

| | |
|----------------------|---|
| 【整番 FE-02-TM-007】 | 【標題】 気体流れの閉塞現象についてのメモ |
| 分類：流れ(圧縮性流れ)/種別：技術メモ | 作成年月：R2.8/改訂：Ver.0.0 (R2.9) 作成者：N. Miyamoto |

全 16 枚

< はじめに >

一般に管路流れでは、上流～下流の圧力差を大きくとるほど多くの流量が流れるが、気体流れ即ち圧縮性流れでは閉塞(チョーク)という流体現象があって流量の上限が存在する。筆者もこの現象を認識しながら、いくら操作しても目標の流量が得られず現場テストの内容を変更せざるを得なかった苦い経験がある。圧縮性流体理論ではチョーク現象はマッハ数 1.0 の臨界状態としてそのセオリー中に取り込まれており、特に取り上げるべき課題でもないが、水・油のような液体流れしか経験したことがない場合や、殆どまれにしか圧縮性流れにアクセスしたことがない場合はチョーク現象(チョーキング)とは何ぞや? という定義まで戻ってしまう。そこで圧縮性流れに特有のチョーキングについて、よく知られた松尾テキスト^①や Miller テキスト^②などを引用して備忘録を作ってみた。以下にこれを記す。

(ただどうしても筆者の理解度に依存する、もし記述に疑問があるときは原本と照合して下さい。)

【 本 TS で使用する記号の説明 】

m = 質量流量(kg/s)、 u = 流速(m/s)、 M = マッハ数(-)($=u/a$)、
 P (または p) = 静圧力(Pa)、 P_0 (または p_0) = 全圧力(Pa)、 A = 流れ断面積(m^2)、 D = 管路内径(m)
 T = 静温度(K)、 T_0 = 全温度(K)、 ρ = 密度(kg/m^3)、 ρ_0 = 淀み状態の密度(kg/m^3)、
 a = 音速(m/s)、 a_0 = 淀み状態の音速(m/s)、 s = エントロピ(J/kg·K)、
 q = 加熱量(J/kg)、 Q = 無次元加熱量(-)($=q/C_p T_0$)、 σ = 流れ係数(-)、 Γ = 気体力学関数(-)($=\sigma/\sigma^*$)、
 R = 気体定数(J/(kg·K))、 C_p = 定圧比熱(J/(kg·K))、 γ = 比熱比(-)、
 f = ファニングの管摩擦損失係数(-)、 K_{fric} = 全損失係数(-)、 K_{comp} = 要素の損失係数(-)
 L_e = 相当管長(m)、 P_b = 背圧(Pa)、 p_d = 入口衝撃波発生時の背圧(Pa)、
 p_f = 出口衝撃波到達時の背圧(Pa)、 p_e = 出口端の静圧(Pa)、

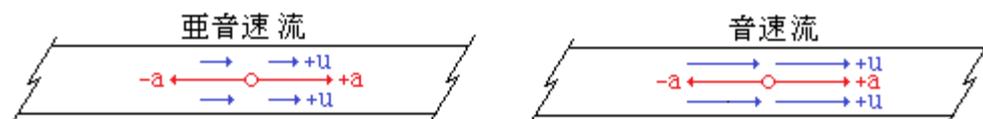
上添え字： * → “臨界状態(チョーク状態)の意”

下添え字： 1,2 → “入口断面,出口断面の意”、 max → “最大の意”

1. チョーキングの理論的背景^①

1.1 現象のプロファイル

管路の運転状態は、流れのない停頓状態に一方方向の流れ状態が重なっているように見える。停頓状態では管路のどこかに何らかの理由で管路のある位置に圧力変動が起きると、その変動は分子間の衝突の形で上流、下流のいずれにも音波(密度変化を伴う圧力波動)としてほぼ音速で伝播する。この挙動は一方方向の流れ状態になって流速が加わっても存在する。ところが流速が増加して音速のレベルに達すると圧力変動は下流伝播だけになる。上流方向への音速伝播は音速レベルの流速によってキャンセルされるからである。



圧縮性流れでは気体流速/音速の比はマッハ数 M として定義され、無次元化された流速としてもちいられる。それは分子の動きに対する流体の平均的な動きの度合いを表わしている。マッハ数が 1 以下で流速が音速より低い時は亜音速流れ、マッハ数がほぼ 1 で流速が音速にほぼ等しいときは音速流れという(音速を超える流れは超音速流れというが実際の設備ではレアなのでこの節では除外しておく)。

前述の議論から云えば、亜音速流れでは流速<音速なので上流への音速伝播は消えない。その場合下流の圧力を切り下げてゆくと、その情報は上流に伝播して次第に質量流量を増やすことができる。一方、音速流れでは流速=音速(マッハ数 1)なので音速伝播は打ち消され下流の圧力を切り下げててもその情報は上流に伝播せず質量流量をそれ以上増やすことができない。このように流速が音速に達すると質量流量が頭打ちになる状態をチョーク(閉塞)現象と呼んでいる。このマッハ数 1 の状態—臨界状態は断面一定の流れのとき管路の末端で、断面変化のある流れのとき管路の最小断面で起きる。また特定の管路要素でも起こる。以下、この臨界状態の理論的な背景をテキスト(1)に基づいてまとめてみる。

1.2 チョーキングの発生条件

管路の任意位置の[全圧 P_0 と静圧 P の比](全圧比)は、次式で与えられる(☆1)。

$$P_0/P = [1 + \{(\gamma - 1)/2\}M^2]^{\gamma/(\gamma - 1)} \quad \text{-----(1)}$$

チョーク状態では $M=1$ になるので、その時の静圧 P を臨界圧 P^* とすれば、

$$P_0/P^* = \{(\gamma + 1)/2\}^{\gamma/(\gamma - 1)} \rightarrow P^*/P_0 = \{2/(\gamma + 1)\}^{\gamma/(\gamma - 1)} \quad \text{-----(2)}$$

端的にはこれがチョーキング発生を定義する式の一つになる。しかしこれはチョーキング発生の条件を示していない。発生条件を明らかにするには 1 次元定常流れのエネルギー式 $a^2/(\gamma - 1) + (1/2)u^2 = \text{一定}$ に帰って吟味する必要がある。その結果として次の式が得られる(☆2)。

$$\text{流れ係数: } \sigma = \{2\gamma/(\gamma - 1)\} \{(P/P_0)^{2/\gamma} - (P/P_0)^{(\gamma + 1)/\gamma}\}^{0.5} \quad \text{-----(3)}$$

$$\text{臨界流れ係数: } \sigma^* = [\gamma \{2/(\gamma + 1)\}^{(\gamma + 1)/(\gamma - 1)}]^{0.5} \quad \text{-----(4)}$$

$$\text{気体力学関数: } \Gamma = (\sigma/\sigma^*) = \{(P/P_0)^{2/\gamma} - (P/P_0)^{(\gamma + 1)/\gamma}\} / \{(\gamma - 1)/(\gamma + 1)\} / \{2/(\gamma + 1)\}^{2/(\gamma - 1)}]^{0.5} \quad \text{-----(5)}$$

$$= M \{2 + (\gamma - 1)M^2 / (\gamma + 1)\}^{-(\gamma + 1)/2(\gamma - 1)} \quad \text{-----(6)}$$

エネルギー式から得られる気体流れの質量流量 m を、上記の流れ係数と気体力学関数で表わすと

$$m = \{P_0 A / (RT_0)^{0.5}\} \sigma = \{P_0 A / (RT_0)^{0.5}\} \Gamma \sigma^* \quad \text{-----(7)}$$

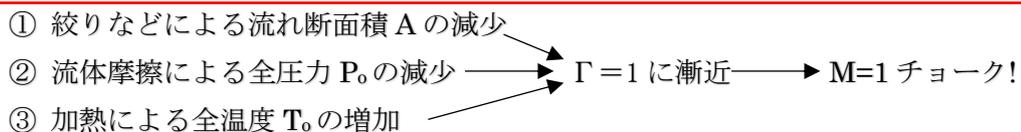
この場合、当然ながら定常状態では質量流量 m は一定であるが、臨界流れ係数 σ^* が比熱比 γ のみの関数であって流量には関係なく一定であるところから、

$$\{P_0 A / (RT_0)^{0.5}\} \Gamma = \text{一定 (const)} \quad \text{-----(8)}$$

になる。気体力学関数 Γ は(☆3)に示すように $0 \leq \Gamma \leq 1$ なので、 $\{P_0 A / (RT_0)^{0.5}\}$ 値が低下するにつれて Γ は増加して最大値 $\Gamma = 1$ に漸近してゆく。然るにチョーク状態 $M=1$ では (6)式より

$$\Gamma = (\sigma/\sigma^*) = 1 \times \{2 + (\gamma - 1) \times 1^2 / (\gamma + 1)\}^{-(\gamma + 1)/2(\gamma - 1)} = 1 \quad \text{-----(9)}$$

であるから、 $\{P_0 A / (RT_0)^{0.5}\}$ が低下することで Γ は 1 に漸近しチョーキングが発生することになる。即ち



以下の節で、条件①～③について細かくみてゆきたい。

【 補注 】

(☆1) 圧力比(P_0/P)は、1 次元定常流れのエネルギー式にエンタルピ式/状態式/音速式及び等エントロピ関係を用いて得られる。即ち、

$$\begin{aligned} \text{エネルギー式 } h + (1/2)u^2 &= C_p T + (1/2)u^2 = \{\gamma / (\gamma - 1)\} RT + (1/2)u^2 \\ &= \{\gamma / (\gamma - 1)\} (P / \rho) + (1/2)u^2 = a^2 / (\gamma - 1) + (1/2)u^2 = \text{const} \\ \text{マッハ数 } M = u/a &\quad \leftarrow \text{定み状態(流速 } u=0) \text{ における音速 } a_0 \\ a^2 / (\gamma - 1) + (1/2)a^2 M^2 &= a_0^2 / (\gamma - 1) \rightarrow (a_0/a)^2 = 1 + \{(\gamma - 1)/2\} M^2 \\ (a_0/a)^2 &= (\gamma RT_0 / \gamma RT) = (T_0/T) \quad \leftarrow (T_0/T) = (P_0/P)^{(\gamma - 1)/\gamma} \leftarrow \text{等エントロピ関係 } P/T^{\gamma/(\gamma - 1)} = \text{一定} \\ (P_0/P) &= [1 + \{(\gamma - 1)/2\} M^2]^{\gamma/(\gamma - 1)} \end{aligned}$$

(☆2) 流れ係数 σ 、臨界流れ係数 σ^* 及びその比は、等エントロピ流れのベルヌーイ式に等エントロピ関係および圧力比 (P_0/P) を用いて質量流量 m を求めることで得られる。即ち

$$\begin{aligned} &\text{質量流量: } m = \rho u A \\ &\begin{array}{l} \text{等エントロピ関係のベルヌーイ式} \\ (1/2)u^2 + \{\gamma / (\gamma - 1)\} (P / \rho) (P / P_0)^{(\gamma - 1)/\gamma} \\ = \{\gamma / (\gamma - 1)\} (P / \rho_0) \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{等エントロピ関係 } P / \rho^\gamma = \text{const} \\ \rho = (P_0 / RT_0) (P / P_0)^{1/\gamma} \end{array} \\ &\downarrow \quad \downarrow \\ u &= [\{2\gamma / (\gamma - 1)\} (P / \rho_0) \{1 - (P / P_0)^{(\gamma - 1)/\gamma}\}]^{0.5} \\ &\downarrow \quad \downarrow \\ m &= (P_0 A / (RT_0)^{0.5}) [\{2\gamma / (\gamma - 1)\} \{(P / P_0)^{2/\gamma} - (P / P_0)^{(\gamma + 1)/\gamma}\}]^{0.5} = \{P_0 A / (RT_0)^{0.5}\} \sigma \\ &\rightarrow \text{流れ係数: } \sigma = [\{2\gamma / (\gamma - 1)\} \{(P / P_0)^{2/\gamma} - (P / P_0)^{(\gamma + 1)/\gamma}\}]^{0.5} \\ &\downarrow \quad \downarrow \\ (P_0/P) &= [1 + \{(\gamma - 1)/2\} M^2]^{\gamma/(\gamma - 1)} \quad \leftarrow M = 1 \quad \leftarrow P = P^* \\ (P^*/P_0) &= \{2 / (\gamma + 1)\}^{\gamma/(\gamma - 1)} \\ &\downarrow \quad \downarrow \\ \text{臨界流れ係数: } \sigma^* &= [\gamma \{2 / (\gamma + 1)\}^{(\gamma + 1)/(\gamma - 1)}]^{0.5} \\ &\downarrow \quad \downarrow \\ \text{気体力学関数: } \Gamma &= (\sigma / \sigma^*) = \{[(P / P_0)^{2/\gamma} - (P / P_0)^{(\gamma + 1)/\gamma}] / \{(\gamma - 1) / (\gamma + 1)\} / \{2 / (\gamma + 1)\}^{2(\gamma - 1)}]\}^{0.5} \\ &\downarrow \quad \downarrow \\ \text{気体力学関数: } \Gamma &= (\sigma / \sigma^*) = M [2 + (\gamma - 1) M^2 / (\gamma + 1)]^{-(\gamma + 1) / (2(\gamma - 1))} \end{aligned}$$

(☆3) $\gamma = 1.4$ の時の気体力学関数 Γ と圧力比 (P/P_0) またはマッハ数 (M) の関係を図 3.7 にプロットする。図では横軸に (P/P_0) と M をパラにとっている。この場合、流速 u に対し (P/P_0) と M は次のようになる。

$$u = 0 \text{ のとき } M = u/a = 0, \text{ また } P \rightarrow P_0 \text{ (運動エネルギーなし) なので } (P/P_0) = 1.0$$

$$u = \infty \text{ のとき } M = u/a = \infty, \text{ また } P = 0 \text{ (運動エネルギーのみ) なので } (P/P_0) = 0$$

即ち $M = 0 \sim \infty$ 、 $(P/P_0) = 1.0 \sim 0$ の範囲で同一の Γ 曲線が得られる。その場合 Γ 曲線は 0 から始まり 0 で終わる。そして Γ 曲線のピーク ($\Gamma = 1$) は、

$$M = 1 \quad \text{及び} \quad (P/P_0) = 0.528$$

で起きる。この場合 $M = 1 (u = a)$ はチョークポイントであるから、チョークポイントで流れ係数 σ が臨界値 σ^* に達して $\Gamma = \sigma / \sigma^* = 1$ になることがわかる。故に $0 \leq \Gamma \leq 1$ である。なお $M = 1$ のとき $(P/P_0) = 0.528$ であるから、このときの P は臨界値 P^* に相当している。 (P^*/P_0) は補足説明(1)の結果 $(P_0/P) = [1 + \{(\gamma - 1)/2\} M^2]^{\gamma/(\gamma - 1)}$ においてその逆数を取り更に $M = 1$ とおくことで得られる。即ち、

$$(P_0/P)^{-1} = [1 + \{(\gamma - 1)/2\} x^2]^{\gamma/(\gamma - 1)} \rightarrow (P/P_0) = \{2 / (\gamma + 1)\}^{\gamma/(\gamma - 1)}$$

例えば $\gamma = 1.4$ のときは、 $(P/P_0) = \{2 / (1.4 + 1)\}^{1.4 / (1.4 - 1)} = 0.528$ になり、図 3.7 に符合する。

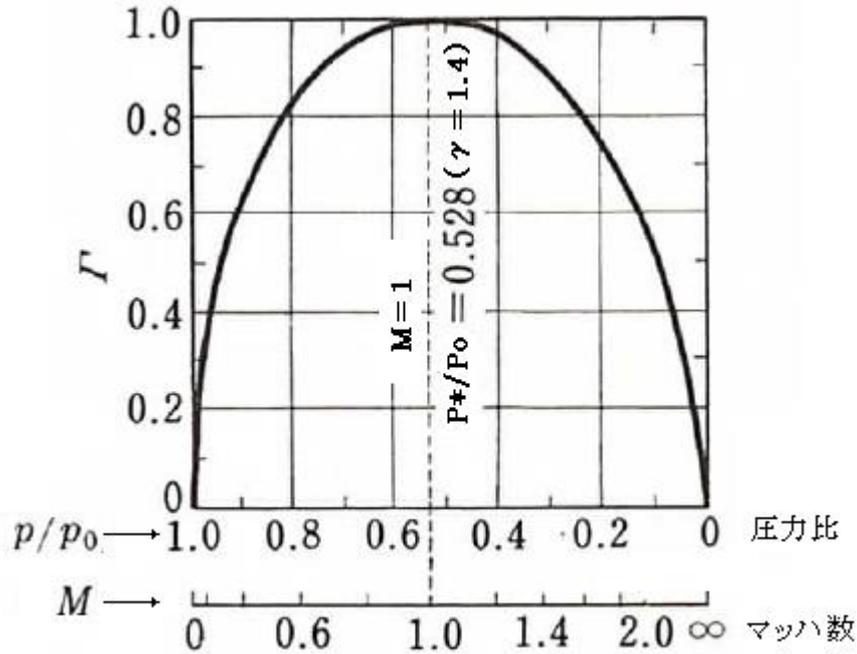


図3.7 気体力学関数と圧力比/マッハ数の関係
[テキスト(1)より引用]

1.3 断面積の減少(絞り)によるチョーキングについて

(1) 管路に弁やオリフィスなどによる絞りがあると断面積 A が局所的に減少する。摩擦損失などによる全圧 P_0 の低下や加熱による全温 T_0 の上昇がない流れでは、1.2 節の(8)式は $A\Gamma = \text{一定}$ になる。その状態でもし A が大きく低下すれば、必然的に流体力学関数 Γ は 1 に近づき出口マッハ数は 1 に達してチョークが起きる。この現象は亜音速流れでも超音速流れでも起きる。

(なおここでは面積変化の効果のみに絞り、摩擦あるいは加熱による影響を除外して等エントロピ流れ問題として扱う。)

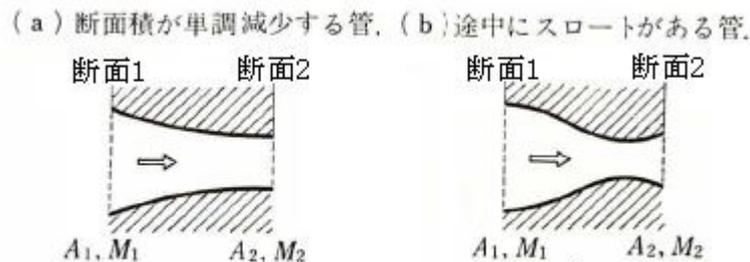


図4.7 断面積の縮小による流れのチョーク [テキスト(1)より引用]

(2) ここで図 4.7 のような管路区間を考えると、断面 1 と 2 の $A\Gamma$ は一定であるから、(6)式を用いて、

$$A_2/A_1 = \Gamma_1/\Gamma_2 = (M_1/M_2) \left\{ \frac{(\gamma-1)M_2^2+2}{(\gamma-1)M_1^2+2} \right\}^{(\gamma+1)/(2(\gamma-1))} \quad \text{-----(10)}$$

断面積比 A_2/A_1 について M_1 と M_2 の関係を示すと図 4.8 のようになる。図の左側は (A_2/A_1) が 0.9 のときの亜音速域 M_1 に対する M_2 の変化をピックアップしたもので、 M_1 - M_2 曲線の一般的な傾向を表している。この場合、曲線のピークは $M_1=0.68$ 、 $M_2=1$ にある。これは断面 1 でマッハ数が 0.68 になると断面 2 でチョーキング($M_2=1$)が発生することを意味している。

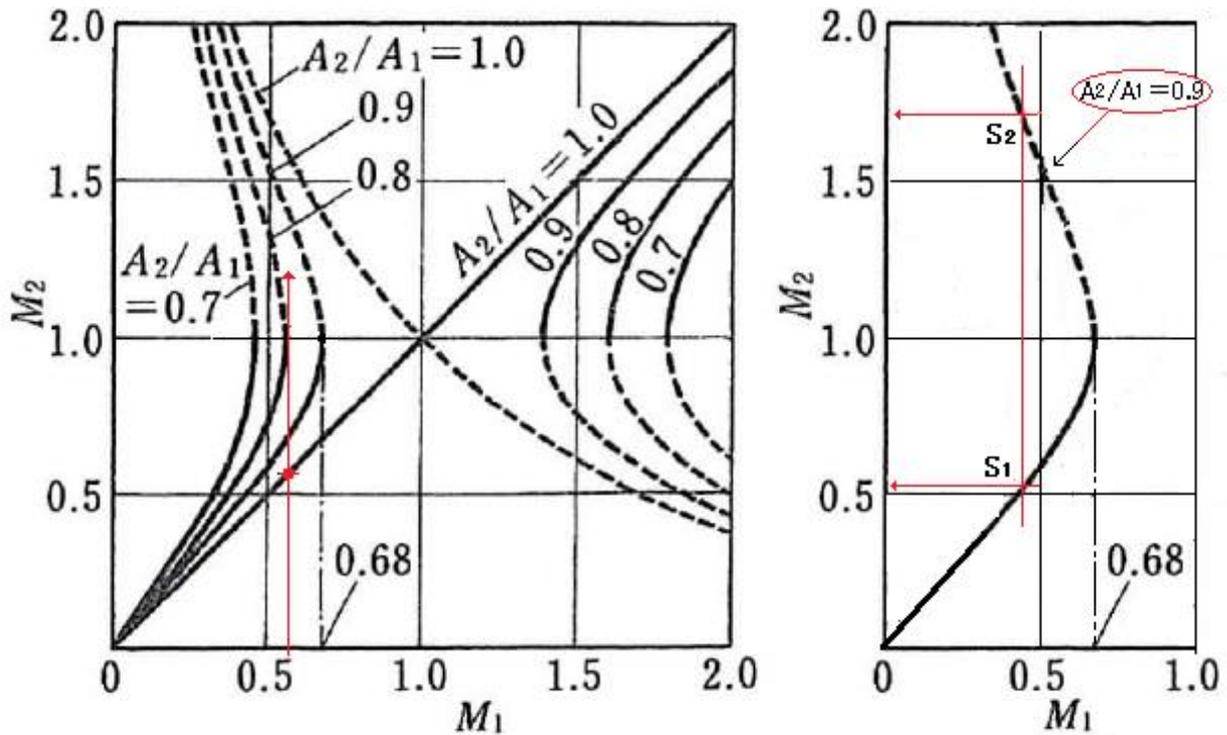


図4.8 等エントロピ流れにおける断面積比(A_2/A_1)と M_1, M_2 の関係($\gamma = 1.40$ のケース)
 [実線→図4.7(a)、点線→図4.7(b)] [テキスト(1)より引用]

図左からわかるように M_1 が 0.68 以下では曲線は 2 つの解(例えば交点 S_1 と S_2)を持っている。 S_1 は亜音速($M_2 < 1$)、 S_2 は超音速($M_2 > 1$)の領域にある。この場合、亜音速 M_2 は図 4.7(a)の断面 2 で発生し、超音速 M_2 は図 4.7(b)の断面 2 で発生する。前者は流れ断面積が単調減少しているので M_1 に比べ M_2 は順調に高くなっている。後者はスロート部分でチョークしその後の拡管部分で超音速化している。

また図からわかるように M_1 が 0.68 を越えると曲線の解(交点)は存在しない。これは断面 1 ではマッハ数 0.68 以上の流量は流せないことを意味する。

もう少し考察する必要があるが、結論的に言えば

断面①の流れ状態(圧力/温度/流速)が固定された場合、流入した亜音速流れをパスできる最小流れ断面積が区間内に存在し、最小流れ断面積を通過するマッハ数は 1 である。

プラント設備では通常流量調整は弁の絞りを介して行われるので、面積(絞り)比(A_2/A_1)が変化するときどうなるかみてみる(図 4.8 左の朱記部分を参照)。面積比が 1 の場合、 $A_2/A_1 = 1$ のライン上にあるので $M_1 = M_2$ である。 M_1 を一定に保って矢印の方向に A_2 を絞ってゆくと M_2 は大きくなりついにはチョークして $M_2 = 1$ になり、それ以上絞っても解はなく $M_2 = 1$ より大きくなることはない。なお圧力 P_2 は当初の P_1 から減少してゆくので、 M_1 を一定に保つには(断面 1 の流れを保持するには)、断面 2 下流の背圧も減少させる必要がある(注意!)

以上は断面 1 の流れが亜音速の場合である。断面 1 の流れが超音速の場合も図 4.8 に示されるように $M_2 = 1$ のチョーク現象が存在する。即ち超音速流れでもこれをパスできる最小断面積が存在しその流れ断面積を通過するマッハ数は 1 である。また亜音速流れと同様にチョーク状態から A_2 を更に絞ると圧力波の上流伝播が起こり断面 1 の流れ状態が変化する。

(3) 管路断面積の絞りによる閉塞は等エントロピ流れを解く上で無視できない。ここでは閉塞に起因する

様々な流れの問題を解く上で有効な等エントロピ流れの諸関係式をピックアップしておく。

等エントロピの基礎式は次式による。

$$\text{連続の式: } d\rho/\rho + du/u + dA/A = 0$$

$$\text{運動方程式: } du/u + \{1/\rho\}dP = 0$$

$$\text{エネルギーの式: } dP/P - \gamma d\rho/\rho = 0 \quad (\rightarrow \text{等エントロピの式})$$

この基礎式から次の淀み状態と任意状態の関係式が導かれる。

$$T_0/T = 1 + \{(\gamma - 1)/2\}M^2, \quad P_0/P = [1 + \{(\gamma - 1)/2\}M^2]^{\gamma/(\gamma - 1)}, \quad \rho_0/\rho = [1 + \{(\gamma - 1)/2\}M^2]^{1/(\gamma - 1)}$$

更にこの関係から次の臨界状態と淀み状態の関係が得られる。但し $\gamma = 1.4$ とする。

$$T^*/T_0 = 2/(\gamma + 1) = 0.833, \quad P^*/P_0 = [2/(\gamma + 1)]^{\gamma/(\gamma - 1)} = 0.528, \quad \rho^*/\rho_0 = [2/(\gamma + 1)]^{1/(\gamma - 1)} = 0.634$$

1.4 摩擦損失によるチョーキングについて

(1) 摩擦損失のある流れでは、管摩擦など圧力損失によって全圧力 P_0 が変化する。それで流れ面積 A が一様で加熱がなく全温度 T_0 の変化がない流れでは、1.2 節の(8)式は $P_0\Gamma = \text{一定}$ になる。もし管路が長く管摩擦などによって P_0 が大きく低下すれば、流体力学関数 Γ は 1 に近づき出口マッハ数が 1 に達してチョークする。この現象は亜音速流れでも超音速流れでも起きる。なお断面が一様で内部断熱された流れはファノー流れと呼ばれている。ここではファノー流れの諸式を用いる。

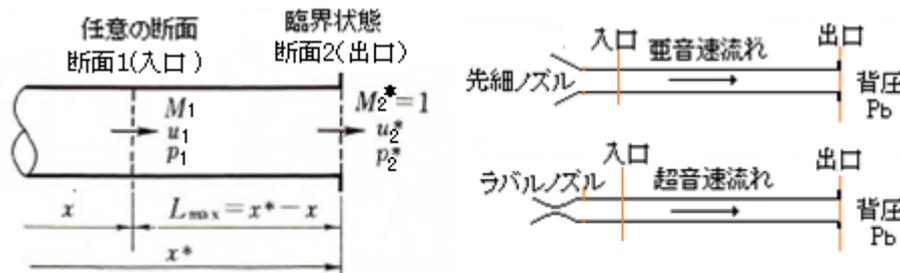


図 6.3 臨界状態のファノ流れ [テキスト(1)引用]

(2) 管路入口におけるマッハ数 M_1 の流れが、管路出口においてマッハ数 1 に達してチョークするときの損失係数 (K_{fric}^*) は次の式で与えられる (★4 参照)。

$$K_{\text{fric}}^* = 4f(L_{\text{max}}/D) = (1 - M_1^2) / (\gamma M_1^2) + \{(\gamma + 1)/2\} \ln [(\gamma + 1)M_1^2 / \{(\gamma - 1)M_1^2 + 2\}] \quad \text{-----(11)}$$

$$\text{但し } L_{\text{max}} = \sum x_i + (D/4f) \sum K_{j,\text{comp}} \quad (i, j = 1, 2, 3 \dots)$$

ここで L_{max} = 出口チョークが起きるときの最大相当管長、 x_i = 管路を構成する各直管の長さ、

$K_{j,\text{comp}}$ = 管路を構成する各要素の圧損係数、 f = ファニングの管摩擦損失係数(平均)、

この式から既知の入口マッハ数 M_1 に対しチョーキングを起こす相当管長 L_{max} が得られる。一方またチョーキング発生時の臨界圧力比と入口マッハ数 M_1 の関係は次式で与えられる (★5 参照)。

$$\text{静圧ベース: } P_2^*/P_1 = M_1 \{(\gamma + 1) / \{(\gamma - 1)M_1^2 + 2\}\}^{-1/2} \quad \text{-----(12)}$$

$$\text{全圧ベース: } P_2^*/P_{01} = M_1 \{ \gamma / (\gamma + 1) \}^{1/2} [2 / \{(\gamma - 1)M_1^2 + 2\}]^{(\gamma + 1)/(2(\gamma - 1))} \quad \text{-----(13)}$$

これらの式の運用としては、例えば、実際の相当管長 L_e を L_{max} とし(11)式から出口でチョークが起きるときの入口マッハ数 M_1 をトライ&エラーで求め、その M_1 を用いて(12) or (13)から管路出口のチョーク圧力 P_2^* を求め、背圧 P_b と比較してチョークの有無を判定することが考えられる。 $P_2^* > P_b$ であればチョークする。

(3) (11)式と(12)式を用いて計算した例を図 6.4 と図 6.8 に示す。2つの図から亜音速域では入口マッハ

数が増加するにつれて、より短い管路長さ、より高い圧力比でチョークが発生し、超音速域では入口マッハ数が増加するにつれて、より長い管路長さより低い全圧比でチョークが起きることがわかる。 $M=1$ では必然的に L_{max} は零、圧力比はピークになる。当然ながら実際の相当管路長 L_e が L_{max} を上回り、図6.4のハッチ領域に入るならば流れはチョークする。

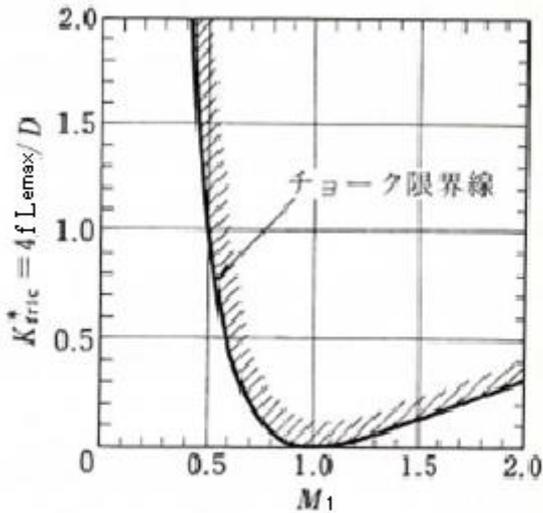


図6.4 K_{fric}^* と M_1 の関係($\gamma = 1.4$)
[テキスト(1)より引用]

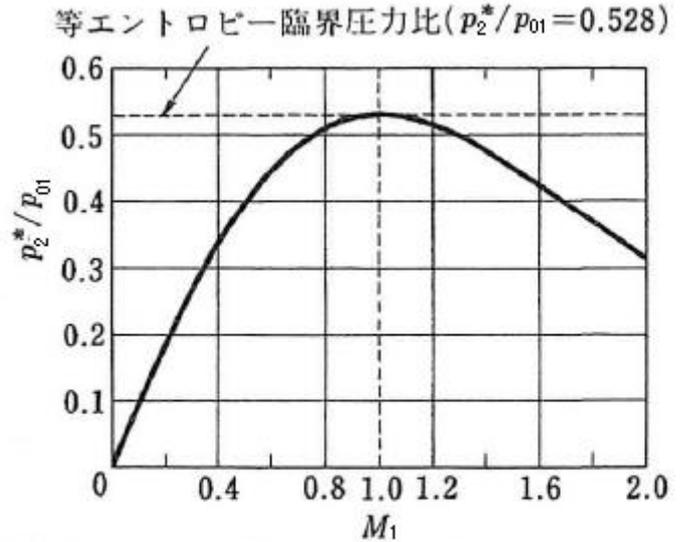


図6.8 ファノールれにおける臨界圧力比 ($\gamma = 1.4$)
[テキスト(1)より引用]

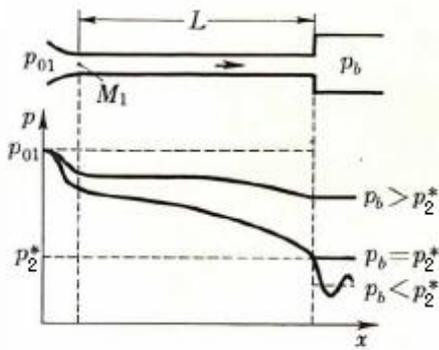
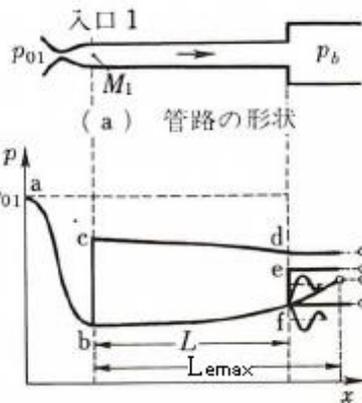
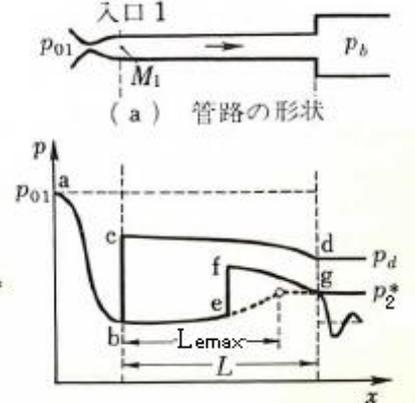


図6.7 亜音速ファノールれにおける静圧分布。
[テキスト(1)より引用]



(b) $L < L_{max}$ の場合.



(c) $L > L_{max}$ の場合

図6.9 超音速ファノールれにおける静圧分布[テキスト(1)より引用]

(4) ファノールれの静圧分布を図6.7と図6.9に示す。図6.7は先細ノズルから管路Lを通してタンクに至る亜音速流れを示している。この場合、背圧 P_b を全圧 P_{01} より下げてゆくと入口マッハ数 M_1 は P_b の低下とともに増加するが、出口圧力は摩擦損失によって低下して、 P_b が臨界圧 P^* まで下がると管路出口でチョーキングが起きる。更に P_b が減少しても管路の流れは増加せず、管路出口以降は不足膨脹になってタンク内に圧力変動が起きる(☆6参照)。

図6.9はラバルノズルから管路Lを通してタンクに至る超音速流れを示している。この場合、 P_b を P_{01} より減少させると P_b が P_a まで低下した時点でノズルののど部に衝撃波が発生する。さらに P_b を下げると衝撃波は下流に移動するが、管路長さLが L_{max} より長いかわりに短いかわりに様子が異なってくる。

① $L \leq L_{max}$ のとき :

$P_d \geq P_b \geq P_e$ → 衝撃波のある管路流れ(P_e は衝撃波が管路出口に至るときの背圧)。

$P_e > P_b \geq P_f$ → 管路全体で衝撃波のない超音速流れ、出口以降は過膨脹噴流

$P_f > P_b$ → 管路全体で衝撃波のない超音速流れ、出口以降は適正/不足膨脹噴流

② $L > L_{max}$ のとき :

$P_d \geq P_b \geq P_2^*$ → 衝撃波のある管路流れ(P_2^* は出口におけるチョーク発生圧力)

$P_2^* > P_b$ → 上流の流れの変化はなく出口以降は不足膨脹噴流

[一般プラントでは超音速流れはレアなので、これ以上の議論は割愛する。]

(5) 摩擦損失による閉塞はファノー流れを解く上で無視できない。ここではこの閉塞に起因する様々な流れ問題を解く上で有効なファノー流れの諸関係式をピックアップしておく。

入口状態(サフィックス 1)～出口状態(サフィックス 2)の間で、ファノー流れの基礎式は次式による。

連続の式: $d\rho/\rho + du/u + dA/A = 0$

運動方程式: $du/u + \{1/(\gamma M^2)\}dP/P + (1/2)(4f/D)dx = 0$

エネルギーの式: $dT/T + (\gamma - 1)M^2 du/u = 0$

更に状態式/音速式などを用いてこれら基礎式を加工し、臨界状態のファノー流れ(図 6.3 参照)について積分することで次のような諸関係式が得られる(☆7)。

$$\textcircled{1} u_1/u_2^* = M_1 [(\gamma + 1)/\{(\gamma - 1)M_1^2 + 2\}]^{1/2} = \rho_2^*/\rho_1$$

$$\textcircled{2} T_1/T_2^* = (\gamma + 1)/\{(\gamma - 1)M_1^2 + 2\} = (a_1/a_2^*)^2$$

$$\textcircled{3} P_1/P_2^* = (1/M_1) [(\gamma + 1)/\{(\gamma - 1)M_1^2 + 2\}]^{1/2}$$

$$\textcircled{4} (s_2^* - s_1)/R = \ln \{ (1/M_1) [(\gamma - 1)M_1^2 + 2] / (\gamma + 1) \}^{(\gamma + 1)/(2(\gamma - 1))}$$

【 補注 】

(☆4) 運動方程式 $du/u + (1/\gamma M^2)(dP/P) + (1/2)(4f/D)dx = 0$ の $du/u, dP/P$ を M の函数形に置換えて得られた微分式 $dK_{fric} = 4fdx/D = (2/\gamma M^2)[2(1 - M^2)/\{(\gamma - 1)M^2 + 2\}]dM$ を、($M = M_1 \sim 1$)の範囲で積分して(11)式としている。

(☆5) (12)式は(5)項の③式の逆数をとったもの。(13)式は $P_2^*/P_{01} = (P_2^*/P_1)(P_1/P_{01})$ とおき(12)式に(☆1)の等エントロピー関係式 $(P_1/P_{01}) = [1 + \{(\gamma - 1)/2\}M_1^2]^{\gamma/(\gamma - 1)}$ を乗じて得られる。

(☆6) 不足膨脹は、管路出口の圧力 p_e が臨界圧 P_2^* に達した状態で背圧 P_b が P_2^* より低いときに発生する。 $p_e > P_b$ なので流れは管内で P_b まで膨脹しきれず出口直後に膨脹波が発生する。膨脹波は後背の自由境界面で反射を繰り返すため圧力は脈打って流れに沿って変動する。

(☆7) ①～④式における M_1 値はあくまで $L = L_{max}$ を前提にしたもので、(11)式を満足する M_1 値でなければならない(注意のこと)。

1.5 加熱によるチョーキング(熱閉塞)について

加熱される流れ(いわゆるレイリー流れ)では、加熱による温度上昇によって管路の出口端でマッハ数が1に達してチョークする。この現象は亜音速流れでも超音速流れでも起きる。ここでは単純化のために一様断面の摩擦損失が無視できる管路流れを仮定してレイリー流れのチョーキング(熱閉塞)について要約してみたい。

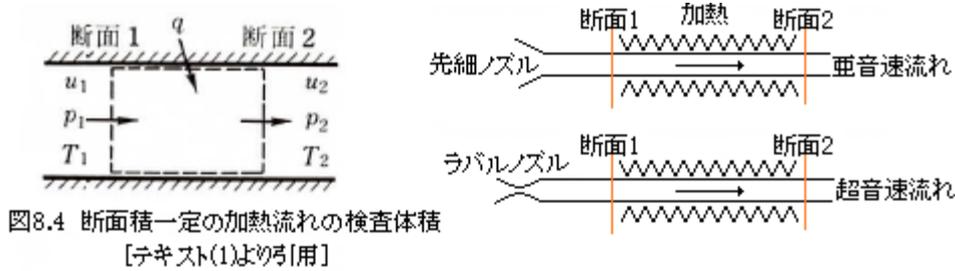


図8.4 断面積一定の加熱流れの検査体積
[テキスト(1)より引用]

(1) 管路入口におけるマッハ数 M_1 の流れが、管路出口においてマッハ数 1 に達してチョークするときの加熱量 (q_{max}) は次の式で与えられる (☆8)。

$$\text{全圧ベース： } q_{max}/(C_p T_{01}) = (M_1^2 - 1)^2 / [(\gamma + 1)M_1^2 \{2 + (\gamma - 1)M_1^2\}] \quad \text{-----(14)}$$

$$\text{静圧ベース： } q_{max}/(C_p T_1) = \{q_{max}/(C_p T_{01})\} (T_{01}/T_1) = (M_1^2 - 1)^2 / \{2(\gamma + 1)M_1^2\} \quad \text{-----(15)}$$

静圧ベースの式は全圧ベースの式に、温度比 $[T_{01}/T_1 = 1 + \{(\gamma - 1)/2\}M_1^2]$ を乗じたものになっている。

上式の q_{max} は q のピーク値である。 q は単位質量当りの熱量 (J/kg) で $q = Q_0 L/m$ で算定される。 Q_0 は単位長さ当たり/単位時間当たりの外部からの加熱量 (J/m/s) で、 L は区間長さ (m)、 m は質量流量 (kg/s) である。(14)(15)式を用いて、既知の入口温度 (T_1 あるいは T_{01}) 及び入口流速 (入口マッハ数 M_1) に対し、熱閉塞に必要な熱量 q_{max} を求めることができる。

なお熱閉塞する時の全温度 (T_{02}^*) と熱量 q_{max} の関係は次式で与えられる (☆9)。

$$T_{02}^*/T_{01} = (1 + \gamma M_1^2)^2 / [(1 + \gamma)M_1^2 \{2 + (\gamma - 1)M_1^2\}] = 1 + q_{max}/C_p T_{01} \quad \text{-----(16)}$$

(14)~(16)式から任意の入口マッハ数 M_1 /入口全温度 T_{01} に対する熱閉塞の可能性 ($q > q_{max}$) や熱閉塞時の全温度 T_{02}^* などを予測することができる。

(2) (14)(15)式を図 8.8 に、(16)式を逆数にしたものを図 8.9 に示す。

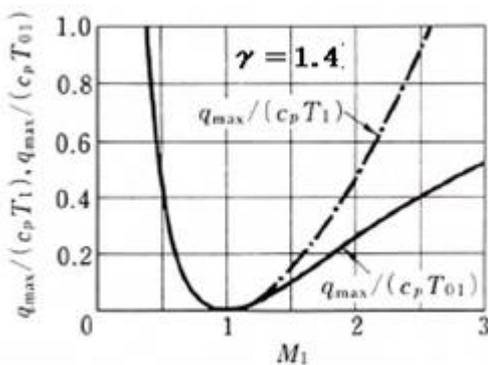


図8.8 熱閉塞に必要な熱量 q_{max} とマッハ数 M_1 の関係 [テキスト(1)より引用]

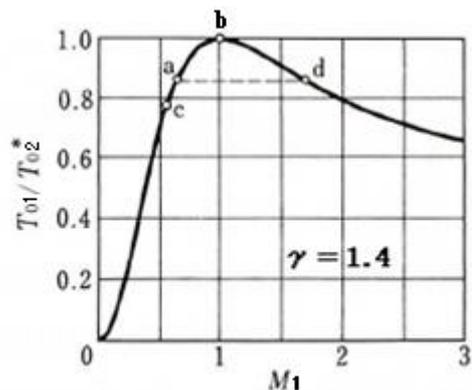


図8.9 T_{01}/T_{02}^* と M_1 の関係 [テキスト(1)より引用]

図 8.8 から、入口マッハ数 M_1 が低くスローな流れでは非常に大きな q_{max} が必要で、亜音速流れが増すにつれ q_{max} は減少し入口マッハ数がチョークしてしまうと q_{max} は零になることがわかる。入口側にラバルノズルが付き超音速で流れる時は、入口マッハ数 M_1 の増加とともに次第に q_{max} は増加する。

少しわかり難いが、図 8.9 から q_{max} より大きな熱量を加えても出口マッハ数は 1 にとどまることわかる。即ち、出口がチョークした状態で入口状態が a 点にあるとき加算できる熱量は $C_p(T_{02}^* - T_{01})$ で、それは入口マッハ数が増加して b 点に移行することで達成でき、それによって出口のチョーク状態

は維持される。更に加熱するとラバルノズルがない限り入口マッハ数は超音速に移行できないため入口マッハ数は減少しc点に移行せざるを得ない。a点からb点ないしc点への移行はチョークによって発生する圧力波の伝播による。以上は入口が亜音速流れの場合である。超音速流れの場合も同様でd点からb点への移行でチョーク状態は維持される。

- (3) 熱閉塞はレイリー流れを解く上で無視できない現象である。以下、様々な流れ問題を解く上で有効な諸関係式をピックアップする。なお単純化のために摩擦損失が無視できる一様断面の管路流れを扱う。

入口状態(サフィックス 1)～出口状態(サフィックス 2)の間で、断面積一定のレイリー流れの基礎式は

$$\text{連続の式: } \rho_1 u_1 = \rho_2 u_2$$

$$\text{運動量の式: } P_1 + \rho u_1^2 = P_2 + \rho u_2^2$$

$$\text{エネルギーの式: } C_p T_1 + u_1^2/2 + q = C_p T_2 + u_2^2/2$$

で与えられる。フォームとしては摩擦を無視した一般の基礎式に単位質量当りの熱量(加熱量)qのみが付加されている。ここで加熱量qを $Q = q/C_p T_{01}$ で無次元化し熱閉塞時の無次元熱量 $Q_{\max} (= q_{\max}/C_p T_{01})$ と組合せてその加熱量のオーダーを (Q/Q_{\max}) で表わすとともに、状態式/音速式などを用いてこれら基礎式を加工することで次のような諸関係式が得られる。

- ① $P_2/P_1 = \{(1 + \gamma M_1^2)/(\gamma + 1)\} \pm \{\gamma (M_1^2 - 1)/(\gamma + 1)\} (1 - Q/Q_{\max})^{0.5}$
- ② $\rho_1/\rho_2 = u_2/u_1 = [(1 + \gamma M_1^2)/(\gamma + 1)M_1^2] \pm [(M_1^2 - 1)/(\gamma + 1)M_1^2] (1 - Q/Q_{\max})^{0.5}$
- ③ $T_2/T_1 = 1 + \{(\gamma - 1)/2\} M_1^2 \{1 - (\rho_1/\rho_2)^2\} + Q(T_{01}/T_1)$
- ④ $P_{02}/P_{01} = (P_2/P_1) \{2 + (\gamma - 1)M_2^2\} / \{2 + (\gamma - 1)M_1^2\}^{\gamma/(\gamma - 1)}$
- ⑤ $T_{02}/T_{01} = 1 + [(M_1^2 - 1)^2 / \{(\gamma + 1)M_1^2 \{2 + (\gamma - 1)M_1^2\}\}] (Q/Q_{\max})$
- ⑥ $(M_2/M_1) = [A/B]^{0.5}$ (但し複号同順)

$$A = [(1 + \gamma M_1^2)/(\gamma + 1)M_1^2] \mp \{(M_1^2 - 1)/(\gamma + 1)M_1^2\} (1 - Q/Q_{\max})^{0.5}$$

$$B = [(1 + \gamma M_1^2)/(\gamma + 1) \pm \{\gamma (M_1^2 - 1)/(\gamma + 1)\} (1 - Q/Q_{\max})^{0.5}]$$

これらの関係式は複号(±, ∓)をもっておりそれらは以下のように解釈される。

上側複号→断面1～2の間に垂直衝撃波がある状態で加熱/冷却が行われる場合 (☆10)

下側複号→衝撃波がなく単に加熱/冷却が行われる場合

ここでは超音速流れ($M > 1$)のとき上側複号が採り、亜音速流れ($M \leq 1$)のとき下側複号を採る。

- (4) 上記の①～⑥の式において $Q = Q_{\max}$ と置き出口状態で熱閉塞が起きているとすれば、上記の諸関係式は以下のようになる。

- ①' $P_1/P_2^* = (1 + \gamma)/(1 + \gamma M_1^2)$
- ②' $\rho_2^*/\rho_1 = u/u^* = (1 + \gamma)M_1^2/(1 + \gamma M_1^2)$
- ③' $T_1/T_2^* = \{(1 + \gamma)M_1/(1 + \gamma M_1^2)\}^2 = (a_1/a_2^*)^2$
- ④' $P_{01}/P_{02}^* = \{(1 + \gamma)/(1 + \gamma M_1^2)\} \{2 + (\gamma - 1)M_1^2/(1 + \gamma)\}^{\gamma/(\gamma - 1)}$
- ⑤' $T_{01}/T_{02}^* = (1 + \gamma)M_1^2 \{2 + (\gamma - 1)M_1^2/(1 + \gamma M_1^2)\}$
- ⑥' $M_2^*/M_1 = (1/M_1)$
- ⑦' $(s_1 - s_2^*)/R = \{\gamma/(\gamma - 1)\} \ln [M_1^2 \{(1 + \gamma)/(1 + \gamma M_1^2)\}^{(\gamma + 1)/\gamma}]$

これらの式は、基準状態を $M = 1$ の熱閉塞状態にして任意の流れ状態を見るうえで有効である。

【 補注 】

(☆8) 状態方程式($P/\rho = RT$)から、状態1,2の圧力比は $(P_2/P_1) = (\rho_2/\rho_1)(T_2/T_1)$ で表わせる。左辺

の密度比は運動量式を加工して $(\rho_2/\rho_1) = \{1 + \gamma M_1^2 - (P_2/P_1)\} / (\gamma M_1^2)$ 、また温度比はエネルギー式を加工して $(T_2/T_1) = (1+Q)[1 + \{(\gamma-1)/2\}M_1^2] - \{(\gamma-1)/(2\gamma^2)\}(1/M_1^2)\{1 + \gamma M_1^2 - P_2/P_1\}^2$ になるのであるので、これらを (P_2/P_1) 式に代入して次の 2 次方程式を得る。

$$(P_2/P_1)^2 - \{2(1 + \gamma M_1^2)/(\gamma + 1)\}(P_2/P_1) + \{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)\}/(\gamma + 1) + \gamma^2 M_1^2 \{2 + (\gamma - 1)M_1^2\} Q / (\gamma + 1) = 0$$

この式の解は

$$(P_2/P_1) = (1 + \gamma M_1^2)/(\gamma + 1) \pm \{ \gamma (M_1^2 - 1)/(\gamma + 1) \} (1 - Q/X)^{0.5}$$

$$\text{ただし } X = (M_1^2 - 1)^2 / [(\gamma + 1)M_1^2 \{2 + (\gamma - 1)M_1^2\}]$$

$Q = X$ のとき上式は $(P_2/P_1) = (1 + \gamma M_1^2)/(\gamma + 1)$ となる。一方、運動量式 $P + \rho u^2 = \text{const}$ に音速式 $a^2 = \gamma (P/\rho)$ を用いて $P_2/P_1 = (1 + \gamma M_1^2)/(1 + \gamma M_2^2)$ が得られるが、 $X = Q_{\max}$ であれば状態 2 で熱閉塞し $M_2 = 1$ になるので $(P_2/P_1) = (1 + \gamma M_1^2)/(\gamma + 1)$ になる。これは前述の $Q = X$ のときの解と一致するので、 $X = Q_{\max} = (M_1^2 - 1) / [(\gamma + 1)M_1^2 \{2 + (\gamma - 1)M_1^2\}]$ が成立する。

(☆9) (4)項の⑤式の逆数をとると $T_{02}^*/T_{01} = (1 + \gamma M_1^2)^2 / [(1 + \gamma)M_1^2 \{2 + (\gamma - 1)M_1^2\}]$ 、一方 $q_{\max} = C_p(T_{02}^* - T_{01})$ なので $T_{02}^*/T_{01} = 1 + q_{\max}/C_p T_{01}$ となる。

(☆10) 衝撃波は状態量が不連続に変化する流れの面的要素で、“超音速から亜音速への減速”、“爆発的な状態変化”、“圧縮波列の合体”によって発生する断熱的な不可逆変化である(等エントロピ変化ではない)。2次元/3次元的な流れでは斜め衝撃波になり、本ケースのような1次元の流れでは垂直衝撃波になることが多い。 衝撃波の前後では流速(マッハ数)は減少し圧力/温度/密度は増加する。

2. チョーキングの実際

以上、松尾先生のテキストを準用してチョーキング現象の理論的背景を説明したが、モデル的にはかなり単純化されている。実際に起こるチョーキングは、管路構造の特性に絞り/圧損/加熱といった動機が重なって複雑になる。ここでは Miller のテキスト を用いて実際の管路で起きるチョーキングについてその特性と設計対応を記しておきたい。

2.1 音速流れタイプによるチョーキング特性

(1) 亜音速流れの場合。工業分野の管路流れの多くは亜音速流れで、さらにその多くはマッハ数 0.20 以下の低マッハ流れである。その場合、管路設計では密度変化を考慮して区間分割し区間毎の平均密度を用いて非圧縮性流れとして計算することが多い。ただマッハ数が 0.2 を越えるとか圧損が大きくなるとかチョークの恐れがあるとかで非圧縮性流れとして扱いが難しいときは圧縮性流れの理論に依る必要がある。この場合、まず流れがチョークするかどうかチェックすべきである。管路のどこでチョークが起こるかは経験則あるいはシステムスタディからわかる。

亜音速流れで多いパターンは摩擦等の圧損によるチョークである。**Fig.7.2** は末端チョークにおける管路のマッハ数変化を示している。横軸は管路末端から測った管路位置で、管路出口でマッハ数は 1 に達するが、出口に漸近するにつれマッハ数は尻上がりに増える。すなわちチョーキングに近づくとも摩擦効果に伴う静圧損失によって密度が目立って低下する。密度低下に伴いガス容積が増加して速度が速くなる。そのため更に静圧が運動エネルギーに変換して密度が減少しマッハ数が急増し 1 に近づく。そして最終的にチョーキングすると、静圧降下の殆ど全ては流れの加速に費やされて殆ど摩擦効果には

まわらない。またパイプに沿って運動エネルギーが上昇するので静圧降下は常に全圧降下より大きい。

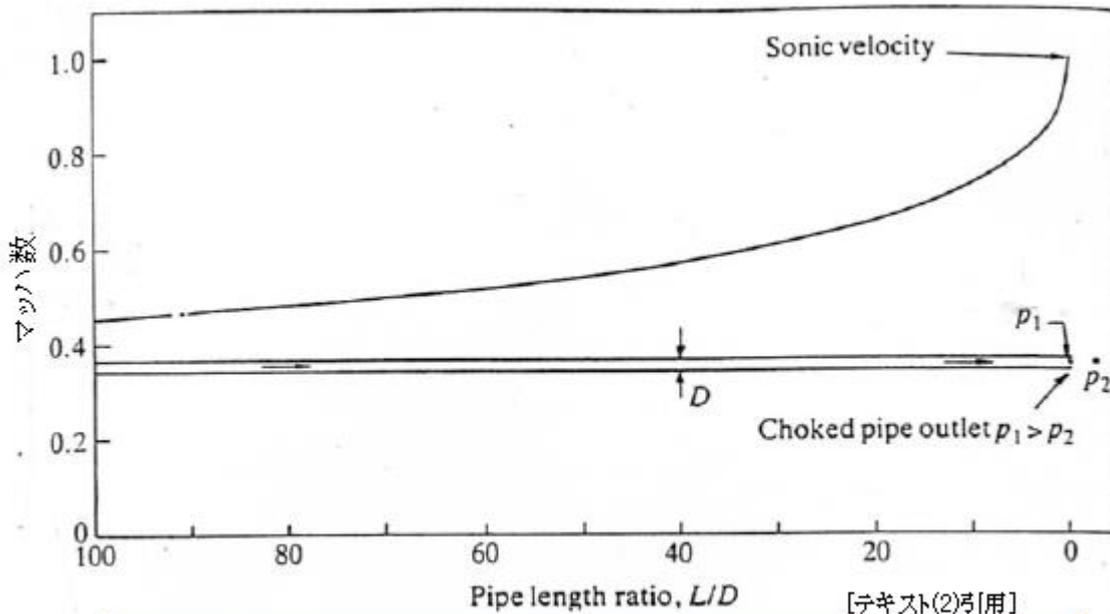


Fig.7.2 Illustration of how Mach number varies towards the end of a choked pipe 管端チョークに至るマッハ数変化

Fig.7.2 は直管イメージで表わした管路末端チョークの特性である。実際は管路の中途にある管路要素で集中的な圧力損失があるとその要素でチョークが起きることもある。例えば全開のバタフライ弁では入口マッハ数が 0.7 になるとチョークし、90 度マイターバンドでは入口マッハ数 0.5 でチョークする。この場合、バタ弁は絞られていないが、絞りがあると面積減少の効果が加わってもっと低いマッハ数でチョークを起こす。ただこの場合でも管路末端チョークにおける全開バタ弁入口位置のマッハ数が 0.7 を下回るなら、チョークは管路末端で発生しバタ弁では起きない。

(2) **超音速流れの場合**。産業分野では超音速流れはレアケースで、起きてても局部的である。**Fig.7.3** に超音速流れの発生パターン例を示す。超音速化は収縮区間の後に拡散区間が接続されて起きる。即ち亜音速流れが収縮区間の断面積減少効果によって加速されて音速線(M=1)に至った後、これに続く拡散区間で速度減少を上回る密度減少効果(→速度増加)があれば衝撃波を発生することなく超音速化する。この超音速流れは、やがて流れの剥離などによる境界層の発達によって垂直衝撃波を発生して管径の 20~30 倍下流で亜音速流れに復帰する。もし収縮区間のみで拡散区間が接続されていないときは、チョーク位置後流の超音速化はなく亜音速流れに戻る。

Fig.7.4 に示すようにオリフィスのようにシャープな収縮-拡散構造の 2 次側自由噴流にも超音速化が起きる。しかし噴流が再付着した辺りで斜め衝撃波が発生し混合が進んでやがて亜音速流れに復帰する。

この状況は安全弁/リリース弁でも同じであるが、その場合、弁座出口でチョークさせて最大流量を流すことが目的なので、2 次側管サイズをアップして背圧を低減することになる。このように管路流れを流量という観点からみればその最大値はチョーク流量に固定され、その後流でたとえ超音速化してもフィードバックは起きない。むしろ衝撃波発生に伴う騒音/不安定が問題になる。

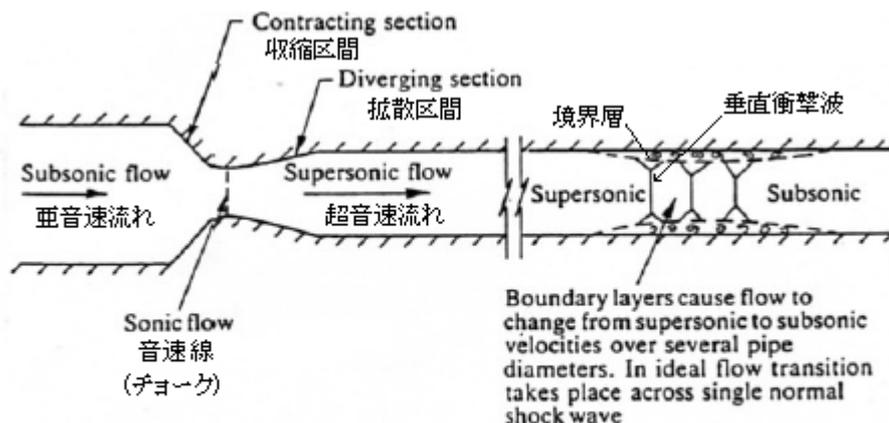


Fig. 7.3. Converging-diverging cross-section necessary to generate supersonic pipe flow

Fig.7.3 Converging-diverging cross-section necessary to generate supersonic pipe flow 超音速発生に必要な収束拡散断面 [テキスト(2)引用]

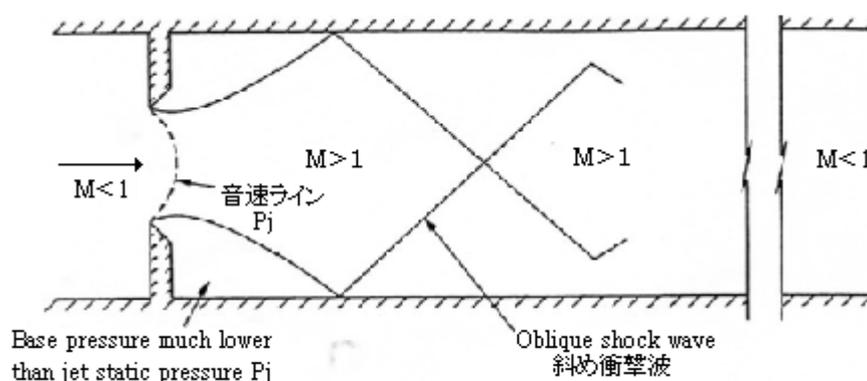


Fig.7.4 Shock and Mixing region following a constriction 孔通過後の衝撃-混合領域 [テキスト(2)引用]

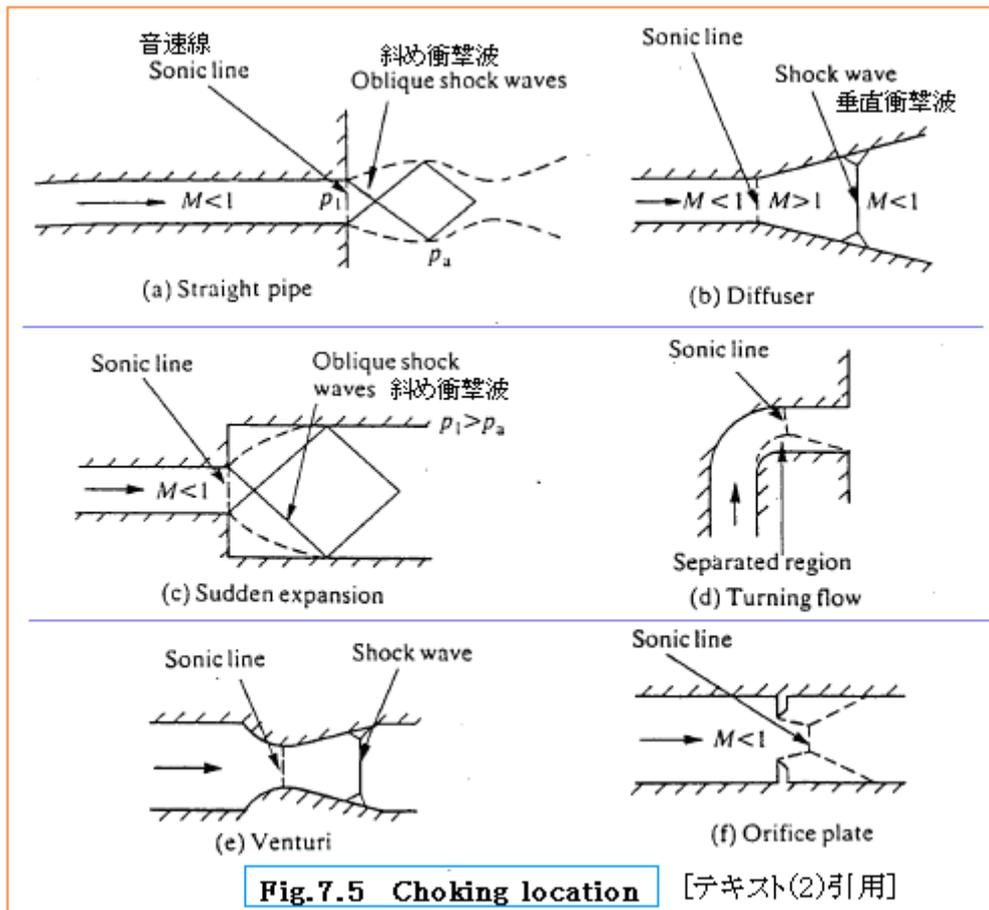
2.2 チョーキングの発生個所

一般にチョーキングは次のようなところで起きている。

- ① 大きなスペースに排出するパイプの端 [Fig.7.5(a)]。途中でチョークすることはない。ある程度の長さを持ったパイプの端で音速を発生させるには、0.5 を多少下まわる程度のパイプ出口/入口の静圧比にする必要がある。
- ② 流れ断面積が増加するパイプの端 [Fig.7.5(b)(c)]、あるいは小径分岐部分など。
- ③ 流れ断面積一定の管路で流れ方向が変化する所 [Fig.7.5(d)]。ベンドを通過する流れではその一部が加速され局部的にマッハ数が増加する。曲率比 (r/d) が約 1.0 を越えるベンドでは出口側パイプの長さが直径の約 4 倍以上である限り、チョーキングが起きることはない。
なお分岐ティ(あるいはジャンクション)でもベンドに似た現象が起きる。ティはチョークがしやすい要素なので注意を要す。
- ④ パイプや通路に収縮(絞り)がある所 [Fig.7.5(e)(f)]。ベンチュリーの場合、1 に近い下流/上流の静圧比でチョーキングを起こすことができる。これはベンチュリーという要素が、通常の運転状態では最小の圧力損失に保ち、パイプ破断のような破損状態では最小の質量流量に抑えたい箇所に用いるに適した管路要素であることを意味している。

(ベンチュリ管の挙動については別途議論する予定。)

ノズルやベンチュリーのような管路要素を通る質量流量は、一端チョークすると流れは上流のガスの圧力/温度のみに依存する。大きな流れの剥離エリアを持ったオリフィスやバルブのような管路要素では背圧をチョーク発生に必要な限界圧力以下に減少させれば、排出係数を増加させること(流量を増加させること)ができる。その剥離流れにおける圧縮性の効果は次節で触れる。



2.3 チョーキングによる流れの不安定

(1) 形態はどうであれ、チョーキングの多くで流れの不安定が起きることは余り知られていない。例えば

- ① 超音速ラジアルコンプレッサのディフューザ部分の大規模な流量の不安定
- ② 安全弁通路内の不安定に起因する弁ディスクの振動
- ③ 定在波共鳴による配管の不安定および破損

が挙げられる。何故、圧力揺動が誘起されるかを想定するのは難しくないが、ある特定の幾何形状で過剰な圧力揺動が出る/出ないかを予測するのは難しい。**Fig.7.5** のディフューザを例に挙げると、システムの下流の擾乱によってディフューザまで帰ってくるような圧力変化が起きるならディフューザ内の衝撃波の位置は変化する。下流圧力が増加すれば、衝撃波は音速線の方に動く。衝撃波が音速線に近づくとき、その入口マッハ数は減少し出口マッハ数は増加するので、衝撃の前後の全圧力損失は減少して衝撃位置下流のディフューザ内の静圧上昇は増加する。即ち比較的小さな下流側の攪乱によってディフューザ内に十分大きな状態変化を引き起こされる。これらの衝撃波位置の変動は、容易にそのシステムの固有気柱周期と同調する可能性がある。同調(共鳴)が起きると、初めの攪乱は大きく増幅されて持続する。

(2) 同じ流量でチョーキング気味の2つの位置が互いに接近する場合や、あるいは安全弁内のように流れ境界の移動によって2つの位置の間でチョーキングが繰り返される所では、流れの不安定傾向は更に

助長される。この問題は、片方ないし両方の音速線が流れの剥離内にある時に最も厳しくなる。

Fig.7.4のように、もしオリフィスのような要素で流れの剥離がでると、その要素が完全にチョークしてしまうまで系下流の擾乱は質量流量に影響を与える。チョーキング流れに伴う全ての不安定現象を取り除いてしまうのは難しいから、**過度な圧力/流量の振動ポテンシャルを最小限に抑えることに狙いを絞る**べきであろう。例えば流れの剥離域を小さくする、またシステムの中に2つ以上のチョーキング箇所が潜在的に含まれている場合は、互いに十分離れた流量でそれらのチョーキングが発生するようにするのが良い(同時多発の回避)。また流れの不安定を助長するようなパラレルフローはなるべく避けた方が良い。

(以上の不安定化の議論については更に調査する必要がある。ここでは Miller テキスト通り)

2.4 機器類のチョーキングについて(JIS B8390 規定)

前章では単純な流れモデルについてチョーキングの理論背景を説明しているが、実際の流体機器内の流れは単純ではなく理論によるチョーキングの発生あるいはチョーキング流量の予測は難しい。現実には機器仕様別の試験データを用い流量を特定している。参考例として JIS の流量計算式を記しておく。

JIS B8390 空気圧・圧縮性流体用機器の流量特性試験法

プロフィール：圧縮空気機器の流量計算は旧来、有効断面積(オリフィスのベナコントラクタ相当)の概念を用いて行われていたが、ISO 6358 (1989年)で音速コンダクタンス—限界圧力比という概念による計算法が提示されたので、JIS 規格として整合化を行ったもの(→翻訳版になる)。

適用範囲：定常流れを対象とする。流量が変動する場合(大きなヒストリシス/内部フィードバック機構/エネルギー変換をもつ機器)には適用しない。適用機器の表示あり。

流量計算式：① チョーク流れ ($P_2/P_1 \leq b$) → $q_m^* = CP_1^* \rho_o (T_o/T_1^*)^{0.5}$

② 亜音速流れ ($b < P_2/P_1 \leq (1 - \Delta P_c/P_1)$)

$$\rightarrow q_m = CP_1 \rho_o (T_o/T_1)^{0.5} [1 - \{(P_2/P_1) - b\} / \{1 - (\Delta P_c/P_1) - b\}]^{2m}$$

③ 亜音速流れ ($(1 - \Delta P_c/P_1) < P_2/P_1 \leq 1$) → $q_m = 0$

ここで q_m = 質量流量(kg/s)、 q_m^* = チョーク状態の q_m 、 P_1 , P_2 = 機器の上流, 下流の圧力(Pa)、 P_1^* , P_2^* = チョーク状態の P_1 , P_2 、 T_1 = 上流温度(K)、 T_1^* = チョーク状態の T_1 、 T_o = 標準参考空気状態の温度(K) (= 20°C 相当)、 b = 臨界背圧比(-) (= P_2^*/P_1^*)、 C = 音速コンダクタンス(m^3/sPa) (下記による)、 m = 亜音速指数(-)

$$C = (1/n) \sum C_j \quad \text{但し } C_j = \{q_{mj}^*/(\rho_o P_{1j}^*)\} (T_{1j}^*/T_o)^{0.5}$$

ここで j → “計測番号”、 n = 計測数、 $*$ → “チョーク状態”

ρ_o = 標準参考空気状態の密度(kg/m^3)、 ΔP_c = クラッキング圧力(Pa)、

コンダクタンス C は空気圧機器/配管が気体を流す能力で、これを補正/補足する形で流量計算式が構成されている。①はチョーク状態の流量(→最大流量)を算定するもの。②は最大流量を指標に亜音速状態の流量を算定するもの。クラッキング圧力 ΔP_c は摩擦等による計測限界を見込むものと思われ一般には軽少とみていい。もちろんチョーク状態(*)のデータは計測による。なお、実用上の特性パラメータ($C, b, m, \Delta P_c$)の取り方が優先順位をつけて記載されている。

参考テキスト類：

- (1) 松尾「圧縮性流体力学-内部流れの理論と解析」(理工学社)
- (2) D.S.Miller “Internal Flow Systems(Second edition)” 7. Compressible Flow (BHRA)
- (3) JIS B8390 「空気圧・圧縮性流体用機器の流量特性試験法」