

【整番】FE-01-IG-051	【標題】渦および渦運動についての基本事項
分類：流れ(流れ全般)／種別：初心手引き	作成年月：H20.11／改訂：Ver1.1(29.10)
	作成者：N.Miyamoto

(H29.10 全面見直し)

全 12 枚

渦は台風や竜巻あるいは渦潮など自然界にひんばんにみられる現象であるが、工業設備でも決してレアな現象ではない。例えば、ポンプ/送風機などの回転機器、遠心分離機/攪拌槽/サイクロンなどの化工機械では強制的/誘導的に渦を発生させて設備機能としている。また決して意図的ではないが工業設備の流体環境には吸込み渦や後流渦など種々の渦現象が発生して、時にはトラブル種になることがある。従って設備技術者がこれら渦現象について一定の知識や認識を持つことは有益と思われる。

本 TS では渦および渦運動についてごく基本的な事項をまとめてみた。渦現象は広範でかつ複雑であるから、当然この TS はほんの入口にすぎないが、何か工学的なきっかけになれば幸いである。

### 1. 渦現象のプロフィール<sup>(1)(2)(3)(5)</sup>

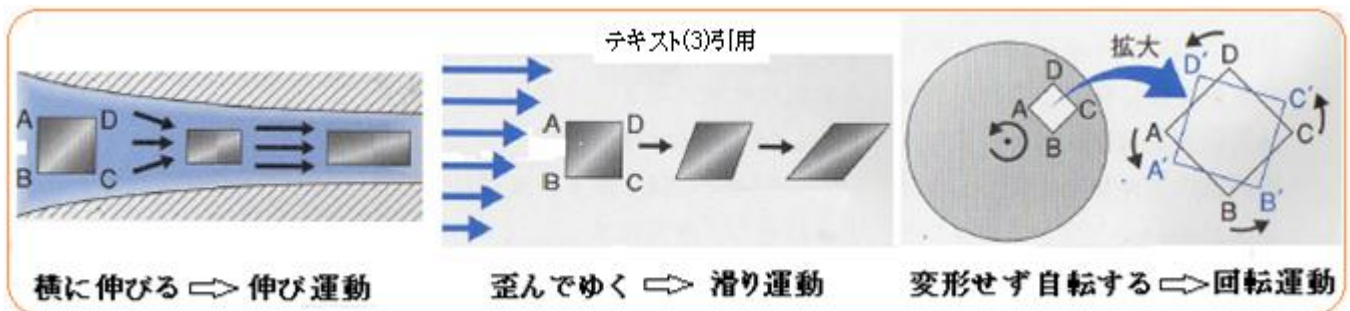
(1) 例えば Wikipedia では、渦は次のように定義されている。

それは回転しかく乱した流体の流れであって、何らかの形で閉じられた流れ線をもった渦巻き運動が渦流れである。ある中心廻りに急激に旋回する流体運動を渦と云う。

とにかく、流体が回転して発生する螺旋状のフローパターンをイメージすればよいと思う。

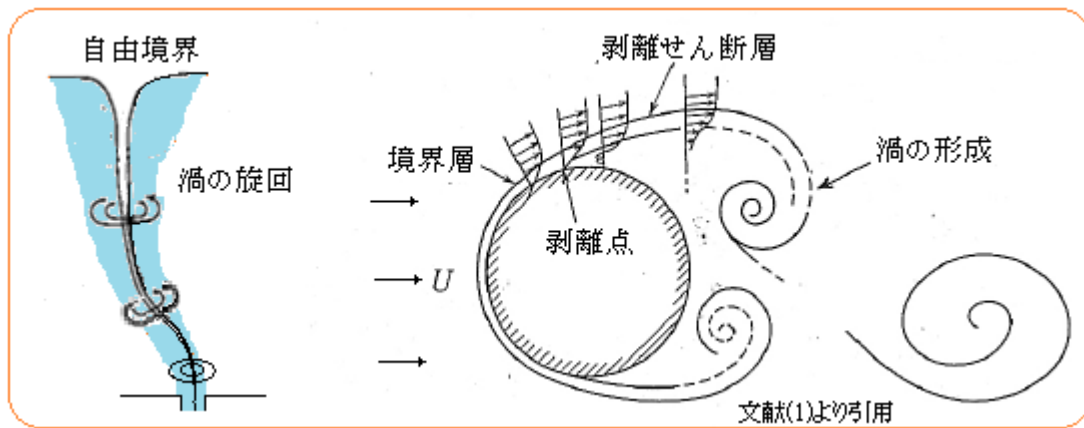
(2) 流体の微少要素部分が流れによってどう変化するか？この流体の運動パターンには下図<sup>(3)</sup>の如く

(a) 全体変形による伸び運動、(b) 歪みによる滑り運動、(c) 剛体変形による回転運動の3つがある。渦はこれら運動全てに関連しているが、特に回転運動に集約される形で進行する。

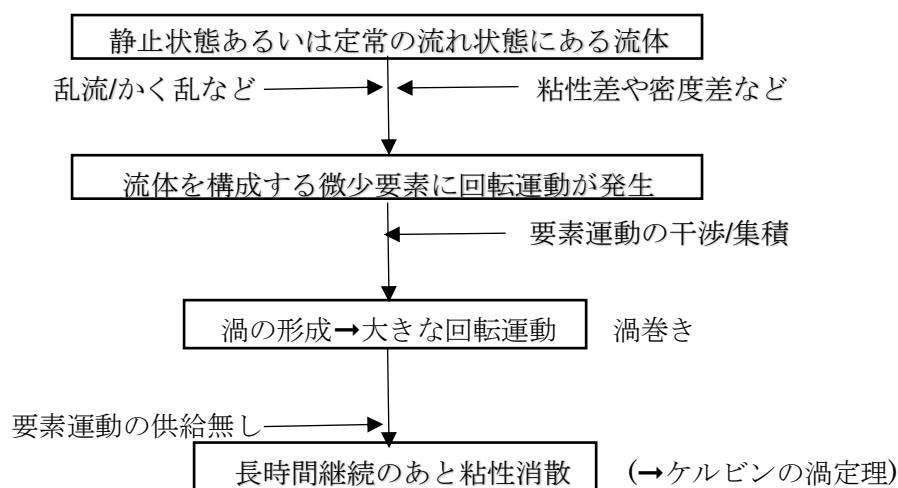


例えば、下図(左)のような流体が容器の底に設けられた孔から流出するケースを考えてみる。この場合、流体各要素は孔位置に向かうにつれてずれを生じ、横方向の運動量によって回転しながら流下する。そして孔に近づくにつれ通路が狭まり、角運動量の保存が効いて回転運動が集積され、その際の強い相互干渉によって一定方向のラセン運動が起こると考えられる。

また、流れの中にある滑らかな物体の背後では下図(右)のような後流渦が派生する。即ち物体表面の境界層が剥離流出して剥離せん断層になり、これが回転して集積し大きな渦になって交互に下流に流れる(いわゆるカルマン渦)。この渦はやがて流体の粘性抵抗によって減衰し非常に緩慢な形で消えてゆく。



これら2つの例からもうかがえるように通常、渦現象の生成消滅は次のようなプロセスをとる<sup>(1)</sup>。



(3) 渦の生成の際し微少流体要素が回転する有様を表わす量として次の渦度(vorticity)  $\omega$  が用いられる。

$$\omega = \text{rot } \mathbf{v}_0 \text{ (あるいは } \text{curl } \mathbf{v}_0) = \nabla \times \mathbf{v}_0$$

$$= [(\partial w / \partial y - \partial v / \partial z), (\partial u / \partial z - \partial w / \partial x), (\partial v / \partial x - \partial u / \partial y)] \quad (3 \text{次元ベクトル})$$

ここで、 $\mathbf{v}_0$  = 微少流体要素の回転速度、 $u, v, w$  = 回転速度  $\mathbf{v}_0$  の各成分、 $x, y, z$  = 要素の各寸法

$\nabla$  (ナブラ) = ベクトル解析の演算子

渦度の物理的な意味は、微少な球状の流体要素が急激に氷結する際、氷結した流体要素が回転しているなら(剛体運動しているなら)、その流体には渦度があるということと理解できる(と云われる)。

渦度  $\omega$  は、その大きさが微少流体要素が自転するときの角速度 ( $\Omega$  = 回転速度/回転半径) の2倍 ( $2\Omega$ ) で、その方向が微少要素の回転軸に一致するベクトル(→擬態的なベクトル)と見なされる。この渦度はあくまで流れを構成する微少流体要素の回転の有様を記述するもので、渦全体の挙動を表わすものではない(→よく誤解されるので注意する)。

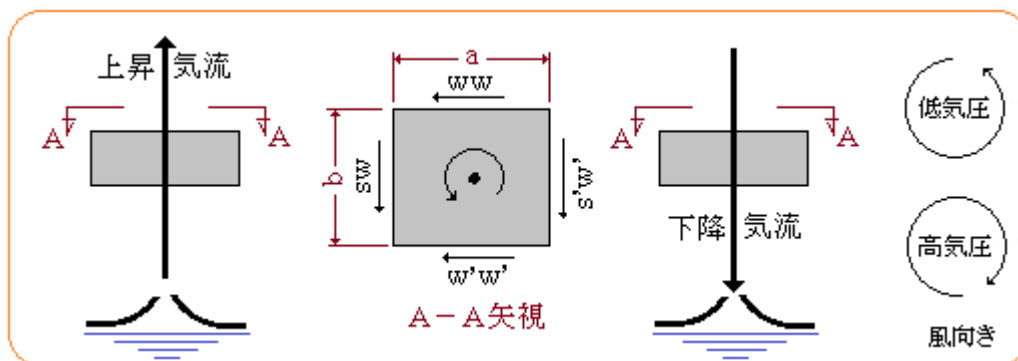
渦度の概念には抽象的な所があってわかりにくい。イメージ的には微少流体要素を思い切って肥大化させて下図のような大気の流れモデル<sup>(2)</sup>を考えれば理解しやすいと思う。この場合、その大きさは

$$\text{鉛直渦度} = (\text{上辺西向きの風速 } \mathbf{w}\mathbf{w} - \text{下辺西向きの風速 } \mathbf{w}'\mathbf{w}') / (\text{縦方向の距離 } b)$$

$$+ (\text{右辺南向きの風速 } \mathbf{s}\mathbf{w} - \text{左辺南向きの風速 } \mathbf{s}'\mathbf{w}') / (\text{横方向の距離 } a)$$

この式の右辺は、例えば  $(\partial w / \partial y - \partial v / \partial z)$  に相当する。なお

鉛直渦度の方向は、低気圧の場合→正(+)即ち上昇気流、高気圧の場合→負(-)即ち下降気流 また渦度ベクトル軸の回転は、低気圧の場合→左回転(反時計回り)、高気圧の場合→右回転(時計回り)になる。なおこれらは南半球では逆になる。



前項でも述べたように通常の流れでは個々の微小流体要素の渦度は小さいが、これが集積して合体すると大きな流体塊の回転運動に成長する。これはもはや渦度ではなく渦そのものである。

## 2. 渦の構造および形態<sup>(1)~(5)</sup>

(1) 実際の渦の構造や形態は様々であるが、一般的な渦の構造には次のような基本形態が含まれる。

渦線：渦度ベクトルの流れを流線のように追ってつないだもの。

渦管：流れの中にある閉曲線上を通る渦線によってできる曲面を云う。

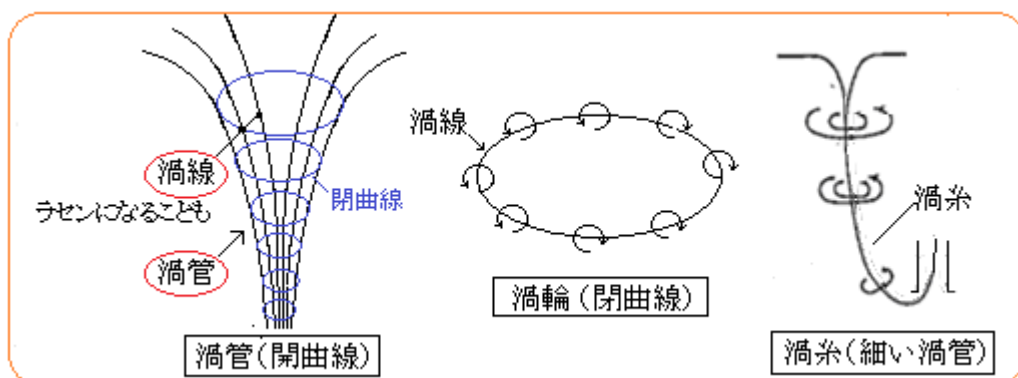
渦糸：渦管の断面を無限小にしたもの、極端には一本の渦線に帰着する。

渦輪：渦糸/渦線が閉曲線上になったもの。

通常、渦管や渦糸は流体内部で途切れることなく、次の何れかの形状に収まる。

【流体領域の境界まで伸びる】 or 【閉曲線となって渦輪を作る】

前者については、例えば貯水槽の水面からポンプ吸込みノズルまで伸びる吸込み渦が然り。後者については、例えば落下した水滴の周囲に円弧となって広がる水紋が然り。いわゆる自由渦は渦輪の一種と考えていいと思う。



(2) 因みに渦管や渦糸にはかなりの強弱があり、それらは下記で定義される循環でカウントできる<sup>(6)</sup>。

渦管の強さ： $\Gamma = \oint_{\partial S} \mathbf{u} \cdot d\mathbf{s} = \int_S \boldsymbol{\omega} \cdot d\mathbf{S}$ 、渦糸の強さ： $\Gamma = \sigma \omega$

ここで  $\Gamma$  = 循環、 $\oint$  = 循環積分、 $\mathbf{u}$  = 微小要素の回転速度(ベクトル)、 $\boldsymbol{\omega}$  = 渦度(ベクトル)、 $d\mathbf{s}$  = 閉曲線  $\partial S$  の線要素(ベクトル)、 $d\mathbf{S}$  = 閉曲線  $\partial S$  で囲われる面要素(ベクトル)、 $\sigma$  = 渦糸の断面積、

(3) 渦現象は個々に議論されることが多く、渦の形態的な分類は一般的ではない。強いて挙げれば

①自由渦、②強制渦、③ランキン渦、④流れ渦、⑤特殊渦

ではないかと思う。①～③、は実際の複雑な渦構造を十分に広い静止流体中に1個の渦が存在するものとしてモデル化したもの。①と②は渦運動の最もポピュラーな基本パターンで、③はこれらを組み合わせたものである。④の流れ渦(仮称)は、例えば吸込み渦、剥離渦や後流渦あるいは対流渦などを云う。⑤の特殊渦は、テラー渦など特殊な状況で生じるもの。⑤以外については次項以下で詳しく記述するものとし、ここでは①～③について軽く触れておく。

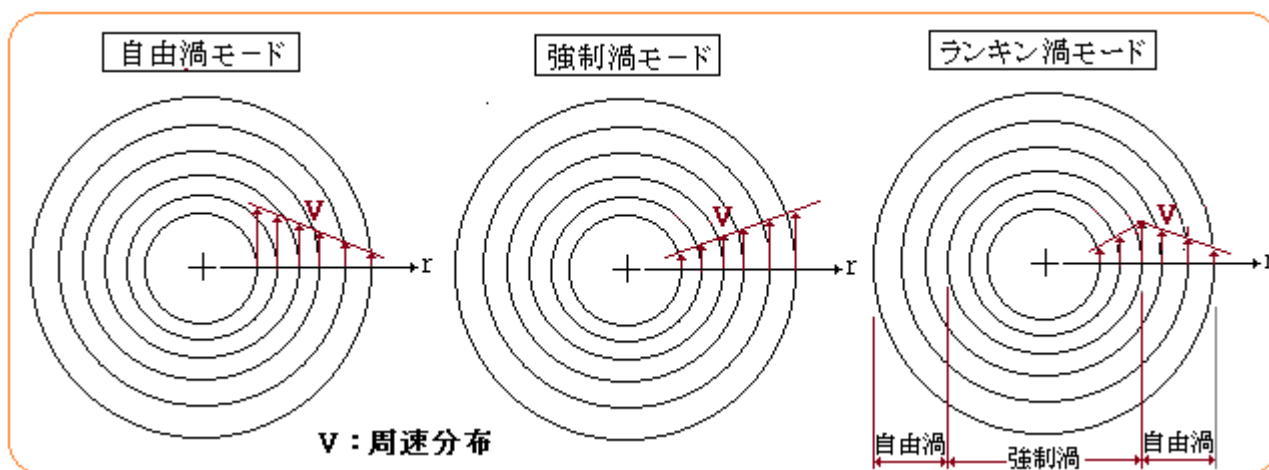
自由渦、強制渦およびランキン渦を何れも浅い窪みを持った渦輪とみなすと、その平面は下図のようになる。図からわかるように速度(周速)分布が異なっている。自由渦の場合、その最大は内側にあり渦中心から離れるほど減少する。強制渦の場合はその最大は外周にあり渦中心から離れるほど増加する。一方、ランキン渦では中間に最大があり、この最大周の内側では中心に向かって減少、外側では外周に向かって減少するので、ちょうど内側に強制渦、外側に自由渦を組み合わせた形になる。これら渦パターンの例としては次のようなものがある。

自由渦：渦巻ポンプケーシング内流れ、サイクロン集塵機内の流れなど

強制渦：締切り時の渦巻ポンプケーシング内の流れ、遠心分離機内の流れなど

ランキン渦：台風、鳴門の渦潮、攪拌槽内の渦、水槽排水口の渦(→バスタブ渦)など

実際の自然渦には、自由渦と強制渦を組み合わせたランキン渦が多いようである。

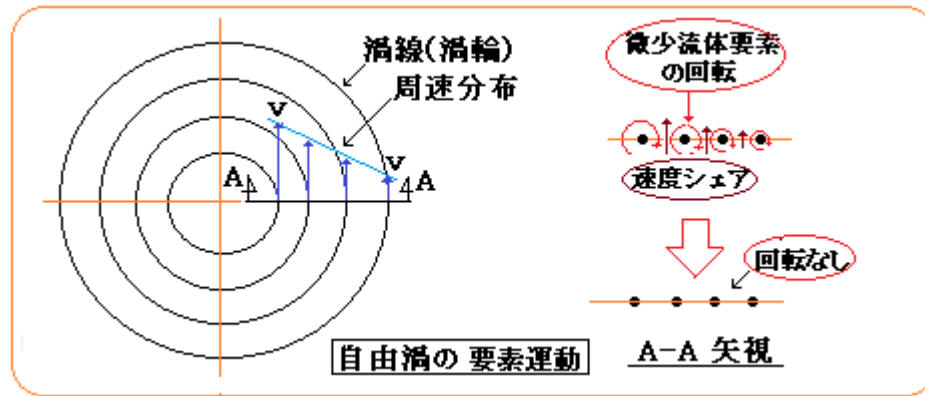


### 3. 自由渦の特性について<sup>(1)(2)</sup>

(1) 自由渦は外力の影響がなく自然発生的である。その特性は以下の通り

- (a) 渦度零である、すなわち渦度無し
- (b) どの位置の、どの渦線の全水頭も等しい。
- (c) 強制渦と違って渦輪の周速(回転速度)は半径に反比例する。

(a)について。自由渦の渦度 $\omega$ 零すなわち渦度無しになる理由については、流体力学による複雑な説明が必要になるためなのか文献類でも余り理論的な説明がなされていない。ここではその理由を次のように推測しておく(数理的な追求は追って)。



一般的な自由渦は渦輪状の渦線が平面的に密接に集合したものと見ることができ、渦線は周方向に角速度  $\omega_r (=v/r)$  で回転しているが、自由渦では  $v \cdot r = C$  (一定) の関係があるので  $\omega_r = C/r^2$  となり角速度は半径  $r$  の二乗に反比例して減少し半径  $r$  のみで大きさが決まることになる。これは角速度  $\omega_r$  には渦線上にある微少流体要素の回転運動の影響が含まれていないことを意味する、即ち

微少流体要素の回転運動が要素廻りの速度シエア(各渦線間の粘性摩擦)によって拘束されて、微少流体要素は回転零の状態にある

と考えられる。微少流体要素の回転がなければ自由渦の渦度は零になると考えられる。自由渦は渦であって渦度のない、多分に特異な渦ということになる。

(b)について。流体力学では連続条件が満足されて渦度が零であるとき、完全流体のオイラーの運動方程式が成立して次の拡張ベルヌーイ式が成立する(別途 TS【FE-01-TG-001】を参照されたし)。

$$(\partial \Phi / \partial t) + p / \rho + v^2 / 2 + gz = \text{const. (一定)}$$

定常流れでは非定常項  $(\partial \Phi / \partial t)$  は無視されるので、

$$p / \rho + v^2 / 2 + gz = \text{一定} \quad \text{or} \quad p / \gamma + v^2 / (2g) + z = \text{一定}$$

この式は管路流れで用いる一般のベルヌーイ式に同じである。しかし一般のベルヌーイ式が連続条件(質量保存則)を満たす流路あるいは流線に限って成立するのに比べ、自由渦のどの部分でも成立することになる。

(c)について。上記の結果  $[p / \rho + v^2 / 2 + gz = \text{一定}]$  を  $r$  について微分すると、

$$(1 / \rho) (\partial p / \partial r) + v (\partial v / \partial r) = 0$$

後述の渦運動の基本式  $dp/dr = (\partial p / \partial r) = \rho (v^2 / r)$  をこれに代入し整理すると

$$v/r + (\partial v / \partial r) = \partial(vr) / \partial r = 0 \rightarrow vr = C(\text{一定}) \rightarrow v = C/r$$

従って、周速  $v$  は半径  $r$  に反比例することになる。

(2) 自由渦の挙動を表わす特性式としては以下のようなものが挙げられる(各詳細は次項以下に示す)。

- ① 渦運動基本式:  $(dp/dr) = \rho (v^2/r)$  &  $(dp/dz) = -\rho g$
- ② 速度分布式:  $rv = C(\text{定数})$
- ③ 圧力分布式:  $(p - p_0) / \rho = -(1/2)(C^2/r^2) - gz + gz_0$
- ④ ベルヌーイ式:  $p / \rho + v^2 / 2 + gz = p_0 / \rho + gz_0(\text{一定}) = gH$
- ⑤ 液表面形状式:  $z = z_0 - \{1/(2g)\}(C^2/r^2)$

ここで  $p$ =圧力(N/m<sup>2</sup>)、 $p_0$ =自由表面圧力(N/m<sup>2</sup>)、 $\rho$ =密度(kg/m<sup>3</sup>)、 $g$ =重力加速度(m/sec<sup>2</sup>)、  
 $z$ =高さ位置(m)、 $z_0$ =Max 液面高さ(m)、 $r$ =半径位置(m)、 $v$ =渦の回転速度(周速)(m/s)  
 $H$ =全水頭(m)、 $C$ =渦の強さ(m<sup>2</sup>/s)、

(3) 特性式①の渦運動基本式について。①は自由渦のみならず、強制渦でも成立する(共通式である)。まず流体要素を剛体と見なして下図(a)のような回転運動を考える。この場合、位置成分は、

$$x=r \cos \omega_r t, y=r \sin \omega_r t \quad (\text{ここで } \omega_r=\text{角速度、} t=\text{時間})$$

速度成分と加速度成分はこれらを微分して

$$x'=-r \omega_r \sin \omega_r t, y'=r \omega_r \cos \omega_r t \quad \& \quad x''=-r \omega_r^2 \cos \omega_r t, y''=-r \omega_r^2 \sin \omega_r t$$

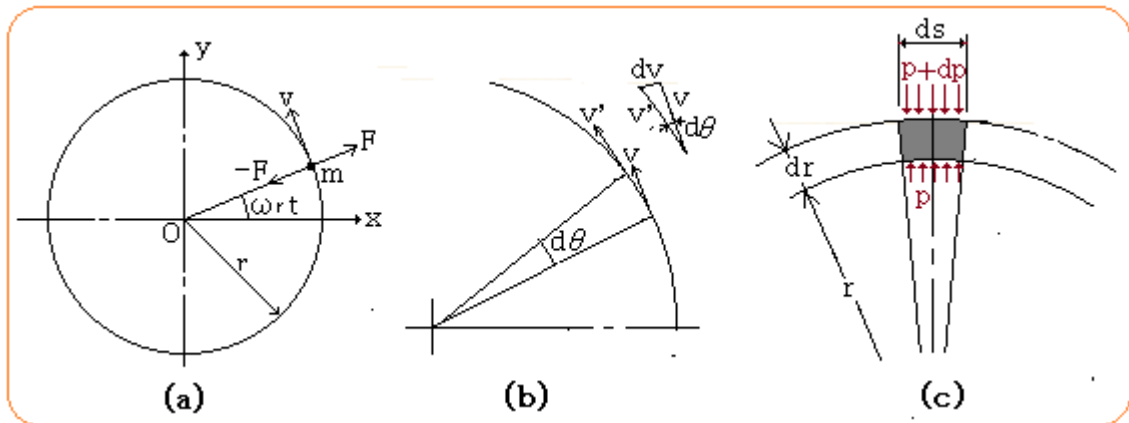
$\omega_r=v/r \rightarrow v=r \omega_r$ なので、合成の加速度  $a$  は  $a=(x''^2+y''^2)^{0.5}=r \omega_r^2=v \omega_r=v^2/r$  になる。

あるいは下図(b)のように考えると、加速度は  $a=\Delta v/\Delta t$  で与えられる。ここで  $v=v'$ なので、速度増分は  $dv=v \Delta \theta$  であるから  $a=\Delta v/\Delta t=v \Delta \theta/\Delta t=v \omega_r=v^2/r$  が得られる(結果的に上記と同じ)。

この加速度  $a$  は遠心加速度(あるいは求心加速度)であるから、下図(c)のような渦の中の微小要素を取り出すと、半径方向の力のバランスは、

$$pds-(p+dp)ds+F=dpds+(mv^2/r)=0$$

$m=\rho drds$  であるから、これを整理して渦運動の基本式  $dp/dr=\rho(v^2/r)$  が得られる。



また位置ポテンシャルと圧力の関係は、速度(周速)零の位置で

$$p-p_0=-(\gamma z-\gamma z_0) \rightarrow dp/dz=-\rho g$$

ここで、 $p$ =ポテンシャルによる圧力(N/m<sup>2</sup>)、 $p_0$ =自由表面圧力(N/m<sup>2</sup>)、 $\gamma$ =比重量(kg/m<sup>3</sup>)、

(4) 特性式②の速度分布式について。自由渦の周速分布の導入については前(1)項の(c)で説明の通り。因みに  $rv=C$  は渦線上の流体要素の角運動量が一定であることを意味する。回転中心から  $r$  の位置に運動量  $mv$  があるとき、その運動量のモーメントの時間変化は

$$D(r \times mv)/dt = mv_x(dr/dt) + r \times (dmv/dt) = r \times (dmv/dt) = rF \quad (m=\text{要素質量})$$

$F$ =運動量  $mv$  の変化に伴う力で、 $rF$  は回転トルクである。自由渦は回転対称で、強制外力はないので、 $rF$  は一定になり、 $rF=rmv=m(rv)=\text{一定} \rightarrow rv=\text{一定}$  となる。すなわち、自由渦運動は角運動量一定の回転運動ということになる。

(5) 特性式③の圧力分布式について。圧力分布式はペアになった渦運動基本式を積分して得られる。

即ち下図の自由渦モデルで、周速が零になる最外周に着目してポイント1-2-3をとると

$$\text{ポイント 1-2: } dp = -\rho g dz \rightarrow \int_{p_0}^{p_2} dp = -\rho g \int_{z_0}^z dz \rightarrow p_2 - p_0 = -\rho g z + \rho g z_0$$

$$\text{ポイント 2-3: } dp = \rho (v^2/r) = (\rho C^2/r^3) dr \rightarrow \int_{p_2}^p dp = \int_{\infty}^r (\rho C^2/r^3) dr$$

$$\rightarrow p - p_2 = -(1/2)(\rho C^2/r^2)$$

両者を合算して、圧力分布式  $(p - p_0)/\rho = -(1/2)(C^2/r^2) - g z + g z_0$  が得られる。なおポイント2-3では速度分布  $rv = C$  を用いている。

(6) 特性式④のベルヌーイ式について。上記の結果を整理し  $C = rv$  とすると

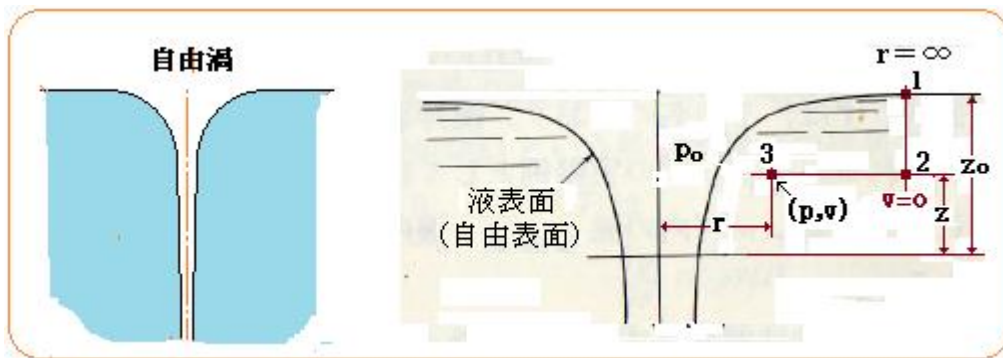
$$p/\rho + v^2/2 + g z = p_0/\rho + g z_0 (=gH)$$

即ちベルヌーイ式が得られる。右辺は自由表面の定数値で、Hはいわゆる全水頭(一定)である。

(7) 特性式⑤の液表面形状式について。圧力分布式において  $p = p_0$  とおけば、

$$(p_0 - p_0)/\rho = -(1/2)(C^2/r^2) - g z + g z_0 \rightarrow z = z_0 - \{1/(2g)\}(C^2/r^2)$$

渦中心  $r=0$  では  $z = -\infty$  に、 $r = \infty$  では  $z = z_0$  になる。



#### 4. 強制渦の特性について<sup>(1)(2)</sup>

(1) 強制渦は外力に支配され多分に人工的なものである。その特性は以下の通り

- (a) 自由渦と違って渦度有りになる。
- (b) 同一半径の渦輪(同一渦線)上にある限り各位置の全水頭は等しくなる。
- (c) 全ての位置で渦の角速度は一定で、渦線の周速(回転速度)は半径に比例して増加する。

(a)について。自由渦では渦回転速度の減少によって微少流体要素の回転は制止されたが、強制渦では半径が増すにつれ回転速度は増加して微少要素の回転は拘束されないためある渦度が存在する。その渦度  $\omega$  は微少流体要素の回転角速度  $\Omega$  の2倍、そして渦回転角速度  $\omega_r$  の2倍の大きさを持つので、渦線上にある微少流体要素が1回だけ自転する間に、その要素は渦線(→渦輪)上を1回だけ公転することになる。

(b)について。渦度があると完全流体のオイラーの運動方程式は存在せず、拡張ベルヌーイ式は成立しない。全水頭一定は同じ半径  $r$  の渦線(渦輪)にある場合に限り成り立つ(詳しくは後述)。

(c)について。強制外力によって渦回転するので自由渦と違って渦の角速度  $\omega_r$  は一定に保たれる。

(2) 強制渦の挙動を表わす特性式としては以下のようなものが挙げられる(各詳細は次項以下に示す)。

① 渦運動基本式： $dp/dr = \rho(v^2/r)$  及び  $dp/dz = -\rho g$   
 ② 速度分布式： $v = r\omega_r$  (但し  $\omega_r = \text{一定}$ )  
 ③ 圧力分布式： $(p-p_0)/\rho = (1/2)(r^2\omega_r^2) - g z + g z_0$   
 ④ ベルヌーイ式： $p/\rho + v^2/2 + g z = p_0/\rho + r^2\omega_r^2 + g z_0 = gH$   
 ⑤ 液表面形状式： $z = z_0 + (1/2)(r^2\omega_r^2/g)$

ここで  $p$ =圧力(N/m<sup>2</sup>)、 $p_0$ =自由表面圧力(N/m<sup>2</sup>)、 $\rho$ =密度(kg/m<sup>3</sup>)、 $g$ =重力加速度(m/sec<sup>2</sup>)、  
 $z$ =高さ位置(m)、 $z_0$ =Min.液面高さ(m)、 $r$ =半径位置(m)、 $H$ =全水頭(m)  
 $v$ =渦の回転速度(周速)(m/s)、 $\omega_r$ =渦の角速度(rad./s)、

(3) 特性式①②について。渦運動の基本式については全く自由渦と同じ。速度分布式については回転運動の一般式の通り。ただ、渦の角速度が一定に保たれるので、周速( $v$ )  $\propto$  位置半径( $r$ ) の関係になり位置半径が大きくなるほど周速は増加する。

(4) 特性式③について。自由渦と同様に、圧力分布式は渦運動基本式を積分して得られる。即ち下図の強制渦モデルにおいて、周速が零になる渦中心に着目しポイント1-2-3をとると

$$\text{ポイント 1-2: } dp = -\rho g dz \rightarrow \int_{p_0}^p dp = -\rho g \int_{z_0}^z dz \rightarrow p_2 - p_0 = -\rho g z + \rho g z_0$$

$$\text{ポイント 2-3: } dp = \rho(v^2/r) = \rho(r\omega_r^2) dr \rightarrow \int_{p_2}^p dp = \int_0^r (\rho r \omega_r^2) dr$$

$$\rightarrow p - p_2 = (1/2)(\rho r^2 \omega_r^2)$$

両者を合算して、圧力分布式  $(p-p_0)/\rho = (1/2)(r^2\omega_r^2) - g z + g z_0$  が得られる。なおポイント2-3では速度分布  $v = r\omega_r$  を用いている。

(5) 特性式④について。ベルヌーイ式左辺  $p/\rho + v^2/2 + g z$  に、③の圧力分布式を代入すると

$$p/\rho + v^2/2 + g z = (1/2)(r^2\omega_r^2) - g z + p_0/\rho + g z_0 + v^2/2 + g z = gH$$

$$\rightarrow p/\rho + v^2/2 + g z = p_0/\rho + (1/2)(r^2\omega_r^2) + v^2/2 + g z_0 = gH$$

ここで  $v = r\omega_r$  を右辺に代入して次のベルヌーイ式が得られる。

$$p/\rho + v^2/2 + g z = p_0/\rho + r^2\omega_r^2 + g z_0 (=gH)$$

$p_0, \rho, \omega, g, z_0$  は一定なので左辺が一定になるには、位置半径  $r$  が一定にならなければならない。これは2つの任意の位置1,2の間で  $p_1/\rho + v_1^2/2 + g z_1 = p_2/\rho + v_2^2/2 + g z_2$  の関係が成立するには、2つの位置の半径  $r$  が等しくなければならないことを意味する。即ち2つのポイントは同じ渦輪の上にあるか、あるいは違った渦輪でも半径の等しい渦輪の上にならなければならないということになる。

(6) 特性式⑤の液表面形状式について。圧力分布式において  $p = p_0$  とおけば、

$$p_0 = (1/2)(r^2\omega_r^2) - \rho g z + p_0 + \rho g z_0 \rightarrow z = z_0 + \{1/(2g)\}(r^2\omega_r^2)$$

$r=0$  では  $z = z_0$ 、 $r=\infty$  では  $z = +\infty$  になる。

## 5. ランキン渦の特性について<sup>(1)(3)(5)</sup>

(1) ランキン渦はランキンの組合せ渦とも呼ばれるように強制渦と自由渦の組み合わせから構成されて



いる。前にも述べた通り、渦度分布が一様な内側部分(強制渦域)とその外側の渦無し部分(自由渦域)からなる渦で、竜巻や台風と云った巨大な自然渦からバスタブの排水口廻りの渦まで大小様々である。例えば、テキスト(3) はランキン渦のプロフィールを次のように説明している。

“台風の風の強さの分布を見てみると、台風の風はその眼の部分を除いて中心廻りで最も強く離れるに従って弱くなっています。中心からある距離までは風速は中心からの距離に比例しそれより外では風速は中心からの距離に反比例しています。このような渦をランキンの複合渦といいます。これは回転の中心から一定の距離の回転は剛体回転になっており、その外では非剛体回転になっているからです。剛体回転とはコンパクトディスクのように変形することのない物体が回転しているような状態です。非剛体回転の部分では剛体回転に引きずられて回転していますから回転の外に行くほど回転角速度が小さくなります。”

(2) 渦としての特性は強制渦と自由渦の両者が内外のエリアで並立することになる。従って特性式もエリアで棲み分けということになるが、そのエリア境界で等しくなるので速度/圧力/液表面の特性式は次のように表わすことができる(詳しい説明は次項以下)。

① 速度分布式：	$r \leq a$ にて $v = r\omega_r$	$r > a$ にて $v = \omega_r a^2/r$
② 圧力分布式：	$r \leq a$ にて $p = (1/2)(\rho r^2 \omega_r^2) - \rho g z + p_0 + \rho g z_{min}$	$r > a$ にて $p = (1/2)(\rho a^2 \omega_r^2)(2 - a^2/r^2) - \rho g z + p_0 + \rho g z_{min}$
③ 液表面形状式：	$r \leq a$ にて $z = z_{min} + (1/2)(r^2 \omega_r^2/g)$	$r > a$ にて $z = z_{min} + (1/2)(r^2 \omega_r^2/g)(2 - a^2/r^2)$

ここで  $p$ =圧力(N/m<sup>2</sup>)、 $p_0$ =自由表面圧力(N/m<sup>2</sup>)、 $\rho$ =密度(kg/m<sup>3</sup>)、 $g$ =重力加速度(m/sec<sup>2</sup>)、  
 $z$ =高さ位置(m)、 $z_{min}$ =Min.液面高さ(m)、 $r$ =半径位置(m)、 $a$ =内外境界位置(m)  
 $v$ =渦の回転速度(周速)(m/s)、 $\omega_r$ =強制渦の角速度(rad./s)、

(3) 特性式①について。 $r \leq a$  では強制渦の場合の  $v = r\omega_r$  になる。また内外境界では  $r = a$ 、 $v = a\omega_r$  であるから、 $r > a$  における自由渦の特性式  $rv = C$  は  $a^2\omega_r = C$  となる。従って  $r > a$  では  $v = C/r = \omega_r a^2/r$  になる。

(4) 特性式②について。 $r \leq a$  では、強制渦の圧力分布そのものになる(ただし  $z_0 \rightarrow z_{min}$ )。即ち

$$(p - p_0)/\rho = (1/2)(r^2 \omega_r^2) - g z + g z_0 \rightarrow p = (1/2)(\rho r^2 \omega_r^2) - \rho g z + p_0 + \rho g z_{min}$$

$r > a$  では、自由渦の圧力分布に補正  $A$  を加えた圧力分布を仮定する(ただし  $z_0 \rightarrow z_{max}$ )。

$$(p - p_0)/\rho = -(1/2)(C^2/r^2) + A - g z + g z_0 \rightarrow p = -(1/2)(\rho C^2/r^2) + A - \rho g z + p_0 + \rho g z_{max}$$

ここでは  $C = a^2\omega_r$  であるから、この式は  $p = -(1/2)(\rho a^4\omega_r^2/r^2) + A - \rho g z + p_0 + \rho g z_{max}$  になる。

$r = a$  で、これら 2 つの  $p$  式の右辺が等しくなるとすれば、

$$(1/2)(\rho a^2 \omega_r^2) - \rho g z + p_0 + \rho g z_{min} = -(1/2)(\rho a^4 \omega_r^2/a^2) + A - \rho g z + p_0 + \rho g z_{max}$$

$$\rightarrow A = (\rho a^2 \omega_r^2) - \rho g z_{max} + \rho g z_{min}$$

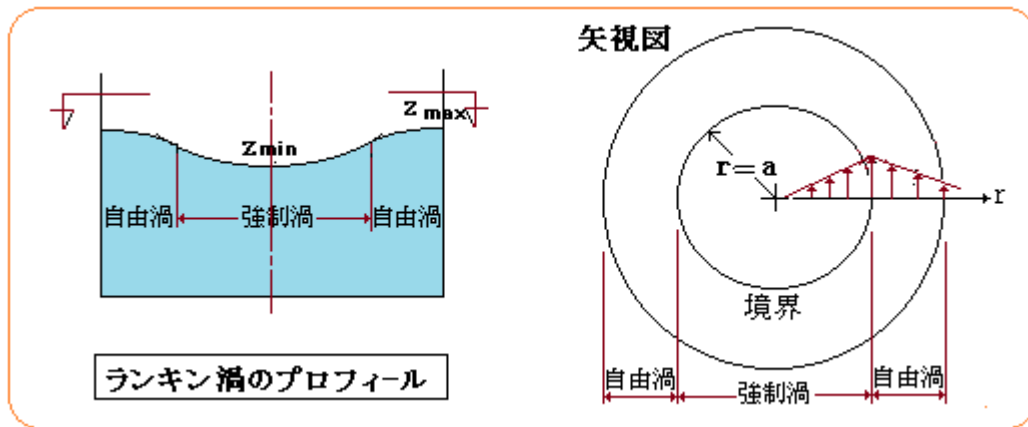
従って、 $r > a$  では補正  $A$  を  $p = -(1/2)(\rho a^4 \omega_r^2/r^2) + A - \rho g z + p_0 + \rho g z_{max}$  に代入して、

$$p = (1/2)(\rho a^2 \omega_r^2)(2 - a^2/r^2) - \rho g z + p_0 + \rho g z_{min}$$

(5) 特性式③について。 $p = p_0$  とおいて整理すると

$$r \leq a \text{ では } (1/2)(\rho r^2 \omega^2) - \rho g z + \rho g z_{\min} = 0 \rightarrow z = z_{\min} + (1/2)(r^2 \omega^2 / g)$$

$$r > a \text{ では } (1/2)(\rho a^2 \omega^2)(2 - a^2/r^2) - \rho g z + \rho g z_{\min} = 0 \rightarrow z = z_{\min} + (1/2)(r^2 \omega^2 / g)(2 - a^2/r^2)$$



## 6. 流れ渦について<sup>(1)(5)(6)</sup>

(1) 自由渦、強制渦およびランキン渦を”基本渦”とすれば、流れ渦(仮称)すなわち流れの中にできる渦は”応用渦”とも呼べる。パターンのあるがダイナミックで、基本渦などの特性が複雑に入り乱れているような印象がある。そのため系統だって分類しにくい、代表的なものを下図にピックアップしてみた。以下この図例を用いて流れ渦のプロフィールを与えてみたい。

(2) (A)～(B)は外部流れのときにおける渦現象即ち後流渦を描写している。

(A) → 一様な流れ場にある円柱の後にできる交互渦いわゆるカルマン渦を示す。

(B) → 一様な流れ場にある傾斜ベーンの後に見える不安定な後流渦の振れを示す。

(C) → 一様な流れ場にある三角形断面の後にできるカルマン渦を示す。

(D) → 向かい風を受けるタンク車の後にできる不安定な後流渦の振れ回りを示す。

(3) (E)～(K)は内部流れの中における渦(eddy)の様子を描写している。

(E) → 拡がり部分の肩先に渦ができる様子を示す。急拡になるほど大きい。

(F) → 管から空間に流体が吹き出し渦巻く様子を示す。低レイノルズ数で顕著にできる。

(G) → 直角曲がりあるいは曲げ角度不足のコーナーに派生する渦巻きの様子を示す。

(H) → オリフィスの孔廻りの淀みにできる渦巻きの様子を示す。急拡になるほど大きい。

(I) → ノズル入口の縮流部分に起きる渦巻きの様子を示す。

(J) → 流路部分から外れた淀み部分に見える波と渦の様子を示す。

(K) → 容器排水口の廻りに生じる渦(バスタブ渦)の様子を示す。

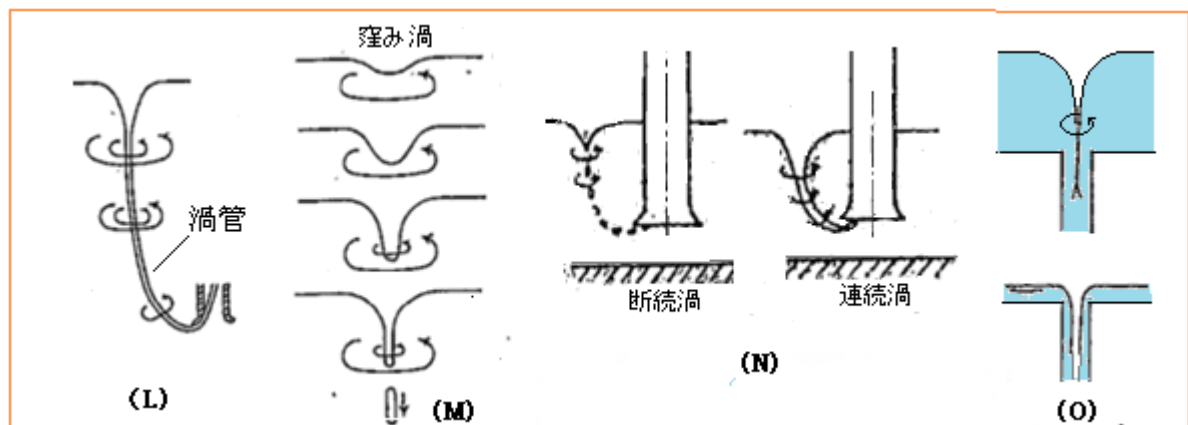
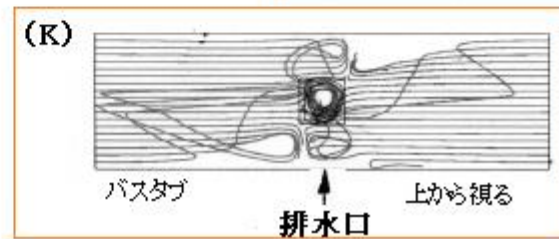
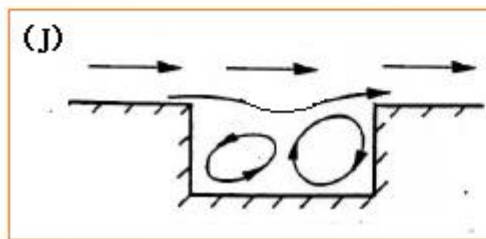
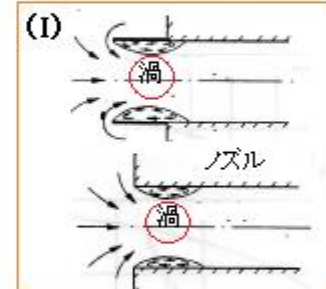
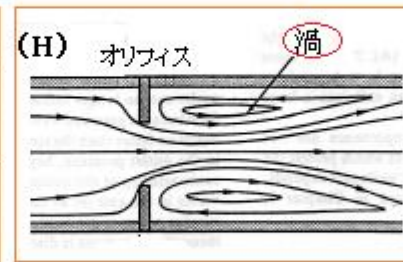
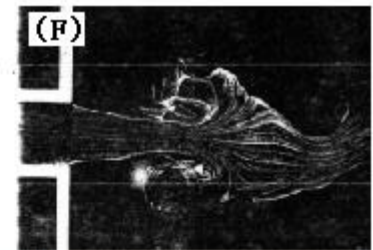
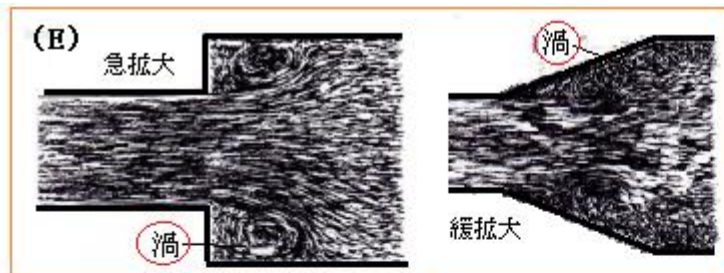
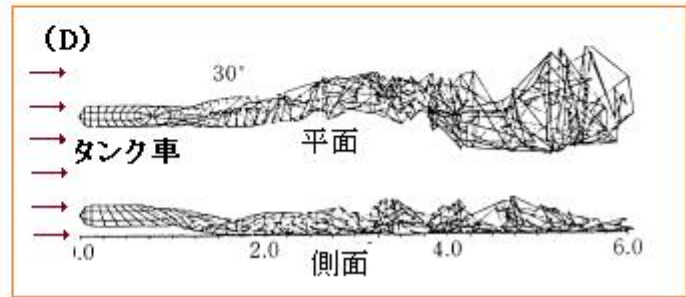
多くの場合、渦は回流渦になって渦内部で負圧になり、流路をふさいで高速の偏流を起こす。また比較的低い周波数が派生する。そのため、キャビテーション、エロージョン/コロージョン、高サイクル疲労、低周波騒音、あるいは流量分配不良やオーバーヒートなどの原因になる。

(4) (L)～(O)は、槽/ポンドなどで起きる空気吸込み渦の様子を描写している。いずれも渦巻いている。

(M) → 表面渦ができて成長し、断続的な流出渦になる様子を示す。

(L)(N) → ポンプ吸込み管など垂直上向き管に向かう渦管の様子を示す。

(O) → 鉛直下向きの排水口に向かう渦管の様子を示す。



### あとがき

以上、渦現象のプロフィールと基本渦(自由渦/強制渦/ランキン渦)の特性について、一般に知られている事象をまとめてみた。基本渦の特性については、例えば回転槽/サイクロン/曲管流れ/ラセン管流れなどに応用できることもあると思う。しかし流れに発生する実際の渦現象を説明するには間尺が合わない(CFDの結果説明には使えるのかも知れないが…)。流れ渦については今後も補充してゆく。

引用文献テキスト)

- (1) 「流れにおける渦の生成」 亀本喬司 (鉄と鋼 Vol.76 No.3)
- (2) J.M.Kay “An Introduction to Fluid- mechanics and Heat Trasfer “ (井上訳本)
- (3) 石綿「図解雑学 流体力学」(ナツメ社)
- (4) 大田「水力学及び流体力学演習」(学献社) 第4章
- (5) 流体力学関連ネット情報(Wikipedia など)
- (6) R. D. Blevins “Applied Fluid Dynamics Handbook”