

【整番】 FE-02-TM-003	【標題】 安全弁ベントスタック径のサイジング方法
分類：流れ(圧縮性流れ)／種別：技術メモ	作成年月：H19.6／改訂：Ver0.0 (H19.6) 作成者：N.Miyamoto

全9枚

1. はじめに

気体安全弁が吹き出したとき、その2次側大気放出管(ここではスタック)にはマッハレベルの高速流れが生じるのでスタックを出来るだけ拘束したい所だが、吹き出し温度が高いとその熱膨張拘束によって無用の荷重が安全弁取付け側に加わることになる。これをさけるため、吹き出し直後に大気と通じたアンブレラを設けてスタックと安全弁を縁切りにする方法がよく採られている。このような流れ形状としてはやや特異な条件でスタックの径をどう選ぶか？ 以下、Miller のテキスト⁽¹⁾に拠ってサイジング方法を紹介する。

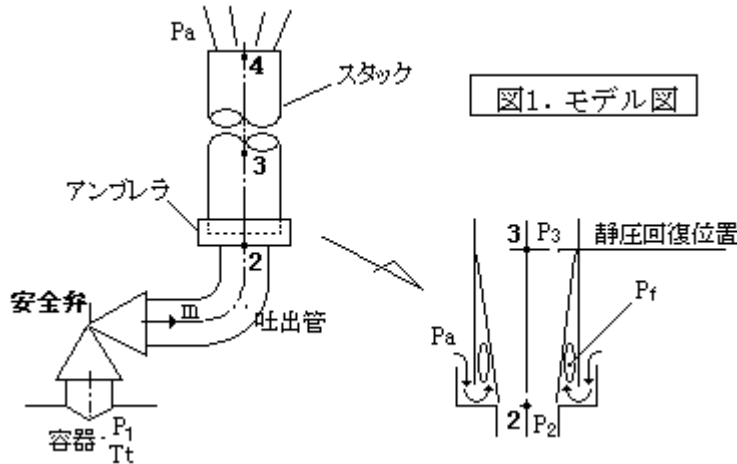


図1. モデル図

2. 安全弁の吐出管/スタックのサイジング手順

次の3つのステップで最小径を求める。なお図1のモデル図を参照。

ステップ1： まず、吐出管の径 d_2 を設定して安全弁吐出管出口でチョーク ($M=1$) が起きているかを確認するため、そのときの出口圧力 P_2 が大気圧 P_a を越えているかチェックする。もし大気圧を下回るならば d_2 を下げて $P_2 > P_a$ 即ちチョークが起きるようにする。

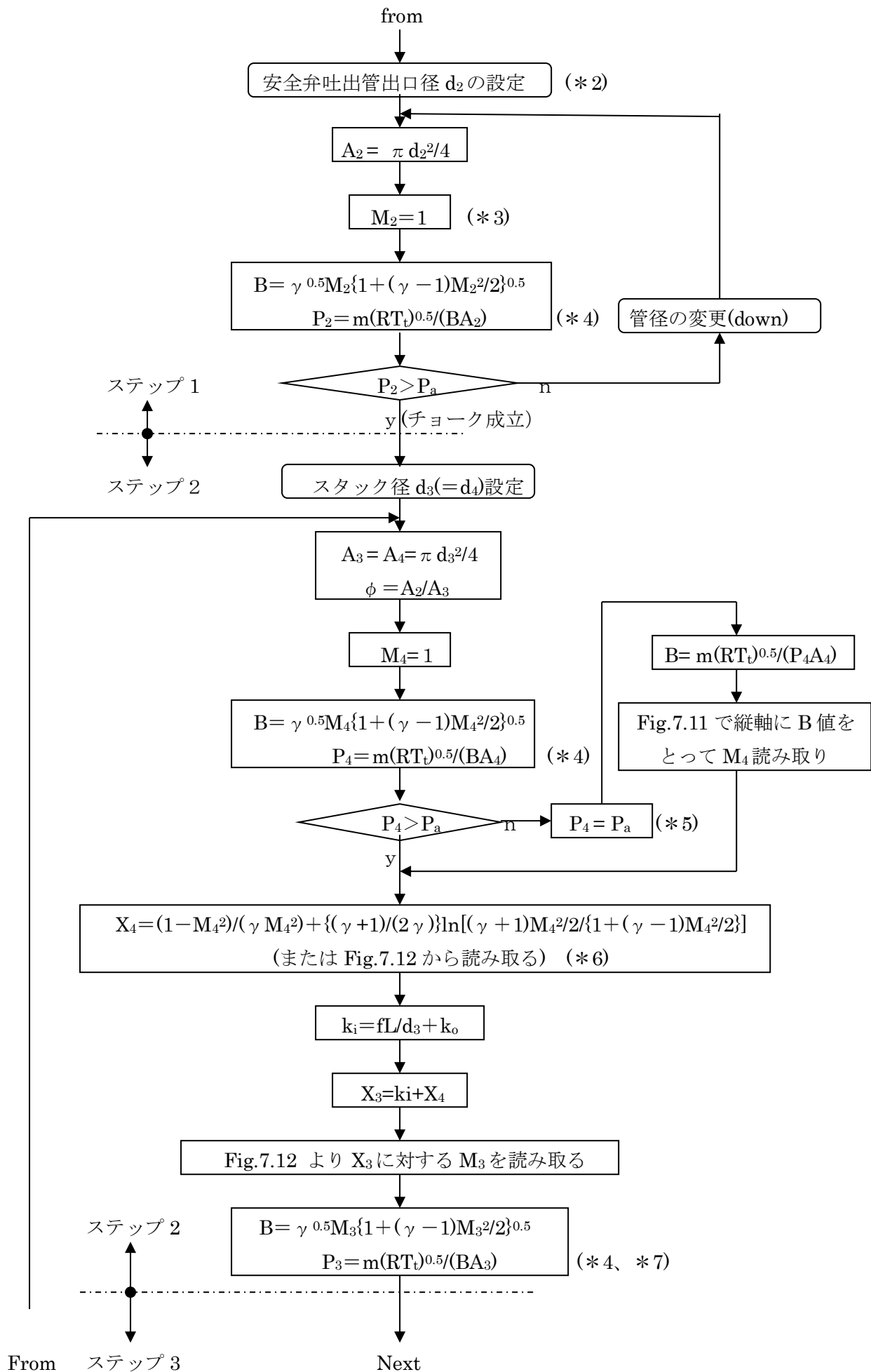
ステップ2： 次いでスタックの径 $d_4 (=d_3)$ を設定する。そしてまずスタック出口のチョーク ($M_4=1$) を仮定して出口圧 P_4 が大気圧 P_a を上回るかをチェックし、もし下回るなら $P_4 = P_a$ とおいて $M_4 (< 1)$ を求める。そして、 M_4 と圧損係数 K_i を用いファノ流れの関係式からスタック入口側のマッハ数 M_3 を求める。

ステップ3： 更に吐出管とスタックの間を[急拡大管]と見なして噴流周りの剥離ゾーン圧力 P_f が大気圧 P_a 以下になるかチェックする。もし $P_f \geq P_a$ なら、スタック径 $d_4 (=d_3)$ を大きくして $P_f < P_a$ になるようにステップ2-3を繰り返す。

これらの手順をチャートにして下記に示す。

m = 安全弁吹出し流量(kg/s)、 T_t = 安全弁1次側の全温度(K)、
 P_a = 大気圧 (0.1014×10^6 N/m²)、 L = スタック長さ(m) (*1)、
 γ = 流体の比熱比(-)、 R = 気体定数(k J / kg K)
 f = スタックの管摩擦係数(-)、 k_o = その他のスタック圧損係数(-)

next



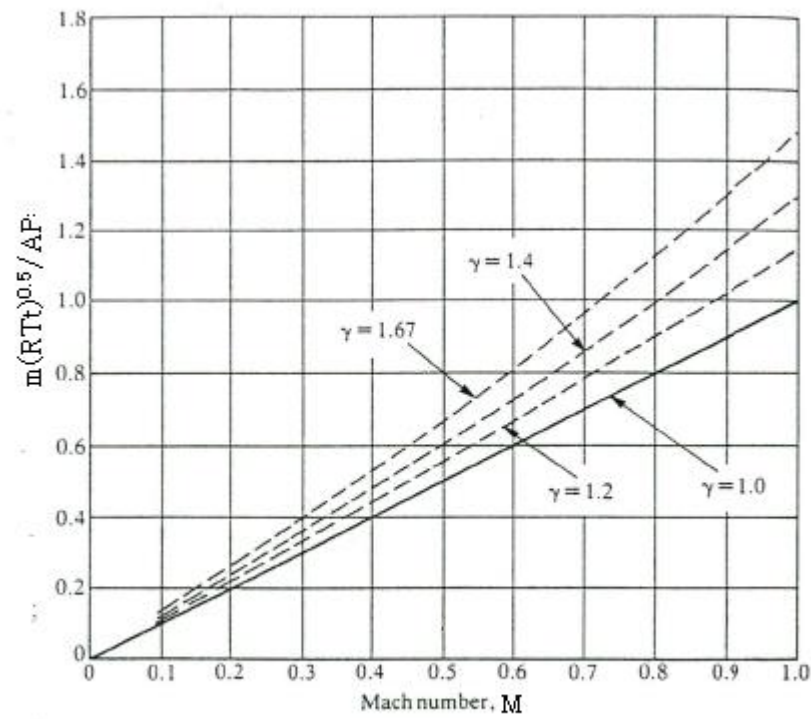


Fig.7.11 Mass flow function $m(RTt)^{0.5}/AP = F_3(m)$
 (D.S.Miller "Internal flow systems (second edition)"(EHRA)より抜粋)

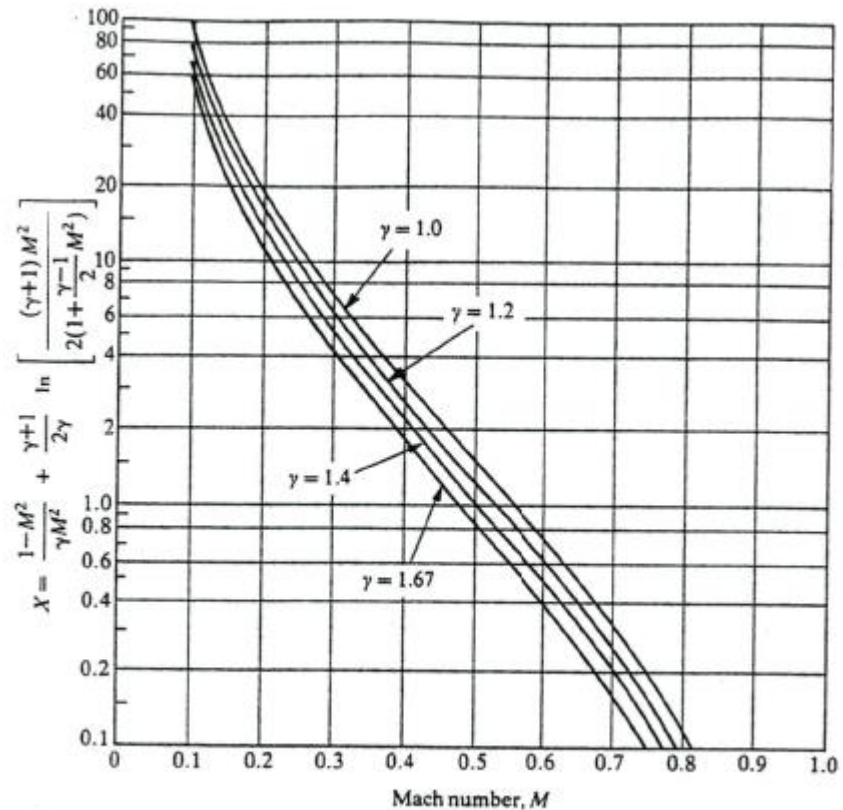


Fig. 7.12 Loss coefficient parameter X
 (D.S.Miller "Internal flow systems (second edition)"(EHRA)より抜粋)

3. 例題

次の条件で安全弁ベントスタックの最小管径をもとめる。

流体：過熱蒸気、 容器蒸気温度 $T_t=755\text{K}$ (482°C)、 安全弁吹き出し容量 $m=8.539\text{ kg/s}$

安全弁入口圧 $P_1=8.375 \times 10^6\text{N/m}^2$ 、 大気圧 $P_a=0.1014 \times 10^6\text{N/m}^2(1.033\text{ata})$

安全弁吐出管径 $A_2=0.01863\text{m}^2$ ($\phi 154\text{mm}$)、 ベントスタック長さ $L=36.58\text{m}$

管摩擦係数 $f=0.0142$ 、 蒸気の気体定数 $R=462\text{ k J/kgK}(47.1\text{m/K})$ 、 蒸気比熱比 $\gamma=1.3$

ステップ 1：管出口でチョーク ($M_2=1$) として

$$B = \gamma^{0.5} M_2 \{1 + (\gamma - 1) M_2^2 / 2\}^{0.5} = 1.3^{0.5} \times 1 \times \{1 + (1.3 - 1) \times 1^2 / 2\}^{0.5} = 1.22$$

$$P_2 = m(RT_t)^{0.5} / (BA_2) = 8.539 \times (462 \times 755)^{0.5} / 1.22 / 0.01863 = 0.222 \times 10^6\text{ N/m}^2$$

よって $P_2 = 0.222 \times 10^6 > P_a = 0.1014 \times 10^6 \rightarrow$ チョーク Ok

ステップ 2：スタック径 0.2028m (200A) として

$$A_3 = A_4 = 0.7853 \times 0.2028^2 = 0.0323\text{m}^2, \phi = 0.01863 / 0.0323 = 0.5768$$

ステップ 1 と同じくチョーク ($M_4=1$) として $B=1.22$

$$P_4 = m(RT_t)^{0.5} / (BA_4) = 8.539 \times (462 \times 755)^{0.5} / 1.22 / 0.0323 = 0.128 \times 10^6\text{ N/m}^2$$

よって $P_4 > P_a$ なのでスタック出口でチョークする。

スタック出口で $M_4=1$ であるから

$$X_4 = (1 - M_4^2) / (\gamma M_4^2) + \{(\gamma + 1) / (2\gamma)\} \ln[(\gamma + 1) M_4^2 / 2 / \{1 + (\gamma - 1) M_4^2 / 2\}] \\ = (1 - 1^2) / (1.3 \times 1^2) + \{(1.3 + 1) / (2 \times 1.3)\} \ln[(1.3 + 1) \times 1^2 / 2 / \{1 + (1.3 - 1) \times 1^2 / 2\}] = 0$$

ここで、圧損係数 $k_i = fL/d_3 + k_o$ $k_i = 0.0142 \times 36.58 / 0.2028 + 0 = 2.56$ なので、

$$X_3 = k_i + X_4 = 2.56 + 0 = 2.56$$

Fig.7.12 より、 $X_3 = 2.56$ に対し $M_3 = 0.4$ その場合

$$B = 1.3^{0.5} \times 0.4 \times \{1 + (1.3 - 1) \times 0.4^2 / 2\}^{0.5} = 0.46$$

$$P_3 = 8.539 \times (462 \times 755)^{0.5} / 0.46 / 0.0323 = 0.34 \times 10^6\text{ N/m}^2$$

ステップ 3：スタック入口の剥離ゾーンの静圧は

$$P_f = \{ \phi / (1 - \phi) \} (1 + \gamma)^{0.5} [(1 + \gamma M_3^2) / M_3 / \{2 + (\gamma - 1) M_3^2\}^{0.5} - (1 + \gamma)^{0.5}] P_2 \\ = \{ 0.5768 / (1 - 0.5768) \} (1 + 1.3)^{0.5} [(1 + 1.3 \times 0.4^2) \\ / 0.4 / \{2 + (1.3 - 1) \times 0.4^2\}^{0.5} - (1 + 1.3)^{0.5}] \times 0.222 \times 10^6$$

$$= 1.225 \times 0.222 \times 10^6 = 0.273 \times 10^6\text{N/m}^2 > P_a = 0.1014 \times 10^6\text{N/m}^2$$

$P_f > P_a$ なので蒸気の吹き出しが起きる。やり直し

ステップ 2[再度]：スタック径を 0.2545m (250A) として

$$A_3 = A_4 = 0.7853 \times 0.2545^2 = 0.0508\text{m}^2, \phi = 0.01863 / 0.0508 = 0.3667$$

ステップ 1 と同じくチョーク ($M_4=1$) として $B=1.22$

$$P_4 = m(RT_t)^{0.5} / (BA_2) = 8.539 \times (462 \times 755)^{0.5} / 1.22 / 0.0508 = 0.0813 \times 10^6\text{ N/m}^2$$

よって $P_4 < P_a$ なのでチョークしない。 $P_4 = P_a = 0.1014 \times 10^6\text{N/m}^2$ とすると

$$B = m(RT_t)^{0.5} / (A_2 P_4) = 8.539 \times (462 \times 755)^{0.5} / 0.01863 \times 10^6 / 0.1014 \times 10^6 = 0.98$$

Fig.7.11 から $M_4=0.82$ 程度になる。この場合、

$$X_4 = (1 - 0.82^2) / (1.3 \times 0.82^2) + \{(1.3 + 1) / (2 \times 1.3)\} \\ \ln[(1.3 + 1) \times 0.82^2 / \{1 + (1.3 - 1) \times 0.82^2 / 2\}] = 0.06$$

ここで、圧損係数 $k_i = fL/d_3 + k_0$ $k_i = 0.0142 \times 36.58 / 0.2545 + 0 = 2.04$ なので

$$X_3 = k_i + X_4 = 2.04 + 0.06 = 2.1$$

Fig.7.12 より、 $X_3 = 2.1$ に対し $M_3 = 0.42$ その場合

$$B = 1.3^{0.5} \times 0.42 \times \{1 + (1.3 - 1) \times 0.42^2 / 2\}^{0.5} = 0.485$$

$$P_3 = 8.539 \times (462 \times 755)^{0.5} / 0.485 / 0.0508 = 0.205 \times 10^6 \text{ N/m}^2 (2.09 \text{ ata})$$

$$\text{ステップ 3[再度]: } P_f = \{\phi / (1 - \phi)\} (1 + \gamma)^{0.5} [(1 + \gamma M_3^2) / M_3 \{2 + (\gamma - 1) M_3^2\}^{0.5} - (1 + \gamma)^{0.5}] P_2 \\ = \{0.3667 / (1 - 0.3667)\} (1 + 1.3)^{0.5} [(1 + 1.3 \times 0.42^2) \\ / 0.42 \{2 + (1.3 - 1) \times 0.42^2\}^{0.5} - (1 + 1.3)^{0.5}] \times 0.222 \times 10^6 \\ = 0.1 \times 10^6 \text{ N/m}^2 < P_a = 0.1014 \times 10^6 \text{ N/m}^2 \quad \underline{\text{Ok 吸気あり。}}$$

従って、スタック径を 0.2545mm(250A 相当)以上にすれば、アンブレラからの漏れは起こらない。

【 解 説 】

- このサイジングの前提となるのは、“**大気に開いたアンブレラから蒸気を吹き出さないこと**”である。そのため、吐出管出口からスタックの中に噴き出す噴流の首周りの剥離ゾーン圧力 P_f を大気圧 P_a 以下に抑える必要がある。この部分は流力的には急拡大管になる。急拡大管では通常、

$$\text{入口流速が亜音速}(M < 1) : P_f = \text{入口静圧}$$

$$\text{入口流速が音速}(M = 1) : P_f < \text{入口静圧}$$

従って $M_2 < 1$ であれば P_f は絶対に入口静圧 $P_2 (> P_a)$ を下回ることがないので、入口部分即ち吐出管出口でチョーク ($M_2 = 1$) 状態を保つことが必須である。このチョーク状態においてスタック径を調整して更に $P_f < P_a (< P_2)$ にすればよい。

- サイジング手順は3つのステップを採っているが、端的に言えば、まず上流側の吐出管流れ、次いで下流側のスタック流れ、そしてこれらをアンブレラ部分でドッキングする形になる。即ち
 - ・ チョーク条件を用いて、上流側の静圧 P_2 とマッハ数 M_2 を確定させ、
 - ・ 次いでファノ流れ関係を用いて、下流側のマッハ数 M_3 を求める。
 - ・ 最後に急拡大管の公式を用いて、 P_2, M_2, M_3 から P_f を求める。
 そして、 $P_f < P_a$ になるようにスタック径あるいは関連して吐出管径を調整する。

ステップ1で $P_2 > P_a$ としているのは 少し判り難いので説明しておく。前項で

$$\text{入口流速が音速}(M = 1) : P_f < \text{入口静圧}$$

の故に 逆に入口静圧 P_2 が P_f 以上になることがチョーク成立の条件になる。然るにこの時点では P_f は

計算されていない。他方、アンブレラからの吹き出しを避けるには $P_f \leq P_a$ である必要があるので、 $P_f < P_2$ ではなく $P_a < P_2$ という制限を設ければチョークが成立することになる。但し、ステップ1の時点では $P_f < P_a$ の成立は未確認なので、これは先物買いである。あくまでステップ3での $P_f < P_a$ の確認をもってはじめて吐出管出口チョークが成立する。

3. 圧縮性流れの質量流量の式について。Miller のテキストでは Non-dimensional mass flow function と称し次の3つの式を用いて等エントロピー流れを記述している(勿論これは他のテキストでも然り)。

$$F_1(M) = P_t/P = \{1 + (\gamma - 1)M^2/2\}^{\gamma/(\gamma-1)} \quad \text{-----}(7.22)$$

$$F_2(M) = m(RT_t)^{0.5}/(AP_t) = \gamma^{0.5}M\{1 + (\gamma - 1)M^2/2\}^{(\gamma+1)/2(\gamma-1)} \quad \text{-----}(7.23)$$

$$F_3(M) = m(RT_t)^{0.5}/(AP) = \gamma^{0.5}M\{1 + (\gamma - 1)M^2/2\}^{0.5} \quad \text{-----}(7.24)$$

ここで、 m =質量流量、 P_t =全圧、 P =静圧、 T_t =全温度、 M =マッハ数、
 R =気体定数、 γ =比熱比、 A =流路の断面積

チャートでは M_2, M_3, M_4 に対する P_2, P_3, P_4 の算定に、

$$P = m(RT_t)^{0.5}/(BA) \quad (\text{但し } B = \gamma^{0.5}M\{1 + (\gamma - 1)M^2/2\}^{0.5})$$

を用いている。これは(7.24)式を変形したものに他ならない。以下、(7.22)~(7.24)式の導入を示す。

まず(7.22)式について。完全気体のエネルギー式は $a^2/(\gamma - 1) + (1/2)u^2 = \text{const} = a_0^2/(\gamma - 1)$
この式を変形して

$$(a_0/a)^2 = 1 + \{(\gamma - 1)/2\}(u/a)^2 = 1 + (\gamma - 1)M^2/2$$

気体音速 $a = (\gamma RT)^{0.5}$ であるから

$$(a_0/a)^2 = T_0/T = 1 + (\gamma - 1)M^2/2$$

これを、等エントロピー変化式 $(P_0/P) = (T_0/T)^{\gamma/(\gamma-1)}$ に代入して

$$(P_0/P) = \{1 + (\gamma - 1)M^2/2\}^{\gamma/(\gamma-1)}$$

ここで全圧 P_0 を P_t と表記すれば

$$P_t/P = \{1 + (\gamma - 1)M^2/2\}^{\gamma/(\gamma-1)} \rightarrow (7-22) \text{式}$$

次に(7.23)式について。質量流量は $m = \rho uA$ である。密度 ρ については等エントロピー変化式より

$$\rho = \rho_0(P/P_0)^{1/\gamma} = \{P_0/(RT_0)\}(P/P_0)^{1/\gamma}$$

定常等エントロピー流れのベルヌーイ式は、

$$(1/2)u^2 + \{\gamma/(\gamma - 1)\}(P_0/\rho_0)(P/P_0)^{(\gamma-1)/\gamma} = \{\gamma/(\gamma - 1)\}(P/\rho_0)$$

これを变形して

$$u = \{[2\gamma/(\gamma - 1)](P_0/\rho_0)\{1 - (P/P_0)^{(\gamma-1)/\gamma}\}\}^{0.5}$$

これら ρ 、 u を用いて

$$\begin{aligned} m &= \{P_0A/(RT_0)\}(P/P_0)^{1/\gamma} \{[2\gamma/(\gamma - 1)](P_0/\rho_0)\{1 - (P/P_0)^{(\gamma-1)/\gamma}\}\}^{0.5} \\ &= \{P_0A/(RT_0)\}(P/P_0)^{1/\gamma} \{[2\gamma/(\gamma - 1)]RT_0\{1 - (P/P_0)^{(\gamma-1)/\gamma}\}\}^{0.5} \\ &= \{P_0A/(RT_0)^{0.5}\}(P/P_0)^{1/\gamma} \{[2\gamma/(\gamma - 1)]\{1 - (P/P_0)^{(\gamma-1)/\gamma}\}\}^{0.5} \\ &= \{P_0A/(RT_0)^{0.5}\} \{[2\gamma/(\gamma - 1)]\} \{(P/P_0)^{2/\gamma} - (P/P_0)^{(\gamma+1)/\gamma}\}^{0.5} \end{aligned}$$

これに前記の $(P_0/P) = \{1 + (\gamma - 1)M^2/2\}^{\gamma/(\gamma-1)}$ を代入して

$$m = \{P_0A/(RT_0)^{0.5}\} \{[2\gamma/(\gamma - 1)]\} \{ \{1 + (\gamma - 1)M^2/2\}^{-2/(\gamma-1)} - \{1 + (\gamma - 1)M^2/2\}^{-(\gamma+1)/(\gamma-1)} \}^{0.5}$$

$$= \{P_0 A / (RT_0)\}^{0.5} [\gamma^{0.5} M \{1 + (\gamma - 1) M^2\}^{(\gamma + 1)/2(\gamma - 1)}]$$

変形して、また $P_0 = P_t$ 、 $T_0 = T_t$ とおいて、

$$m(RT_t)^{0.5} / (AP_t) = \gamma^{0.5} M \{1 + (\gamma - 1) M^2\}^{(\gamma + 1)/2(\gamma - 1)} \rightarrow (7.23) \text{式}$$

この式に、(7.22)式を用いると

$$m(RT_t)^{0.5} / (AP) = \gamma^{0.5} M \{1 + (\gamma - 1) M^2\}^{0.5} \rightarrow (7.24) \text{式} \rightarrow \text{Fig.7.11}$$

なお、(7-23),(7-24)式の分子には全温度 T_t がある。等エントロピー流れは全エンタルピー一定の流れ(全温度一定の流れ)の亜種であるので、管路のどの位置でも全温度 T_t は変化しないので、計算が容易にできる。本ケースでは安全弁一次側の容器の温度が略々全温度 T_t と見なされポイント 2,3,4 の圧力/マッハ数などの算定に使用できる。

4. チャートでは、スタックの流れは**ファノ流れ** 即ち“全エンタルピー一定の流れ”あるいは“摩擦を伴う断熱流れ”で扱っている。ファノ流れでは管路のポイント 1,2 の間で

$$[K_i]_{12} = X_1 - X_2 = f(L/d)$$

$$X = (1 - M^2) / (\gamma M^2) + \{(\gamma + 1) / (2\gamma)\} \ln \{(\gamma + 1) M^2 / \{2 + (\gamma - 1) M^2\}\} \rightarrow \text{Fig.7.12}$$

ここで、 K_i =区間圧損係数、 f =管摩擦損失係数、 L =ポイント 1~2 間の距離、 d =管路径

X =損失係数パラメータ



ここではスタック出口のマッハ数 M_4 を設定してパラメータ X_4 を計算し、これとスタック入口~出口の圧損係数 $k_i (=fL/d)$ から $X_3 (=K_i + X_4)$ を求め、Fig.7.12 から X_3 に見合うマッハ数 M_3 を求める。

5. チャートでは、吐出管-アンブレラ-スタックの繋がりを急拡大管の式で扱っている。急拡大管では次の関係式が成立する⁽²⁾。

$$T_2/T_1 = \{2 + (\gamma - 1)M_1^2\} / \{2 + (\gamma - 1)M_2^2\} \quad \text{-----}(a)$$

$$P_2/P_1 = \phi (M_1/M_2) \{ \{2 + (\gamma - 1)M_2^2\} / \{2 + (\gamma - 1)M_1^2\} \}^{0.5} \quad \text{-----}(b)$$

$$P_{o2}/P_{o1} = \phi (M_1/M_2) \{ \{2 + (\gamma - 1)M_2^2\} / \{2 + (\gamma - 1)M_1^2\} \}^{(\gamma + 1)/2(\gamma - 1)} \quad \text{-----}(c)$$

$$M_1 \{2 + (\gamma - 1)M_1^2\}^{0.5} / \{1 + \gamma M_1^2 + (P_f/P_1)(1/\phi - 1)\} = M_2 \{2 + (\gamma - 1)M_2^2\}^{0.5} / (1 + \gamma M_2^2) \quad \text{-----}(d)$$

(a)(b)(c)式はエネルギー式/状態式/音速式から得られる。(d)式は運動量の式、

$$P_1 A_1 + P_f (A_2 - A_1) + \rho_1 u_1^2 A_1 = P_2 A_2 + \rho_2 u_2^2 A_2$$

から得られる。 P_f は下図に示すように剥離部分の圧力で、入口流速が亜音速では殆ど入口静圧に等しいが、音速($M=1$)に近づくとわずかに小さくなり、チョークし音速になると M_2 の増加とともに急激に減少する。アンブレラ構造が、この現象を利用したものであることは前述の通り。

(通常、 P_1, M_1 が与えられると亜音速では $P_1 = P_f$ とおいて(d)式から M_2 を求め、その結果から(b)式を用いて P_2 を得ている。)

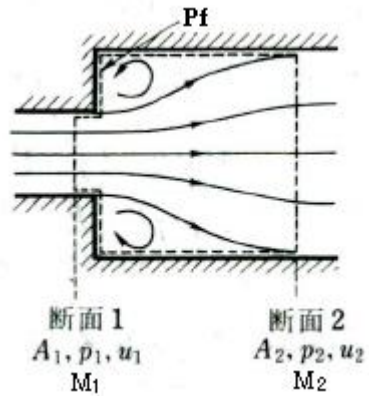
さて、(d)式で $M_1 = 1$ とおけば、

$$P_f = \{ \phi / (1 - \phi) \} (1 + \gamma)^{0.5} [(1 + \gamma M_2^2) / M_2 \{2 + (\gamma - 1)M_2^2\}^{0.5} - (1 + \gamma)^{0.5}] P_1$$

本ケースではサフィックスが 1,2 ではなく 2,3 であるから、上式は、

$$P_f = \left\{ \phi / (1 - \phi) \right\} (1 + \gamma)^{0.5} \left[(1 + \gamma M_3^2) / M_3 \left\{ 2 + (\gamma - 1) M_3^2 \right\}^{0.5} - (1 + \gamma)^{0.5} \right] P_2$$

となる。これを用いて剥離ゾーンの圧力 P_f をチェックする。



引用文献：

- (1) D. S. Miller 「Internal Flow Systems」 (Second Edition) BHRA ----- 7. Compressive Flow
- (2) 松尾 「圧縮性流体力学－内部流れの理論と解析」 (理工学社)