

【整番】 FE-02-IG-002	【標題】 圧縮性流れへの手引き(by Miller) その2	
分類：流れ(圧縮性流れ)/種別：初心手引き	作成年月：H23.5/改訂：Ver0.0(23.6)	作成者：N.Miyamoto

全 26 枚

非圧縮性流れに比べ圧縮性流れはなかなか取りつきにくい。種々の手引きや解説があるが、必ずしも全てがよく書かれているわけではない。ここでは 手引き・その 1⁽¹⁾ に引き続い、設計的にかなり有用な Miller の Internal flow system の中の第 7 章「Compressible Flow」⁽²⁾の後半を紹介する。そこでは、圧縮流れにおけるバルブの特性や幾つかのティピカルな圧縮性流れ計算の例が示されている。

なおバルブ特性については、ここで紹介する Miller の記述をベースにして、別途、

【 FE-02-RP-002 弁廻りの圧縮性流れ計算 】

にて、更に詳細な議論を行っているので参照されたし。

* * * * *

7.9 バルブ(弁)

7.9.1 イントロダクション

弁を通過する流れの文献では、かなり実務的なエンジニアリングアプローチが展開されており、流れの挙動や設置される系と弁の相互作用の理解よりもむしろ弁選択の為の迅速計算法に关心が集まるようである。ざっと弁関係の文献に目を通してみても、まごつくくらいのいろんな弁の圧縮性流れ式がでてくる。ISA Std.39.9 “Control valve Sizing Equation for Compressible Fluids” でさえ、一つの推奨式以外にも 2 つの代替式が与えられている。その代替式の一つのフォームは、BS4740 “Evaluating Control Valve Capacity”, Part2 “Gases or Vapors” の中でも用いられている。

弁関係の大半の式は、弁内の限界(音速)流れに基づいており、亜限界(亜音速)流れ状態に対して適用される補正を含んでいる。この亜臨界流れ補正係数の経験式のフォームには、いろんなバリエーションがあり弁性能式自体にかなりの混乱をもたらしている。

ISA Std. S39.4 の場合、オリフィスを通る圧縮性流れのそれと同じ補正係数が用いられている。このタイプの補正係数の使用について根本的な論拠は何もない。オリフィス装置ではその計測圧力は、流れをベナコントラクタまで加速させるという事実上、損失無しのプロセスに由る圧力である。その補正係数は、静圧変化とベナコントラクタ面積の変化に与える圧縮性の影響を表わしている。弁の内部には、ベナコントラクタの後の、大きな損失を伴った拡散/混合プロセスとこれと並行する静圧の上昇が存在しており、これらが亜音速で運転される弁前後の全圧降下を支配している。

Fig.7.19 に示される弁通過流れの静圧変化は、ベナコントラクタ後の静圧回復が重要であることを示している。例えばかなり圧力回復の大きい弁では、静圧比 $[(P_1 - P_2)/P_1]$ が 0.1 のとき、限界流れに達している。一方、静圧回復の小さな弁では限界流れに至るまでに 0.5 の圧力比が必要になる。

非圧縮性流れの弁サイジング基準は、圧縮性流れには適用されないことを認識することは大事である。非圧縮性流れでは静圧回復の大きい弁では弁の前後差圧は減少する(弁の用語で言えば“容量”が増加する)。圧縮性流れではいったん限界流れに達すると、最早、静圧回復は質量流量すなわち弁の容量に影響しなくなる。これは非圧縮性流れでは静圧回復が大きいと弁の容量は高くなるが、圧縮性流れでは

静圧回復が大きいと低い圧力差で限界流れに達し、一端、限界流れになると弁の容量は、主に弁内の幾何エリア(孔の断面積)に依存することになる。それ故に非圧縮性流れに対して低い圧力回復能力を持つ弁、即ち低容量の弁は、高い非圧縮性流れ容量を持った弁よりも高い圧縮性流れ容量を持つことになる。

重要な弁のサイズ決定はできるだけ弁製造者と連携して行うのがよい。しかしながら通常、弁は“標準範囲(Standard range)”から選ばれる。本来の弁操作から見て、多少の弁サイジングの誤りがあっても問題になることは少ないので、極度に選定精度を上げる必要はない。弁の全圧力損失がそのシステムの残余の圧損より大きくならない限り、サイジング計算や制御計算を完璧に行う必要はない。

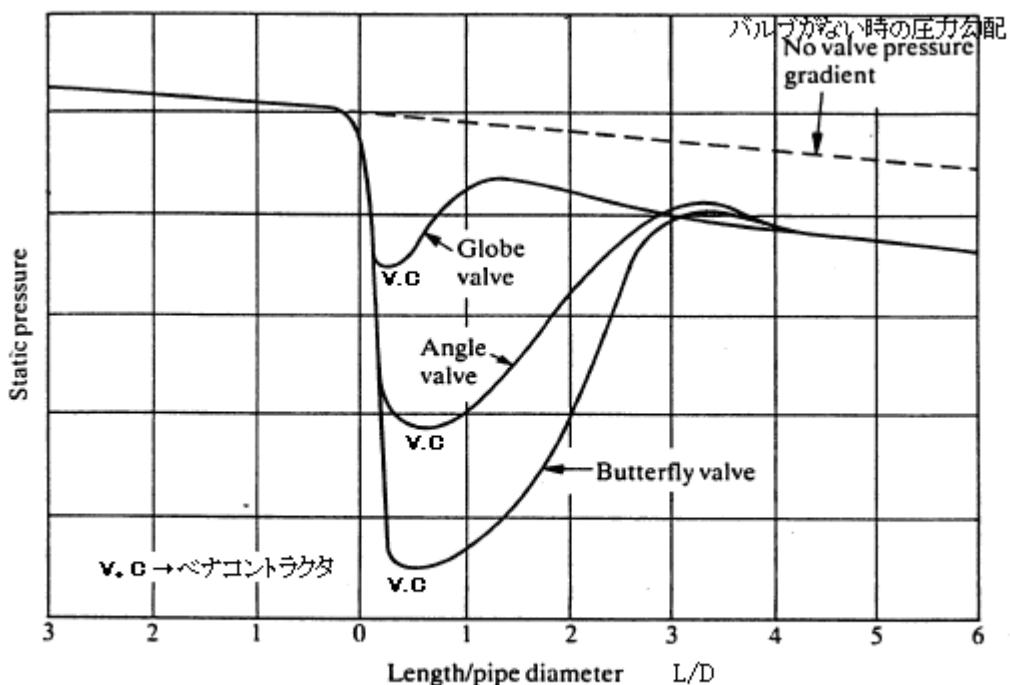


Fig. 7.19. Static pressure variation through valves having the same total pressure loss (non-choking flow)
同一の全圧損失をもった弁通過流れの静圧変化(非チョーキング流れ)

7.9.2 製造者のバルブデータの変換(補1)

弁を通過する圧縮性流れの計算公式は既存の式が多いのでここで新しい式を作るのは望ましくない。ここではバルブ製造者のデータを後述する計算法と矛盾しない形に変換する方法について述べる。

弁の計算では、弁の挙動をシステムの挙動に合わせるため静圧/静温の代わりに全圧/全温を用いる。弁製造者は、水及び空気試験に基づくデータを持っている。空気流れに対する基本式は、

$$\text{質量流量 } m = 1.67 \times 10^{-2} A_v C_l Y (\rho_1 P_1)^{0.5} \quad (\text{kg/s}) \quad \dots \dots \dots \quad (7.32)$$

ここで A_v =水流試験に基づく流量係数、 Y =亜限界フローファクタ(限界では 1.0)

C_l =限界流れ空気試験に基づくガスフローファクタ(Fig.7.20)

ρ_1 =入口密度(kg/m^3)、 P_1 =入口静圧(Pa)

弁内流れが全圧損失無しにベナコントラクタまで加速されると仮定すれば弁製造者のデータは次式で与えられる基準面積 A_a を計算するために使用できる。

$$A_a = 24.4 \times 10^{-3} \cdot A_v C_1 [1 + (\gamma - 1) M_1^2 / 2]^{-(\gamma + 1) / \{2(\gamma - 1)\}} \quad \dots \dots \dots \quad (7.33)$$

バルブの損失係数 K は製造者の A_v 値 ($A_v = 24 \times 10^{-6} C_v$) から計算できる。

$$K = 2(A/A_v)^2 \quad [A = \text{バルブ入口面積}(m^2)] \quad \dots \dots \dots \quad (7.34)$$

(7.33)及び(7.34)式と、圧縮性流れの圧損係数式[手引き・その1の(7.20)式]を用いて、

$$1.2 \times 10^{-3} C_1^2 [1 + (\gamma - 1) M_1^2 / 2]^{-(\gamma + 1) / \{2(\gamma - 1)\}} = (1 - P_{t2}/P_{t1}) / (1 - P_a/P_{t1}) \quad \dots \dots \dots \quad (7.35)$$

バルブ入口のマッハ数は通常 0.2 以下なので、(7.35)式は次のように単純化される。

$$1.2 \times 10^{-3} C_1^2 = (1 - P_{t2}/P_{t1}) / (1 - P_a/P_{t1}) \quad \dots \dots \dots \quad (7.36)$$

各 P_a/P_{t1} について、 C_1 に対する (P_{t2}/P_{t1}) は、Fig.7.21 に示される。 P_a/P_{t1} が、Fig.7.9 のマッハ 1 に相当する P_a/P_{t1} よりも小さいときは、チョークする。

チョーク流量 M_c は次式で与えられる。

$$M_c = 0.0244 A_v C_1 [\gamma^{0.5} \{1 + (\gamma - 1)/2\}^{(\gamma + 1)/\{2(\gamma - 1)\}}] \times \{P_{t1}/(RT_t)^{0.5}\} \quad \dots \dots \dots \quad (7.37)$$

もしガスやベーパーが理想ガス式からかなり逸脱するなら、 $(RT_t)^{0.5}$ は $(ZRT_t)^{0.5}$ で置き換えるべきである(7.3.3 参照)。

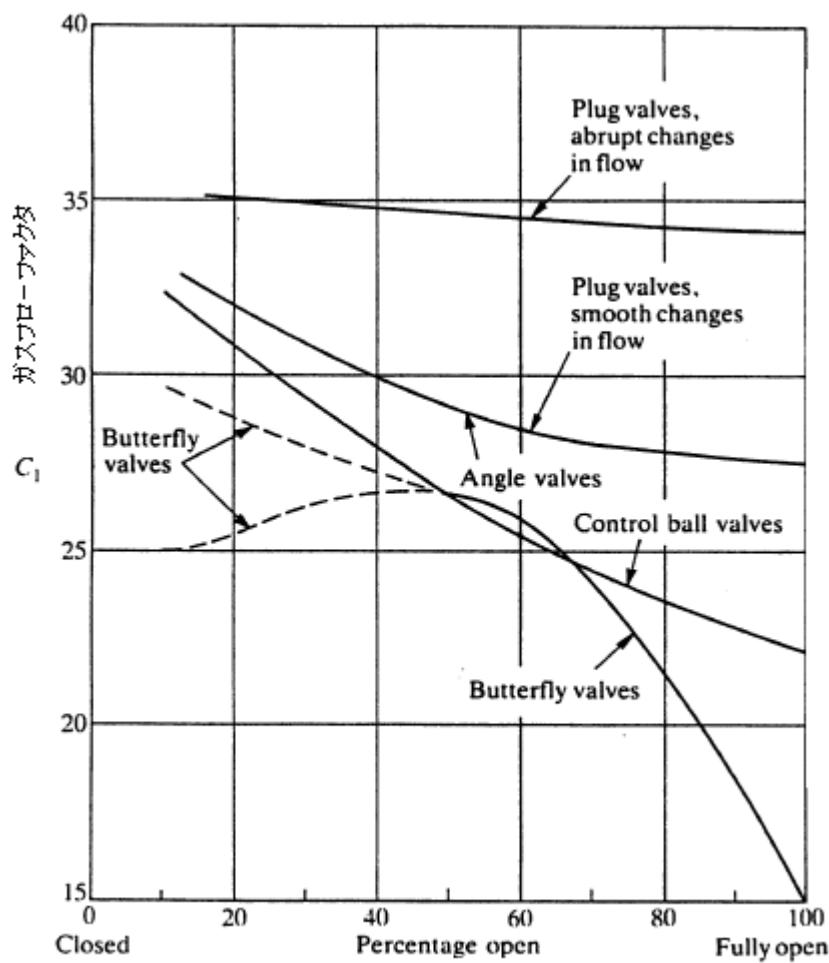
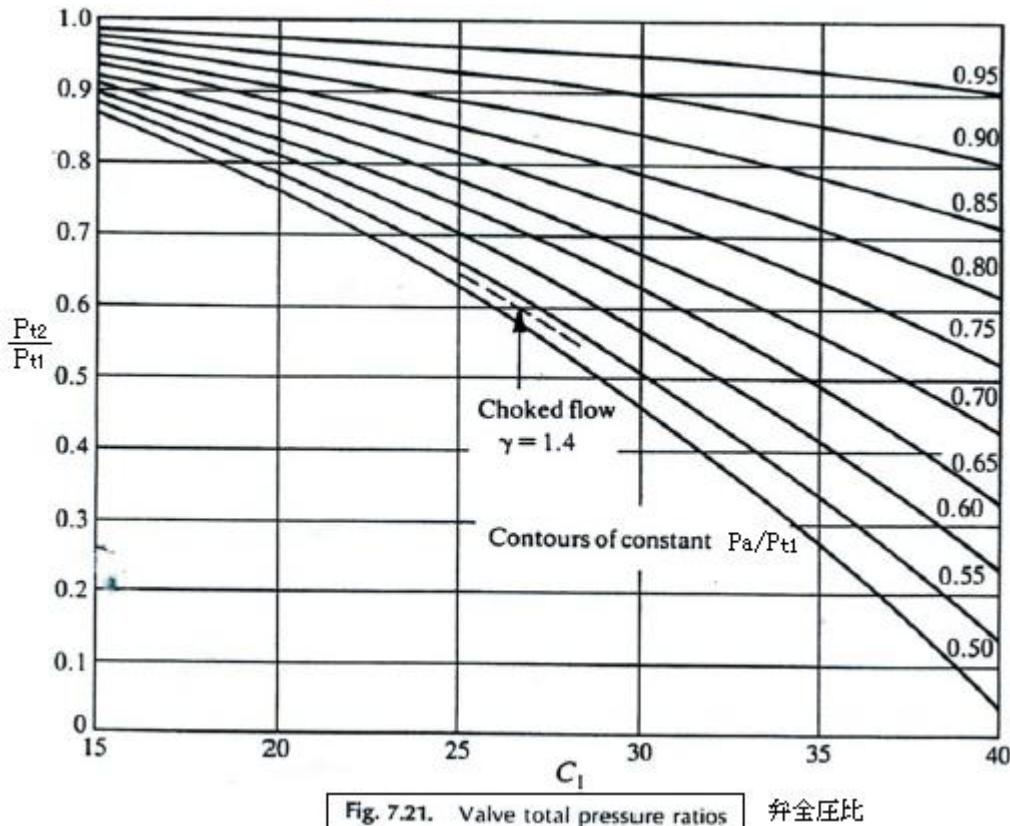


Fig. 7.20. Gas flow factor



7.9.3 計算に必要な情報

製造者によって式や表示が異なるので、弁の選定上、これらの多様な情報を共通の情報に転換する所最も難点がある。本章では種々の変換や定義を提供して、表記、係数およびデータ表示上の難点を取り除いてみたい。

$A_v(C_v$ または K_v) :

流量係数 A_v はメーカーによって引用される。その単位は m^2 であるが、弁の幾何形状に関する面積を表示するものではない。メーカーの多くは [US ガロン、psia] で表示される流量係数 C_v を用いているが、これを SI 単位に変換するには次の式を用いる。

$$A_v = 24.0 \times 10^{-6} C_v$$

ヨーロッパでは m^3/hr 、bar で示される流量係数 K_v がしばしば引用される。SI 単位変換は次の式による。

$$A_v = 28 \times 10^{-6} K_v$$

バルブメーカーは種々のバルブ開度について A_v や C_v を表にしているが、もっと一般化すれば、Fig.7.22 のグラフのようになる。

Fig.7.22 中の曲線(quick opening, linear contoured, equal percent)の形状は一定の圧力降下を持った弁の動作に關係していることを認識するのが大事である。系に組み込まれると必要な圧力降下は流量やプロセス要件によって変化する。弁だけの特性でなく弁や系の特性を考慮しこれを系の運転に生かすことが肝要になる。

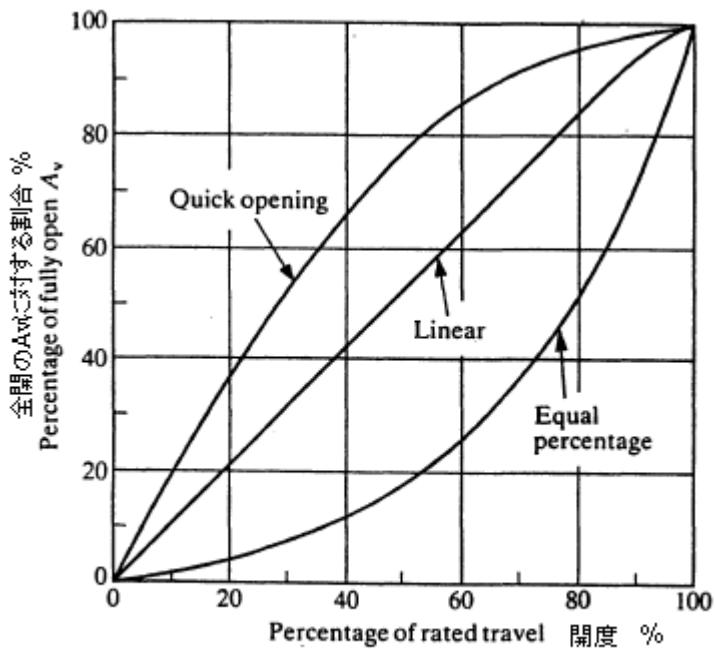


Fig. 7.22. Typical valve flow characteristics (constant pressure drop)
ティピカルな弁流量特性

C_l または C_a (C_g , X_T および C_f または F_L) :

ガスフローファクタ C_l はメーカーの空気テストから与えられる。メーカーの値が有効でないなら Fig. 7.20 から適正值を求める。もし C_l が全開状態のみに与えられその値が 25 を上回るならば バルブポジションによらず一定になっているとしていい。メーカーによっては C_v と C_l をフローファクタ C_g で結合しているが、この場合、

$$A_v C_l = 24.0 \times 10^{-6} C_g \quad (\rightarrow C_v C_l = C_g)$$

差圧流量計で採用しているフォームの圧縮性補正係数を用いるメーカーは X_T と呼ばれるファクタ (限界圧力比降下係数)を用いる。実用的には X_T から C_l への変換は次のようにになる。

$$C_l = 40(X_T)^{0.5}$$

限界状態のガス流れと液流れのキャビテーション発生の間には、バルブの最小流れ断面積の流れ状態にある類似性がある。そこで弁のキャビテーション挙動に関連付けた弁限界フローファクタ、いわゆる C_f が用いられることがある。 C_f は ISA の記号定義による圧力回復係数 F_L に等しい。実用的には C_l への変換は次のようにになる。

$$C_l = 37(C_f)^{0.5}$$

$A_a(m_2)$: 基準流れ断面積。これはチョーク流れ状態における空気テストから導かれた面積である。

A_a はバルブ入口とチョーク流れのロケーションの間で全圧力損失無し ($P_{ta}=P_{t1}$) という仮定のもとで導かれた。基準流れ断面積は(7.33)式で与えられる。

$P_{t1}(N/m^2)$: 弁入口全圧。弁の入口速度は往々にして $M=0.1$ 以下。その場合、圧力降下が入口動圧よりもかなり大きい時は $P_{t1}=P_1$ としてよい。そうでなければ P_{t1} は(7.22)~(7.24)から得られる。

$P_1(N/m^2)$: 弁入口静圧

$P_{ta}(N/m^2)$: 弁基準面積での全圧であって、 $P_{ta}=P_{t1}$ にとられる。

$P_a(N/m^2)$: 弁基準面積での静圧

$P_{t2}(N/m^2)$: 弁出口全圧

$T_t(K)$: 弁を通して一定。入口マッハ数が低いなら、弁入口の静温度に等しくセットされる。

そうでないなら (7.15)式、即ち $T_t = T \{1 + (\gamma - 1)M^2/2\}$ を用いる。

(断熱流れが仮定される所では、静温は通常内部流れの計算に用いられない。何故なら静温の計測は難しいからである。一方全温は低流速の箇所で測れば容易にわかる。)

7.9.4 計算手順

配管システムの計算手順と一致させるため圧力降下の計算では全圧を用いる。出入口径が同じバルブでは流速ないしマッハ数は入口より出口の方が高く、密度は出口の方が低い。出入口径の等しい弁の前後の静圧降下は全圧降下より大きくなるので 出口パイプの動圧は入口パイプより高くなる。それ故、もし出入口のマッハ数に大きな差があるなら、必要圧力差を指示するに際し注意する必要がある。

以下に示す計算手順では出入り口のパイプ径が等しくかつ既知であるとする。ただ方法 7 では異なる出入口パイプ径を扱う。また上下流の圧力は 7.8 節の計算方法あるいは類似の計算方法を用いて得られているものとする。常に弁の下流サイドに注意を払い弁の出口マッハ数が出口側の管路網に見合ったものになるようにする。出口側管路がかなり長くなるところでは弁出口マッハ数は出口管路でチョーク状態になってしまうので約 0.3 程度に限られるようだ。マッハ数 0.3 に相当する速度は入口最大許容速度としてメーカーが引用するティピカル値である。もしシステムの設計で弁入口が 0.3 程の高いマッハ数になっているなら、通常、出口パイプは入口パイプより大きな径にする必要があろう。

多くの安全弁やレリーフ弁の形状は弁座まで流れが滑らかに収縮するようになっており、最小流れ断面積がかなり容易に計算できる(ベナコントラクタがでないので孔断面積を用いてよい)。もし滑らかな収縮が採られているなら、孔断面積を用いるのは妥当であるが、排出係数 C_D で修正する必要がある(C_D を面積に乗じて補正)。この場合、(7.22)~(7.24)式を用いて弁性能が予測できる。メーカーが引用する C_D のティピカル値は 0.8~0.95 である。バルブサイズ間の容量格差は C_D に含まれる未知数よりも大きいので(弁型番にはかなりの裕度が含まれているので)、通常のプレリミナリィ計算(予備検討)であれば 0.9 をとることができる。

手順その1 チョーク流れ

ステップ 1. バルブのチョークを確認する。即ち

- (a) 全圧降下が入口全圧の 1/2 以上なら、多段減圧されない限りチョークを起こす可能性がある。
- (b) Fig.7.21 を用い(P_{t2}/P_{t1})を計算ないし見積もる。もし(P_{t2}/P_{t1})が音速を生じるに必要な値より少ないなら単段減圧ならおそらく弁はチョークを起こす(補2)。
- (c) 弁がチョークするか否か疑問である時は、非チョーキングフローについての手順その 2~6 で適當なものを用いる。

ステップ 2. (7.37)式を用いて、未知量[即ち質量流量、入口全圧あるいは弁の C_v/A_v]を求める。

手順その2 P_{t2} が未知で、弁詳細, m,P_{t1},T_t が既知のとき

ステップ 1. m, P_{t1}, T_t, A_1 より M_1 を求め、次いで(7.33)式を用いて基準断面積 A_a を計算する。

ステップ 2. $P_{ta}=P_{t1}$ として(7.23)式と Fig.7.10 を用いて基準断面積でのマッハ数 M_a を計算する。

もし $m(RT_t)^{0.5}/(A_a P_{ta})$ が $M=1$ の時の値を越えるならば、質量流量が高すぎるか、 P_{t1} が低すぎる。

ステップ 3. Fig.7.9 から M_a に対する P_a/P_{ta} を求める。

ステップ 4. Fig.7.21 から P_{t2}/P_{t1} を求め P_{t2} を計算する。

手順その3 P_{t1} が未知で、弁詳細,m,P_{t2},T_t が既知のとき

ステップ 1. P_{t1} の値を仮定し手順 1 を参考にして弁がチョークしないことをチェックする。

ステップ 2. 手順その 2 のステップ 1~4 を実行する。

ステップ 3. 得られた P_{t2} の値が既知の値と一致しない時は P_{t1} を設定し直し手順その 2 を繰り返す。

手順その4 m が未知で、弁詳細,P_{t1},P_{t2},T_t が既知のとき

ステップ 1. $P_{ta}=P_{t1}$ とし P_{t2}/P_{t1} と C_l を用いて Fig.7.21 から P_a/P_{ta} を求める。この P_a/P_{ta} が Fig.9 で $M=1$ として得られる P/P_t より小さくて、弁がチョークするなら手順その 1 に進む。

ステップ 2. Fig.7.9 を用いて P_a/P_{ta} に対する基準断面積のマッハ数 M_a を求める。

ステップ 3. (7.33)式を用い基準断面積 A_a を計算する。

ステップ 4. (7.23)式もしくは Fig.7.10 で M_a と A_a を用いて m を求める。

手順その5 バルブポジション(開度)が未知で、弁の C_l と A_v , m,P_{t1},P_{t2},T_t が既知のとき

ステップ 1. P_{t2}/P_{t1} 及び弁タイプに適した C_l 値を用い $P_{ta}=P_{t1}$ として Fig.7.21 から P_a/P_{ta} を求める。

この P_a/P_{ta} が Fig.9 で $M=1$ として得られる P/P_t より小さくて、弁がチョークするなら手順その 1 に進む。

ステップ 2. Fig.7.9 から M_a を求め、(7.23)式を用い、 A_a を求める。

ステップ 3. (7.33)式を用い A_v を求めメーカーの A_v データ(A_v - 開度の関係)からバルブポジションを求める。その開度における C_l の値がステップ 1 と著しく異なるなら C_l の値を更新して手順を繰り返す。

手順その6 弁詳細が未知で、弁タイプ,m,P_{t1},P_{t2},T_t が既知のとき

弁タイプはプロセス要件、工業分野の慣習、騒音要件あるいはアベラービリティから決まっているとする。また流量及び圧力降下のピークにおける弁ーシステムの相対的な圧力降下を考慮して、正確なシステム特性を与えるように弁のトリム特性が選定されていると仮定する。これは通常、システム制御を維持する目的から、全開した弁の A_v 値が A_v の計算最大値を若干上回るように設定することを意味している。ただ過剰な弁サイジングは、低流量での制御に問題があるので避けるべきである。

ステップ 1~3. 手順 5 のステップ 1~3 を実行する。

ステップ 4. (7.33)式を用い A_v を求め、メーカー カタログからある値を選び必要な A_v を与える。

もし C_l の値がステップ 1 で用いられた値と実質的に異なるなら C_l の値を更新して手順をくり返す。

手順その7 弁サイズと異なる入口 &/or 出口パイプ径をもった弁

圧力逃し弁や安全弁あるいは(圧力降下/入口圧力)比が 1 に近いバルブの場合、入口パイプ → 出口

パイプでは大きなガスボリュームの増加があるので、必ず、入口パイプよりも大きな出口パイプを用いる必要がある。7.12 の例 6 は、ベントパイプに関し必要な出口パイプサイズの計算法を示している。弁サイズをシステムのパイプサイズより 1 サイズ以上ダウンにすることで、コスト低減等のメリットが引き出せる。そのような設備では、弁箱内で弁トリム(弁座 - 弁体などの要部)以降の通路に十分な長さがあって、流れが管路内を充満している場合、計算は端的で明快である。たいていのグローブ/アングルタイプの制御弁は出口側に十分な通路長さをもっており、流れは弁の出口を十分に満たして流れる。これらの弁では手順 1-6 を、次のように補正して実施できる。

1. 弁上流の遷移要素(レディーサ類)が 30° 以下の半角をもつとき、弁入口の全圧損失は無視する。
2. パイプと弁の間で急縮小があるなら、7.7.4 項の Fig.7.16 を用いて急縮要素の全圧損失を求め急縮出口の全圧を弁の入口全圧とする。
3. 弁出口とパイプの間にトラジッショーン(拡管部分)が 7° 以下の半角を持たない限り、急拡要素を仮定する(7.7.4 参照)。さもなければ、ディフューザとして遷移損失を計算する。

ゲート弁、ボール弁及びバタフライ弁のような弁を通過する圧力一流れ特性は、弁の径がパイプ径より小さい時は実質上変化する。その主な変化は、弁制御エレメント後背の流れの膨張に対する有効面積比の増加に由来している。膨張時、静圧に変換される動圧の量はパイプと同径の弁に比べ著しく減少する。この圧力回復の減少によって A_v は低下し C_l は増加する。

ウェーハータイプのバタ弁はその制御要素(弁体)が出入口の遷移部分(レディーサ類)に入りこむが、面積一定のシステムに設置された弁とは異なって中間開度でその流れ断面積を変えることができる。

チョーキング状態のバルブの性能は、流れの剥離が入口から弁まで抑圧されるなら、通常それほど大きく変化しない。もし入口の遷移要素の半角が約 15° 以上であれば流れの剥離が存在する。

流れを通して弁は個々に考慮されるべきであり、重要な設備ではモデルテストを行うべきである。全般の計算では通常、次の手順で十分だろう。

1. その弁が、弁サイズと同径で 1D 以上の入口パイプ長さ及び 4D 以上の出口パイプ長さを以って設置されるならば、遷移要素及び管路については 7.8 節(システムの計算)、弁については手順その 1~その 6 を用いて計算できる。
2. 弁がチョークし 30%以下の開度で用いられるなら、手順その 1 をそのまま用いる。
3. 弁がチョークし全開で用いられるなら、(7.37)式の 15%まで予想流量を減じる。
4. 弁が 20%開度以下で運転されるなら、手順その 2~その 6 をそのまま用いる。弁入口面積は P_{t1} に基づく。
5. 弁が全開で用いられチョークしていないなら、 A_v は 25%減とする。

例解を 7.12 節の例 5 に示す。

7.10 圧力レリーフ及び減圧システム

個々のシステムではエネルギーの浪費があるので、一般に高速流れは避けられている。しかし大量のエネルギーを排気する必要がある圧力レリーフや減圧システムは通常、高速流れになる。

圧力レリーフシステムでは、圧力レリーフ量の見積りが不足し、その結果、プラントの過剰加圧に至らないかが関心の対象になる。弁のサイズが大き過ぎると弁下流の圧力がオーバーしてパイプ破断の懸念がでてくる。

圧力レリーフシステムの専門用語と弁のレーティング方法には注意する必要がある。例えば安全弁の銘板容量は、同時に試験された多数の類似弁容量の 90% であり、これら類似弁容量には最大 5% のばらつきがある。そんな弁の下流管路のサイジングを行う時は、銘板容量の 1.15 倍($\approx 1.05/0.9$)の流量を用いるべきである。通常、レリーフ弁(容量)は ASME のようなコードで証明されている。

レリーフ弁装置は保護対象の容器から少し離れて配管されることが多い。バルブ操作上の問題を避けるために、容器～弁の間の静圧降下が最大流量のもとで 3% 以下になるように通常、設計されている。その場合、弁に接続される配管が十分なサイズであるかどうかは、単純な非圧縮性の圧力計算によればよい。

弁の許容される背圧は、プラントの設計コードの規定ないし弁メーカーのコメントによっている。弁の背圧を求めるには弁～ベントスタック間あるいは排出管路の静圧回復量を見積もる必要がある。弁の出口速度が亜音速の場合、7.7 節の方法を用いて Fig.7.23 のベントスタック出口(ポイント 4)から流れ方向と逆向きに計算を進める。また多くの弁から共通ヘッダに排出される場合は、各弁に対して、最大の背圧が発生するような状態を把握することが肝要になる。

弁の出口でチョークする場合、急拡要素の始点でベース圧力 P_b に関する情報が必要になる。この背圧は (7.31) 式から求めることができる。アンブレラタイプのベントパイプを用いる時は 7.12 節の例 6 を参考にして、ベントのベース部分からガスが噴出さないように、ベース圧力を大気圧以下にしなければならない。

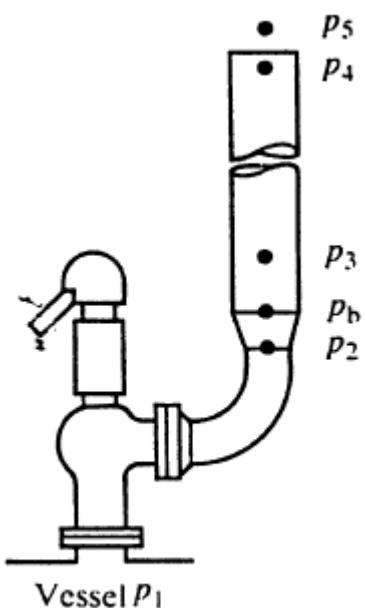


Fig. 7.23. Vent stack

7.11 等温流れ

長距離システムの低マッハ数流れは等温流れとして扱う。エンジニアリング計算では最大マッハ数が 0.2 以下であるなら、面積一定のシステムおよびシステムの一部に次の式を用いることができる。

$$(P_1/P_2)^2 = K \{m(RT_t)^{0.5}/(AP_2)\}^2 + 1 = 1/[1 - K \{m(RT_t)^{0.5}/(AP_1)\}^2] \quad \dots \dots \dots (7.38)$$

ここで P_1 =入口静圧(N/m²)、 P_2 =出口静圧(N/m²)、 m =質量流量(kg/s)、

T_t =全温(マッハ数が低いので静温でもよい)(K)、 R =ガス定数(J/kgK)、 A =断面積(m²)、

K=圧損係数($= \Sigma fL/D + \Sigma K_c$)、f=管摩擦係数、D=管径または水力径(m)、

L=管長(m)、K_c=要素圧損係数、サフィックス 1,2 → ライン入口、出口

Fig.7.11 から、もし $m(RT_t)^{0.5}/AP < 0.2$ ならばマッハ数は 0.2 以下である。

[等温流れについては、別途 【FE-02-TM-010 断面積一定の等温流れ計算に関する情報】に詳述されているので参照されたし。]

7.12 例題

ここでは、7つの例題をあげ、圧縮性流れ問題の解き方を例示する。なお、ここで使用する式のうち以下の式は、手引きのその1から引用しているので念為（詳しくは FE-02-IG-001 を参照されたし）。

$$F_1(M) = P_t/P = \{1 + (\gamma - 1)M^2/2\}^{\gamma/(\gamma-1)} \quad \dots \quad (7.22)$$

$$F_2(M) = m(RT_t)^{0.5}/(AP_t) = \gamma^{0.5} M / \{1 + (\gamma - 1)M^2/2\}^{(\gamma+1)/2(\gamma-1)} \quad \dots \quad (7.23)$$

$$F_3(M) = m(RT_t)^{0.5}/(AP) = \gamma^{0.5} M \{1 + (\gamma - 1)M^2/2\}^{0.5} \quad \dots \quad (7.24)$$

$$K_i = X_1 - X_2 \quad \dots \quad (7.25)$$

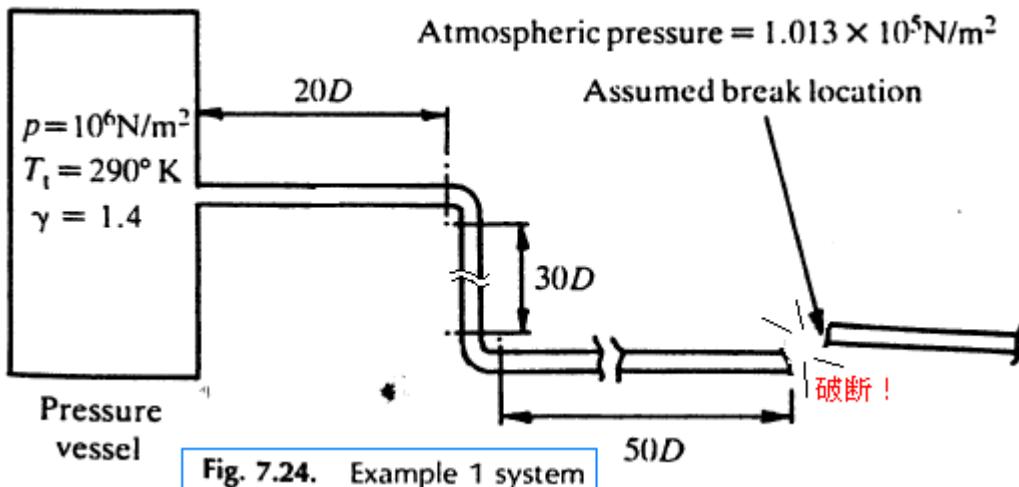
$$X = (1 - M^2)/(\gamma M^2) + \{(\gamma + 1)/(2\gamma)\} \ln[(\gamma + 1)M^2/(2 + (\gamma - 1)M^2)] \quad \dots \quad (7.26)$$

$$P_b/P_1 = \{(A_1/A_2)/(1 - A_1/A_2)\}(1 + \gamma)^{0.5} [(1 + \gamma M_2^2)/[M_2^2 \{2 + (\gamma - 1)M_2^2\}]^{0.5} - (1 + \gamma)^{0.5}\} \quad \dots \quad (7.31)$$

同じく、Fig.7.9、Fig.7.10、Fig.7.11、Fig.7.12、Fig.7.14、Fig.7.16 も手引きのその1から引用している。これらグラフの運用は各例題の解答の中で示される（読み取りにくい時は手引きのその1を照合されたし）。

例1 パイプシステムの流れ

安全性評価の結果、タンクから圧縮空気を輸送する 0.1m^2 のパイプの中途で衝撃による破壊が起きたことがわかった。ここでは double-ended failure (パイプは完全に分断され流れによる干渉無しを仮定し、Fig.7.24 に示される条件で、破断時のタンクからの初期(最大)流量を求めよ。なお、パイプの摩擦係数は 0.012 とする。



手引き・その1の 7.8.2 の手順を用いる。

ステップ 1. かなり高いレイノルズ数を想定し、摩擦係数 f として 0.012

ステップ 2. パイプサイズは既知

ステップ 3. 容器の圧力は 10^6Pa で、大気圧は $1.012 \times 10^5 \text{Pa}$ なのでパイプ出口(破断部分)でチョークが起きる(補3)。

ステップ 4. システムは、タンク出口ノズルの急縮部分+一定断面積のパイプとベンド+末端の急拡部分から構成される。

ステップ 5. 適用無し

ステップ 6. パイプ出口でマッハ 1 とし、順方向で計算する。

ステップ 7. $\sum K_i = \sum fL/D + \sum K_{bends} = 0.012x(20+30+50) + 2x0.18 = 1.56$

ベンドについては $Re > 10^6$ を仮定し Fig.9.2 から $K_b = 0.18$ (但し $r/d = 1.5$)

ステップ 8. (7.26)式によれば、 $M_2 = 1.0$ のとき $X_2 = 0$ であるから、(7.25)式より

$$X_1 = K_i + X_2 = 1.56 + 0 = 1.56$$

Fig.7.12 によれば、 $\gamma = 1.4$ 、 $X = 1.56$ の場合、 $M = M_1 = 0.45$

ステップ 9. 以上ではタンク出口ノズル(急縮要素)以降のパイプを対象とした。更にタンク出口の急縮要素を考える。マッハ数 $M_1 = 0.45$ に対して Fig.7.9 より $P/P_t = 0.872$ である。

Fig.7.16において $P_2/P_{t2} = 0.872$ 、また $A_1 \gg A_2$ なので面積比(A_2/A_1)=0 とすれば、 $P_{t2}/P_{t1} = 0.93$ となる。故に $P_{t2} = 0.93 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ が得られる。

ステップ 10. 適用なし

ステップ 11. (7.23)式を用いて質量流量を求める。

$$P_t = 0.93 \times 10^6 \text{ N/m}^2, M = 0.45, R = 8314/29 = 287 \text{ J/kgK}, T = 290 \text{ K}$$

$$A = 0.1 \text{ m}^2, \gamma = 1.4$$

$$\begin{aligned} m &= [\gamma^{0.5} M / \{1 + (\gamma - 1)M^2/2\}^{(\gamma + 1)/(2(\gamma - 1))}] \{AP_t / (RT_t)^{0.5}\} \\ &= [1.4^{0.5} \times 0.45 / \{1 + (1.4 - 1) \times 0.45^2 / 2\}^{(1.4 + 1)/(2(1.4 - 1))}] \times \{0.1 \times 0.93 \times 10^6 / (287 \times 290)^{0.5}\} \\ &= (0.5325 / 1.1265) \times (93000 / 288.5) = 152 \text{ kg/s} \end{aligned}$$

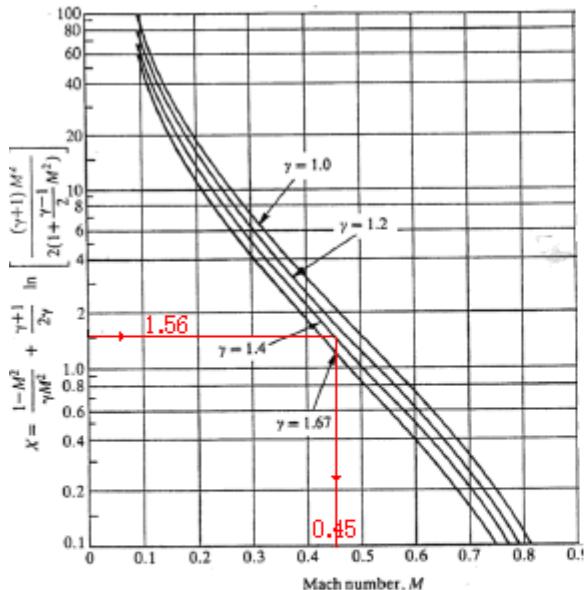


Fig.7.12 Loss Coefficient parameter X

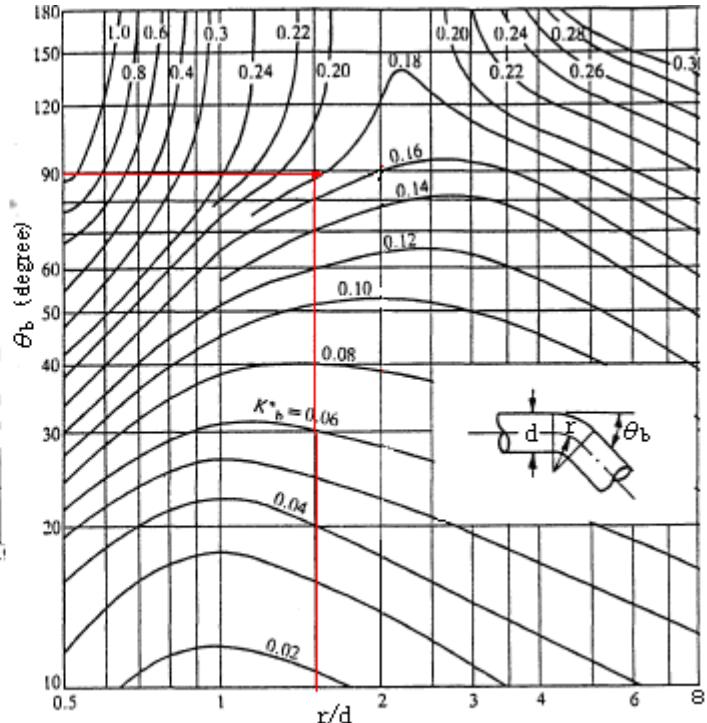


Fig.9.2 Loss co-efficient K_b for circular bend ($Re=10^6$)

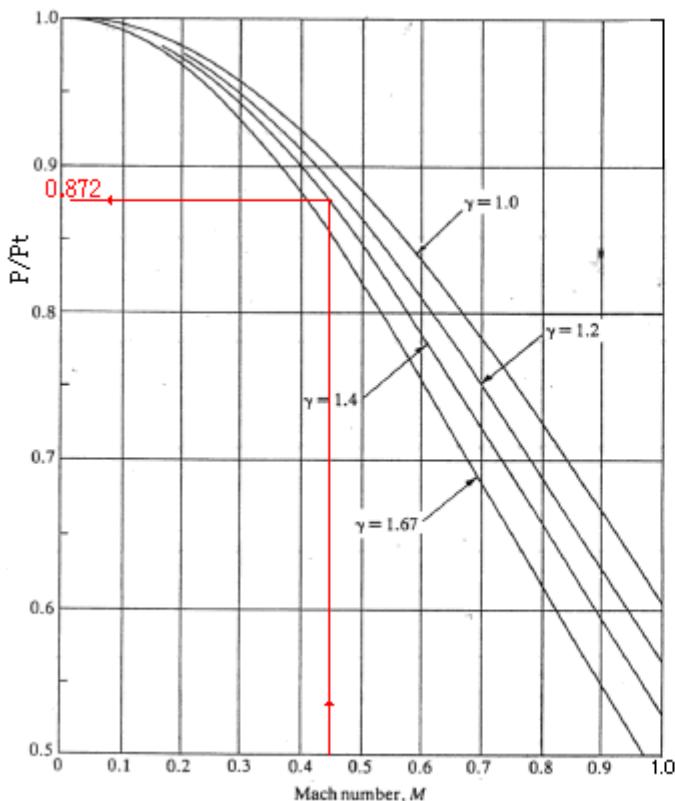
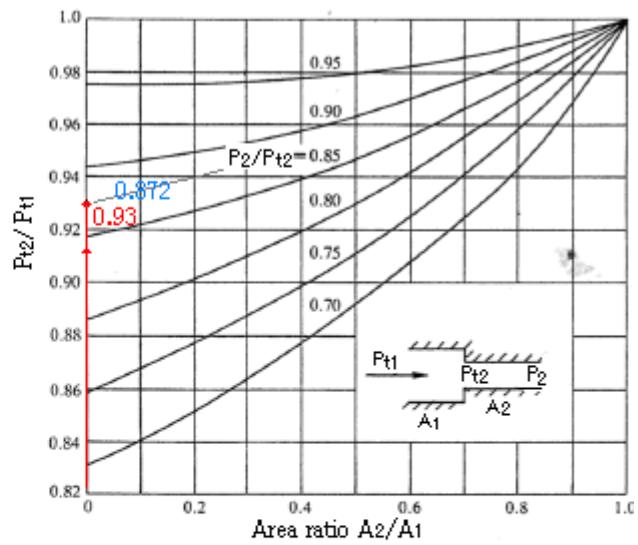
Fig.7.9 Ratio of static to total pressure P/P_t 

Fig.7.16 Abrupt contraction

例題 2. フレアスタック流れ

Fig.7.25 に示すフレアスタックは緊急時、モル重量 49.5、比熱比 1.1、全温度 90°C の炭化水素ガス 496 kg/s をパスさせる必要がある。スタックトップのガスシールのモデルテストでは、非圧縮性流れ条件下で $K=2.4$ であった。スタックパイプの摩擦損失係数を 0.012、入口コネクションの損失係数を 1.5 と仮定してスタック入口の必要な全圧を求めよ。

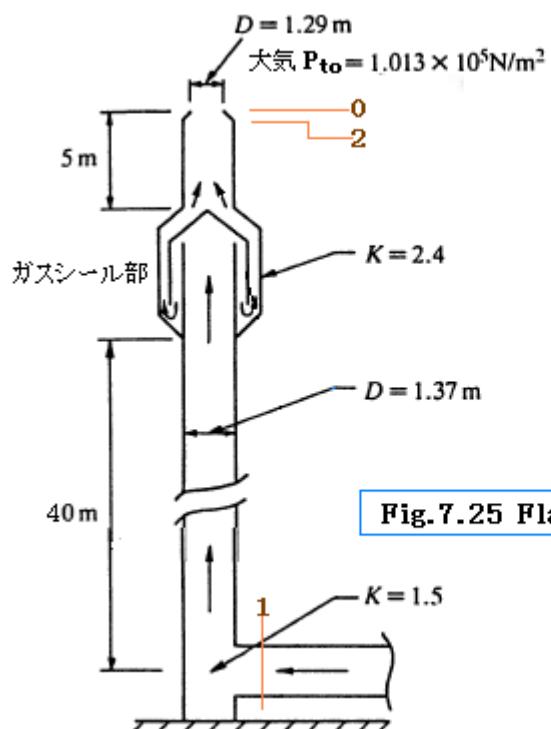


Fig.7.25 Flare stack for Example 2

手引き・その 1 の 7.8.2 の手順を用いる。

- ステップ 1. 流量既知、摩擦係数指定
- ステップ 2. パイプ/コンポーネントサイズ指定
- ステップ 3. 出口のみチョーキングが予想される。これは計算の過程でわかつてくるはず。
- ステップ 4. インターナルの詳細がわからないが、出口の収縮を除いて一定面積のシステムとして扱う。
- ステップ 5. 適用されない。
- ステップ 6. 次を仮定する。
 - (1)出口はチョークしない。
 - (2)形状的に出口の収縮前後の全圧損失はなく $P_{t0}=P_{t2}$ とする。
 - (3)流れの収縮は全然なく、排出係数=1 とする。

出口端($\phi 1.29m$)を考える。この部分の静圧 P_0 は大気圧に等しい。静圧に関する(7.24)式 $F_3(M)_0 = m(RT_t)^{0.5}/A_0 P_0$ において、

$$m = 496 \text{ kg/s}, R = 8314/49.5 = 168 \text{ J/kgK}, T_t = 273 + 90 = 363 \text{ K},$$

$$A_0 = 0.785 \times 1.29^2 = 1.31 \text{ m}^2, P_0 = 1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2 (= \text{大気圧})$$

であるから、 $F_3(M)_0 = 496 \times (168 \times 363)^{0.5} / (1.31 \times 1.013 \times 10^5) = 0.923$

この場合、Fig.11 から $\gamma = 1.1$ の時、 $M_0 = 0.87$ になる。Fig.7.9 によれば $M_0 = 0.87$ の時、 $P_0/P_{t0} = 0.665$ であるから、 $P_{t0} = 1.013 \times 10^5 / 0.665 = 1.52 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ になる。

仮定では収縮前の全圧 P_{t2} は P_{t0} に等しい。その場合、動圧に関する(7.23)式において $A_2 = 0.785 \times 1.37^2 = 1.473 \text{ m}^2$ とおいて、

$$F_2(M)_2 = m(RT_t)^{0.5}/A_2 P_{t2} = 496 \times (168 \times 363)^{0.5} / (1.473 \times 1.52 \times 10^5) = 0.547$$

この場合、Fig.7.10 から $\gamma = 1.1$ の時、スタック放出口(収縮前)にて $M_2 = 0.645$ になる。

ステップ 7. $\Sigma K_i = \{0.012 \times (5+40)/1.37\} + 2.4 + 1.5 = 4.3$

ステップ 8. $M_2 = 0.645$ に対し、Fig.7.12 において $X_2 = 0.47$ なので、

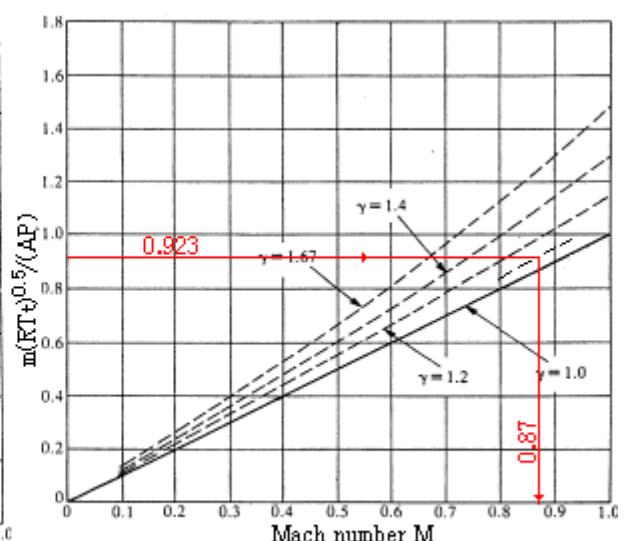
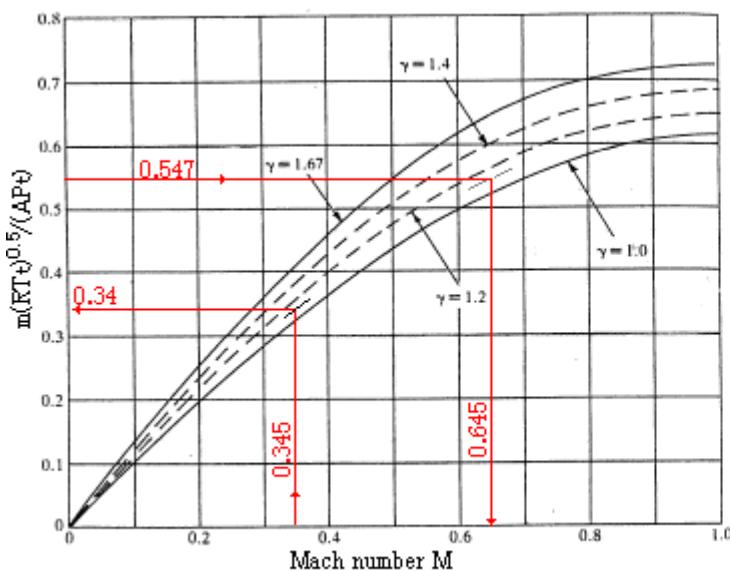
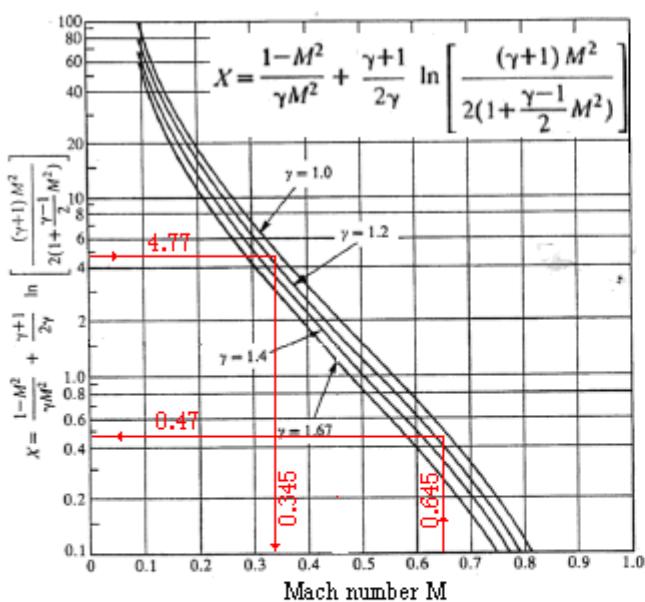
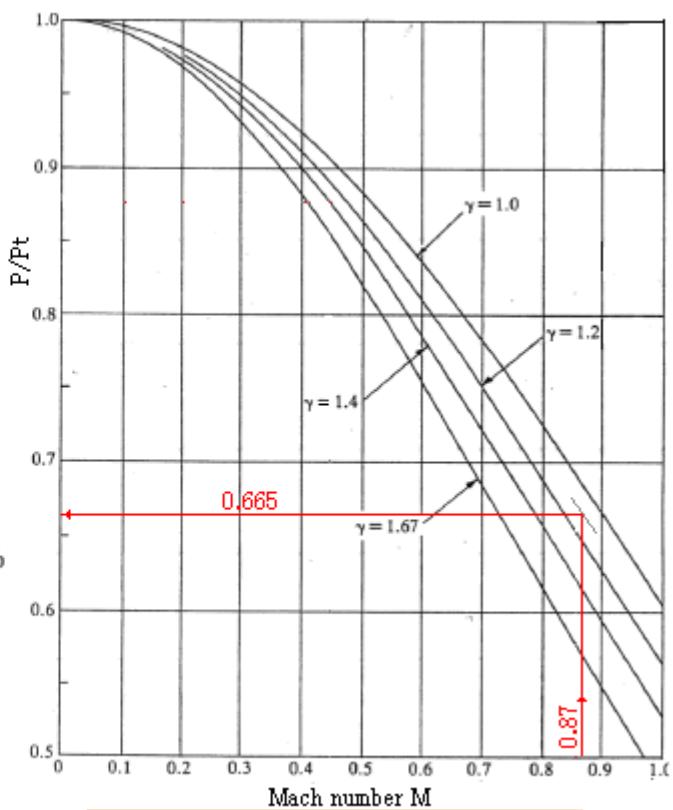
$$X_1 = \Sigma K_i + X_2 = 4.3 + 0.47 = 4.77$$

$X_1 = 4.77$ に対して Fig.7.12 から $M_1 = 0.345$ 、その場合 Fig.7.10 において

$$m(RT_t)^{0.5}/(A_1 P_{t1}) = 0.34$$
 であるから、

$$P_{t1} = m(RT_t)^{0.5} / (0.345 \times A_1) = 496 \times (168 \times 363)^{0.5} / (0.345 \times 1.473) = 2.45 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

注：スタック出口のマッハ数は大変高いので、もし出口で有意な流れの収縮があればチョークがおきるだろう。通常スタック出口のマッハ数は 0.2~0.4 の間になる。

Fig.7.10 Mass flow function $F_2(M)$ Fig.7.11 Mass flow function $F_3(M)$ Fig.7.12 Loss Coefficient parameter X Fig.7.9 Ratio of static to total pressure p/p_t

例題 3：オリフィスを通る流れ

Fig.7.26 に示すような開口面積比が 0.312 で、 $\phi 29.8\text{mm}$ の鋭角端付きの孔を持ったオリフィスを 0.94 kg/s の空気流れが通過する。この場合、入口側で全圧 9.68 bar /全温 10°C であれば、出口側の全圧はいくらになるか？ なお、空気の比熱比 γ は 1.4、ガス定数 R は 287J/kgK とする。

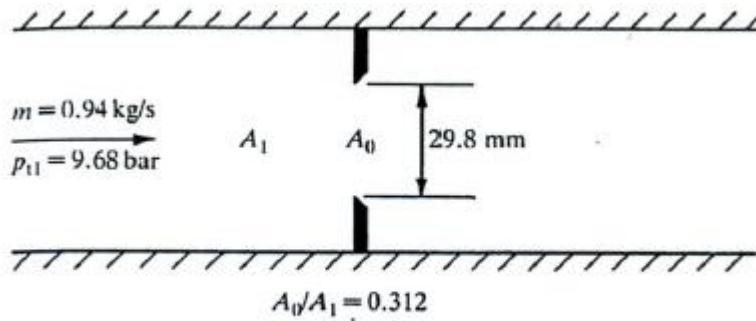


Fig.7.26 Orifice plate for example 3

オリフィスのように、本来流れの剥離が予想されるようなコンポーネントには 7.7.3 が適用される。

ステップ 1. Fig.14.3 から $AR=0.312$ のオリフィスの損失係数 $\rightarrow K=17$

ステップ 2. $AR_a = 1/(K^{0.5}+1) = 1/(17^{0.5}+1) = 0.195$

ステップ 3. (7.23)式 $F_2(M) = m(RT_t)^{0.5}/A_c P_t$ において、

$$m = 0.94 \text{ kg/s}, R = 287 \text{ J/kgK}, T_t = 273 + 20 = 293 \text{ K}, P_0 = 9.68 \times 10^5 \text{ N/m}^2,$$

$$A_c = (0.785 \times 0.0298^2 / 0.312) \times 0.195 = 4.357 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \text{(最小流れ断面積)},$$

$$\text{であるから、 } F_2(M) = 0.94 \times (287 \times 293)^{0.5} / (4.357 \times 10^{-4} \times 9.68 \times 10^5) = 0.646$$

Fig.7.10 から、 $F_2(M) = 0.646$ に対し $M_c = 0.75$ (修正前マッハ数)となる。

ステップ 4. $CD_a = (0.785 \times 0.0298^2 / 0.312) \times 0.195 / (0.785 \times 0.0298^2) = 0.195 / 0.312 = 0.625$

ステップ 5. Fig.7.14 において、 $CD_a = 0.625$ 、 $M = M_c = 0.75$ に対し、 $C_e = 1.075$

ステップ 6. $F_2(M) = 0.646 / 1.075 = 0.601$ 。Fig.7.10 において $F_2(M) = 0.601$ に対し $M_c = 0.65$

(修正マッハ数)。ステップ 3 とステップ 6 の間で 10%以上のマッハ数の変化があるので $M_c = (0.75 + 0.65) / 2 = 0.7$ としステップ 5 に戻って $CD_a = 0.625$ 、 $M_c = 0.7$ に対し $C_e = 1.065$ 。再び $F_2(M) = 0.646 / 1.065 = 0.6066$ であるから Fig.7.10 より $M_c = 0.657$

ステップ 7. $K_s = \{1 - (0.195 \times 1.065)\}^2 = 0.628$

ステップ 8. Fig.7.9 において、 $M_c = 0.657$ に対し $P/P_t = P_{vc}/P_{t1} = 0.749$

$$P_{t2} = P_{t1} \{1 - K_s(1 - P_{vc}/P_{t1})\} = 9.68 \times 10^5 \times \{1 - 0.628 \times (1 - 0.749)\} = 8.15 \times 10^5 = 8.15 \text{ bar}$$

[BHRA によるこのオリフィスの計測値(非公開)は 8.11 bar であった。]

(注) ステップ 6 では、修正前マッハ数が 1 でないにも係わらず、修正マッハ数の再修正を行っているが、このやり方は 7.7.3 とは異なる。補正としてはこちらの方法がいいように思える(今後検討に付す)。

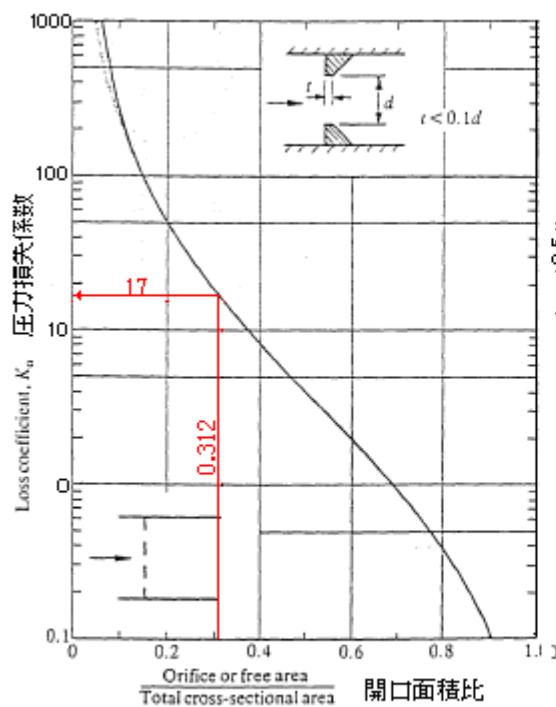


Fig.14.3 Loss coefficients for sharp-edged thin orifices
(also applied to square holes)

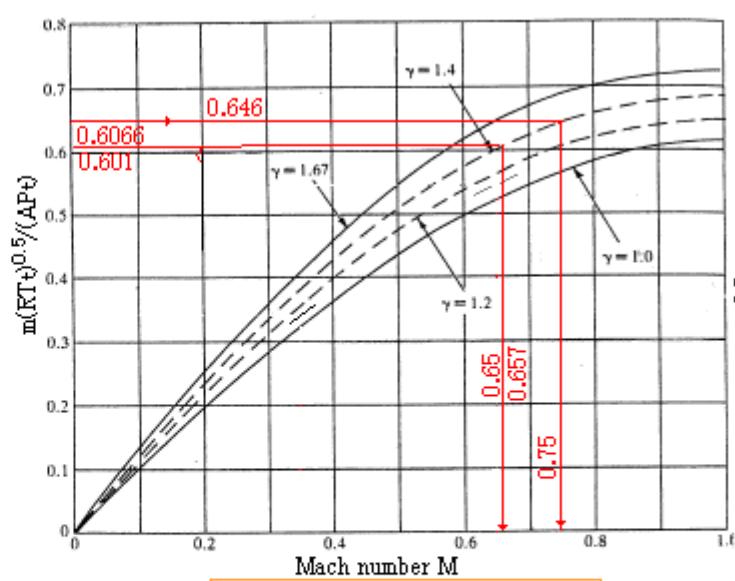


Fig.7.10 Mass flow function $F_2(M)$

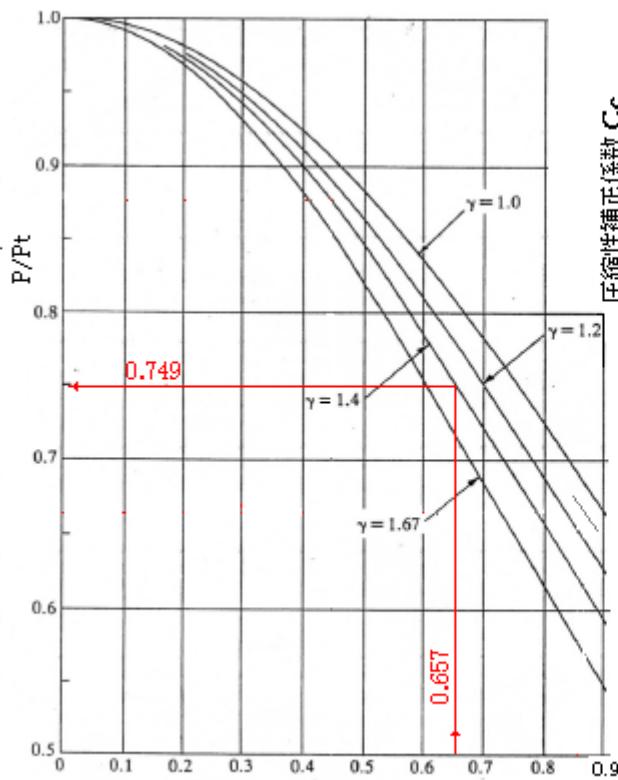


Fig.7.9 Ratio of static to total pressure p/p_t

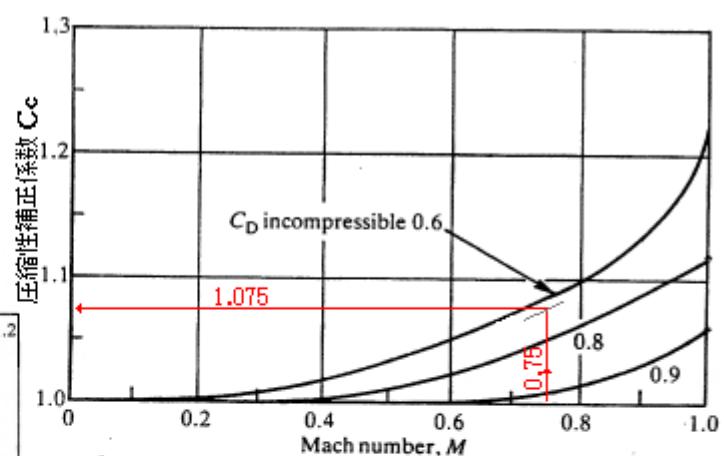


Fig.7.14 Compressibility correction coefficient C_c

例題 4：スクリーンを通過する流れ

空隙率 50%の丸ワイヤメッシュスクリーンの圧損係数が非圧縮性流れのテストで $K_i=1.5$ になることがわかった。そのスクリーンをダクトに装着するとすれば、いくらの入口マッハ数でチョークをおこすか？ なお $\gamma=1.4$ とする。

スクリーンを通過する際、流れは過度に収縮するので、7.7.3 が適用される。

ステップ 1. $K_i=1.5$ (計測値)

ステップ 2. $AR_a = 1/(1.5^{0.5}+1) = 0.449$

ステップ 3. 最小流れ断面積でマッハ数 $M_c=1.0$ (指定)

ステップ 4. 空隙率 0.5 なので $CD_a=0.449/0.5=0.898$

ステップ 5. Fig.7.14において $CD_a=0.898$ 、 $M_c=1$ に対し、 $C_c=1.06$

ステップ 6. 要素入口と収縮部の間では全圧、全温が同じで面積のみが変化するので (7.23) 式では

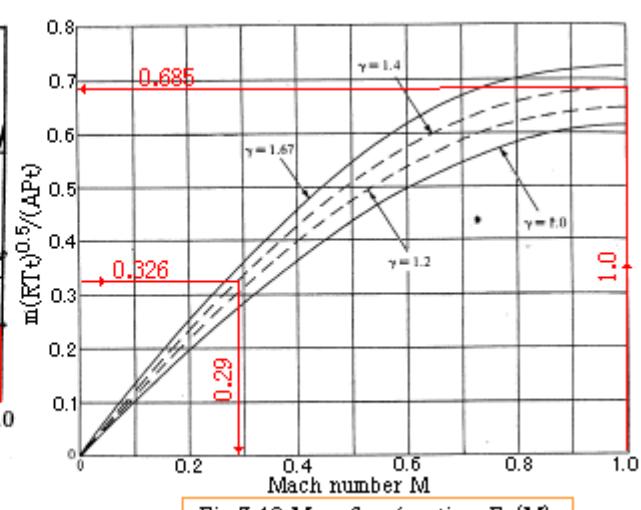
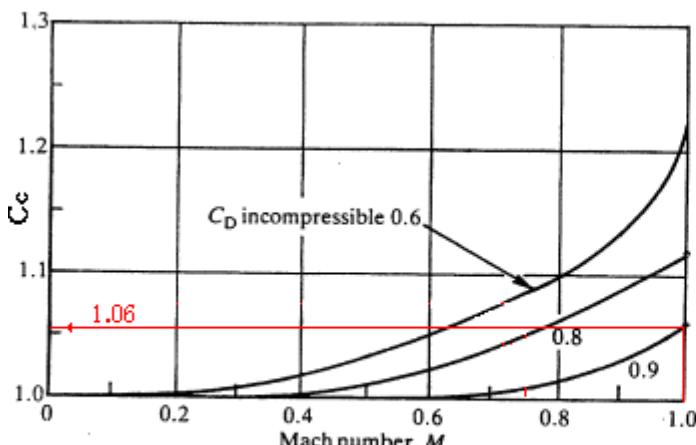
$$F_2(M)_1 \cdot A_1 = F_2(M)_c \cdot A_c \rightarrow F_2(M)_1 = F_2(M)_c \cdot (A_c/A_1)$$

$$A_c = A_1 \cdot AR_a \cdot C_c \rightarrow A_c/A_1 = AR_a \cdot C_c$$

ここで $M_c=1$ の時、Fig.7.10 から $F_2(M=1)_2=0.685$ 、また $A_2/A_1=0.449 \times 1.06 = 0.4759$ であるから、

$$F_2(M)_1 = F_2(M)_c \cdot (A_2/A_1) = 0.685 \times 0.4759 = 0.326$$

になる。従って、Fig.7.10 から $M_1=0.29$



例 5. 制御弁を通る空気流れ

次の条件の下で、バルブサイズを決定せよ。

入口全圧 : $P_{t1}=10^6 \text{ N/m}^2$ 、出口全圧 : $P_{t2}=0.6 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ 、最大流量 : $m=0.7 \text{ kg/s}$

全温度 : $T_t=350\text{K}$ 、 $\gamma=1.4$ 、 $R=287\text{J/kg K}$

線形トリムを持った要求タイプの弁に関する、メーカーのカタログデータは次の通り。

	弁サイズ		
	25mm	40mm	50mm
流量係数 C_v	12.5	30	50
計算 $A_v(C_v \times 24 \times 10^{-6})$	0.3×10^{-3}	0.72×10^{-3}	1.2×10^{-3}
ガスフローファクタ C_l	35	35	35

手順 6 を適用する。

ステップ 1. Fig.7.21において $P_{t2}/P_{t1} = 0.6$ 、 $C_l = 35$ に対し、 $P_a/P_{t1} = 0.72$

ステップ 2. Fig.7.9において $P/P_t = P_a/P_{t1} = 0.72$ に対し $M_a = M = 0.7$

ステップ 3. (7.23)式から 基準面積(最小流れ断面積) $A_a = m(RT_t)^{0.5}/\{F_2(M)_a P_{t1}\}$ 、

Fig.7.10において $M = M_a = 0.7$ に対し $F_2(M)_a = 0.625$ また $P_{t1} = 10^6$ なので、

$$A_a = 0.7 \times (287 \times 350)^{0.5}/(0.625 \times 10^6) = 0.355 \times 10^{-3} \text{m}^2$$

ステップ 4. (7.33)式から

$$A_v = A_a/[2.44 \times 10^{-2} C_l \{1 + (\gamma - 1) M_1^{2/2}\}^{-(\gamma+1)/\{2(\gamma-1)\}}]$$

通常、入口マッハ数は $M_1 = 0.2$ 以下であるから

$$\{1 + (\gamma - 1) M_1^{2/2}\}^{-(\gamma+1)/\{2(\gamma-1)\}} \approx 1$$

$$\text{従って、 } A_v = 0.355 \times 10^{-3} / (2.44 \times 10^{-2} \times 35) = 0.42 \times 10^{-3} \text{m}^2$$

メーカのカタログでは、40mm 口径の弁が最適である。出口マッハ数をチェックする。

(7.23)式を用い

$$F_2(M)_2 = m(RT_t)^{0.5}/\{A_2 \times P_{t2}\} = 0.7 \times (287 \times 350)^{0.5}/\{0.785 \times 0.04^2 \times 0.6 \times 10^6\} = 0.294$$

この場合 Fig.7.10 から、 $M_2 = 0.25$ (多分この程度なら下流の管路で受容できる。)

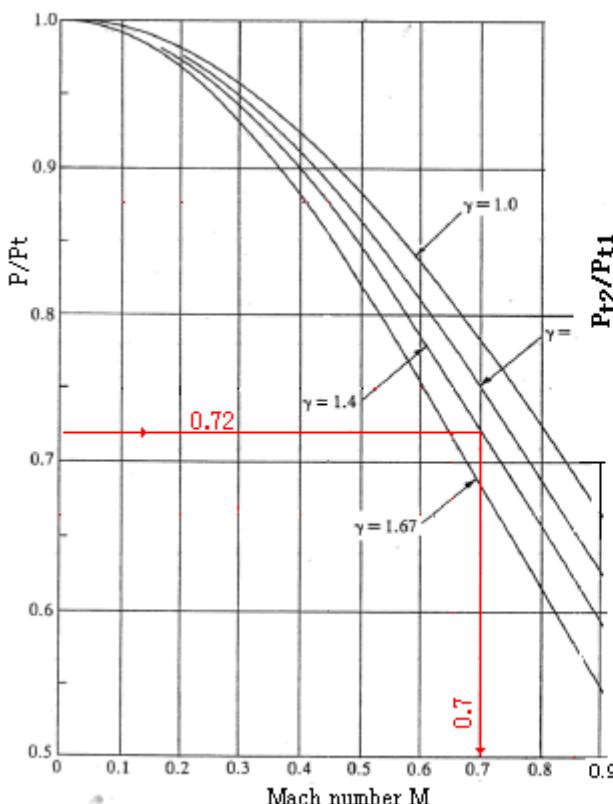


Fig.7.9 Ratio of static to total pressure p/p_t

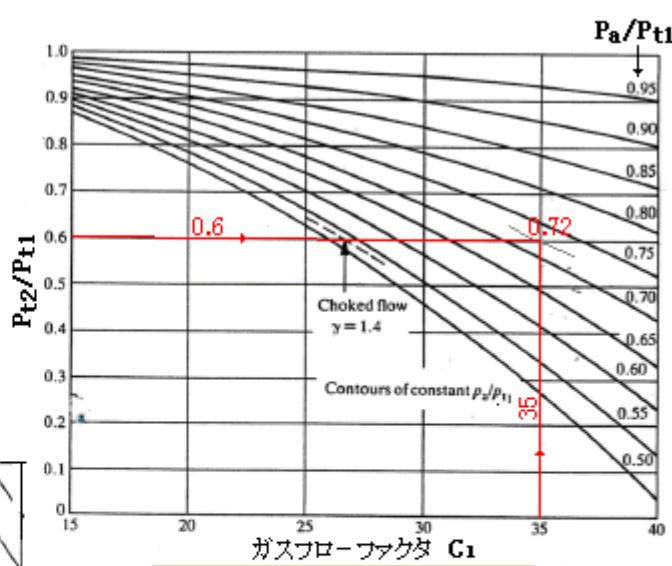
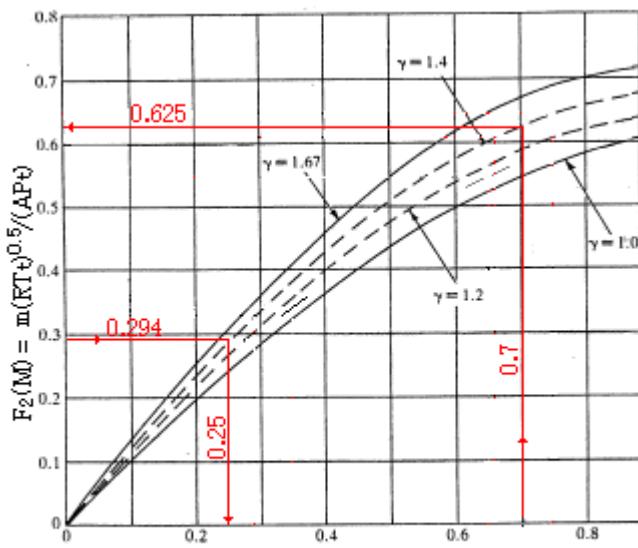


Fig.7.21 Valve total pressure ratios

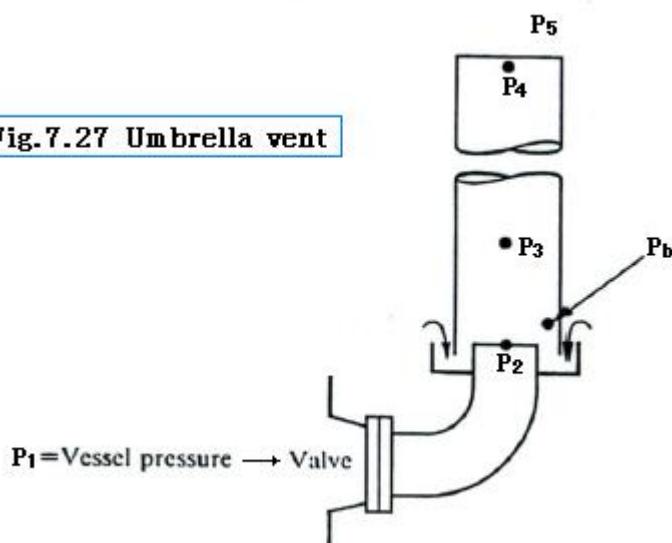
Fig.7.10 Mass flow function $F_2(M)$

例題 6. ベントスタック

Fig.7.27 の配置において最小のベントサイズを求めよ。但し次の条件のもとで過熱蒸気を排出する。

記号	単位	名 称	数 値
P_1	N/m ²	安全弁入口圧力	8.375×10^6
T_t	K	運転蒸気温度	755
m	kg/s	計算流量	8.539
A_2	m ²	弁出口面積	0.01863
L	m	ベントスタック長さ	36.58
P_5	N/m ²	大気圧	0.1014×10^6
f	—	摩擦係数	0.0142

Fig.7.27 Umbrella vent



過熱蒸気なので、比熱比は $\gamma = 1.3$ を採るのが妥当。蒸気のモル重量は 18 なので、
ガス定数 $R = 8314/18 = 462 \text{ J/kgK}$

弁出口でチョーク流れを仮定する。その場合、Fig.7.11において、 $M_2=1$ 及び $\gamma=1.3$ に対し、

$$(7.24) \text{式 } m(RT_t)^{0.5}/(A_2P_2)=1.22$$

故に、 $P_2=m(RT_t)^{0.5}/(A_2 \times 1.22)=8.539x(462x755)^{0.5}/(0.01863x1.22)=0.222x10^6\text{N/m}^2$

弁出口静圧 P_2 が大気圧を越えるので、流れは仮定通りチョークする。

(もしその最大質量流量でチョークフローを仮定して得られる P_2 が大気圧以下なら、(7.23)式における P_2 を P_5 にセットして実際のマッハ数を計算すべきである。)

スタック径を $d_3=0.2073\text{m}$ (標準パイプサイズ)にとると $A_3=A_4=0.0323\text{m}^2$ である。スタック出口でチョークを仮定すると、Fig.7.11 では、 $M_4=1$ 及び $\gamma=1.3$ に対し $m(RT_t)^{0.5}/(A_4P_4)=1.22$ であるから、

$$P_4=m(RT_t)^{0.5}/(A_4 \times 1.22)=8.539x(462x755)^{0.5}/(0.0323x1.22)=0.128x10^6\text{N/m}^2$$

ベント出口静圧 P_4 は P_5 を越えるので、ベント出口でチョークする。

7.7.2 を適用して、 $M_4(=M_2)=1$ であれば、 $X_2=0$ である。また $f=0.0142$ なので

$$fL/D=0.0142 \times 36.58/0.2073=2.506$$

故に $X_1=fL/D+X_2=2.506$ になるので、Fig.7.12 から $M_3=0.4$ が得られる。更に $M_3=0.4$ に対し Fig.7.11 から、 $m(RT_t)^{0.5}/(A_3P_3)=0.46$ であるので、

$$P_3=m(RT_t)^{0.5}/(A_3 \times 0.46)=8.539x(462x755)^{0.5}/(0.0323x0.46)=0.34x10^6\text{N/m}^2$$

ベントサイズの最適化は、ベース圧力 P_b として大気圧以下の圧力を与えるサイズに最も近くて少し大き目の標準パイプサイズを選ぶことである。ベース圧力 P_b は、(7.31)式で与えられる。

$$P_b/P_2=[(A_2/A_3)/\{1-(A_2/A_3)\}(1+\gamma)^{0.5}[(1+\gamma M_3)^2/[M_3\{2+(\gamma-1)M_3^2\}^{0.5}]-1-(\gamma)^{0.5}]$$

この式は $M_2 \geq 1$ を前提としている。 $M_3=0.4$ 、 $A_2=0.01803\text{m}^2$ 、 $A_3=0.0323\text{m}^2$ 、 $\gamma=1.3$ では、 P_b/P_2 は 1 を越える。これは $M_2 < 1$ であって、弁出口でチョークしないことを示している。即ち、 P_b が大気圧 P_5 を越えるので、このベントは小さすぎる。そこでその次に大きい 0.2545m 径(面積 0.0508m^2)のベントについて計算を繰り返す。

ベント出口でチョークすると仮定して

$$P_4=m(RT_t)^{0.5}/(A_4 \times 1.22)=8.539(462x755)^{0.5}/(0.0508x1.22)=0.0813x10^6\text{N/m}^2$$

計算された P_4 が P_5 より小さいので出口はチョークしない。(7.24)式で $P_4=P_5=0.1014x10^6\text{N/m}^2$ とすれば、 $m(RT_t)^{0.5}/(A_4P_4)=8.539(462x755)^{0.5}/(0.0508x0.1014x10^6)=0.98$ であるから Fig.7.11 より $M_4=0.82$ になる。前と同じ手順で

$$(7.26) \text{式より } X_4=0.06 \rightarrow K_i=0.0142 \times 36.58/0.2545=2.04 \rightarrow X_3=2.04+0.06=2.1 \rightarrow$$

$$\text{Fig.7.12 より } M_3=0.42 \rightarrow \text{Fig.7.11 より } m(RT_t)^{0.5}/(A_3P_3)=0.49 \rightarrow P_3=0.203x10^6\text{N/m}^2 \\ \rightarrow (7.31) \text{式より } (P_b/P_2)=0.44$$

故に $P_b=0.44 \times 0.222x10^6=0.09768x10^6\text{N/m}^2$ で大気圧($0.1014x10^6\text{N/m}^2$)より低いので、排気可能である。

蒸気を理想ガスとして扱い、この計算は行われている。この仮定の妥当性は 7.3.3 節によってチェックできる。蒸気の臨界温度は 647K 、臨界圧力は $22.1x10^6\text{N/m}^2$ である。従って

$$T_r=T/T_c=755/647=1.167, P_r=P/P_c=0.222x10^6/22.1x10^6=0.01$$

であるので、手引き・その1の Fig.7.1 からわかるように、殆ど $Z=1$ である。故に上記のような理想ガス計算で差し支えはない。

[以上のベントスタックサイジングについては、【FE-02-TM-003 安全弁ベントスタック径のサイジング方法】で詳述される。]

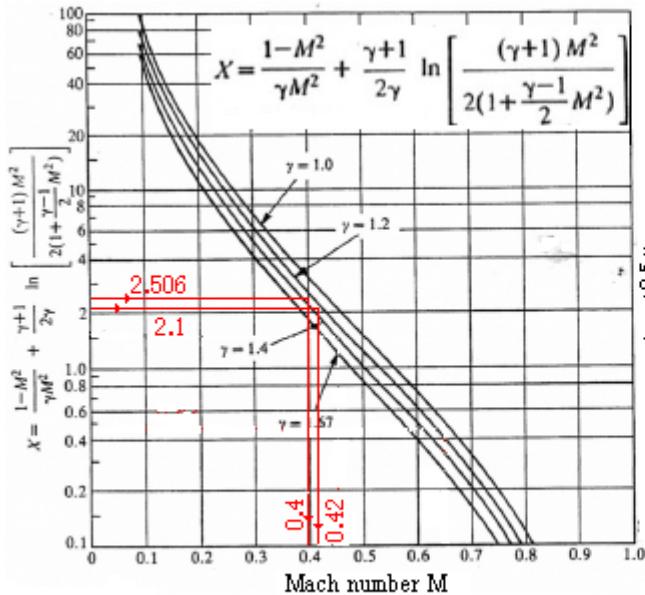


Fig.7.12 Loss Coefficient parameter X

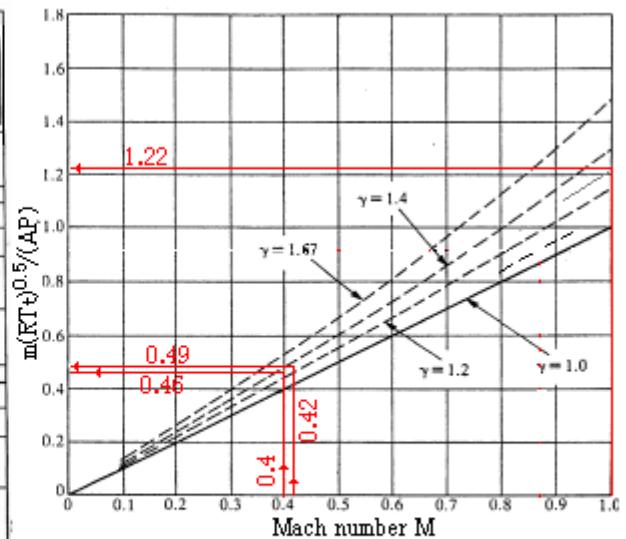


Fig.7.11 Mass flow function $F_3(M)$

例題7 パイプライン

内径 0.334mx100km の天然ガスパイプラインが圧力降下 65bar で運転されている。入口静圧 80bar として、国際ガス連盟の標準状態 (1.01325 bar at 15°C)をもとに、流量(kg/s)(m³/day)を見積もる。その場合、ガスモル重量 20、ガス温度 15°C、絶対粘度 10^{-5} Ns/m² とし、パイプ内面粗さ k を 0.025mm (新しい滑らかな管)と仮定する。

計算のかかりとして、 $R_e=5\times 10^6$ とすれば、管摩擦損失公式より、

$$f = 0.25 / [\log_{10}\{k/(3.7D) + 5.74/R_e^{0.9}\}]^2 = 0.25 / [\log_{10}\{0.25 \times 10^{-4}/(3.7 \times 0.334) + 5.74/(5 \times 10^6)^{0.9}\}]^2 \\ = 0.01186 \approx 0.012$$

(7.38)式を変形して、

$$m = \{AP_2/(RT_t)^{0.5}\} \{1/K^{0.5}\} \{(P_1/P_2)^2 - 1\}^{0.5}$$

ここで、 $A=0.785 \times 0.334^2=0.0876\text{m}^2$ 、 $R=8314/20=416\text{J/kg K}$ 、 $T_t=15+273=288\text{K}$

$$P_1=80\text{bar}=8 \times 10^6 \text{N/m}^2, P_2=15\text{bar}=1.5 \times 10^6 \text{N/m}^2, K=fL/D=0.012 \times 10^5 / 0.334 = 3593$$

であるから、

$$m = \{0.0876 \times 1.5 \times 10^6 / (416 \times 288)^{0.5}\} \{1 / 3593^{0.5}\} \{(8 \times 10^6 / 1.5 \times 10^6)^2 - 1\}^{0.5} = 33.2 \text{ kg/s}$$

m^3/d に変換する。静的状態で

$$P=1.01325 \times 10^5 \text{N/m}^2, T=15^\circ\text{C}=288\text{K},$$

$$\rho=P/RT=1.01325 \times 10^5 / (416 \times 288) = 0.846 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{よって } Q = (33.2 / 0.846) \times 3600 \times 24 = 3.39 \times 10^6 \text{ m}^3/\text{d} (3.39 \text{ Mm}^3/\text{d})$$

レイノルズ数 R_e をチェックする。

$R_e = \rho UD/\mu = \rho U(\pi D^2/4)/\{(\pi D/4)\mu\} = m/(0.785D\mu) = 33.2/\{0.785 \times 0.334 \times 10^{-5}\} = 13 \times 10^6$
管摩擦損失公式に $R_e = 13 \times 10^6$ を代入すると $f = 0.0116 \rightarrow$ 使用している値 0.012 に近い OK

【 補足 説明 】

(補1) (7.32)～(7.36)式の根拠や連関については、説明があいまいで確認が難しい。以下、推測可能な範囲でメモをとておく。

まず質量流量式(7.32)式について。弁メーク資料⁽³⁾によれば亜音速流れの場合、流量係数 C_v は、

$$C_v = \{W/(N_B F_p P_1 Y_b)\} \{T_1 Z/(xM)\}$$

ここで、 W =質量流量(kg/hr)、 N_B =係数(0.948)、 F_p =配管形状係数(=1)、 P_1 =弁入口静圧(kPa)、 T_1 =弁入口静圧(K)、 Z =圧縮係数(通常 1)、 x =圧力比降下係数($=\Delta P/P_1$)、 M =モル重量
 Y_b =膨張係数[$=1-x/(3F_{\gamma}x_T)$]

この式を変形すると、

$$\downarrow \begin{aligned} C_v &= \{W/(0.948P_1Y_b)\} \{RT_1/(8314x)\} \quad \text{但し } R=8314/M \\ W &= 0.948C_vY_bP_1\{8314x/(RT_1)\} \end{aligned}$$

$W \rightarrow 3600m$ 、 $P_1 \rightarrow P_1/1000$ 、 $RT_1=P_1/\rho$ 、 $C_v=A_v/(24x10^{-6})$ とすれば

$$\text{質量流量 } m = 31.63A_vx^{0.5}Y_b(\rho_1P_1)^{0.5} \quad (\text{kg/s})$$

ΔP が大きくなつてチョークすると圧力比降下係数 x は $F_{\gamma}x_T$ (なお $F_{\gamma}=\gamma/1.4$ 、 x_T =限界 x 値) に収束する。関連して $Y_b=1-1/3=0.667$ になる。故に

$$m = 31.63\{0.667(F_{\gamma}x_T)^{0.5}\} [Y_bx^{0.5}/\{0.667(F_{\gamma}x_T)^{0.5}\}] A_v(\rho_1P_1)^{0.5}$$

(7.32)式は $m = 1.67 \times 10^{-2} C_l Y A_v (\rho_1 P_1)^{0.5}$ であるから、もしこれらの式が等価であるなら

$$31.63\{0.667(F_{\gamma}x_T)^{0.5}\} [Y_bx^{0.5}/\{0.667(F_{\gamma}x_T)^{0.5}\}] \rightarrow 1.67 \times 10^{-2} C_l Y$$

である必要がある。 $[Y_bx^{0.5}/\{0.667(F_{\gamma}x_T)^{0.5}\}]$ をみると、チョークの場合、1 に帰るので、これが Y である可能性が大きい(定義ではチョークの場合 1 と記述されている)。さすれば

$31.63\{0.667(F_{\gamma}x_T)^{0.5}\} = 1.67 \times 10^{-2} C_l$ ということになる(これは 7.9.3 の $C_l=40xT^{0.5}$ の関係に符合するが、ただオーダーが合わない。もともとある定数の影響?)。ガスフローファクタ C_l および亜限界ガスフローファクタ Y の定義が明確でなくまた定義式の記述がないのでここまでしかわからないが、(7.32)式は通常使われている流量係数式(→質量流量式)に、多分マッチしていると思われる。

次に手引き・その 1 の 7.7.1 節の質量流れ関数を用いて基準面積を求めてみる。(7.23)式は

$$\downarrow \begin{aligned} F_2(M) &= m(RT_t)^{0.5}/(AP_t) = \gamma^{0.5}M/\{1+(\gamma-1)M^2/2\}^{(\gamma+1)/(2(\gamma-1))} \\ A &= \{m(RT_t)^{0.5}/P_t\}/[\gamma^{0.5}M/\{1+(\gamma-1)M^2/2\}^{(\gamma+1)/(2(\gamma-1))}] \end{aligned}$$

弁絞り部分を考え、流れ断面積 A を絞り断面積 A_a とする。また全圧 P_t は入口側圧損が殆どないので P_{t1} 、全温 T_t は断熱であるから T_{t1} 、 M は絞り部マッハ数 M_a における。 m に(7.32)を代入して、

$$A_a = \{1.67 \times 10^{-2} C_l Y A_v (P_1/P_{t1})(T_{t1}/T_t)^{0.5}/[\gamma^{0.5} M_a/\{1+(\gamma-1)M_a^2/2\}^{(\gamma+1)/(2(\gamma-1))}]\}$$

$(P_1/P_{t1})=\{1+(\gamma-1)M_1^2/2\}^{-\gamma/(\gamma-1)}$ 、 $(T_{t1}/T_t)=\{1+(\gamma-1)M_1^2/2\}$ であるから、

$$A_a = \{1.67 \times 10^{-2} C_l Y A_v \{1+(\gamma-1)M_1^2/2\}^{-(\gamma+1)/(2(\gamma-1))} / [\gamma^{0.5} M_a/\{1+(\gamma-1)M_a^2/2\}^{(\gamma+1)/(2(\gamma-1))}]\}$$

絞り部分でチョークしたとすると $M_a=1$ なので、右辺[]は $[\gamma^{0.5}/\{(\gamma+1)/2\}^{(\gamma+1)/(2(\gamma-1))}]$ となる。

空気試験の結果をベースにするなら $\gamma=1.4$ であり、右辺[]内は 0.6847 になるので、

$$A_a = 24.4 \times 10^{-3} C_l Y A_v \{1+(\gamma-1)M_1^2/2\}^{-(\gamma+1)/(2(\gamma-1))}$$

[これは(7.33)式に該当する。原文の(7.33)式ではチョーク状態を考えており $Y=1$ としている。]

また入口マッハ数 M_1 は通常 0.2 以下であるので、 $\{1 + (\gamma - 1)M_1^2/2\}^{-(\gamma+1)/(2(\gamma-1))}$ は 1 に近い。故に

$$A_a = 24.4 \times 10^{-3} C_l Y A_v$$

ここで Y について考察すると、 Y の定義式とおぼしき $[Y_b x^{0.5}/\{0.667(F_{\gamma} x_T)^{0.5}\}]$ は開口面積比 (A_a/A_1) に近似できると思われる。絞り面積 A_a に対してチョークをもたらす A_1 が対で存在し、 ΔP が小さく圧力比降下率 x が小さい間は分母の A_1 が小さく(流量が低く)、 x が x_T に近づくと A_1 は大きく(流量が高く)なってチョークを起こす。この場合、 $Y=(A_a/A)$ であるから、前式は次のようになる。

$$A_a = 24.4 \times 10^{-3} C_l (A_a/A) A_v \rightarrow A = 24.4 \times 10^{-3} C_l A_v \rightarrow A/A_v = 24.4 \times 10^{-3} C_l$$

ここで、マッハ数が 0.2 未満で非圧縮性で近似できる場合、 $A_v = \rho^{0.5} q / \Delta P^{0.5} \rightarrow \Delta P = \rho q^2 / A_v^2$ で定義できるので、これを圧損係数式 $K = \Delta P / (0.5 \rho u^2) = \Delta P / (0.5 \rho q^2 / A^2)$ に代入して

$$K = 2(A/A_v)^2 \rightarrow (7.34) \text{式}$$

この式に上記の結果を代入すれば、 $K = 2x(24.4 \times 10^{-3} C_l)^2 = 1.2 \times 10^{-3} C_l^2$ が得られる。圧損係数 K は $K = (1 - P_{t2}/P_{t1}) / (1 - P_a/P_{t1})$ で定義されるので、

$$1.2 \times 10^{-3} C_l^2 = (1 - P_{t2}/P_{t1}) / (1 - P_a/P_{t1}) \rightarrow (7.36) \text{式}$$

ここで、 P_a は絞り部の静圧を示している。

チョーク流量は、(7.23)式において $P_t = P_{t1}$ 、 $A = A_a$ 、 $M = M_a$ とし、

$$m = \gamma^{0.5} M_a / \{1 + (\gamma - 1) M_a^2 / 2\}^{(\gamma+1)/(2(\gamma-1))} (A_a P_{t1}) / (R T_t)^{0.5}$$

$m = M_c$ 、 $M_a = 1$ 、 $A_a = 24.4 \times 10^{-3} C_l A_v$ とおいて得られる。即ち

$$M_c = 0.0244 A_v C_l [\gamma^{0.5} / \{1 + (\gamma - 1) / 2\}^{(\gamma+1)/(2(\gamma-1))}] \times \{P_{t1} / (R T_t)^{0.5}\} \rightarrow (7.37) \text{式}$$

(補2) (7.22)式 $P_t/P = \{1 + (\gamma - 1) M^2 / 2\}^{\gamma / (\gamma - 1)}$ で、チョーク条件 $M = 1$ とおいて (P_t/P) を求め、その逆数 (P/P_t) を (P_a/P_{t1}) として、Fig.7.21 から (P_{t2}/P_{t1}) の値を読み取る。この値はチョーク時の全圧比なのでもし実際の (P_{t2}/P_{t1}) がこれを下回れば、当該弁でチョークが起きたことになる。

(補3) 元圧が 10^6Pa に対し、背圧が $1.012 \times 10^5 \text{Pa}$ (大気)であるところから 背圧/元圧 (P_b/P_{t1}) が $1.012/10 = 0.1$ 倍である所から、チョークは確実と思われる。念のため、手引き・その1の(補5)によって計算してみる。(補5)では

$$P^*/P_{t1} = M_1 \{2 / (\gamma + 1)\}^{0.5} [2 / \{(\gamma - 1) M_1^2 + 2\}]^{(\gamma+1)/(2(\gamma-1))} \quad \dots \quad (a)$$

$$K_i = (1/\gamma)(1/M_1^2 - 1) + \{(\gamma + 1)/(2\gamma)\} \ln[(\gamma + 1) M_1^2 / \{2 + (\gamma - 1) M_1^2\}] \quad \dots \quad (b)$$

(b)式において、圧損係数 $K = fL/D = 0.012 \times 100 = 1.2$ であるから $M_1 = 0.485$ になる。これを(a)式に代入すると $P^*/P_{t1} = 0.386$ になる。従って、 $P^*/P_{t1} \leq 0.386$ のときチョークが発生する(なお P^* は管出口端の静圧)。本ケースは $P_b/P_{t1} = 0.1$ であるから、背圧 P_b は十分、 P^* を下回るのでチョークする。

第7章の末尾注記

圧縮性流れの実験は非圧縮性流れのそれよりはるかにややこしい。非圧縮性流れの膨大な実験量に比べて、管路構成要素についての圧縮性流れについての実験は殆どなく、あってもプロジェクトで個別に実施されたもの。Benedict の急拡大要素の圧損係数に関する実験を除けば、圧損係数の確定に必要な実験条件を満足するような実験は見当たらない。以下ここで参照した文献を示す。

BENDS

2. Ward-Smith, A. J., Subsonic adiabatic flow in a duct of constant cross-sectional area.
J. Royal Aeronaut. Soc. (February 1964).
3. Lamb, O. P. and Holdhusen, J. S., Investigation of aircraft ducting components at high subsonic speeds. WADC Technical Report 56-187 (September 1956).

DIFFUSERS

4. Livesey, J. L. and Odukwe, A. O., Some effects of pipe flow generated entry conditions on the performance of straight walled conical diffusers with high sub-sonic entry Mach numbers. *Israel J. Technol.*, 11 (4) (1973).
5. Runstadler, P. W., Straight channel diffuser performance at high inlet Mach numbers. *ASME J. Basic Eng.*, 91 (1969).

ABRUPT EXPANSIONS AND CONTRACTIONS

6. Benedict, R. P., Calucci, N. A. and Swetz, S. D., Flow losses in abrupt enlargements and contractions. *Trans. ASME, J. Eng. Power* (January 1966).
7. Benedict, R. P., *Fundamentals of Pipe Flow*. New York: Wiley (1980), 531 pp.

MISCELLANEOUS

8. Liao, G. S., Analysis of power plant safety and relief valve vent stacks.
Trans. ASME, J. Eng. Power (October 1975).
9. Design and installation of pressure-relieving systems in refineries: Part 1 — Design. API RP520 (1977).
10. ASME Boiler & Pressure Vessel Code, Section VIII, Rules for Construction of Pressure Vessels V.G.—131: Certification of Capacity of Pressure Relief Valves (July 1980).
11. Duxbury, H. A., Relief line sizing for gases, Parts 1 and 2. *Chem. Eng.* (November–December 1979).
12. Duxbury, H. A., Relief system sizing for polymerisation reactors. Symposium on Safe Venting of Chemical Reactors, Institution of Chemical Engineers, Chester (1979).
13. Perry, R. H. and Chilton, C. H. *Chemical Engineers Handbook*. New York: McGraw-Hill (1973).
14. API Technical Data Book: Petroleum Refining, 2nd edition. API (1970).
15. Soave, G., Equilibrium constants from a modified Reallich-Kwang equation of state. *Chem. Eng. Sci.*, 27 (1972).

コメント(by Miller)

- ・文献 2 は、ベンドの圧縮性流れに関する多数の実験結果をレビューしたもの。非圧縮性流れの圧損係数を圧縮性流れ用に補正することで実験データとよい一致がみられることがわかる。ただ、他のデータとの差異があるため文献 3 のデータが用いられていないが、低マッハ数域の精度低下をやむ無しとして短い出口管長を勘案して補正を行えば、計算値と実験値は良く合うと思う。
- ・流体機械(ターボマシーン)の重要性から、圧縮性流れに対するディフューザ性能のスタディは管路の構成要素全体を上回る。しかし非圧縮性流れの場合と同じように研究者間の食い違いが大きい。実験結果では、マッハ数 0.8 まではディフューザ性能への圧縮性の影響は見られない。Salford 大学と Creare の研究成果でも然り。
- ・Benedict の文献 6 は Fig.7.21 のベース。実験結果は、非圧縮性の圧損係数をベースにした圧縮性流れの計算とよく合う。文献 7 は近年の彼らの研究も含めてその成果をまとめたもの。
- ・文献 8 は、前後圧力比が低い弁の、後流配管のサイジングに関するもの。

- ・文献 9 は、圧力レリーフシステムの設計で広く引用されている。その近似計算法はコンピュータ計算に置き換えられる傾向にある。
- ・文献 10 には、理想ガス流れの実ガス補正(圧縮係数)がグラフ化されている(Z-Pr-Tr 線図)。
- ・文献 11 には、ベントの中で反応が進行する恐れのある化学反応器レリーフシステムの設計が議論されている。

TS 作成者 あとがき

ここで扱った Miller テキストの第 7 章は、1989 年改訂であるから情報としては古く、以降 30 年余りの情報が欠如している。しかし工業分野の Basic な知見はこの時期までに出尽くしているように思われるから、本 TS の効能はある程度期待できるのではないかと思っている。確かに、コンピュータ解析が発達し、設計/施工/運転の場から現象論的な議論が影をひそめてしまった現在、Miller のテキストを掘り返して議論を蒸し返しているのは、いかにも奇態である。しかし現実のエンジニアリングの場で繰り返されているのはその蒸し返しに他ならない。更に手引き・その 1/その 2 を拡充しその細部を補足して、手引きから実践に至るまでのソフト化をめざしていきたい。

引用テキスト・文献)

- (1) 【FE-02-IG-001 圧縮性流れへの手引き(by Miller)その 1】
- (2) D. S. Miller 「Internal Flow Systems (second edition)」 7. Compressible Flow
BHRA (Information services)
- (3) 「コントロールバルブサイジングハンドブック」(ニイガタメソソソネーラン(株)技術資料)
- (4) 松尾 「圧縮性流体力学—内部流れの理論と解析」 (理工学社)