【整番】FE-03-TM-062	【標題】ボイド率/スリップ比の算式(その 2)－ドリフトフラックスモデル	
分類：流れ(気液 2 相流)／種別：技術メモ	作成年月：H21.1／改訂：Ver0.0(21.3)	作成者：N.Miyamoto

全 6 枚

1．ボイド率あるいはスリップ比は、2 相流問題の検討では欠かせないパラメータである。これらは次のように定義されている[3]。

ボイド率： 1 次元流れの場合、全流路断面積に気相が占める面積割合。
3 次元流れの場合、対象の点を囲む微少体積に気相が占める体積割合。
スリップ比：気相速度と液相速度の比

ボイド率とスリップ比は明確な相関があって、これらは 2 相流の検討ではセットになっている。

ボイド率及びスリップ比についてはいろんな式が提案されている。次の TS ではその代表的なものを紹介している。

FE-03-TM-101 ボイド率/スリップ比の算定(その 1)－種々の算定式

本 TS で紹介するドリフトフラックスモデルによるボイド率/スリップ率の式は、不安定流動解析や Nuclear 関係の解析コードで用いられているもので、やや複雑な式になるので上記の TS からは割愛したものである。

このドリフトフラックスモデル式は流動様式ごとに与えられまた様式によっては反復計算になるためかなり使い勝手が悪いが、汎用性や精度があるようなので使用価値があるかも知れない。一応、テキスト(1)をベースにして簡単に紹介しておく。

2. ドリフトフラックスモデルによるボイド率/スリップ率の式は次の通り[3]。

$$\alpha = \beta /(C_o + V_{Gj}/j)$$

$$S = u_G/u_L = (1-\alpha)/\{1/(C_o + V_{Gj}/j) - \alpha\}$$

$$\beta = x/\{x + (1-x)(\rho_G/\rho_L)\},\quad j = \{x/\rho_G + (1-x)/\rho_L\}G$$

ここで、α＝平均ボイド率(－)、S＝スリップ比(－)、β＝容積乾き度(容積流量比)(－)、
j＝平均全容積流束(m/s)、C_o＝分布パラメータ(－)、V_{Gj}＝ドリフト速度(m/s)、
x＝クオリティ(乾き度)、ρ_G＝気相密度(kg/m^3)、ρ_L＝液相密度(kg/m^3)、
G＝全質量流束(＝M/A)(kg/m^{2}s)、u_G＝平均気相速度(m/s)、u_L＝平均液相速度(m/s)
M＝全質量流量(kg/s)、A＝管路断面積(m^2)

分布パラメータ(C_o)及びドリフト速度(V_{Gj})は、以下のように流動様式毎に与えられている。

垂直上昇流(内径 2 インチ以下の小口径管) ------------------表 1
垂直上昇流(内径 2 インチを越える大口径管)------------------表 2
垂直下降流(内径 2 インチ以下の小口径管) --------------------表 3

表１　垂直上昇流（内径２インチ以下の管）(1)(2)

気泡流 （＊1）	$V_{Gj}=2^{0.5}(g\sigma\Delta\rho/\rho_L^2)^{1/4}(1-\alpha)^n$　　（n=1.5〜2） $C_o=\{1.2-0.2(\rho_G/\rho_L)^{0.5}\}\{1-EXP(-18\alpha)\}$　------沸騰系(発達中の流れ)の円管 $C_o=\{1.35-0.35(\rho_G/\rho_L)^{0.5}\}\{1-EXP(-18\alpha)\}$ -----沸騰系(発達中の流れ)の矩形管 $C_o=\{1.2-0.2(\rho_G/\rho_L)^{0.5}\}$　------------------------非沸騰系(発達した流れ)の円管 $C_o=\{1.35-0.35(\rho_G/\rho_L)^{0.5}\}$　----------------------非沸騰系(発達した流れ)の矩形管
チャーンタービュレント流　（＊2）	$V_{Gj}=2^{0.5}(g\sigma\Delta\rho/\rho_L^2)^{1/4}$ C_o＝気泡流のそれに同じ。
スラグ流	$V_{Gj}=0.35(gD\Delta\rho/\rho_L)^{1/2}$ C_o＝気泡流のそれに同じ。
環状流 （＊1）	$V_{Gj}=[(1-\alpha)/\{\alpha+4(\rho_G/\rho_L)^{0.5}\}]\{gD\Delta\rho(1-\alpha)/(0.015\rho_L)\}^{0.5}$ $C_o=1+(1-\alpha)/\{\alpha+4(\rho_G/\rho_L)^{0.5}\}$
環状噴霧流	$V_{Gj}=[(1-\alpha)(1-E_d)/\{\alpha+4(\rho_G/\rho_L)^{0.5}\}][gD\Delta\rho(1-\alpha)(1-E_d)/(0.015\rho_L)]^{0.5}$ $+2^{0.5}[E_d(1-\alpha)/\{\alpha+E_d(1-\alpha)\}](g\sigma\Delta\rho/\rho_G^2)^{1/4}$ $C_o=1+(1-\alpha)(1-E_d)/\{\alpha+4(\rho_G/\rho_L)^{0.5}\}$
液滴流 （＊3）	$V_{Gj}=-2^{0.5}(g\sigma\Delta\rho/\rho_G^2)^{1/4}$ $C_o=1$

（＊1）代替式あり、解説４.参照のこと。　（＊2）フロス流とみなしてよい。
（＊3）テキスト(2)では噴霧流としている。

表 2.　垂直上昇流（内径２インチを越える管)(5)

気泡流 or 冠球状気泡流(＊4) 【α≦0.3】 (入口流動様式は一様分散気泡流)	$V_{Gj}=[V_{GjB}^+\cdot EXP(-1.39j_G^+)+V_{GjP}^+\{1-EXP(-1.39j_G^+)\}](g\sigma\Delta\rho/\rho_L^2)^{1/4}$ $V_{GjB}^+=2^{0.5}(1-\alpha)^{1.75}$ $V_{GjP}^+=0.0019D_H^{*0.809}(\rho_G/\rho_L)^{-0.157}N_{\mu f}^{-0.562}$　($N_{\mu f}\leqq 2.25x10^{-3}$、$D_H^*\leqq 30$) $V_{GjP}^+=0.030(\rho_G/\rho_L)^{-0.157}N_{\mu f}^{-0.562}$　($N_{\mu f}\leqq 2.25x10^{-3}$、$D_H^*\geqq 30$) $V_{GjP}^+=0.92(\rho_G/\rho_L)^{-0.157}$　($N_{\mu f}>2.25x10^{-3}$、$D_H^*\geqq 30$) $C_o=\{1-(\rho_G/\rho_L)^{0.5}\}EXP\{0.475(j_G^+/j^+)^{1.69}\}+(\rho_G/\rho_L)^{0.5}$　$(0\leqq(j_G^+/j^+)\leqq 0.9)$ $C_o=\{1-(\rho_G/\rho_L)^{0.5}\}\{-2.88(j_G^+/j^+)+4.08\}+(\rho_G/\rho_L)^{0.5}$　$(0.9\leqq(j_G^+/j^+)\leqq 1)$
冠球状気泡流 【α＞0.3】 (入口流動様式はスラグ流または冠球状気泡流）	$V_{Gj}=V_{GjP}^+\cdot(g\sigma\Delta\rho/\rho_L^2)^{1/4}$ $V_{GjP}^+=0.0019D_H^{*0.809}(\rho_G/\rho_L)^{-0.157}N_{\mu f}^{-0.562}$　($N_{\mu f}\leqq 2.25x10^{-3}$、$D_H^*\leqq 30$) $V_{GjP}^+=0.030(\rho_G/\rho_L)^{-0.157}N_{\mu f}^{-0.562}$　($N_{\mu f}\leqq 2.25x10^{-3}$、$D_H^*\geqq 30$) $V_{GjP}^+=0.92(\rho_G/\rho_L)^{-0.157}$　($N_{\mu f}>2.25x10^{-3}$、$D_H^*\geqq 30$) $C_o=1.2\{1-(\rho_G/\rho_L)^{0.5}\}EXP\{0.110\,j^{+2.22}\}+(\rho_G/\rho_L)^{0.5}$　$(0\leqq j^+\leqq 1.8)$ $C_o=\{1-(\rho_G/\rho_L)^{0.5}\}[0.6EXP\{-1.2(j^+-1.8)\}+1.2]+(\rho_G/\rho_L)^{0.5}$　$(1.8< j^+)$
冠球状気泡流 【α＞0.3】	V_{Gj}＝上記コラム(冠球状気泡流)に同じ $C_o=1.2-0.2(\rho_G/\rho_L)^{0.5}$
チャーン流	$V_{Gj}=2^{0.5}(g\sigma\Delta\rho/\rho_L^2)^{1/4}$ $C_o=1.2-0.2(\rho_G/\rho_L)^{0.5}$

環状流	$V_{Gj}=[(1-\alpha)/[\alpha+\{(76-75\alpha)/\alpha^{0.5}\}^{0.5}(\rho_G/\rho_L)^{0.5}]]\{\Delta\rho gD(1-\alpha)/(0.015\rho_L)\}^{0.5}$ $C_o=1+(1-\alpha)/[\alpha+\{(76-75\alpha)/\alpha^{0.5}\}^{0.5}(\rho_G/\rho_L)^{0.5}]$ (＊5)

(＊4)気泡レイノルズ数が高くなったときの集合状の気泡。(＊5)文献の原式を加工したもの。解説 5.参照。

表 3. 垂直下降流(1)

気泡流、チャーン流、スラグ流、環状流、環状噴霧流、液滴流	$V_{Gj}=$ 流動様式を問わず上昇流に同じ $C_o=0.9+0.1(\rho_G/\rho_L)^{0.5}$ $(-2.5\leqq j<0)$ $C_o=0.9+0.1(\rho_G/\rho_L)^{0.5}-0.3\{1-(\rho_G/\rho_L)^{0.5}\}(2.5+j)$ $(-3.5\leqq j<-2.5)$ $C_o=1.2-0.2(\rho_G/\rho_L)^{0.5}$ ($j<-3.5$ 、または $j\geqq 0$)

＜表の記号説明＞

V_{Gj}＝ドリフト速度(m/s)、C_o＝分布パラメータ、α＝平均ボイド率、g＝重力加速度(9.807m/s^2)
σ＝表面表力(N/m)、$\Delta\rho$＝密度差(＝$\rho_L-\rho_G$)(kg/m^3)、ρ_L＝液相密度(kg/m^3)、
ρ_G＝気相密度(kg/m^3)、D＝管内径(m)、E_d＝液滴面積比(＝$4E(\rho_G/\rho_L)^{0.5}/[1-E\{1-4(\rho_G/\rho_L)^{0.5}\}]$)
E＝液滴流量比(例えばテキスト(1)の P87)、

V_{GjB}^{+}＝気泡流の無次元化ドリフト速度、V_{GjP}^{+}＝ 気泡 or プール沸騰の無次元化ドリフト速度、
j_G^{+}＝無次元化気相容積流束[＝ $j_G/(g\sigma\Delta\rho/\rho_L^2)^{1/4}$]、$j^{+}$＝無次元化全容積流束[＝ $j/(g\sigma\Delta\rho/\rho_L^2)^{1/4}$]
j_G＝気相容積流束(＝G_G/ρ_G)(m/s)、 j ＝全容積流束[＝$G\{(1-x)/\rho_L+x/\rho_G\}$](m/s)、
G_G＝気相の質量流束(＝M_G/A)(kg/m^{2}s)、G=全質量流束(＝M/A)(kg/m^{2}s)、x＝クオリティ(乾き度)(−)
M_G＝気相の質量流量(kg/s)、M＝全質量流量(kg/s)、A＝管断面積(m^2)
D_H^*＝無次元化水力径[＝$D_H/\{\sigma/(g\Delta\rho)\}^{0.5}$]、$D_H$＝水力径(円管のとき D)(m)
$N_{\mu f}$＝粘性数[＝$\mu_L/[\rho_L\sigma\{\sigma/(g\Delta\rho)\}^{0.5}]^{0.5}$](−)、$\mu_L$＝粘性係数(Pa・s)、

＜解説－内容説明/補足＞

1. 二相流の解析的な扱いには**均質流モデル、ドリフトフラックスモデル**及び **2 流体モデル**の３つがある。二相流動では気液の流れは複雑に干渉しあって異なる運動を行うが、これを便宜的に均質とみなしてさばいたのが均質流で、非均質である事実を受け入れて正攻したのが 2 流体モデルである。ドリフトフラックスモデルはこれらの中間的なものと介される。解析では質量/運動量/エネルギの各保存則を解くことになるが、ドリフトフラックスモデルを用いると例えば 2 流体モデルの方程式の数が減じられるためか、不安定流動解析や Nuclear 関係の解析コードに用いられているようである。ここではドリフトフラックスモデル全体にはふれない。ドリフトフラックスモデルの基本としての**ドリフト速度/分布パラメータとボイド率あるいはスリップ比**の相関をピックアップする。

2. ドリフトフラックスモデルはもともと Zuber-Findlay あるいは Zuber によって展開されたものである。このモデルではボイド率/スリップ率などの相関式は、以下のように導出される。

まず、局所的なドリフト速度 v_{Gj} なる量を次のように定義する。

$$v_{Gj}=u_G-j \qquad \text{------------------------------------(a)}$$

j は全容積流束、また u_G は真の気相速度(流速)、u_L は真の液相速度(流速)であって、

$$j=j_G+j_L \ 、u_G=j_G/\alpha \ 、u_L=j_L/(1-\alpha)$$

j_G、j_L は 気相あるいは液相の容積流束(即ち見掛け流速)、α はボイド率である。これらの関係を用いて、v_{Gj} は、次のように変形できる。

$$v_{Gj}=u_G-j_G-j_L=u_G-\alpha u_G-(1-\alpha)u_L=(1-\alpha)(u_G-u_L)$$

即ちドリフト速度 v_{Gj} は局所的な気液間の速度差を表わす。(1－α)の物理的な意味がわからない...

(a)式は局所的であるが、これをボイド率荷重平均にとると、

$$\langle\alpha v_{Gj}\rangle/\langle\alpha\rangle=\langle j_G\rangle/\langle\alpha\rangle-\langle\alpha j\rangle/\langle\alpha\rangle$$

これを書き変えて次の式を得る。これが**ドリフトフラックスモデルの基本式**である。

$$\langle j_G\rangle/\langle\alpha\rangle=\{\langle\alpha j\rangle/(\langle\alpha\rangle\langle j\rangle)\}\langle j\rangle+\langle\alpha v_{Gj}\rangle/\langle\alpha\rangle \qquad \text{------------------------(b)}$$

ここで、$C_o=\{\langle\alpha j\rangle/(\langle\alpha\rangle\langle j\rangle)\}$、$\langle\!\langle V_{gj}\rangle\!\rangle=\langle\alpha v_{Gj}\rangle/\langle\alpha\rangle$とおき、$\beta=j_G/j$ とすれば

$$\langle\beta\rangle/\langle\alpha\rangle=C_o+\langle\!\langle V_{gj}\rangle\!\rangle/\langle j\rangle \qquad \text{------------------------------------(c)}$$

<>は断面平均、≪≫は荷重平均を表わす。≪v_{Gj}≫はボイド率荷重平均ドリフト速度である(本文では≪v_{Gj}≫を V_{Gj} と表記し単にドリフト速度と呼んでいる)。また C_o は分布パラメータであって定義として“流速やボイド率の分布によって気液の平均速度差が生じることを表わすもの”とされる。この定義も？

また<α>は平均ボイド率、また<β>と<j>は、平均の容積流量比と平均の全容積流束で、以下のように定義される。

$$\beta=j_G/j=j_G/(j_G+j_L)=x/\{x+(1-x)(\rho_G/\rho_L)\}、j=(j_G+j_L)=\{x/\rho_G+(1-x)/\rho_L\}G$$

(c)式を変形すると、ボイド率の式が得られる。

$$\langle\alpha\rangle=\langle\beta\rangle/\{C_o+\langle\!\langle v_{Gj}\rangle\!\rangle/\langle j\rangle\} \qquad \text{------------------------------------(d)}$$

さらに　ボイド率αとスリップ率 S の関係　$\alpha = x/\{x + S(1-x)(\rho_G/\rho_L)\}$ を用い、

$$S = u_G/u_L = (1-\langle\alpha\rangle)/\{1/(C_o + \langle\langle v_{Gj}\rangle\rangle/\langle j\rangle) - \langle\alpha\rangle\} \quad \text{----------------------------------(e)}$$

断面平均の真の気相速度 u_G、液相速度 u_L については、次式で表わされる。

$$u_G = C_o\langle j\rangle + \langle\langle v_{Gj}\rangle\rangle$$

$$u_L = \{(1-C_o\langle\alpha\rangle)\langle j\rangle - \langle\alpha\rangle\langle\langle v_{Gj}\rangle\rangle\}/(1-\langle\alpha\rangle)$$

この u_G の表式は、解析上便利といわれる。

3.　ボイド率は上記(d)式から得られる。j とβは 2 相流の一般条件(クオリティ/密度/質量流束)から得られるが、C_o と V_{Gj} は基本的に実験/解析に由るものである。これについては Zuber-Findly や Ishii らの成果がある。ここではテキスト(1)の表 2.1 及び文献(5)の Table3 を転記して表 1～3 とした(明らかに誤記と思われる部分は直している)。

表 1～3 を用いれば、(d)式からボイド率を計算できるが、次のような不便がある。

① 当面する 2 相流の状態、即ちクオリティ(x),密度(ρ_G,　ρ_L),質量速度(G)あるいは表面張力(σ)などから、流動様式を予め決めておく必要がある。

② 流動様式によってはパラメータ C_o および V_{Gj} にボイド率αが含まれているので、予めαを仮定して(d)式からαを計算し、仮定と一致するまで反復計算する必要がある。

①については、流動様式に拠らない式も考案されている。これについては **6.** で示す。

4． 表 1 はテキスト(1)の表 2.1 によるもので、2 inch 以下のチューブ類を対象にしている。なお根拠はわからないが、テキスト(3)では、

気泡流：$V_{Gj} = 2^{0.5}\{g\sigma\Delta\rho/\rho_L^2\}^{1/4}$

としている。$(1-\alpha)^n$ が削除されているが、誤差が大きくなる恐れがあるので誤記ではないかと思われる。また、**環状流**についても、

$$\mathbf{C_o = 1.0}$$

$$\mathbf{V_{Gj} = 23\{\mu_L\langle j_L\rangle/(\rho_G D)\}^{0.5}(\rho_L - \rho_G)/\rho_L}$$

ここで　μ_L＝粘性係数(Pa・s)、j_L＝液相流束(＝G_L/ρ_L)(m/s)、ρ_L＝液体密度(kg/m^3)、ρ_G＝気体密度(kg/m^3)、G_L＝液相の質量速度(＝(1－x)M/A)(kg/m^{2}s)、x＝クオリティ(乾き度)、M＝全質量流量(kg/s)、A＝管断面積(m^2)

としている。また高ボイド率域では C_o は 1 ではなく **1.05** がよくマッチするとしている。式の中にボイド率が含まれないので計算しやすい。

5.　表 2 は文献(5)によるもので、2 inch を越える管類を対象にしている。管径が大きくなると、<u>冠球状即ち cap 状気泡の形成</u>と<u>液循環の発生</u>によって、低流量域において C_o、V_{Gj} が増加する傾向が見られるとされる。(確かに気泡流の式が大きく違っているが、具体的にどれほどの乖離があるのか)

表 2 は以下のようなテスト条件(低流量)で良好な予測結果を与えている。

流路径 0.102～0.48m、長さ/径比 4.2～108、圧力 0.1～1.5MPa、全容積流束 0.03~6.1m/s

なお、文献(5)は、環状流について下記のような式をノミネートしている。

平均輸送ドリフト速度 $\mathbf{V_{Gj}}=[(1-\alpha)/[\alpha+\{(76-75\alpha)/\alpha^{0.5}\}^{0.5}(\rho_G/\rho_L)^{0.5}]]$

$\cdot[j+\{\Delta\rho gD(1-\alpha)/(0.015\rho_L)\}^{0.5}]$

あるいは　$\mathbf{V_{Gj}}=V_{Gj}+(C_o-1)j$

この２つの式を等値して整理すると、

$C_o+V_{Gj}/j=〔1+(1-\alpha)/[\alpha+\{(76-75\alpha)/\alpha^{0.5}\}^{0.5}(\rho_G/\rho_L)^{0.5}]〕$

$+(1/j)[(1-\alpha)/[\alpha+\{(76-75\alpha)/\alpha^{0.5}\}^{0.5}(\rho_G/\rho_L)^{0.5}]]\{\Delta\rho gD(1-\alpha)/(0.015\rho_L)\}^{0.5}$

よって、$V_{Gj}=[(1-\alpha)/[\alpha+\{(76-75\alpha)/\alpha^{0.5}\}^{0.5}(\rho_G/\rho_L)^{0.5}]]\{\Delta\rho gD(1-\alpha)/(0.015\rho_L)\}^{0.5}$

$C_o=1+(1-\alpha)/[\alpha+\{(76-75\alpha)/\alpha^{0.5}\}^{0.5}(\rho_G/\rho_L)^{0.5}]$

表３はテキスト(1)による。下向き下降流ではドリフト速度は上昇流に同じだが、分布パラメータは小さくなる傾向があるとされる。なおテキスト(1)は、表３の適用管サイズを記していない(理由？)。

表 1～3 は垂直流の場合である。**水平流**については芹沢/片岡氏の検討がある(1)ようである。今後、追加してゆきたい。

6. 以下に流動様式に拠らない汎用的な相関式（Lellouche-Zolotar 式）(1) を示す。なお、適用対象は円管、矩形管、管群の垂直上昇流である。

$V_{Gj}=1.41(g\sigma\Delta\rho/\rho_L{}^2)^{1/4}(1-\alpha)^{0.5}/(1+\alpha)$

$C_o=L(\alpha)/\{k_1+(1+k_1)\alpha^r\}$

$k_1=k_o+(1-k_o)(\rho_G/\rho_L)^{1/4}$、　$k_o=\min.(k_{o1},k_{02})$

$k_{o1}=1/\{1+EXP(-R_e/10^5)$、　$k_{o2}=0.8$(管群)、0.71(円管,矩形管)

$R_e=(\rho_G j_G+\rho_L j_L)D_e/\mu_L$、　$r=\{1+1.57(\rho_G/\rho_L)\}/(1-k_o)$

$L(\alpha)=\{1-EXP(-c_1\alpha)\}/\{1-EXP(-c_1)\}$、$c_1=4P_{cr}{}^2/\{P(P_{cr}-P)\}$

ここで、$\mu_L,\alpha,\Delta\rho,\rho_G,\rho_L,j_G,j_L$=前に同じ、P=圧力(Pa)、$P_{cr}$=臨界圧力(Pa)、$D_e$=水力径(m)
この式は、Nuclear の ATHOS コードで使用されている。沸騰系ではボイド率が低い範囲で実験との乖離が大きくなっているとのこと。

7. 以上手持ちの情報で**とりあえず**、ドリフトフラックスモデルのボイド率関連をまとめてみた。更に水平流の V_{Gj}、C_o データなどの有用情報を追加し例題を載せて内容を充実していきたい。

引用テキスト・文献：

(1) 日本原子力学会熱流動部会「気液二相流の数値解析」(朝倉書店)　2.2 ドリフトフラックスモデル
(2) 藤井、赤川、伊藤「気液２相流の動的配管計画」(日刊工業新聞社)　2.2 ボイド率の定義と関係式
(3) JSME 気液二相流技術ハンドブック　3.6.7、3.6.8
(4) ANL-77-47「One-dimensional drift-flux model and constitutive equations for relative motion between phases in various two phase flow regimes」M.Ishii　(USA,1977)
(5)「One-dimensional drift-flux model for two-phase flow in a large diameter pipe 」by T.Hibiki & M.Ishii [International Journal of Heat & Mass Transfer 46(2003) 1773-1790]