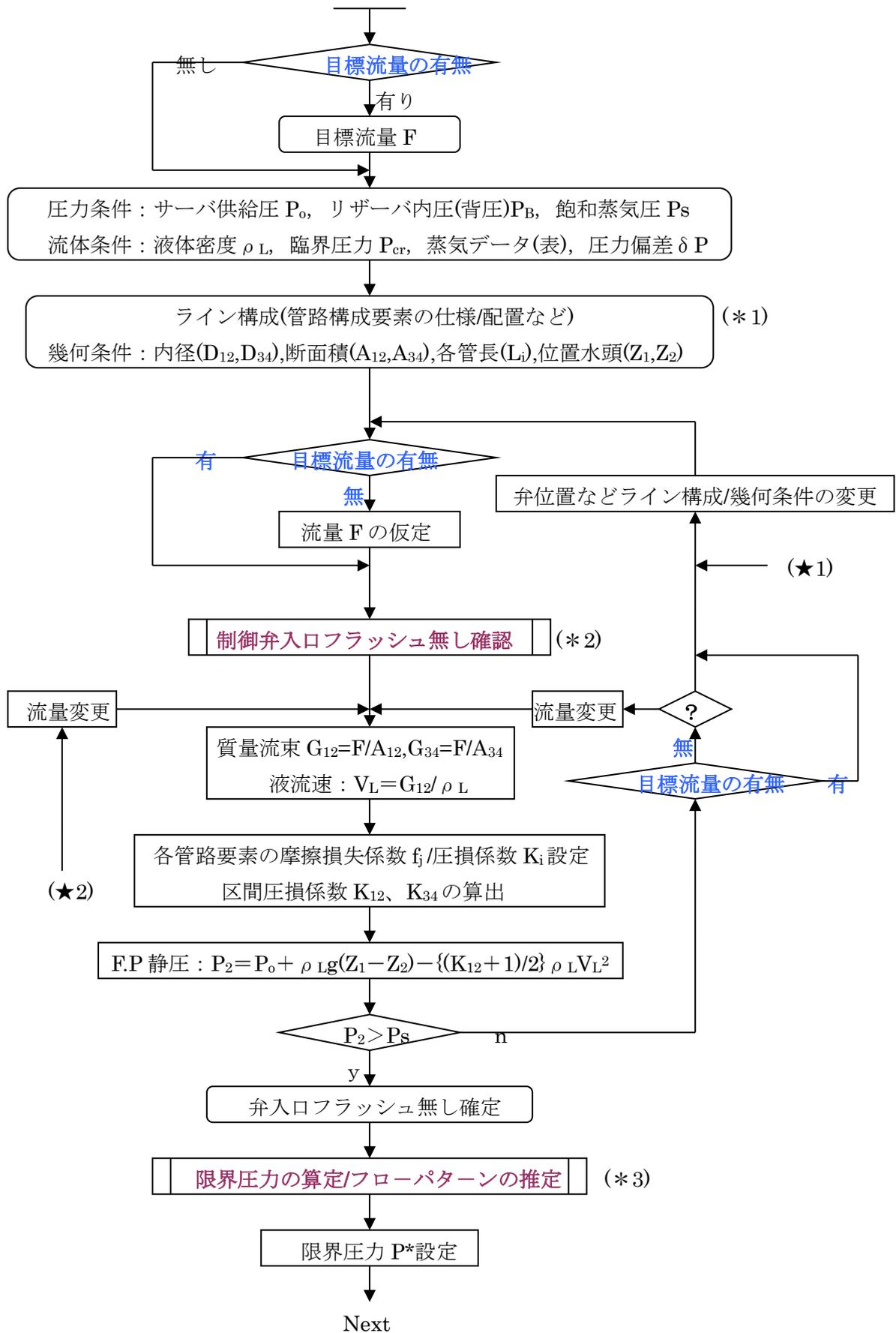
サフィックス：以下の通り。

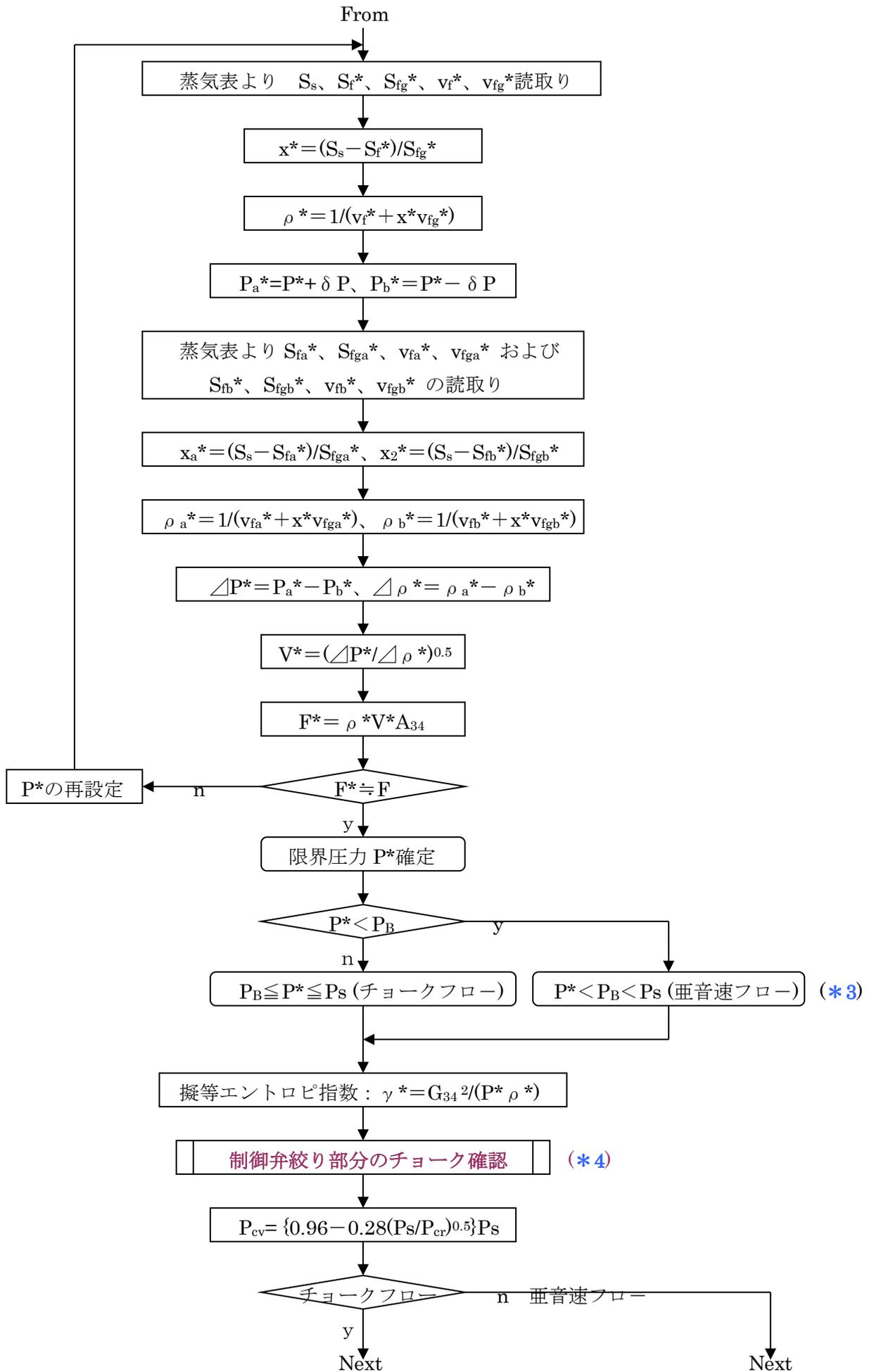
- * → P^* に対応した状態、限界(臨界)状態あるいはチョーク点、 1,2,3 → 各位置、
- 12 → 位置 1 ~ 2(液流れ区間)、23 → 位置 2 ~ 3(フラッシュ区間)
- L → 液、f → 飽和液、g → 飽和蒸気、fg → 飽和液 ~ 飽和蒸気の差、s → 飽和液、
- a → 圧力変分の一方向の極、b → 圧力変分他方向の極、

【チャート 1 の補注】

- (*1) ライン構成要素としては、パイプ、ベンド、ディフューザ、制御弁以外の手動弁やオリフィスあるいは流量計などが考えられる。ディフューザはフラッシュ後に用いるが、急拡要素はチョークする懸念があるので避けてレディーサのような緩拡タイプにする。絞り弁/オリフィスについては 2 相区間への設置は避けて液流れ部分に設けるのがいい。但しキャビ発生をチェックしておく必要がある。
- (*2) この式は、液流れ区間のベルヌーイ式[$P_0 + \rho_L Z_1 = P_2 + \rho_L Z_2 + (K_{12} + 1) \rho_L V_L^2 / 2$]を変形したものの。
- (*3) 2.(2)の限界圧力 で示した方法に拠っているが、かなり煩雑で手間を食う。水-水蒸気の場合は、**Fig.9.4** や(9.3)式 + **Fig.9.5** を使えばはるかに速い。なお得られた P^* を P_B, P_s とくらべ、フローパターンをチョーク流れ(図 1 のパターン 2b,3b)と垂音速流れ(図 1 のパターン 3a)に別けて後のファノ流れ計算に対応する。
- (*4) 2 相区間では気相が支配的になるので、擬等エントロピ指数(比熱比相当)を用いて圧縮性流れのファノ流れの特性式をチェックする(この方法の妥当性にはいろいろ議論があるのではないかと思うがここでは Benedict のテキストに従う)。通常、ファノ流れ式は管摩擦損失(fL/D)とマッハ数変化の相関を云うが、ここでは広義の圧力損失($fL/D + \Sigma K$)とマッハ数変化の相関として扱う。ただ、圧損-マッハ数変化式は単独で解けないので、圧力-マッハ数の相関を表す(9.14)式を連立する形で解く。結果的に圧損-マッハ数の関係がマッチしなければ、流量を変えるからライン構成などを変える必要がある。例えば流量に関しては、 K_{23} が($K_2^* - K_3^*$)より大きいなら流量を増加させて、逆に小さいなら流量をダウンさせてマッチングをとることになると思う。
- なお水-水蒸気では、ファノ流れ式および(9.14)式の代わりに **Fig.9.8** 及び **Fig.9.9** を用いれば速く処理できる。

チャート 2. モデル B の設計検討フローチャート





【チャート2の記号説明】

F = 質量流量(kg/s)、 G = 質量流束(m/s)、 V = 流速(m/s)、 M = マッハ数(-)、 P = 静圧(Pa or N/m²)、
 P_o = サーバ供給圧(Pa)、 P_B = リザーバ内圧(背圧)(Pa)、 P^* = 限界圧力(静圧)(Pa)、
 P_{cv} = 弁の縮流部分(ベナコントラクタ)の限界圧力(Pa)、 P_{cr} = 流体の臨界圧力(Pa)、
 ΔP = 圧力変分(Pa)、 δP = 圧力偏差(Pa)、 ρ = 密度(kg/m³)、 g = 重力加速度(9.807m/s)
 $\Delta \rho$ = 密度変分(kg/m³)、 v = 比容積(m³/kg)、 x = クオリティ(-)、 S = 比エントロピ(kJ/kg K)、
 $S_s = P_s$ における飽和液の比エントロピ(kJ/kg K)、 γ^* = 擬等エントロピ指数(-)、
 D = 直径(又は水力径)(m)、 A = 流れ断面積(m²)、 L = 管長、 Z = 基準位置からのレベル(m)、
 f_j = 各管摩擦損失係数(Moody)(-)、 K_i = 各構成要素の圧損係数(-)、
 K_3^* = 位置 3～チョーク点(C.P)の圧損係数(-)、 K_4^* = 位置 4～チョーク点(C.P)の圧損係数(-)

サフィックス：以下の通り。

- * → P^* に対応した状態、限界(臨界)状態あるいはチョーク点、 1,2,3,4 → 各位置、
- 12 → 位置 1～2(液流れ区間)、34 → 位置 3～4(フラッシュ区間)
- L → 液、f → 飽和液、g → 飽和蒸気、fg → 飽和液～飽和蒸気の差、s → 飽和液、
- a → 圧力変分の一方向の極、b → 圧力変分の他方向の極、

【チャート2の補注】

- (*1) ライン構成要素としては、パイプ、ベンド、ディフューザ、制御弁および制御弁以外の手動弁やオリフィスあるいは流量計など。ディフューザは制御弁出口に用いるが、急拡要素はチョークする懸念があるので避けてレディーサのような緩拡タイプにする。絞り弁/オリフィスについては2相区間への設置は避けて液流れ部分に設けるのがいい。但しキャビ発生をチェックしておく必要がある。
- (*2) 制御弁の前でフラッシュして弁を通過する流れが2相流になると制御が難しくなるので、弁の入口が液状態が保たれるように、**入口静圧 > 飽和蒸気圧**になっているかチェックする。目標流量がある場合(ケース①)は、配管の管径/管長/レイアウト/構成部品(絞り弁も含め)などを圧損の観点から調整することになる。またライン構成が固定している場合(ケース②)は流量を加減して(場合によってはライン構成を少しいじって)調整することになる。
- (*3) チャート1の(*3)と同じ。
- (*4) モデル B では制御弁でチョークして弁前後で流れが分断されているので、同一流量を保つだけで圧力バランスをとる必要はない。ここではフラッシュ区間の始点の静圧 P_3 が制御弁の P_{cv} 以下であることのみを確認する。チャート1と同じくファノ流れ(圧損-マッハ数変化)式と圧力-マッハ数の相関を表す(9.14)式を連立的に用いて P_3 を求める。結果的に P_3 が大きければ流量をダウンさせたり、ライン構成(管サイズなど)を調整する。

なお水-水蒸気では、ファノ流れ式および(9.14)式の代わりに **Fig.9.8** 及び **Fig.9.9** を用いれば速く処理できる。

4. 例題

(1) モデル A において、液温 205°C の熱水を容器にフィードする。その場合、以下が既知である。

サーバ供給圧 $P_o = 29.8 \text{ ata} (2.9225 \text{ MPa})$ 、背圧 $P_B = 15.47 \text{ ata} (1.5167 \text{ MPa})$ 、
飽和蒸気圧 $P_s = 17.58 \text{ ata} (1.7241 \text{ MPa})$ 、液密度 $\rho_L = 859 \text{ kg/m}^3$ (at 29.8 ata & 205°C)、
管内径 $D_{12} = D_{23} = 0.0762 \text{ m}$ 、流れ断面積 $A_{12} = A_{23} = 0.00456 \text{ m}^2$ 、位置水頭差 $Z_1 - Z_2 = 0$
管路の全圧損係数 $K_o = 22.7$

この場合、熱水はどの程度、流れるか？概略流量を求めよ。

- $P_B < P_s$ の故に、流れはフラッシュする。まず全路、液流れであるとするれば、ベルヌーイ式より

$$G = \{2 \rho_L (P_o - P_B) / (K_o + 1)\}^{0.5} = \{2 \times 859 \times (2.9225 - 1.5167) \times 10^6 / (22.7 + 1)\}^{0.5}$$

$$= 10095 \text{ kg/m}^2\text{s} \rightarrow F = GA_{12} = 10095 \times 0.00456 = 46 \text{ kg/s}$$

であるから、初期値として $F = 46 \text{ kg/s}$ 、 $G_{12} = G_{23} = 10095 \text{ kg/m}^2\text{s}$ をとる。

- 平均流速 $V_L = G_{12} / \rho_L = 10095 / 859 = 11.75 \text{ m/s}$ であるから、

$$K_{12} = 2\{(P_o - P_s) + \rho_L (Z_1 - Z_2)\} / (\rho_L V_L^2) - 1$$

$$= 2\{(2.9225 - 1.7241) \times 10^6 + 859 \times 0\} / (859 \times 11.75^2) - 1 = 19.21$$

全圧損係数の 85% を占め、残余のフラッシュ区間は短い。F.P の位置としては妥当な所か？

$$K_{23} = K_o - K_{12} = 22.7 - 19.21 = 3.49$$

- 限界圧力 P^* は、Fig.9.5 を用いて求める。このためには臨界流量 G_o が必要。Table 9.1 によれば 250 psia (17.58 ata) に対して $G_o = 2361 \text{ lbm/ft}^2\text{s} (11530 \text{ kg/m}^2\text{s})$ であるから、
 $G/G_o = 10095 / 11530 = 0.88 \rightarrow$ Fig.9.5 より $P^*/P_s = 0.9 \rightarrow P^* = 0.9 \times 17.58 = 15.82 \text{ ata} (1.5517 \text{ MPa})$
わずかに $P^* > P_B$ であるからチョーク流れになる(管路端でチョークする)。

- 蒸気表より $S_s = 2.374 \text{ kJ/kgK}$ 、 $S_f^* = 2.328 \text{ kJ/kg K}$ 、 $S_{fg}^* = 4.0821 \text{ kJ/kgK}$ 、 $v_f^* = 0.001156 \text{ m}^3/\text{kg}$ 、
 $v_{fg}^* = 0.12489 \text{ m}^3/\text{kg}$ であるから、

$$x^* = (S_s - S_f^*) / S_{fg}^* = (2.374 - 2.328) / 4.0821 = 0.01127$$

$$\rho^* = 1 / (v_f^* + x^* v_{fg}^*) = 1 / (0.001156 + 0.01127 \times 0.12489) = 390 \text{ kg/m}^3$$

$$\gamma^* = G_{34}^2 / (P^* \rho^*) = 10095^2 / (1.5517 \times 10^6 \times 390) = 0.168$$

- チョーク流れであるから K_2^* のみを求める。 $P_s / P^* = 1.7241 / 1.5517 = 1.111$ であるから、Fig.9.9 より $M_2 = 0.8$ 。このとき Fig.9.8 より $K_2^* = 1.0$ になる。これを式から確認すると、

$$\text{RHS} = (1/M_2) [(\gamma^* + 1) \{2 + (\gamma^* - 1) M_2^2\}]^{0.5} = (1/0.8) [1.168 \{2 - 0.832 \times 0.8^2\}]^{0.5} = 1.115 \rightarrow 1.111$$

$$K_2^* = (1/\gamma^*) (1/M_2^2 - 1) + \{(\gamma^* + 1) / (2\gamma^*)\} \ln [(\gamma^* + 1) M_2^2 / \{2 + (\gamma^* - 1) M_2^2\}]$$

$$= (1/0.168) (1/0.8^2 - 1) + \{1.168 / 0.336\} \ln [1.168 \times 0.8^2 / \{2 - 0.832 \times 0.8^2\}] = 1.0$$

だいたい一致している。

- 前述の如く $K_{23} = 3.49$ であるから、 $K_2^* = 1.0$ と合わない。流量が少し高すぎるようなので、 G を $9594 \text{ kg/m}^2\text{s}$ に下げしてみる。 $G/G_o = 9594 / 11538 = 0.832$ であるから Fig.9.5 より、
 $P^*/P_s = 0.856 \rightarrow P^* = 1.476 \text{ MPa}$ また $\rho^* = 300$ なので、 $\gamma^* = 9594^2 / \{1.476 \times 10^6 \times 300\} = 0.2$ になる。 $P_B = 1.5167 \text{ MPa}$ であるから $P^* < P_B$ になり、フラッシュ区間は亜音速フローになる。

$P_B/P^* = 1.5167/1.476 = 1.03$ なので Fig.9.9 より $M_3 = 0.95$ 程度。また $P_s/P^* = 1/0.856 = 1.168$ なので、同じく Fig.9.9 より $M_2 \doteq 0.75$ であるから、

$$K_3^* = (1/\gamma^*)(1/M_2^2 - 1) + \{(\gamma^* + 1)/(2\gamma^*)\} \ln[(\gamma^* + 1)M_2^2 / \{2 + (\gamma^* - 1)M_2^2\}]$$

$$= (1/0.2)(1/0.95^2 - 1) + \{1.2/0.2\} \ln[1.2 \times 0.95^2 / \{2 - 0.8 \times 0.95^2\}] = 0.045$$

$$K_2^* = (1/\gamma^*)(1/M_2^2 - 1) + \{(\gamma^* + 1)/(2\gamma^*)\} \ln[(\gamma^* + 1)M_2^2 / \{2 + (\gamma^* - 1)M_2^2\}]$$

$$= (1/0.2)(1/0.75^2 - 1) + \{1.2/0.4\} \ln[1.2 \times 0.75^2 / \{2 - 0.8 \times 0.75^2\}] = 1.395$$

従って、 $(K_2^* - K_3^*) = 1.395 - 0.045 = 1.35$

一方、平均流速 $V_L = G_{12} / \rho_L = 9594/859 = 11.17 \text{ m/s}$ であるから、

$$K_{12} = 2\{(P_o - P_s) + \rho_L(Z_1 - Z_2)\} / (\rho_L V_L^2) - 1$$

$$= 2\{(2.9225 - 1.7241) \times 10^6 + 859 \times 0\} / (859 \times 11.17^2) - 1 = 21.36$$

$$K_{23} = K_o - K_{12} = 22.7 - 21.36 = 1.34$$

K_{23} は $(K_2^* - K_3^*)$ に殆ど同じなので流量 $G = 9594 \text{ kg/m}^2\text{s}$ の仮定はだいたい当たっていると思う。
(グラフ読み取りが不正確なので少しずれるかもしれないが…)

(2) モデル B において、以下の条件で、液温 72.4°C の飽和水をフィードする。

目標流量 $F = 0.8165 \text{ kg/s}$ 、飽和蒸気圧 $P_s = 0.354 \text{ ata}$ (0.03447 MPa)、サーバ供給圧 $P_o =$ 同左、
背圧 $P_B = 0.07 \sim 0.14 \text{ ata}$ ($0.00689 \sim 0.01378 \text{ MPa}$)、臨界圧力 $P_{cr} = 225.3 \text{ ata}$ (22.10 MPa)、
液密度 $\rho_L = 976 \text{ kg/m}^3$ (at 29.8 ata & 205°C)、
管内径 $D_{12} = D_{34} = 0.102 \text{ m}$ 、流れ断面積 $A_{12} = A_{34} = 0.0081 \text{ m}^2$ 、位置水頭差 $Z_1 - Z_2 \doteq 2.438 \text{ m}$
フラッシュ区間長さ(等価管長) $L_{34} = 9.48 \text{ m}$ 、 $K_{12} = 3980$

流れの状態、制御弁の操作性を確認せよ

- 質量流束 $G_{12} = G_{34} = 0.8165/0.0081 = 100.7 \text{ kg/m}^2\text{s}$ 、液流速 $V_L = 100.7/976 = 0.1032 \text{ m/s}$
- 液流れ区間については圧損係数 $K_{12} = 3980$ (既知) とする。フラッシュ区間については、摩擦損失係数 f を 0.015 (粗度 $\varepsilon/D = 0.0003$ 程度見込み) にとって、 $K_{34} = 0.015 \times 9.48/0.102 = 1.4$ とする。

- 制御弁入口の静圧は、次のようになる。

$$P_2 = P_o + \rho_L g(Z_1 - Z_2) - \{(K_{12} + 1)/2\} \rho_L V_L^2 = 0.03447 \times 10^6 + 976 \times 9.807 \times 2.438$$

$$- \{(3980 + 1)/2\} \times 976 \times 0.1032^2 = 37116 > 34470 \text{ (Pa)}$$

従って P_2 は $P_s = 34470 \text{ Pa}$ より小さいので、制御弁手前でフラッシングが起きることはない。

- 限界圧力 P^* は、Fig.9.5 を用いて求める。このためには臨界流量 G_o が必要。Table 9.1 によれば 5 psia (0.354 ata) に対して $G_o = 86.341 \text{ lbm/ft}^2\text{s}$ ($421.6 \text{ kg/m}^2\text{s}$) であるから、

$$G/G_o = 100.7/421.6 = 0.24 \rightarrow \text{Fig.9.5 より } P^*/P_s \doteq 0.3 \rightarrow P^* = 0.3 \times 0.03447 = 0.01034 \text{ MPa}$$

$P_B = 0.00689 \sim 0.01378 \text{ MPa}$ であるから、

$$[P_B = 0.00689] < [P^* = 0.01034] \text{ のとき } \text{チョーク流れ}$$

$$[P_B = 0.01378] > [P^* = 0.01034] \text{ のとき } \text{亜音速流れ}$$

- 蒸気表より $S_s=0.9839\text{kJ/kgK}$ 、 $S_f^*=0.6489\text{kJ/kg K}$ 、 $S_{fg}^*=7.4525\text{kJ/kgK}$ 、 $v_f^*=0.001011\text{m}^3/\text{kg}$ 、 $v_{fg}^*=13.769\text{m}^3/\text{kg}$ であるから、

$$x^*=(S_s-S_f^*)/S_{fg}^*=(0.9839-0.6489)/7.4525=0.0447$$

$$\rho^*=1/(v_f^*+x^*v_{fg}^*)=1/(0.001011+0.0447\times 13.769)=1.61\text{ kg/m}^3$$

$$\gamma^*=G_{34}^2/(P^*\rho^*)=100.7^2/(0.01034\times 10^6\times 1.61)=\mathbf{0.6}$$

- 制御弁絞り部分(バナコントラクタ)の限界圧力は次のように見積もられる。

$$P_{cv}=\{0.96-0.28(P_s/P_{cr})^{0.5}\}P_s=\{0.96-0.28(0.03447/22.10)^{0.5}\}\times 0.03447=\mathbf{0.0327\text{MPa}}$$

フラッシュ区間がチョーク流れの時は、 $K_3^*=K_{34}=1.4$ であるから Fig.9.8 より $M_3=\mathbf{0.6}$ になるので

$$P_3=(1/M_3)[(\gamma^*+1)/\{2+(\gamma^*-1)M_3^2\}]^{0.5}P^*$$

$$=(1/0.6)[(1.6/\{2-0.4\times 0.6^2\})^{0.5}\times 0.01034]=\mathbf{0.016\text{MPa}}$$

この弁出口静圧 P_3 は $[P_{cv}=0.0327\text{MPa}]$ より小さいので、制御性に問題はない。

- フラッシュ区間が亜音速流れのときは、 $P_B/P^*=0.01378/0.01034=1.333$ であるから、Fig.9.9 から $M_4=0.71$ である。この結果を用いて Fig.9.8 より $K_4^*=0.6$ となる。従って

$$K_3^*=K_{34}+K_4^*=1.4+0.6=\mathbf{2.0}$$

位置 3～仮想 F.P までの圧損係数 K_3^* が 2.0 の場合、Fig.9.8 より $M_3=\mathbf{0.56}$ である。従って

$$P_3=(1/M_3)[(\gamma^*+1)/\{2+(\gamma^*-1)M_3^2\}]^{0.5}P^*$$

$$=(1/0.56)[(1.6/\{2-0.4\times 0.56^2\})^{0.5}\times 0.01034]=\mathbf{0.017\text{MPa}}$$

亜音速流れの場合も、弁出口静圧 P_3 は $[P_{cv}=0.0327\text{MPa}]$ より小さいので、制御性に問題はない。

[補 足 説 明]

(補 1) テキストの記述を借りて具体的に例を示してみる。

タービン最終段前で集められた $0.1256\text{ata}/0.001\text{m}^3/\text{kg}$ の飽和水がドレン孔を通してコンデンサ内圧 0.035ata まで膨張するとする。 $0.1256\text{ata} \rightarrow 0.035\text{ata}$ の等エントロピ過程におけるクオリティは $x = (S_s - S_f) / S_{fg} = (0.168 - 0.0917) / 1.9466 = 0.039$ 即ちわずか 3.9% の水がフラッシュするに留まる。然るに、 0.035ata の蒸気の比容積は $40\text{m}^3/\text{kg}$ であるからその 3.9% は $1.56\text{m}^3/\text{kg}$ である。水の体積は無視できるので、水比容積を $0.001\text{m}^3/\text{kg}$ として、膨張前後の体積比は $1.56/0.001 = 1560$ (倍)になる。

(補 2) Benedict のテキストでは第 9 章で、例題を交えて臨界流の特性計算法が示されている。この計算手法は、ベクトル社の Liao/Larson 氏が提案した簡易解法^②をベースにしているようである。以下その内容の要点を記す。

- 蒸気タービンの損傷原因の一つに水注入がある。そのためのドレンシステムがうまく設計されていないと損傷リスクが高くなる。
- ドレンシステムは気液 2 相流配管になる。しかし連続してボイド率が変化し立体配管で流動様式が定まらない上に末端でチョークするので、通常の二相流設計には馴染まない。
- 旧来のフラッシュ流れ計算法(均質モデルによる Benjamin/Miller 法)は手間がかかる。動力プラントのドレンシステムの負荷条件は複雑で検討量は多い。そこで Benjamin/Miller 法にかわる簡易的な計算方法のニーズは高い(余り厳密なものはいらない)。
- 提案の方法は、均質流モデル一様流速/平衡状態を仮定して圧縮性流れ理論をフラッシュ流れに適用するもの。あくまでも近似計算に他ならないが、均質流モデルは常に低めの最大質量流束(流量)を見積もるので設計的には安全になる。
- タービンのドレンシステムの配置は下図のようになる。この場合、

流れ状態: $P_a + H/v_a - (\Delta P_i + \Delta P_v + \Delta P_o + \Delta P_e) = P_b$ (液流れ流速は低いので $\Delta P_e \approx 0$)

フラッシュ流れの可否: $P_{va} \leq P_b$ の時は液流れ、 $P_{va} > P_b$ の時は 2 相フラッシング流れ
フラッシュ流れになる場合は、コントロール弁手前のフラッシングはさける。即ち

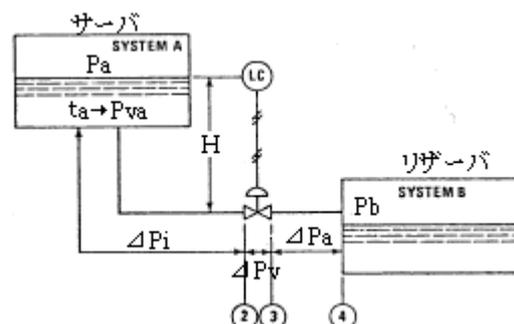
$$H > v_a[\Delta P_i - (P_a - P_{va})] \rightarrow (P_a \text{ が飽和液であれば}) \rightarrow H > v_a \Delta P_i$$

$P_a > P_{va}$ 即ちサブクールされている場合は

$\Delta P_i > (P_a - P_{va})$ なら静水頭 H が必要、 $\Delta P_i < (P_a - P_{va})$ なら静水頭 H はなくてもよい。

(後者の場合、リザーバはサーバより高くおける。)

制御弁下流でフラッシングが起きると流れは管路端でチョークする可能性があるが、これはコントロール弁の制御性からみれば不利である。ドレン量を自由に制御できるように、弁の出口のポイント 3 の圧力は弁の限界圧力以上にしない。



- ・提案の計算方法は、基本的に Benedict の方法と同じなので省略。ファノ流れ計算で用いる摩擦損失係数 f については、補5を参照のこと。
- ・提案の計算方法による計算と実験データの比較を下記の Table 1 と Table2 に示す。Table 1 は当該計算値と Benjamin/Miller の実験値との比較を示す。限界圧力 P^* は殆ど差はないが、弁出口圧力 P_3 については多少、計算値が高めになる(設計上安全側)。Table2 は当該計算値と Fauske の実験値との比較を示す。 P_3 は Table2 と同じ傾向を示すが、質量流束(W/A)は、実験値より計算値の方が 40%程度低めになる(設計的には安全側)。流量については多少マージンのとりすぎの感があるので、この差は認識しておくのがよい。

Table 1 Correlation of Author's Method to Test Data of Benjamin and Miller

Run No.	TEST DATA		TEST	CALCULATED	TEST	CALCULATED
	P_{va} lbf/in. ² abs (kPa abs)	W/A lbm/sec-ft ² (kg/sec-m ²)	p^* lbf/in. ² abs (kPa abs)	p^* lbf/in. ² abs (kPa abs)	P_3 lbf/in. ² abs (kPa abs)	P_3 lbf/in. ² abs (kPa abs)
1	37 (255)	206.1 (1010)	18.2 (125)	18 (124)	27 (186)	30 (207)
2	29.8 (205)	147.6 (722)	13.2 (91.0)	13 (90)	20 (138)	22.1 (152)
3	23.9 (165)	116 (568)	10.6 (73.1)	10 (69)	15 (103)	17.4 (120)
4	18.2 (125)	82.5 (404)	6.7 (46.2)	7 (48)	10.7 (73.8)	12.3 (85)

Table 2 Correlation of Author's Method to Test Data of Fauske

Run No.	x	TEST DATA		TEST	CALCULATED	TEST	CALCULATED
		p^* lbf/in. ² abs (kPa abs)	P_{va} lbf/in. ² abs (kPa abs)	W/A lbm/sec-ft ² (kg/sec-m ²)	W/A lbm/sec-ft ² (kg/sec-m ²)	P_3 lbf/in. ² abs (kPa abs)	P_3 lbf/in. ² abs (kPa abs)
II-36	0.319	110 (758)	1340 (9240)	1100 (5400)	640 (3100)	295 (2030)	324 (2230)
II-9	0.269	125 (862)	1170 (12,200)	1200 (5900)	700 (3400)	335 (3410)	340 (2340)
II-5	0.228	98 (676)	920 (6340)	1100 (5400)	640 (3100)	240 (1650)	255 (1760)
II-19	0.282	69 (476)	1240 (8550)	700 (3400)	420 (2100)	170 (1170)	200 (1380)

なお表の計算値は、Moody 線図の完全乱流域の f 値を使用して計算されている。

(補3) 以下に最大フラッシング流量(限界流量)式の導出過程を示す[文献(3)を引用]。その場合、フラッシュ後の2相流を定常・断熱・摩擦流れとし均質流モデルで扱う。流れの基礎式は次の通り。[なお、(a)の運動量保存則は使用しないので、実質は等エントロピ的な扱いになっている。]

運動量保存則： $udu/g + vdp + (k/D)\{u^2/(2g)\}dl = 0$ -----(a)

エネルギー保存則： $h_t = h + (1/J)\{u^2/(2g)\} = (h_f + xh_{fg}) + (1/J)\{u^2/(2g)\} = \text{一定}$ -----(b)

質量保存則： $G = W/A = u/v = \text{一定}$ -----(c)

2相流体比容積： $v = v_f + xv_{fg}$ -----(d)

ここで u = 流速、 J = 熱の仕事当量、 v = 比容積、 p = 圧力、 h = 比エンタルピ、 G = 質量流束
 k = 管摩擦損失係数、 D = 管内径、 l = 管路軸方向座標、

サフィックス： f → 飽和液、 g → 飽和蒸気、 fg → 飽和液～飽和蒸気の差分

(c)式より $u = vG$ 、これを(b)式に代入して、 $h_t = (h_f + xh_{fg}) + (1/J)\{G^2/(2g)\}v^2$ 、

(d)式より $x = (v - v_f)/v_{fg}$ 、更にこれを代入して、次の比容積 v の 2 次方程式を得る。

$$\{G^2/(2gJ)\}v^2 + (h_{fg}/v_{fg})v - [h_t - \{h_f - (h_{fg}/v_{fg})v_f\}] = 0$$

この正の実根は、

$$v = (gJ/G^2)[- \alpha + \{\alpha^2 + \{2G^2/(gJ)\}(h_t - \beta)\}^{0.5}] \quad \text{----- (e)}$$

$$\text{ここで } \alpha = (h_g - h_f)/(v_g - v_f) = h_{fg}/v_{fg}, \quad \beta = h_f - \alpha v_f$$

さて、(b)式 $h_1 + (1/J)\{u_1^2/(2g)\} = h_2 + (1/J)\{u_2^2/(2g)\}$ を変形して $u_1 = 0$ とおき、

$$\text{状態式 } Pv = RT, \text{ エンタルピ式 } h = C_p T, \text{ 等エントロピ式、 } pv^\gamma = C (\text{一定})$$

を用いれば、 $u_2 = \{(2gJC_p/R)p_1v_1\}^{0.5}\{1 - (p_2/p_1)^{1-1/\gamma}\}^{0.5}$ が得られる。これを用いて、

$$\text{流量 : } G = u_2/v_2 = \{(2gJC_p/R)(p_1/v_1)\}\{(p_2/p_1)^{2/\gamma} - (p_2/p_1)^{1+1/\gamma}\}^{0.5} \quad \text{----- (f)}$$

流量 G は背圧 p_2 を下げていけば増加するが、末端でチョークするといくら p_2 をさげてもそれ以上増加しない(この状態で G は最大流量になる)。故に、

$$\partial G/\partial p_2 = 0 \quad \text{----- (g)}$$

さて管路末端チョークを想定し $p_2 \rightarrow p_c$ とすれば、周知の如く限界圧力比は、 $p_2/p_1 = p_c/p_1 = \{2/(\gamma + 1)\}^{\gamma/(\gamma - 1)}$ となる。これを前述の $u_2 (\rightarrow u_c)$ 式に代入すると、 $C_p = \gamma R/(\gamma - 1)/J$ とおいて、

$$\text{限界流速 : } u_c = \{2/(\gamma - 1)\}g \gamma p_1v_1^{0.5}\{(\gamma - 1)/(\gamma + 1)\}^{0.5} = \{2/(\gamma + 1)\}g \gamma p_1v_1^{0.5}$$

これを(f)式の $G = u_2/v_2 = u_c/p_c$ に代入し $G = G_c$ とおけば、

$$\text{限界流量 : } G_c = \{2/(\gamma + 1)\}g \gamma (p_1v_1/v_c^2)^{0.5} \quad (\text{単位面積当りの質量流量})$$

更に等エントロピ変化より、 $p_1 = (v_2/v_1)^\gamma p_2$ になるので、

$$G_c = \{2/(\gamma + 1)\}g \gamma (v_c/v_1)^{\gamma - 1}(p_2/v_c)^{0.5}$$

ここで公式 $\rho_1/\rho_c = \{(\gamma + 1)/2\}^{1/(\gamma - 1)}$ より、 $(v_c/v_1)^{\gamma - 1} = (\rho_1/\rho_c)^{\gamma - 1} = \{(\gamma + 1)/2\}$ であるから、

$$G_c = \{g \gamma (p_c/v_c)\}^{0.5}$$

一方、等エントロピ関係($Pv^\gamma = \text{定数 } C$)から、限界圧 p_c における $(dp/dv)_{sc}$ を求めると、

$$(dp/dv)_{sc} = d(Cv^{-\gamma})/dv = (p_c v_c^{-\gamma})(-\gamma v_c^{-\gamma - 1}) = -\gamma (p_c/v_c) \rightarrow (p_c/v_c) = -(dp/dv)_{sc}/\gamma$$

故に、限界流量 G_c 式は、

$$G_c = \{-g/(dv/dp)_{sc}\}^{0.5} \quad (\text{サフィックス } sc \rightarrow \text{等エントロピ \& チョーク 状態、})$$

$$\text{あるいは、 } (dv/dp)_{sc} = -g/G_c^2 \quad \text{----- (h)}$$

さて 比容積 v は(e)式で与えられるので、

$$dv/dp = (gJ/G^2)[- \alpha' + \{2\alpha\alpha' - (2G^2/gJ)\beta'\}/2\{\alpha^2 + \{2G^2/(gJ)\}(h_t - \beta)\}^{0.5}] = -g/G_c^2$$

(e)式を変形して、 $[\alpha^2 + \{2G^2/(gJ)\}(h_t - \beta)]^{0.5} = \{G^2/(gJ)\}v + \alpha$ であるから、

$$(gJ/G^2)[- \alpha' + \{2\alpha\alpha' - (2G^2/gJ)\beta'\}/2\{\{G^2/(gJ)\}v + \alpha\}] = -g/G_c^2$$

$$G \rightarrow G_c \text{ として } J[- \alpha' \{2G_c^2/(gJ)\}v - \{2G_c^2/(gJ)\}\beta'] / \{2G_c^2/(gJ)\}v + 2\alpha = -1$$

整理して、次の臨界流量式が得られる。

$$G_c = [\alpha g / \{\beta' + (\alpha' - 1/J)v\}]^{0.5} \quad \text{但し、 } \alpha' = d\alpha/dp, \quad \beta' = d\beta/dp \quad \text{----- (i)}$$

$x = 0 \rightarrow v = v_f$ の時、即ちフラッシュとチョークが同時に起きるとき、 G_c は最大になるので、

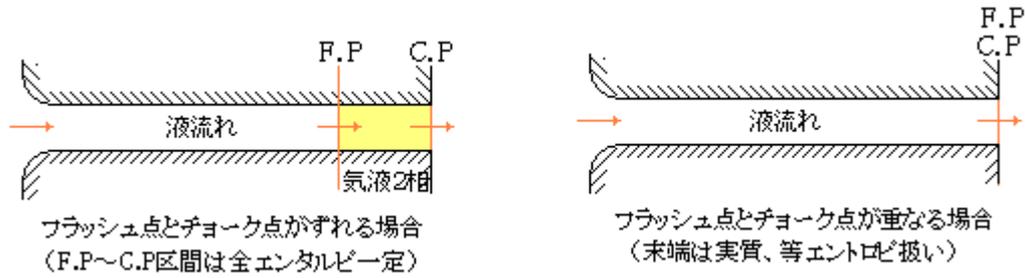
$$G_{cmax} = [\alpha g / \{(d\beta/dp) + \{(d\alpha/dp) - 1/J\}v_f\}]^{0.5} \quad \text{----- (j)}$$

$$\text{SI 単位表示で、 } G_c = [\alpha / \{(d\beta/dp) + v_f(d\alpha/dp) - v_f/(gJ)\}]^{0.5}$$

フラッシュとチョークが同時に起れば、当然 $P^* = P_s$ になる。この(j)式が本文(9.2)式にあたる。

現実の気液 2 相区間は摩擦があり全エンタルピ一定流れになるが、この場合、実質的に等エント

ロピ流れになる。



(補4) テキスト(5)によれば、音速式は次のように導かれる。

図1・1 (a) に示すように、断面積一定の長い管が流体で満たされている。いま管内に置かれたピストンを瞬間的に速度 du で右へ押したとする。非圧縮性流体であれば管内の流体全体が瞬間的に速度 du で右へ動く。すなわちピストンの運動は瞬間的に流体中に伝ばする。しかし圧縮性流体では、まずピストンに隣接した流体の層が圧縮され、わずかに密度が増加する。管の下流では流体は、まだ静止しているが、時間の経過とともにピストンによって圧縮された流体の層は、次にそれに隣接した層を圧縮し、次々にこの作用を継続する。このようにしてピストンの運動によって生じたじょう乱の波面は有限の速度 a で流体中を伝ばする。いまピストンの速度 du が十分に小さければ、ピストンによって生じた圧力変動も十分小さい。この十分小さい圧力変動を微小じょう乱 (small or infinitesimal disturbance) という。微小じょう乱によって流体粒子が受ける変化は非常に小さく、従って速度及び温度のこう配は小さいので、過程は可逆的と見なしてよい。さらに外部からの熱の授受もないとすれば、可逆断熱すなわち等エントロピー過程と見なされる。

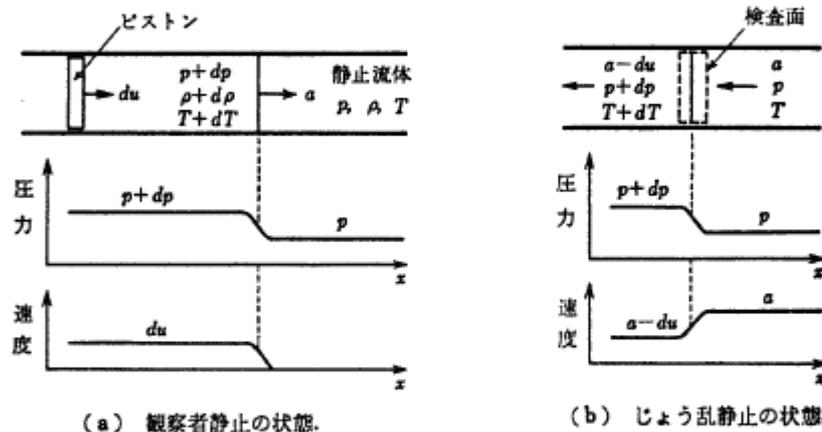


図1・1 微小じょう乱の伝ば。

圧縮性流体の流れでは、微小じょう乱の伝ば速度が重要である。上述のように、じょう乱が右へ伝ばする速度を a 、乱されていない静止流体の圧力、密度、温度をそれぞれ p 、 ρ 、 T とし、じょう乱によって圧力、密度、速度及び温度がそれぞれ $p+dp$ 、 $\rho+dp$ 、 du 、 $T+dT$ に変化したとする。流れを定常流れに帰着させ、解析を簡単にするため、観察者がじょう乱の波面の速度 a で右へ動くと考え、すなわち図1・1(b)のようにじょう乱とともに速度 a で動く座標系を考えると、じょう乱は静止し、流れは右から左への定常流れとなり、波面を通る流れの速度は a から $a-du$ に減少し、圧力は p から $p+dp$ へ、密度は ρ から $\rho+dp$ へ、温度は T から $T+dT$ へ増加する。いま波面を囲む薄い検査面を考えると、連続の式は

$$\rho a = (\rho + dp)(a - du) \tag{1.28}$$

2次の微小項を省略すると

$$a dp = \rho du \tag{1.28}$$

次に、流れは等エントロピーとみなされるから壁面せん断力は無視できる。従って運動量の法則より

$$A[(p + dp) - p] = \rho a A[a - (a - du)] \tag{1.29}$$

ここに A は管の断面積である。上式より式(1.28)と(1.29)より du を消去すれば

$$a^2 = \left(\frac{dp}{d\rho}\right) \text{ あるいは } a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} \tag{1.30}$$

なお、等エントロピ変化を仮定すると、 $dp/p = \gamma d\rho/\rho \rightarrow dp/d\rho = \gamma p/\rho$ であるから、これを上式に代入すれば、 $a = (\gamma p/\rho)^{0.5}$ となり通常の音速式が得られる。これから通常の音速式が熱の出入りのない条件で成立していることがわかる。

(補5) 臨界流量の算定には、均質流モデル、分離流モデル、環状噴霧流/気泡流モデルなど種々の方法がある。均質流モデルは気液間の相対速度を無視しているため精度が劣り分離流モデルの方が良いと云われる。Benedict のテキストは均質流モデルなのでこの点問題であるが、安全側でシンプルということで均質流モデルが採られているようである。それはともかく、フラッシングプロセスを等エントロピ変化とみるのは、実際のフラッシングプロセスが、等エントロピ変化と等エントロピ変化の間になることを考えればやや違和感がある。然るに、均質流モデルよりも精度の高い分離流モデルにおける各提案の比較結果(下図)をみれば、仮に等エントロピ変化としても殆ど問題ないことが了解できる。即ち図中の Moody/Levy の方法は等エントロピ変化を仮定したものであるが、仮定の異なる他の方法と殆ど開きがないからである(この事実は臨界流問題でよく知られている。例えば文献(6)の Fig.1)。

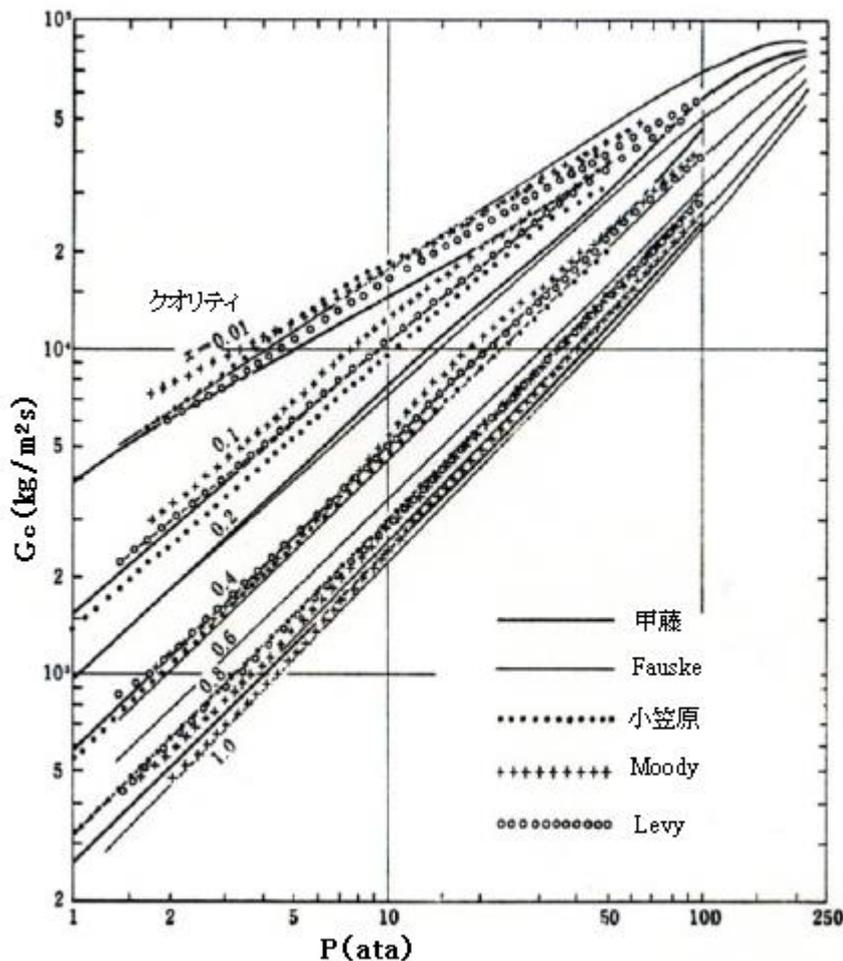


図8.17 限界流量 - 文献(4)より引用

(補6) 2相フラッシュ区間の摩擦損失係数 f の正確な値を求めるのは難しい。文献(2)によれば、“Benjamin & Miller の実験では $f=0.012$ 、Burnell の実験では $f=0.018$ 、ただこれらは Fauske の小径チューブ実験とマッチしていない”ということで、Moody 線図の完全乱流域の摩擦損失係数 f の使用を推奨している。完全乱流域では

fの曲線はレイノルズ数によらずフラットとなり相対粗度 ε/D だけで決まる。下記にその略値を示す。均質モデルでは流量が少なく見積もられるので、摩擦係数を低く採るのは妥当と思われる。

相対粗さ ε/D	f 値	相対粗さ ε/D	f 値
0.05	0.07	0.004	0.027
0.04	0.065	0.002	0.023
0.03	0.057	0.001	0.020
0.02	0.049	0.0008	0.019
0.015	0.044	0.0006	0.017
0.010	0.038	0.0004	0.016
0.008	0.036	0.0002	0.014
0.006	0.032	0.0001	0.012
		0.00005	0.010

(補7) (9.12)式や(9.15)式は、圧縮性流れの摩擦を伴う一次元定常断熱流れの式(ファノ流れ式)そのものである。実際にも摩擦/渦損失による圧損が無視できるケースは少なく、流量(臨界流量/亜臨界流量)は摩擦圧損(管長)に依存している(下図)。ただ、ファノ流れは全エンタルピー一定の流れであって本来は Fig.9.1 の等エントロピープロセスとは並立しない(Fig.9.1 との連立にはあくまで補4の背景がある)。

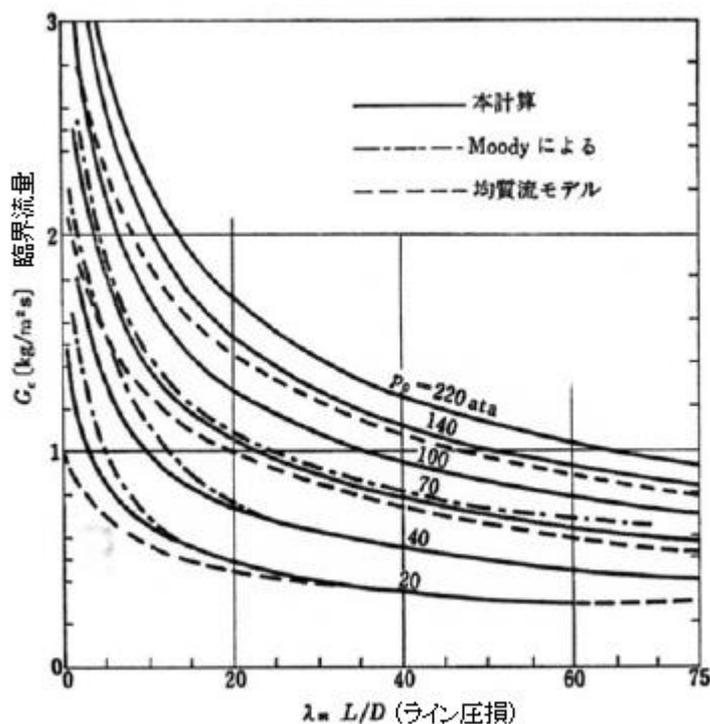


図9・6 - テキスト(4)より引用

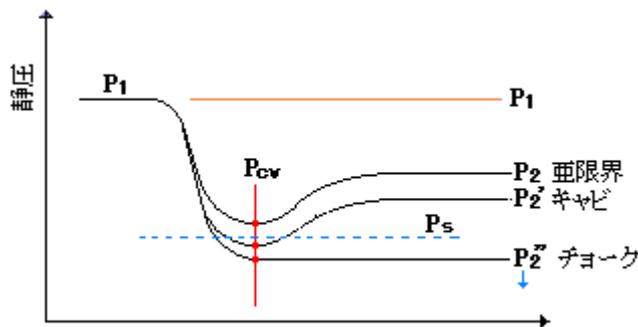
(補8) 弁通過の圧力変化は下図のようになる。弁通過とともに静圧は降下し、その後回復する。

このパターンは弁構造に依存し弁の開度や型式ごとに一定になる傾向がある。これを表現すると

$$(P_1 - P_2)/(P_1 - P_{cv}) = F_L$$

この式で P_{cv} は縮流部分(所謂ベナコントラクタ)の圧力で、曲線が底をついたときのもの。 F_L は液体圧力回復係数であって、弁型式/開度でほぼ決まる。2次側圧力 P_2 を次第に下げてゆくと、当然、流量が増える。その場合、分子($P_1 - P_2$)の増加に伴い、分母の($P_1 - P_{cv}$)も増加して P_{cv} は低下してゆく(この低下は速度圧上昇によるものでこれによって通過流量が増加する)。 P_{cv} が液の飽和蒸気圧 P_s に達すると液状態(下図で云う亜限界)としては最大の流量になる。更に P_2 が P_2' にダウンして P_{cv} が P_s を割ると、気泡が発生してキャビテーション状態になる。また更に P_2' が P_2'' までダウンして P_{cv} があるしきい値 P^* を割ると、チョークして最大流量に達する。ここで注意すべきは $P_{cv} \doteq P^* \doteq P_2''$ であることである。更に P_2'' をダウンしても $P_{cv} \doteq P^*$ は変わらない。何故なら、既にベナコントラクタの前後流れはぶちきれて、下流の圧力変化は上流に伝播しないからである(これは弁作動が前後差圧に因らず流量の連続だけに因ることを意味する)。 P_{cv} の限界値 P_{cv}^* が弁の限界圧力であり、次式で与えられる。

$$P_{cv}^* = F_F P_s = \{0.96 - 0.28(P_s/P_c)^{0.5}\} P_s \quad (F_F = \text{液体臨界圧力比係数})$$



引用文献/テキスト：

- (1) R. P. Benedict 「Fundamentals of Pipe Flow」 9. Flow of Liquid-Vapor Mixtures in Pipe
A Wiley-Interscience Publication (1980)
- (2) 「Analytical Approach for Determination of Steam/Water Flow Capability in Power Plant
Drain System」 by G. S. Liao and J. K. Larson (Bechtel Power Corporation)
ASME paper 75-WA/Pwr-4 (an ASME publication)
- (3) M.Sajben 「Adiabatic flow of flashing liquids in pipes」
Trans. ASME Journal of Basic Eng., Dec.1961
- (4) 赤川浩爾「気液二相流」(機械工学大系) 第8章/第9章 コロナ社
- (5) 生井、松尾「圧縮性流体の力学」1.4 音波の伝ば速度 (理工学社)
- (6) 「Prediction of Two-Phase Critical Flow Rate」 by S. Levy
Trans. ASME Journal of Heat Transfer Feb. 1965