

【整番】 FE-03-TM-054	【標題】 断熱二相流の圧力損失計算法：Kern の圧損計算法
分類：流れ(気液 2 相流)／種別：設計メモ	作成年月：H21.4／改訂：Ver0.0(21.4) 作成者：N.Miyamoto

全 12 枚

Lockhart-Martinelli 法は最もよく知られた二相流の圧力損失計算法である。これは分離流モデルから予想される L - M パラメータ X と二相摩擦乗数 Φ の関係を実験的に定めたもので、グラフ上に相関曲線として与えられている。設計ではこのグラフから既知の X に対する Φ を読み取って摩擦圧力損失を計算する。

[詳しくは【FE-03-TM-051 断熱二相流の圧力損失計算法：L - M 法とその展開】を参照のこと]

既にこの Lockhart-Martinelli 法自身は古典的な手法になっているが、その後もフォローされて幾つかの相関曲線や相関式が提案されている。ここで紹介する Kern の圧損計算法もその一つである。この手法がどの程度の精度を持つかは知らないが、石化プラント分野では知られた手法のようであるから下記の文献を読んでその論旨に従い要点をまとめてみた。あくまでも参考扱いである。

“How to Size Process Piping For Two-Phase Flow” by Robert Kern
(Hydrocarbon Processing Oct. 1969)

なお、本 TS で使用する記号の定義は下記の通り。ポンドーフート系の単位になる。

ΔP_{100} = 100 ft 当たりの二相圧損 (psi)、
 ΔP_{v100} = 100 ft 長さ当たりの気相単独流れによる見掛け圧損 (psi)
W = 質量流量 (lb/hr)、 ρ = 密度 (lb/ft³)、 μ = 粘度 (cp)、 σ = 表面張力 (dyne/cm)、
 λ = 管摩擦損失係数(-)(Moody 線図による)、 f_H = Huntington の摩擦損失係数(-)
A = 管内断面積 (ft²)、d = 管内径 (inch)、D = 管内径 (ft)、L = 全相当管長 (ft)、L_s = 直管長さ (ft)
L_e = フィッティング類の相当管長 (ft)
B_x, B_y = Baker 線図のパラメータ(-)、
X = Lockhart-Martinelli のパラメータ(-)、 Φ = 二相摩擦乗数 [= ($\Delta P_{100} / \Delta P_{v100}$)^{0.5}],
F_r = フルード数(-)、R_e = レイノルズ数(-)、V = 平均速度 (ft/s)、M = モル重量

サフィックス l → 液/液相、v → 気体/気相、100 → 100 ft

1. 圧損計算法

(1) Kern の圧損計算法は基本的に Lockhart-Martinelli 法(以下 L-M 法)に同じ。即ち、パラメータ X と二相摩擦乗数 Φ の相関曲線あるいは相関式から Φ を求めて、区間長さ 100ft 当りの二相流の圧損(ΔP_{100})を次の式で計算する。

$$\Delta P_{100} = \Phi^2 \Delta P_{v100} \text{ -----(a)}$$

なお ΔP_{v100} は気相流量が全断面を単独で流れた時(気相単独流れ)の見掛け圧力損失で、次式で計算する。

$$\Delta P_{v100} = 0.000336 \lambda_v W_v^2 / (d^5 \rho_v) \text{ -----(b)}$$

気相の摩擦損失係数 λ_v は Moody 線図から求めるが、その場合のレイノルズ数は後述の(e-1)式を用いる。

Kern の計算法が L-M 法と異なるのは、流動様式(フローパターン)の扱いである。L-M 法では X-Φ の関係は単調な曲線で表示され流動様式によって区別することはないが、Kern 法では大径管(>2.5 inch)になると、フローパターン毎に Φ の計算式が変わる。即ち、大径管では圧損はフローパターンに依存して変化すると考えている。

- (2) Kern 法では、ある区間の圧損計算に先立って当該区間のフローパターンを Baker 線図により判別する。オリジナルの Baker 線図を Fig. 1 に示す。この図において、横軸と縦軸のパラメータは次式で計算される。

$$\text{横軸: } B_x = 531(W_l/W_v)\{(\rho_l\rho_v)^{0.5}/\rho_l^{2/3}\}(\mu_l^{1/3}/\sigma) \quad \text{-----(c-1)}$$

$$\text{縦軸: } B_y = 2.16(W_v/A)/(\rho_l\rho_v)^{0.5} \quad \text{-----(c-2)}$$

[Kern は、Baker 線図を垂直流にも適用している。本来、Baker 線図は水平流に適用されるものであり、垂直流に適用するのは??であるが、原文献はこれについて何の説明もしていない。]

- (3) 各フローパターンにおける二相乗数 Φ は Table 1 のようになる。これについて以下、説明しておく。

噴霧流 (Dispersed flow) について

この場合は、オリジナルの Lockhart-Martinelli(L-M)の相関曲線を使用する。Fig.5 は L-M 曲線の該当部分をピックアップしたもので、横軸のパラメータ X²は次式より求める。

$$X^2 = (W_l/W_v)^{1.8}(\rho_v/\rho_l)(\mu_l/\mu_v)^{0.2} \quad \text{-----(d)}$$

この式は、気相単独流れ、液相単独流れとも乱流であるときの式である。従って、Fig.5 を用いるときは次式で各見掛けレイノルズ数を計算して、これがいずれも **2000** を越えていることを確認する必要がある。

$$\text{気相の場合 } Re_v = 6.31W_v/(d\mu_v) \quad \text{-----(e-1)}$$

$$\text{液相の場合 } Re_l = 6.31W_l/(d\mu_l) \quad \text{-----(e-2)}$$

なお 2.5 インチ以下の小径管ではフローパターンに拠らず、L-M の相関曲線を適用する。Fig.5 は噴霧流域を対象に L-M 曲線をピックアップしたもので、X の範囲は限られているから、この場合はオリジナルの L-M 曲線を使用して二相乗数 Φ を求めることになる。

また長い上向き垂直流れで、[噴霧流, 環状流 or 気泡流] and [Re_v>2000 and Re_l>6000] という条件を満たすときも L-M 曲線を使用するが、そのときは横軸として X²の代わりに次の X_D²を用いて Φ²を読み取る。

$$X_D^2 = (0.19XF_r^{0.185})^2 \quad \text{-----(f)}$$

$$F_r = V^2/(32.2D), \quad V = (W_l/\rho_l + W_v/\rho_v)/(3600A), \quad X \text{ は (d) 式の平方根。}$$

例えば噴霧流であって垂直上向き流れの場合は X²を用い L-M 曲線即ち Fig.5 から得られた Φ² と X_D²を用いて Fig.5 から得られた Φ² を比較してその大きい方を採り、(a)式から ΔP₁₀₀ を計算する。

[(f)式は、垂直上昇流の場合、水平流より圧損が大きくなる傾向があることを考慮するもの。Fig.5 からわかるように L-M 曲線では X の増加に伴い Φ は大きくなるので、X_D>X→(X_D/X)>1 であれば、X の代わりに X_Dを用いるがよいということになる。従って、

$$X_D/X = 0.19F_r^{0.185} > 1 \rightarrow F_r > 5.26^{5.4} = 7850$$

例えば 1 インチチューブでは $V = (g D F_r)^{0.5} = (32.2 \times (1/12) \times 7850)^{0.5} = 145 \text{ft/s} (44 \text{m/s})$ 、かなり気相の割合が高く流速が速いときに X_D 採用になる。]

環状流、気泡流、スラグ流およびプラグ流について

この場合 **Table 1** の **Baker** の相関式を用いる(この場合、式中の X は(d)式の平方根)。なお環状流/気泡流であって、条件 [$Re_v > 2000$ and $Re_l > 6000$] を満たすような長い垂直上向き流れの時は、前述のように、パラメータ X_D^2 を用いて L-M 曲線から Φ^2 を求め、これを Baker の相関式から得られた Φ^2 と比較してその大きい方を採り、(a)式から ΔP_{100} を計算する。

なおスラグ流は、振動や不安定現象を引き起こすので設計的に回避すべきである(**Table 1** の脚注参照)。

層状流について

長い水平管については **Table 1** の層状流の相関式をそのまま適用する。しかしプロセス配管のような短い走りについては **Table 1** の環状流の相関式を用いる。

波状流について

長い水平管については L-M 法の範疇にはない Schneider-White-Huntington の相関を適用し、次式によって圧力損失を計算する。

$$\Delta P_{100} = 0.000336 f_H W_v^2 / (d^5 \rho_v) \quad \text{----- (g)}$$

Huntington の摩擦係数 f_H は **Fig. 8** によって求める。横軸のパラメータは次の通り。

$$H_x = (W_l/W_v)(\mu_l/\mu_v) \quad \text{----- (h)}$$

一方、プロセス配管のように短い走りについては、層状流の場合と同様に **Table 1** の環状流の相関式を用いる。

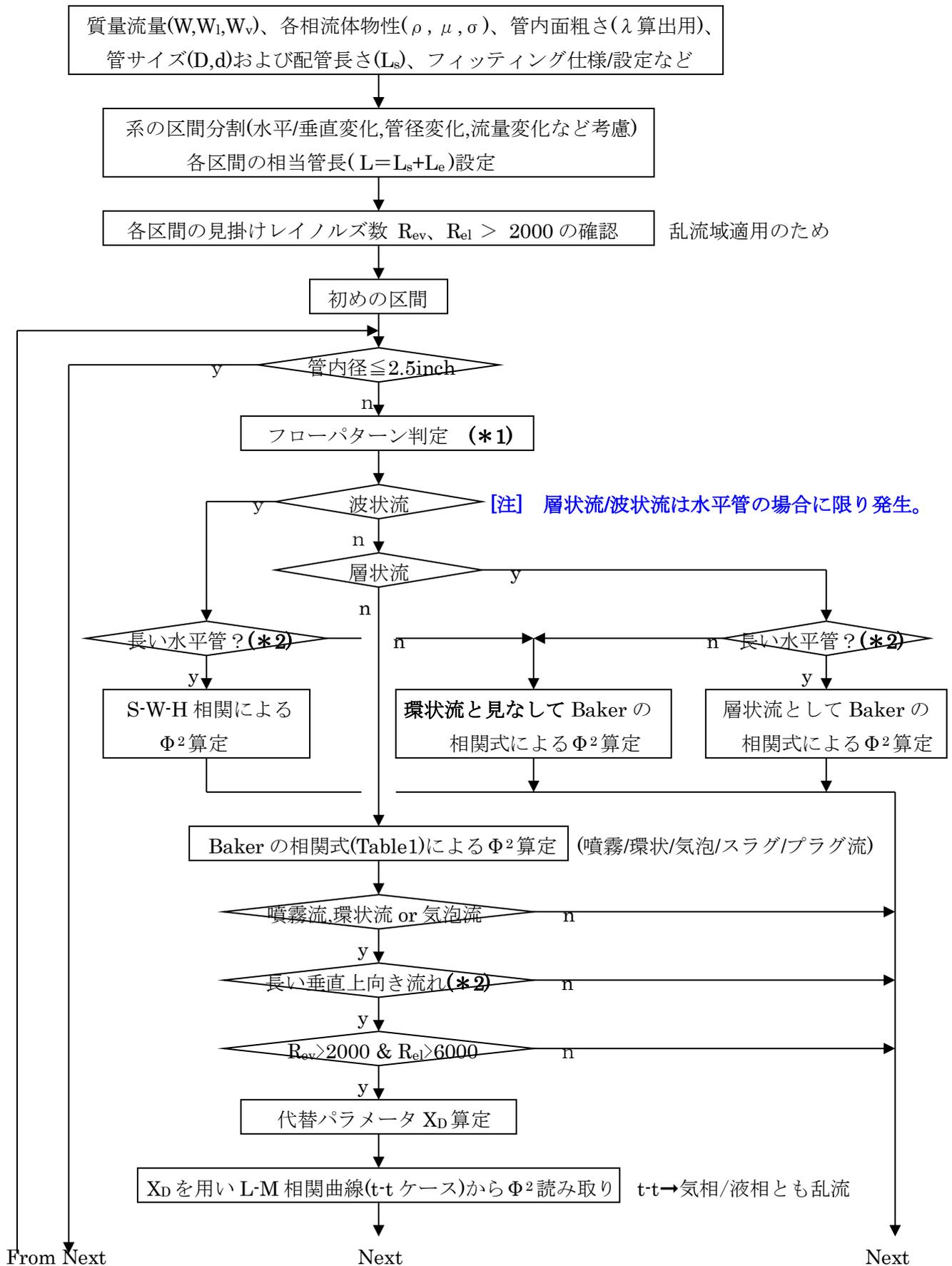
(4) 以上は直管の場合である。フィッティング類については相当長さ L_e を **Table 2** から求め、これを直管長さ L_s に加算する。従って、あるフローパターン区間 i の圧損 (ΔP_i) は、 $L = L_s + L_e$ として

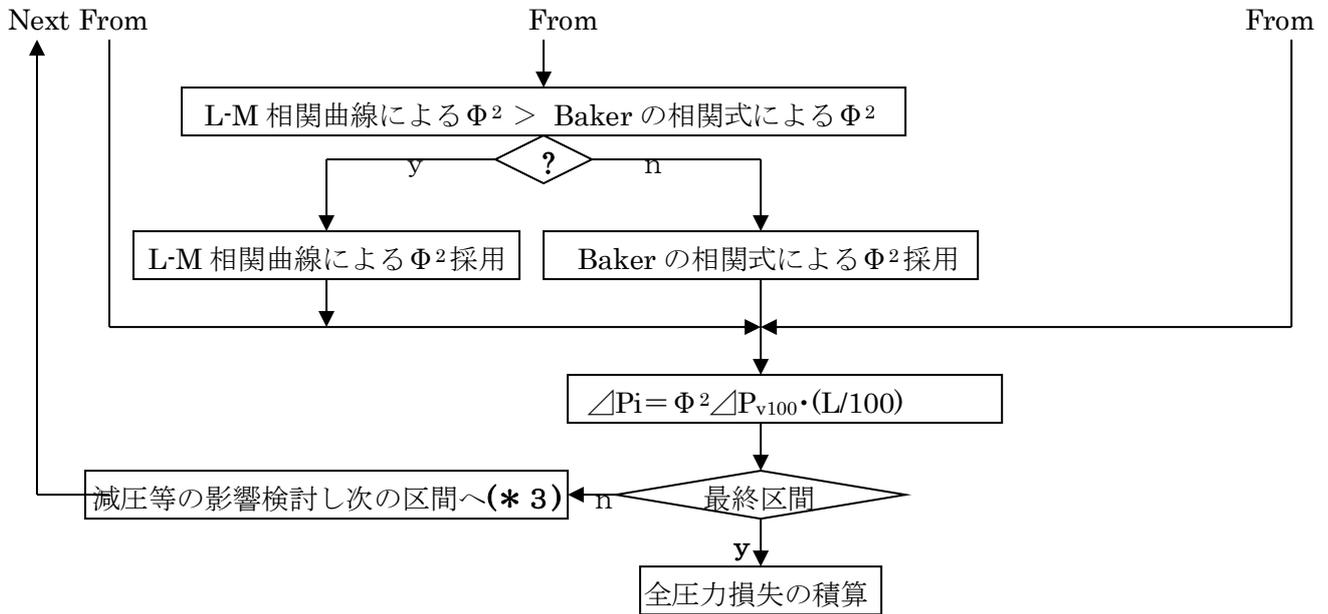
$$\Delta P_i = \Phi^2 \Delta P_{v100}(L/100) \quad \text{----- (i)}$$

から得られる。

2. 計算の手順

垂直管や小径管の扱いがあるので、多少ややこしくなるので、念のため簡単にチャート化しておく。





- (*1) オリジナル通り垂直管にも Baker 線図を使用するか、あるいは水平流に Baker 線図、垂直流に Griffith-Wallis 線図を使用する(要検討)。
- (*2) 長い管を定義するのは難しい。要はフローパターンが安定した管を指す。機器廻りのプロセス配管のように走りの短い立体配管は長い配管には該当しない。
- (*3) 圧力変化(フラッシュ等)でクオリティや物性等の変化がある時は入力データをリセットする。

3. 計算例

(1) 次の流動条件について垂直流れの二相圧力損失を求める。管サイズ D は 1.405ft とする。

液体：流量 $W_l=607769$ lb/hr、密度 $\rho_l=33.5$ lb/ft³、粘度 $\mu_l=0.1$ cp、表面張力 $\sigma=5.7$ dyne/cm

気体：流量 $W_v=718094$ lb/hr、密度 $\rho_v=2$ lb/ft³、粘度 $\mu_v=0.01$ cp

まず、一応、Baker 線図よりフローパターンを求める(Griffith-Wallis 線図の使用検討は割愛)。

$$B_y = 2.16(W_v/A)/(\rho_l \rho_v)^{0.5} = 2.16 \times \{718094 / (0.7854 \times 1.405^2)\} / (33.5 \times 2)^{0.5} = 122223 > 80000$$

また通常粘度で、クオリティは $718094 / (607769 + 718094) = 0.54 (> 0.25)$ の故に、 B_x によらず、流動様式は噴霧流になる。

最初に、噴霧流として L-M の相関より圧損を求める。

見掛けレイノルズ数を求めると $Re = 6.31W / (d\mu)$ であるから

$$\text{液相： } Re = 6.31 \times 607769 / (12 \times 1.405 \times 0.1) = 2.27 \times 10^6 > 2000$$

$$\text{気相： } Re = 6.31 \times 718094 / (12 \times 1.405 \times 0.01) = 2.69 \times 10^7 > 2000$$

Moody 線図で Smooth pipe として、 $\lambda_v = 0.012$ となる。また、

$$X^2 = (607769 / 718094)^{1.8} (2 / 33.5) (0.1 / 0.01)^{0.2} = 0.07$$

Fig.5 から $\Phi = 6.3$ になる。一方、気相単独の見掛け圧損 ΔP_{v100} は、

$$\Delta P_{v100} = 0.000336 \lambda_v W_v^2 / (d^5 \rho_v) = 0.000336 \times 0.012 \times 718094^2 / (16.86^5 \times 2) = 0.77 \text{ psi/100 ft}$$

従って $\Delta P_{100} = \Phi^2 \Delta P_{v100} = 6.3 \times 0.77 = 4.9 \text{ psi/100 ft}$

次に垂直流として L-M の相関より圧損を求める。

$$V = (607769/33.5 + 718094/2)/(3600 \times 1.55) = 67.6 \text{ ft/s}$$

$$F_r = V^2/(32.2D) = 67.6^2/(32.2 \times 1.405) = 101$$

$$X_D^2 = (0.19 X F_r^{0.185})^2 = [0.19 \times (0.07)^{0.5} \times 101^{0.185}]^2 = 0.014$$

Fig.5 より、 $\Phi^2 = 3.8$ になるから

$$\Delta P_{100} = \Phi^2 \Delta P_{v100} = 3.8 \times 0.77 = 2.9 \text{ psi/100ft}$$

後者より前者の方が高いので、安全側に $\Delta P_{100} = \underline{4.9 \text{ psi}}$ を採る。

(2) 次の流動条件について 2 相流の圧損を求めよ。但し管内径 6.065 inch とする。

液体：流量 $W_l = 6150 \text{ lb/hr}$ 、密度 $\rho_l = 52 \text{ lb/ft}^3$ 、粘度 $\mu_l = 0.1 \text{ cp}$ 、表面張力 $\sigma = 6.25 \text{ dyne/cm}$

気体：流量 $W_v = 21500 \text{ lb/hr}$ 、密度 $\rho_v = 1.92 \text{ lb/ft}^3$ 、粘度 $\mu_v = 0.01 \text{ cp}$

まず、Baker 線図よりフローパターンを求める。

$$B_y = 2.16 \times (21500/0.2)/(52 \times 1.92)^{0.5} = 23239 < 80000$$

$$B_x = 531(6150/21500)\{(52 \times 1.92)^{0.5}/52^{2/3}\}(0.1^{1/3}/6.25) = 531 \times 0.286 \times 0.717 \times 0.07427 = 8$$

この場合、Fig.1 より環状流になる。

見掛けレイノルズ数を求めると $Re = 6.31W/(d\mu)$ であるから、

$$\text{液相： } Re_l = 6.31 \times 6150/(6.065 \times 0.1) = 63984 > 2000$$

$$\text{気相： } Re_v = 6.31 \times 21500/(6.065 \times 0.01) = 2.24 \times 10^6 > 2000$$

Moody 線図において Smooth pipe を用いれば、 $\lambda_v = 0.015$ となる。また

$$X^2 = (6150/21500)^{1.8} (1.92/52) (0.1/0.01)^{0.2} = 0.0062 \rightarrow X = 0.0787$$

Table 1 の相関式より

$$\Phi = (4.8 - 0.3125 \times 6.065) \times 0.0787^{(0.343 - 0.021 \times 6.065)} = 2.905 \times 0.0787^{0.2156} = 1.67$$

一方、気相単独の見掛け圧損 ΔP_{v100} は、

$$\Delta P_{v100} = 0.000336 \lambda_v W_v^2 / (d^5 \rho_v) = 0.000336 \times 0.015 \times 21500^2 / (6.065^5 \times 1.92) = 0.148 \text{ psi/100ft}$$

従って $\Delta P_{100} = \Phi^2 \Delta P_{v100} = 1.67^2 \times 0.148 = 0.41 \text{ psi/100ft}$

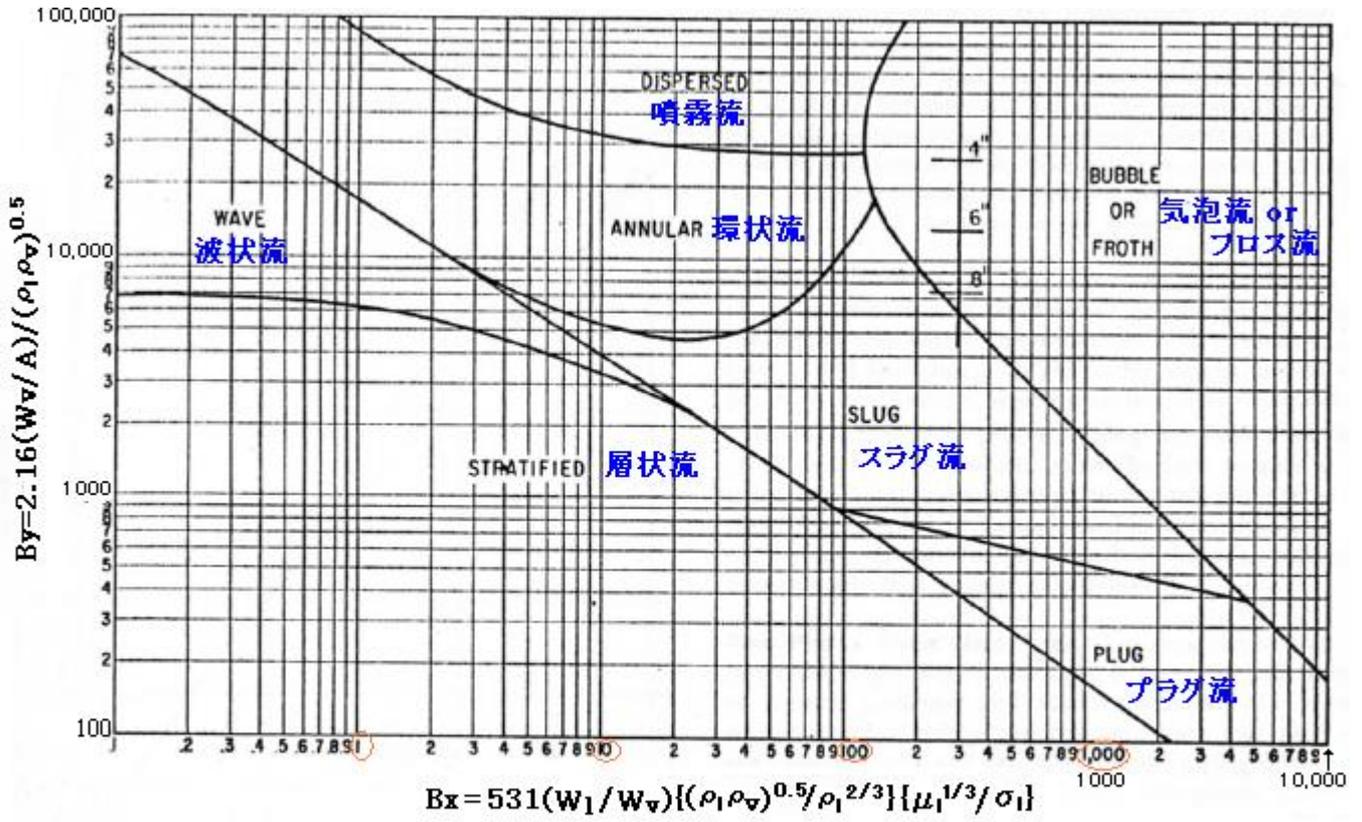


Fig.1 二相流流動様式選定図

(もし $By > 80,000$ であって、通常粘度でクオリティ 25% 以上なら、
 Bx を計算せずとも噴霧流としてよい)

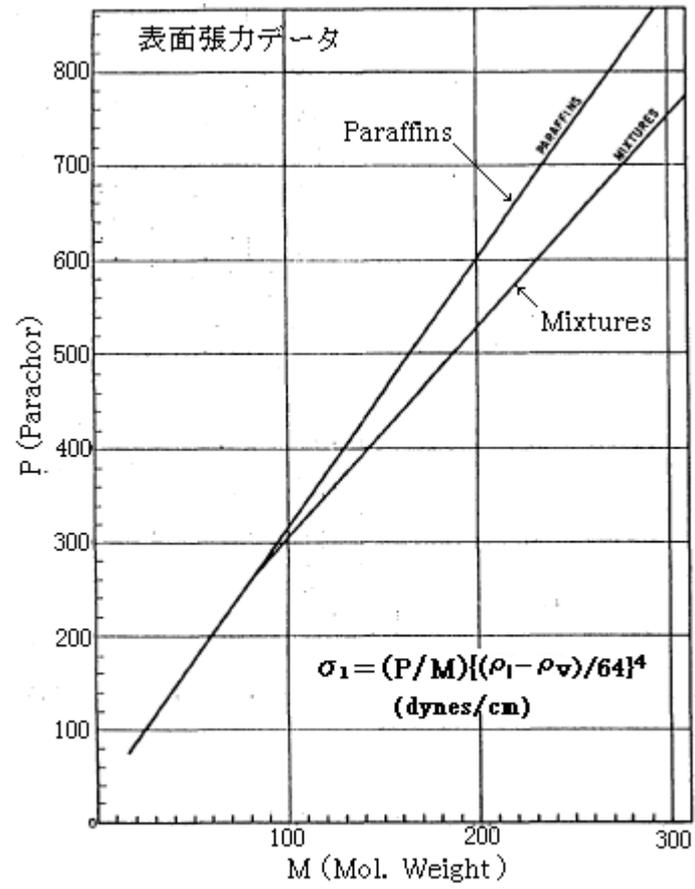
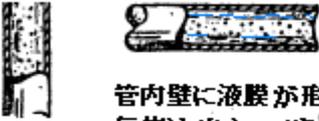
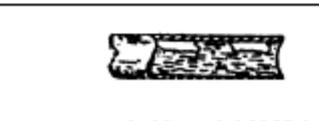


Fig. 2—Surface tension of hydrocarbon liquids.

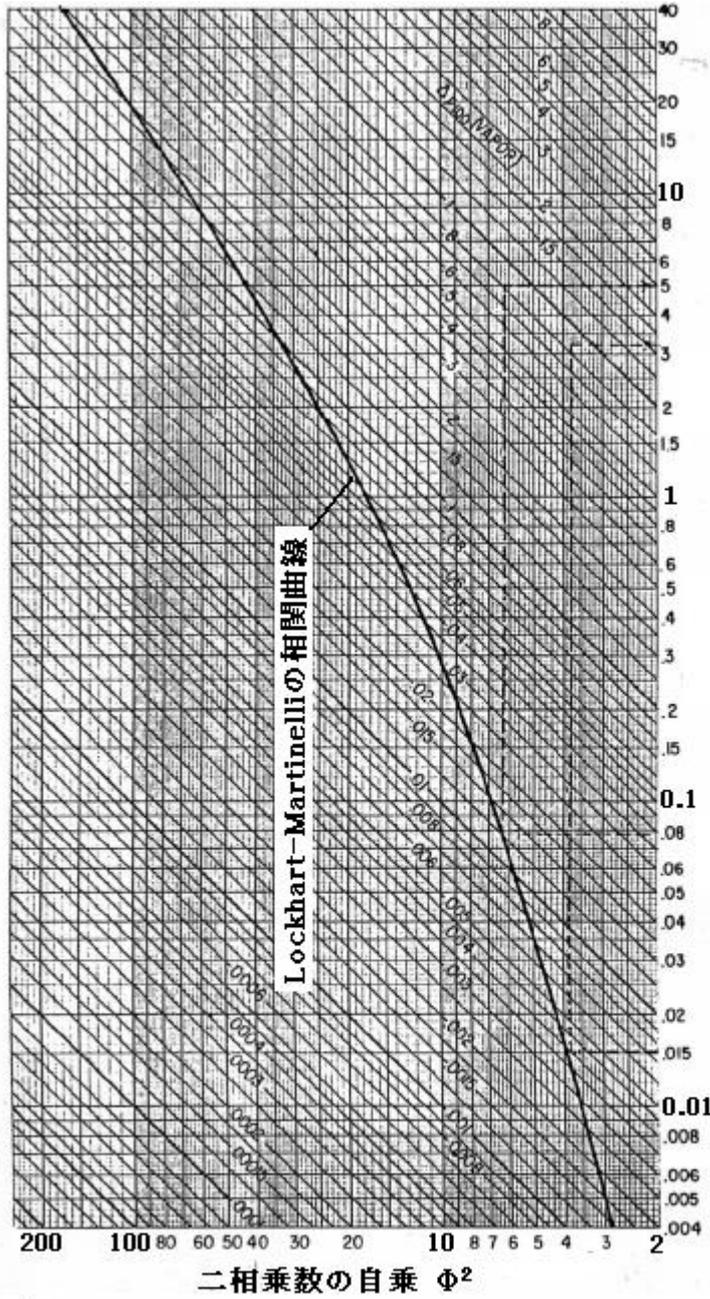
Table 1 二相摩擦圧損計算のための相関式(文献抜粋)

二相流フローパターン	$\Phi - X$ 相関(式)	備考
 <p>1. 噴霧流 (Dispersed)</p> <p>殆ど全ての液は噴霧状に分散</p>	X^2 を用い Fig.5から Φ^2 を求める	Lockhart-Martinelli の相関適用
 <p>2. 環状流 (Annular)</p> <p>管内壁に液膜が形成され 気体は中心コアを高速で流れる</p>	$\Phi = aX^b$ $a = 4.8 - 0.3125d$ $b = 0.343 - 0.021d$ $d = \text{パイプ内径(inch)}$ [12 inch以上の場合 $d = 10$]	Bakerの相関適用
 <p>3. 気泡流 (Bubble)</p> <p>気泡が液と同じ速度で移動</p>	$\Phi = 14.2X^{0.75} / (W_1/A)^{0.1}$	Bakerの相関適用
 <p>4. 層状流 (Stratified)</p> <p>液は下側を、気体は上側を流れ 気液界面は滑らか</p>	$\Phi = 15400X / (W_1/A)^{0.8}$ (長い水平管に対し)	Bakerの相関適用
 <p>5. 波状流 (Wave)</p> <p>層状流に同じだが、界面には波立ち</p>	Schneider-White-Huntington の相関を用いて圧損計算 (長い水平管に対し)	Fig.8を使用して 計算
 <p>6. スラグ流 (Slug)</p> <p>周期的に波が壁にかかり泡状の スラグになって高速で移動</p>	$\Phi = 1190X^{0.815} / (W_1/A)^{0.5}$ (スラグ流は避ける。)	Bakerの相関適用 (*)
 <p>7. プラグ流 (Plug)</p> <p>気液のプラグが交互に移動</p>	$\Phi = 27.315X^{0.855} / (W_1/A)^{0.17}$	Bakerの相関適用

(*) スラグ流は管振動や計器の振れなどいろんな障害を引き起こす。防止策としては

- ・圧力降下の許容内で、ラインサイズ(口径)をダウンする、
- ・パラレルパイプを設けて摩擦圧損を変えずに輸送容量をアップする、
- ・バルブ付きの補助パイプを用いて気液いずれかの流量を調整してスラグ流を回避する、
- ・低所排出ドレンやバイパスなどを用いる、
- ・配管形状を調整してスラグ流を防ぐ

などが考えられる。



$$X^2 = \Delta P_l / \Delta P_v \quad (\text{水平噴霧流の場合あるいは2.5inch以下の小径管の場合})$$

$$X_D^2 = (0.19 X_{FR}^{0.185})^2 \quad (\text{上向き垂直流の場合、但し } Re_l > 8000, Re_g > 2000)$$

Fig.5 噴霧流、上向き垂直流 あるいは2.5インチ以下の小径管の場合の相関曲線

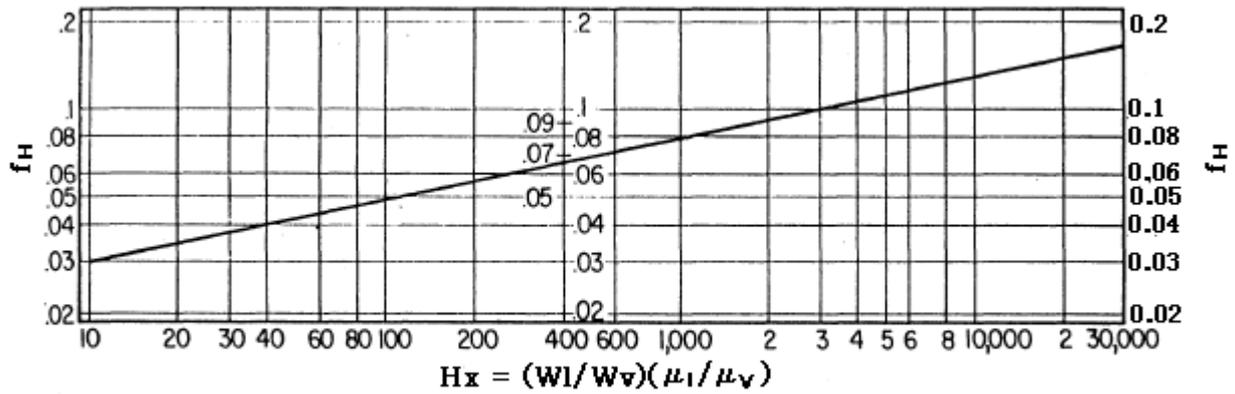


Fig.8 波状流における摩擦係数 f_H

Table 2 種々の弁/フィッティングの相当管長/内径(L/D) -Crane社提供

Description of Product				Equivalent Length In Pipe Diameters (L/D)	
Globe Valves	Stem Perpendicular to Run	With no obstruction in flat, bevel, or plug type seat	Fully open	340	
		With wing or pin guided disc	Fully open	450	
	Y-Pattern	(No obstruction in flat, bevel, or plug type seat) - With stem 60 degrees from run of pipe line - With stem 45 degrees from run of pipe line	Fully open Fully open	175 145	
Angle Valves		With no obstruction in flat, bevel, or plug type seat	Fully open	145	
		With wing or pin guided disc	Fully open	200	
Gate Valves	Wedge, Disc, Double Disc, or Plug Disc		Fully open	13	
			Three-quarters open	35	
			One-half open	160	
			One-quarter open	900	
	Pulp Stock		Fully open	17	
			Three-quarters open	50	
			One-half open	260	
			One-quarter open	1200	
Conduit Pipe Line			Fully open	3**	
Check Valves	Conventional Swing		0.5†... Fully open	135	
	Clearway Swing		0.5†... Fully open	50	
	Globe Lift or Stop; Stem Perpendicular to Run or Y-Pattern		2.0†... Fully open	Same as Globe	
	Angle Lift or Stop		2.0†... Fully open	Same as Angle	
	In-Line Ball	2.5 vertical and 0.25 horizontal†	... Fully open	150	
Foot Valves with Strainer		With poppet lift-type disc	0.3†... Fully open	420	
		With leather-hinged disc	0.4†... Fully open	75	
Butterfly Valves (8-inch and larger)				Fully open	40
Cocks	Straight-Through	Rectangular plug port area equal to 100% of pipe area	Fully open	18	
	Three-Way	Rectangular plug port area equal to 80% of pipe area (fully open)	Flow straight through Flow through branch	44 140	
Fittings	90 Degree Standard Elbow			30	
	45 Degree Standard Elbow			16	
	90 Degree Long Radius Elbow			20	
	90 Degree Street Elbow			50	
	45 Degree Street Elbow			25	
	Square Corner Elbow			57	
	Standard Tee	With flow through run		20	
	With flow through branch		60		
Close Pattern Return Bend				50	
**Exact equivalent length is equal to the length between flange faces or welding ends.		†Minimum calculated pressure drop (psi) across valve to provide sufficient flow to lift disc fully.			

【 後書き 】

1. Kern 文献は、相当に古いもので、その後の二相流技術の進歩から見ればもう過去のものかも知れない。ただ、1980 年代も実務で使われていた形跡があることから、決して過去の遺物とも言えない面(特に Hydrocarbon 分野)があると思われることから、内容をまとめてみた。Kern 文献は既に 1970 年 9 月のケミカル・エンジニアリング誌に“設計ノート”として和訳されているが、その運用については記述がない。本 TS は再度、Kern 文献を読んで、内容紹介を兼ねて設計手順化を試みたものである。

2. Kern の方法は、本来、小口径水平管の実験から得られた L-M 法を、大口径水平管あるいは垂直管に拡大適用することへの疑問から案出されたものと思われる。大口径水平管や垂直管への L-M 法の適用について果たして大きな誤差があるのかどうか？ ただ L-M 法が拡大的に使用されているのは事実のように思える。

Kern の方法は、論理的なものではなくエンジニアリング的なものと思う。この場合、次の 2 つの大きな疑問がある。

(a) 周知のように Baker 線図は水平流れに適用されているが、Kern 文献では垂直流れであっても Baker 線図を使っている(例えば dispersed flow-example の記述など)。Baker 線図を垂直管に適用したとき困るのは、水平管特有の層状流/波状流になった場合である。この場合長い水平管には当たらないので、どう扱うか？ チャートの流れでは環状流で扱うことになるが、これでいいのか？という不安が残る。

私見ながら垂直流れに対しては Griffith-Wallis 線図等を用いてフローパターン(スラグ/環状/噴霧/気泡流)を決めるのが妥当ではないかと思う。この辺については、Baker 線図と Griffith-Wallis 線図の適用比較を行えば何か少し見えてくるのかもしれない。

(b) フィッティング類については**通常**の**单相流れ**の**相当管長**をもって局所的な圧損を見積もるようになっていいる。フィッティングにおける二相流動は決して直管流れとは同じとは思われずこの手法には？が残る。プロセス配管は立体的で曲がりなどが多く直管の圧損よりもフィッティングの圧損がむしろ大きいので大きな誤差にならないか不安が残る。HTFS によるフィッティング圧損計算と比較してみる必要がある。

今、これらの疑問点について追究する時間はないので、本 TS ではできるだけ Kern 文献の趣旨に沿って記述している。**今後、何らかの追加情報が手にいれば、訂正して行きたい。**

引用文献：

(0) “How to Size Process Piping For Two-Phase Flow” by Robert Kern

(Hydrocarbon Processing Oct. 1969)

Kern 文献が引用する参考文献は以下の通り。

LITERATURE CITED

- ¹ Alves, G. E., "Co-Current Liquid-Gas Flow in Pipe Line Contactor", A.I.Ch.E., Sept. 14, 1953, San Francisco.
- ² Baker, Ovid, "Simultaneous Flow of Oil and Gas". *The Oil and Gas Journal*, July 26, 1954.
- ³ A.P.I. Technical Data Book—Petroleum Refining, Chapter 10.
- ⁴ Baker, Ovid, and Swerdloff, Will., "Calculation of Surface Tension", *The Oil and Gas Journal*, Nov. 21, Dec. 5, 12, 19, 1955, Jan. 2 and 9, 1956.
- ⁵ Lockhart, R. W., and Martinelli, R. C., "Proposed Correlation of Data for Isothermal Two-Phase, Two-Component Flow in Pipe". *Chem. Eng. Progress*, Vol. 45, January, 1949.
- ⁶ Crane, "Flow of Fluid," Technical Paper No. 410.
- ⁷ Davis, W. J., "The Effect of the Froude Number in Estimating Vertical Two-Phase Gas-Liquid Friction Losses." *British Chemical Engineering*, Vol. 8, July, 1963.
- ⁸ Hughmark, G. A., "Hughmark Correlation for Holdup in Gas-Liquid Flow". *Chem. Eng. Progress*, Vol. 58, April, 1962.
- ⁹ Schneider, F. N., White, P. D., and Huntington, R. L., "Correlation for Two-Phase Wave Flow," *Pipe Line Industry*, Oct., 1954.
- ¹⁰ Chenoweth, J. M., and Martin, M. W., "Correlation for Two-Phase Plug Flow", *Petroleum Engineer*, 28, April, 1956.
- ¹¹ Baker, Ovid, "Multiphase Flow in Pipe Lines", *The Oil and Gas Journal*, Nov. 10, 1958.
- ¹² Govier, G. W., Radford, B. A., Dunn, J. S. C., Short, W. L., Brown, A. S., Sullivan, G. A., "The Upward Vertical Flow of Air Water Mixtures", *Canadian Journal of Chemical Engineering*, Part I. Aug. 1957, pp. 58-70, Part II. Oct. 1958, pp. 195-202, Part III. April 1960, pp. 62-66.