

【整番】FE-03-TM-061	【標題】ボイド率/スリップ比の算式(その1)—種々の提案式
分類：流れ(気液2相流)/種別：技術メモ	作成年月：H21.1/改訂：Ver0.0(21.3) 作成者：N.Miyamoto

全8枚

1. はじめに

- (1) ボイド率あるいはスリップ比は、2相流問題の検討(例えば重力項や加速度項の計算)では欠かせないパラメータのひとつである。これらは次のように定義されている⁽¹⁾。

ボイド率： 1次元流れの場合、全流路断面積に気相が占める面積割合。
 3次元流れでは対象点を囲む微小体積に気相が占める体積割合。
 スリップ比：気相速度と液相速度の比

ボイド率及びスリップ比については今日まで無数の式が提案されている⁽¹⁴⁾。本TSではテキスト類にできるような代表的なものを選んで、要約的に紹介する。なお、解析分野で使われるドリフトフラックスモデルによるボイド率は別途、[TS-03-TM-062 ボイド率/スリップ比の算式(その2)]で紹介する。

- (2) ボイド率 α とスリップ比 S は、次のような明確な相関があるのでセットとして扱われることが多い。

$$\alpha = x / \{ x + S(\rho_G / \rho_L)(1-x) \} \quad \text{----- (a)}$$

$$S = \{ x / (1-x) \} \{ (1-\alpha) / \alpha \} (\rho_L / \rho_G) \quad \text{----- (b)}$$

ここで、 ρ_G =気相密度(kg/m³)、 ρ_L =液相密度(kg/m³)、 x =クオリティ(乾き度)(-)

スリップ比の式がある時は先にスリップ比を求め、これを(a)式に代入してボイド率を算定すればよい。逆にボイド率の式がある時は先にボイド率を求め、これを(b)式に代入してスリップ比を算定すればよい。

- (3) 本TSで使用する記号の定義は以下の通り。

α = ボイド率(-)、 S = スリップ比(-)、 D = 管路内径(m)、 g = 重力加速度(9.807m/s²)

x = クオリティ(乾き度)(-)、 G = 全質量流束(=M/A)(kg/m²s)、 G_L = 液相質量流束[=(1-x)G](kg/s)

M = 全質量流量(kg/s)、 A = 管路断面積(m²)、

ρ_G = 気相の密度(kg/m³)、 μ_G = 気相の粘性係数(Pa·s)、 λ_G = 気相単独流れの時の摩擦損失係数(-)

ρ_L = 液相の密度(kg/m³)、 μ_L = 液相の粘性係数(Pa·s)、 λ_L = 液相単独流れの時の摩擦損失係数(-)

σ = 表面張力(kg/m)、 $\Delta\rho$ = 密度差(= $\rho_L - \rho_G$)(kg/m³)、

P = 圧力[MPa(A)]、 P_{cr} = 臨界圧力[MPa(A)]、 β = 容積乾き度 [= $x / \{ x + (1-x)(\rho_L / \rho_G) \}$]

Re_{l0} = 液相のレイノルズ数[=(1-x)GD/ μ_L]、 Re_{g0} = 気相の見掛けレイノルズ数(= xGD / μ_G)

Re_l = 全流量が液相としてのレイノルズ数(= GD / μ_L)

w_{g0} = 気相の見掛け流速(= xG / ρ_G)(m/s)、 w_{l0} = 液相の見掛け流速(=(1-x)G/ ρ_L)(m/s)

X = Lockhart-Martinelliのパラメータ、 X_{tt} = Lockhart-Martinelliのパラメータ(乱流-乱流ケース)

K = Bankoffのフローパラメータ、 F_r = フルード数[= $w_{l0}^2 / (gD)$]、 k_0 = 傾斜係数

- (注) 見掛け流速は流量の液体分あるいは気体分が管路の全断面を満たして流れるとしたときの仮想的な流速である。また見掛けレイノルズ数はこの見掛け流速を用いた仮想のレイノルズ数である。

2. ボイド率に関する各算式

(1) **Smith の式**^{(1)~(5)} : 精度が高く、水-蒸気系などで最もよく使用されている式。

$$\alpha = \left[1 + 0.4 \frac{\rho_G}{\rho_L} \left(\frac{1}{x} - 1 \right) + 0.6 \frac{\rho_G}{\rho_L} \left(\frac{1}{x} - 1 \right) \left\{ \frac{\frac{\rho_L}{\rho_G} + 0.4 \left(\frac{1}{x} - 1 \right)}{1 + 0.4 \left(\frac{1}{x} - 1 \right)} \right\}^{1/2} \right]^{-1}$$

あるいは $\alpha = x / \{x + S(\rho_G / \rho_L)(1-x)\}$

$$S = 0.4 + 0.6(\rho_L / \rho_G)^{1/2} \left[\{x + 0.4(1-x)(\rho_G / \rho_L)\} / \{x + 0.4(1-x)\} \right]^{1/2}$$

(2) **Thom の式**⁽¹⁾⁽⁸⁾ : 水-蒸気系などに使われる。

$$\alpha = x / \{x + S(\rho_G / \rho_L)(1-x)\}$$

$$S = 0.93(\rho_L / \rho_G)^{0.11} + 0.07(\rho_L / \rho_G)^{0.561}$$

(3) **Bankoff の式**⁽⁴⁾⁽⁹⁾ :

$$0 \leq \beta \leq 0.86 \text{ の時 : } \alpha = K\beta = (0.71 + 0.0145P) \left[x / \{x + (1-x)(\rho_G / \rho_L)\} \right]$$

$$\beta > 0.86 \text{ の時 : } \alpha = \alpha_{0.86} + \{(1 - \alpha_{0.86}) / (1 - 0.86)\}(\beta - 0.86)$$

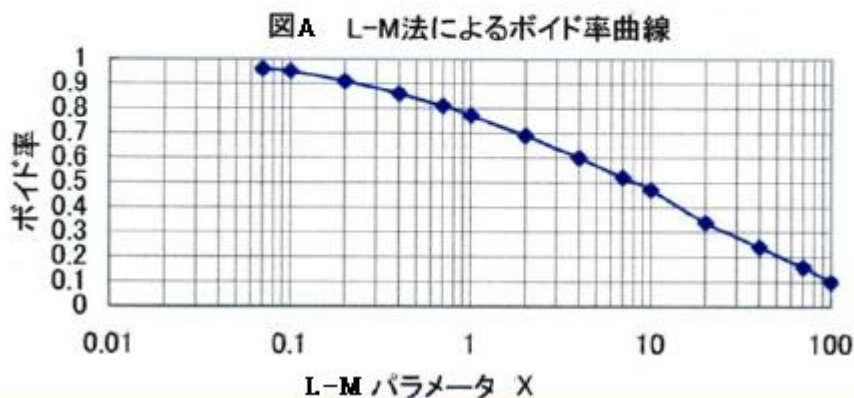
ここで、K=フローパラメータ(=0.71+0.0145P)、P=圧力[MPa(A)]

$$\alpha_{0.86} = \beta \text{ が } 0.86 \text{ の時のボイド率 } [=0.86(0.71 + 0.0145P)],$$

(4) **Lockhart-Martinelli の相関曲線**⁽¹⁾⁽³⁾⁽⁶⁾ : 実験データによるもの。下記の表またはグラフによる。

表A Lockhart-Martinelli による パラメータXとボイド率αの関係

X	0.07	0.1	0.2	0.4	0.7	1.0	2.0	4.0	7.0	10	20	40	70	100
α	0.96	0.95	0.91	0.86	0.81	0.77	0.69	0.60	0.52	0.47	0.34	0.24	0.16	0.1



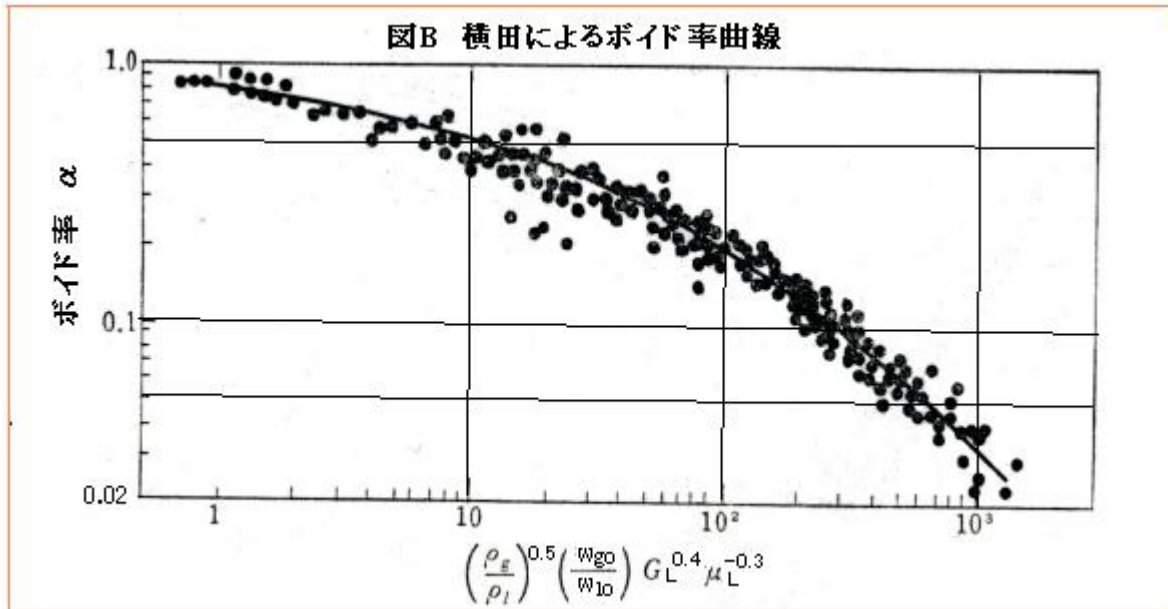
横軸の X は Lockhart-Martinelli のパラメータと称されるもので、次式から得られる。

$$X = (\lambda_L / \lambda_G)^{0.5} \{ (1-x) / x \} (\rho_G / \rho_L)^{0.5} \quad (\text{右辺の } x \text{ は小文字なので注意})$$

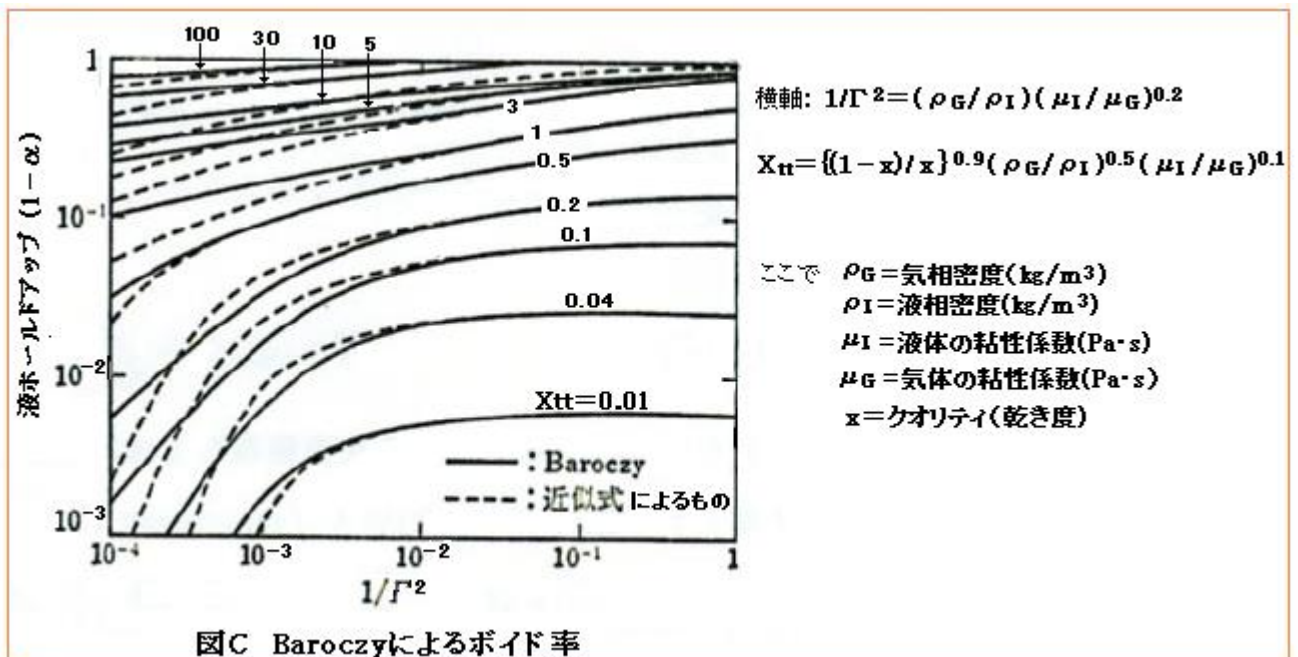
$$\text{Re}_{l0} \leq 1500 \text{ の時 : } \lambda_L = 64 / \text{Re}_{l0}, \quad \text{Re}_{l0} > 1500 \text{ の時 : } \lambda_L = 0.3164 / \text{Re}_{l0}^{0.25}$$

$$\text{Re}_{g0} \leq 1500 \text{ の時 : } \lambda_G = 64 / \text{Re}_{g0}, \quad \text{Re}_{g0} > 1500 \text{ の時 : } \lambda_G = 0.3164 / \text{Re}_{g0}^{0.25}$$

(5) 横田のデータ曲線⁽³⁾⁽⁷⁾：実験データによるもの。下図による。

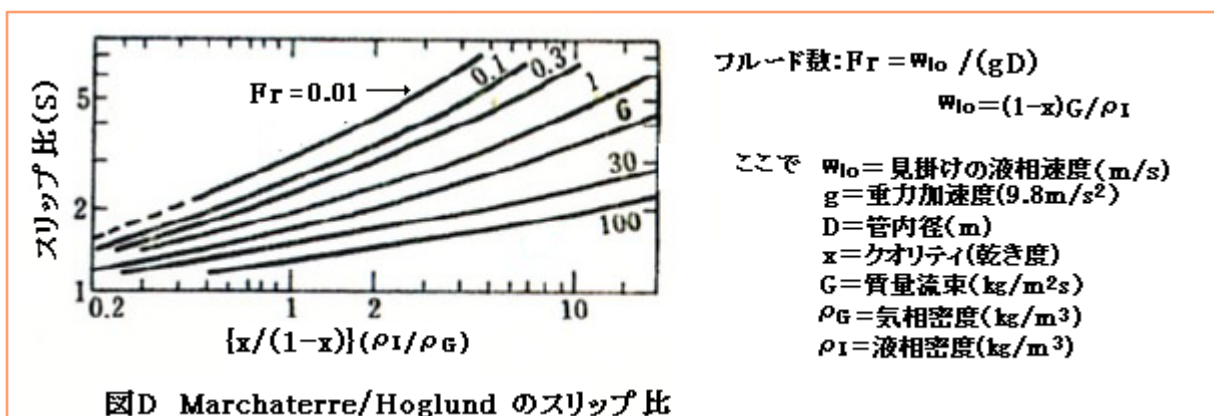


(6) Baroczy の相関曲線⁽¹⁾⁽¹⁰⁾：下図による。縦軸は(1-α)になっているので注意。



(7) Marchaterre らのグラフ⁽³⁾⁽¹¹⁾：実験的に得られたスリップ比のグラフを介して算定。

$$\alpha = x / \{x + S(\rho_G / \rho_L)(1-x)\} \quad (\text{スリップ比 } S \text{ は下図による})$$



- (8) **Ahmad** の式⁽³⁾⁽¹²⁾ : スリップに関する実験式を介して算定。

$$\alpha = x / \{x + S(\rho_G / \rho_L)(1 - x)\}$$

$$S = (\rho_L / \rho_G)^{0.205} (GD / \mu_L)^{-0.016}$$

- (9) **Miropolskii** らの式⁽³⁾⁽¹³⁾ : 垂直管のスリップに関する実験式を介して算定。

$$\alpha = x / \{x + S(\rho_G / \rho_L)(1 - x)\}$$

$$(\sigma / \Delta \rho)^{0.5} < D < 20(\sigma / \Delta \rho)^{0.5} \{1 - (\rho_G / \rho_L)\}^{0.25} \text{ のとき: } S = k_0 \{1 + 13.5(1 - P / P_{cr}) / (F_r^{2.5} Re_L^{1/6})\}$$

$$D < 7(\sigma / \Delta \rho)^{0.5} \text{ のとき: } S = (P / P_{cr})^{-0.38}$$

ここで k_0 = 傾斜係数 [= 1 + (1 - 5x10⁻⁶Re_L)(1 - θ/90)、但し Re_L > 5x10⁶ のとき k_0 = 1 とする]

θ = 水平からの傾斜角(度)、Re_L = 全流量が液のときのレイノルズ数 = GD / μ_L

- (10) **HTFS** の式⁽¹⁵⁾ : HTFS(英国の熱流れ関係技術サービス組織)が推奨する式。精度が高い。

別途[FE-03-RP-008 ボイド率の計算]を参照のこと。

3. ボイド率の式の適用について

各式のプロフィールとその評価は以下の通り。

	プロフィール	式の評価
Smith の式	理論(等速度水頭モデル)+実験による。最も引用多し。	[1-148ata、650 - 2500 kg/m ² s、D=6~38mm]実験データに対して±10%誤差内。精度はかなり良好。
Thom の式	水-蒸気データ(沸騰 2相流?)による実験式。引用多し。	少し実験値より高いがまずまずの精度で利用できる。
Bankoff の式	理論(flow parameter モデル)による。高圧蒸気に適合。引用が多い。	クオリティが高く(x>0.2)なると合わなくなる例がある ⁽¹⁾ 。低クオリティに使うのが無難(?)。
L-M の相関曲線	[空気-液体、1 インチ以下、大気圧]のデータに基づく実験式。引用多い。	10ata(?)以下の低圧ではデータと合うが、高圧では合わない。
横田のデータ曲線	[1~3.5ata、Re _L <10 ⁵]の実験データ	—
Baroczy の相関曲線	L-M の相関曲線に類似。多様な流体に適用可(といわれる)	テキスト(1)の例ではデータと合わないが、更に検討の余地があるように思える。
Marchaterre らのグラフ	スリップ比の実験式	—
Ahmad の式	[P>10ata、G>400 kg/m ² s]データによるスリップ比の実験式。引用多い	—
Miropolskii らの式	垂直管(傾斜考慮)のスリップ比実験式	—
HTFS の式	[9~216mm 径、11~9086 kg/m ² s]の実験によるスリップ比の実験(?)式	垂直上向き流/水平流で非常に精度良好。傾斜管や下向き流には誤差が大きく不適。

垂直上向き/水平流については HTFS の式が、設計式として最適と思われる。また、Smith 式も簡便でそれなりの精度があるので、二相流全般の設計式として適していると思われる。ただ、流体の性質が水-蒸気/水-空気のレベルから逸脱する場合や、流体条件が極端である場合には、その適合性を検討するか、その流体/条件に対し実績のある式/データを使用するのがよいと思われる。

【 解説(内容説明) 】

1. ボイド率/スリップ比は、定義に云うように断面あるいは空間的に考えられているが、実際は時間的に変動している。例えばスラグ流ではある時には気相、ある時には液相と絶えず変化する。従って実際的には、**面積(空間)平均 & 時間平均**と考えるのがよい(以上、本文を補足しておく)。

なお、ボイド率に影響を与えるパラメータは、クオリティ、密度比 or 密度差、粘性、表面張力、質量流量、流れ方向(垂直/水平)、フローパターン、管サイズなどである。このうちクオリティ(x)と密度比(ρ_G/ρ_L)が最も影響が大きい。クオリティ x が大きくなると気相が増加してボイド率が大きくなる。またクオリティが同じで気相密度が低く密度比が小さくなると必然ボイド率が大きくなる。また粘性は、結局慣性力との絡みになるが、液の粘度が高く粘度比が高くなるとボイド率を引き下げる。表面張力もこれが高いとボイド率を下げる方向になる。しかし余程ドラスティックでない限り、その影響は少ない。質量流量も然り。流れ方向/フローパターンについてははっきりした議論を知らないが、傾斜管や下向き流れについてはスリップ比について変化が大きいようである。管サイズについては、実験データの多くが 50mm 以下の小口径であるため、大径管については多少不安が残る。大径の場合、低クオリティ域の気泡流域で変化が起こるようである。

2. 二相流の議論では、**真の流速**と**見掛けの流速**がでてくる。真の流速は字句の通りであるが、見掛けの流速(正式には各相の容積流束)は、全流量(Q)のうち液体分(Q_L)あるいは気体分(Q_G)が管路の全断面(A)を満たして流れるとしたときの仮想的な流速(w_{l0} , w_{g0} あるいは j_L , j_G)である。

$$w_{l0}=j_L=Q_L/A, \quad w_{g0}=j_G=Q_G/A \quad (j_L, j_G \rightarrow \text{液相、気相の容積流束})$$

ここで、質量流量 $Q_L=M_L/\rho_L$, $Q_G=M_G/\rho_G$ とすれば、

$$w_{l0}=M_L/(A\rho_L), \quad w_{g0}=M_G/(A\rho_G)$$

クオリティ(気体重量/全重量)を x として $M_L=(1-x)M$, $M_G=xM$ となるから

$$w_{l0}=(1-x)M/(A\rho_L), \quad w_{g0}=xM/(A\rho_G)$$

全質量流束($G=M/A$)を用いて、

$$w_{l0}=(1-x)G/\rho_L, \quad w_{g0}=xG/\rho_G$$

真の流速は、ボイド面積 αA , $(1-\alpha)A$ を考慮して、

$$w_1=w_{l0}/(1-\alpha)=\{(1-x)/(1-\alpha)\}G/\rho_L, \quad w_g=w_{g0}/\alpha=(x/\alpha)G/\rho_G$$

ここで、真の流速比即ちスリップ比 S をとると、次の式が得られる。

$$S=w_g/w_1=\{x/(1-x)\}\{(1-\alpha)/\alpha\}(\rho_L/\rho_G) \text{ -----本文の(b)式}$$

この式を変形すると、次のボイド率の式が得られる。

$$\alpha = x / \{x + S(\rho_G/\rho_L)(1-x)\} \text{ -----本文の(a)式}$$

一方、容積流量比(容積乾き度)なるパラメータ β は、

$$\beta = w_{g0}/(w_{g0}+w_{l0})=j_G/(j_G+j_L)=j_G/j_T=x / \{x + (\rho_G/\rho_L)(1-x)\}$$

この式は、上記のボイド率の式でスリップ比 S を 1 とした時と等価である。これはどういう意味を持つか？ 上記の β 式の分母の全容積流量 j_T は、 $j_T = w_{go} + w_{lo}$ であって、前述のごとく

$$w_{lo} = (1 - \alpha) w_l, \quad w_{go} = \alpha w_g$$

であるから、 $j_T = w_{lo} + w_{go} = (1 - \alpha) w_l + \alpha w_g$ になる。然るに $S = 1$ 即ち $w_l = w_g$ であるから

$$j_T = (1 - \alpha) w_g + \alpha w_g = w_g (= w_l)$$

従って、 $\beta = w_{go} / (w_{go} + w_{lo}) = \alpha w_g / w_g = \alpha$ となる。 $S=1$ は $\alpha = \beta$ 即ちボイド率=容積乾き度を意味する。通常、 $S > 1$ であるから(a)式の分母は大きくなり、常に $\beta > \alpha$ になる。この比をとって

$$\alpha / \beta = K \quad (< 1)$$

とし、 K をフローパラメータと称してこれを実験/近似解的に議論したのが Bankoff の式である。この Bankoff の式は、やや誤差が大きく余り成功していないようだが、ドリフトフラックスモデルの概念に繋がっているようである。

3. ここで紹介したボイド率の式は次の4つのパターンに分類できる。

- ① 実験ベース： Lockhart-Martinelli の相関曲線、横田のデータ曲線、Baroczy の相関曲線
- ② 理論+実験ベース： Smith の式、Thom の式
- ③ 理論ベース： Bankoff の式
- ④ スリップ比ベース： HTFS の式、Marchaterre らのグラフ、Ahmad の式、Miropolskii らの式

①の実験ベースの式は、ほかにも Martinelli-Nelson、矢木、Hughmark など多数あるようである。Baroczy の相関曲線は、テキスト(1)では、Smith や Thom の結果よりかなり低くなり余り良好ではないとされている。しかし種々の流体に適用があるようなので、その評価は保留しておきたい。

②の理論+実験は、評価が高い。特に Smith の式は、等速度水頭モデルから式を導きチューニングパラメータを加減して実験データとのマッチングを行ったもので、実験値に±10%まで肉薄しているようである。テキスト(3)にはこの Smith 式によく似た Zivi の式が紹介されているが、これも Smith 式に近い精度があるようである。ただ、スリップ比に差異が大きくなるので注意する必要がある。

③の理論ベースとしては、可変密度单相流体モデルによる Bankoff が著名である。ただこの式自身それほど成功していないようだ(ただテキスト(2)(4)では補正式も含めてそれなりの評価あり)。しかし Bankoff 式と異なるフローパラメータを用いた Hughmark の式はかなり良好とされる(詳細はテキスト(1)(3)参照)。ただフローパラメータを導くパラメータの中にボイド率が含まれる上に、フローパラメータとそのパラメータの相関がグラフで与えられているので解を得るまで非常に手間がかかる。故にここでは割愛した。なお Hughmark の式は、ドリフトフラックスモデルで代用できる。

④のスリップ比ベースは、本来スリップ比の式として開発されたものである。HTFS 式は少し複雑だが、精度が高く垂直上昇流/水平流の設計式として最も有望。他の3つについては精度等の評価はもう

ひとつわからない。(a)式を見ればわかるように、高クオリティではスリップ比の誤差はボイド率に効いてこないが、低クオリティ域では影響が強い。

4. 以上要約的にボイド率/スリップ比の諸式を紹介した。本来は更に、試計算によって諸式の差異を

調べておくべきであろうが、どうしても実験データとのマッチングになるのでここでは割愛する。
その代わりテキスト(1)(2)にみられる比較データを末尾に示しておく。

図 3.24~図 3.28-----テキスト(1)、 図 4.33-----テキスト(2)

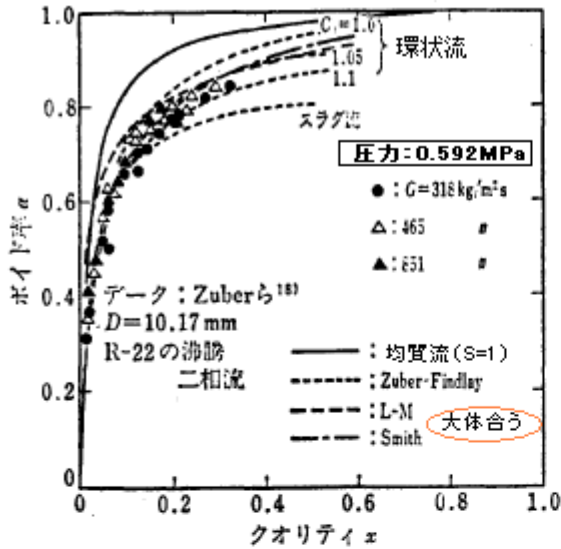


図 3.24 ボイド率の相関と実験値の比較

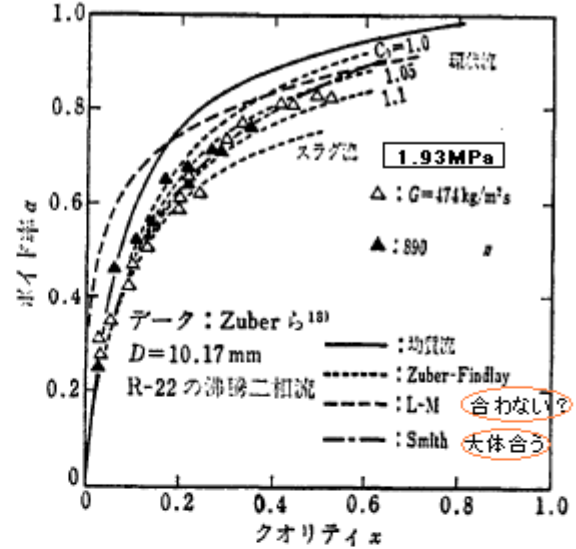


図 3.25 ボイド率の相関と実験値の比較

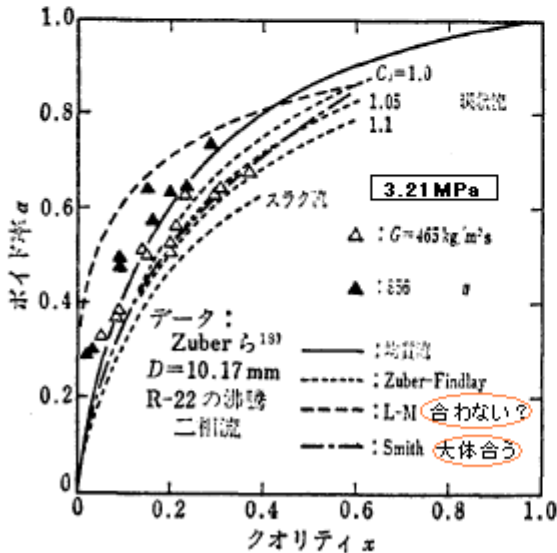


図 3.26 ボイド率の相関と実験値の比較

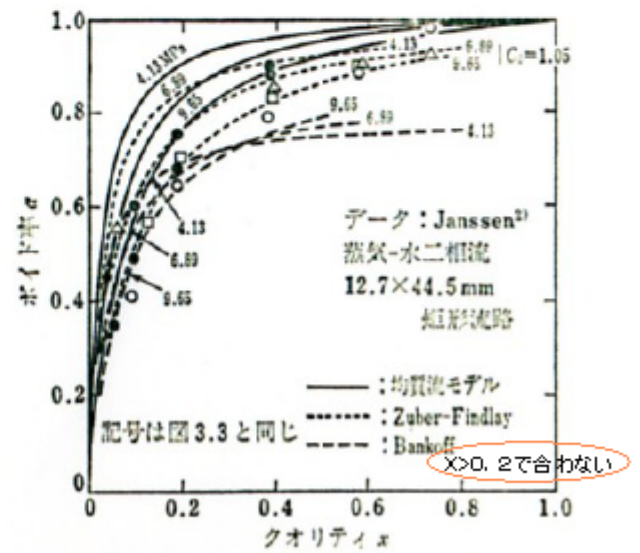


図 3.27 ボイド率の相関と実験値の比較
(垂直上昇流)

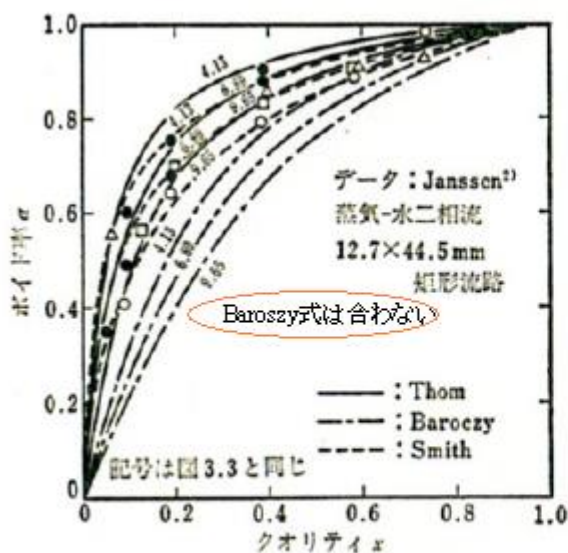


図 3.28 ボイド率の相関と実験値の比較
(垂直上昇流)

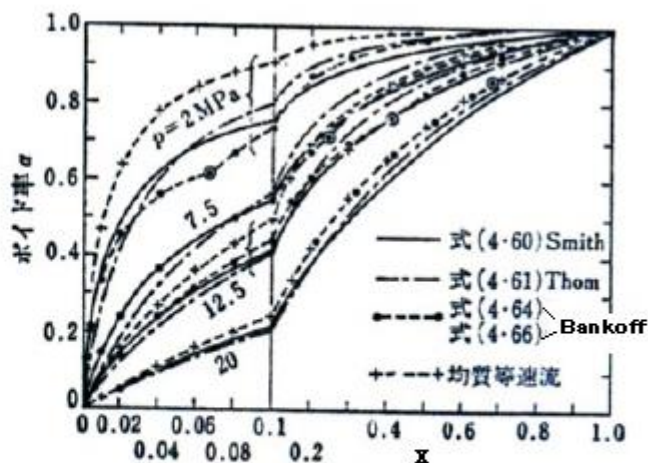


図 4.33 ボイド率の値

これを見る限り、Smith/Thom/Bankoffは
余り差異はない

引用テキスト・文献：

- (1) JSME 気液二相流技術ハンドブック
- (2) 石谷、赤川ほか「蒸気動力」(コロナ社) 4.3
- (3) 赤川「気液二相流」(コロナ社) 3.ボイド率
- (4) 藤井、赤川、伊藤「気液2相流の動的配管計画」(日刊工業新聞社) 2.2 ボイド率の定義と関係式
- (5) 「Void Fractions in Two-Phase Flow : A Correlation Based Upon An Equal Velocity Head Model」 by Smith, S. L. (Proc. Instn. Mech. Engrs. Vol.184 pt. 1, No.36 pp647-664(1969-1970)
- (6) 「Proposed Correlation of Data for Isothermal Two-Phase , Two-Component Flow in Pipes」 by Lockhart, R.W. and Martinelli, R.C. (Chem. Eng. Progress 45-1(1949),39-48)
- (7) 横田,化学工学 29-9 (1956) 687.
- (8) 「Prediction of Pressure Drop During Forced Circulation Boiling of Water」 by J.R.S.Thom (International Journal of Heat Transfer Vol.7(1964) pp709-724)
- (9) 「A Variable Density Single-fluid Model for Two-phase Flow with Particular Reference to Steam-Water flow」 by Bankoff,S.G (Trans. ASME, J. Heat Transfer.Vol.82 No.4 pp265-272)
- (10) 「Correlation of Liquid Fraction in Two-phase Flow with Application to Liquid Metal」 Baroczy.C.L (Chem. Eng. Prog. Symp. Ser., 61-57(1965),179-191)
- (11) J. F. Marchaterre, B. M. Hoglund, Nucleonics ,20-8 8(1962),142
- (12) S. Y. Ahmad, Trans. ASME, Ser. C (1970), 595.
- (13) Z. L. Miropolskii, R. I. Shneerova, A. I. Karamysheva, Teploenergetika, 18-5,(1971),60.
- (14) 「Comparison of void fraction correlations for different flow patterns in horizontal and upward inclined pipes」 by Melkamu A. et-al [International Journal of Multiphase Flow 33(2007) 347-370]
- (15) HTFS TM5 “HTFS Correlation for Void fraction in a uniform channel “